ISSN 2181-6883

PEDAGOGIK MAHORAT

Ilmiy-nazariy va metodik jurnal

MAXSUS SON
(2021-yil, oktabr)

Jurnal 2001-yildan chiqa boshlagan

Buxoro – 2021

PEDAGOGIK MAHORAT

Ilmiy-nazariy va metodik jurnal
2021, Maxsus son

Jurnal O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasi huzuridagi OAK Rayosatining 2016-yil 29-dekabrdagi qarori bilan **pedagogika** va **psixologiya** fanlari bo‘yicha dissertatsiya ishlari natijalari yuzasidan ilmiy maqolalar chop etilishi lozim bo‘lgan zaruruiy nashrlar ro‘yxatiga kiritilgan.

Jurnal 2001-yilda tashkil etilgan.

Jurnal 1 yilda 6 marta chiqadi.

Jurnal O‘zbekiston matbuot va axborot agentligi Buxoro viloyat matbuot va axborot boshqarmasi tomonidan 2016-yil 22-fevral № 05-072-sonli guvohnoma bilan ro‘yxatga olingan.

Muassis: Buxoro davlat universiteti
Tahririyat manzili: O‘zbekiston Respublikasi, Buxoro shahri Muhammad Iqbol ko‘chasi, 11-uy
Elektron manzil: ped_mahorat@umail.uz

ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ МАСТЕРСТВО
Научно-теоретический и методический журнал
2021, специальный выпуск

Журнал включен в список обязательных выпусков ВАК при Кабинете Министров Республики Узбекистан на основании Решении ВАК от 29 декабря 2016 года для получения учёной степени по **педагогике** и **психологии**.

Журнал основан в 2001г.
Журнал выходит 6 раза в год
Журнал зарегистрирован Бухарским управлением агентства по печати и массовой коммуникации Узбекистана.
Свидетельство о регистрации средства массовой информации № 05-072 от 22 февраля 2016 г.
Учредитель: Бухарский государственный университет
Адрес редакции: Узбекистан, г. Бухара, ул. Мухаммад Икбол, 11.
e-mail: ped_mahorat@umail.uz

PEDAGOGICAL SKILLS
The scientific-theoretical andmethodical journal
2021, special release

The journal is submitted to the list of the scientific journals applied to the scientific dissertations for **Pedagogic** and **Psychology** in accordance with the Decree of the Presidium of the Ministry of Legal office of Uzbekistan Republic on Regulation and Supervision of HAC (The Higher Attestation Commission) on December 29, 2016.

The journal is published 6 times a year
The journal is registered by Bukhara management agency for press and mass media in Uzbekistan.
The certificate of registration of mass media № 05-072 of 22 February 2016

Founder: Bukhara State University

Publish house: Uzbekistan, Bukhara, Muhammad Ikbol Str., 11.
e-mail: ped_mahorat@umail.uz

MUNDARIJA

To'lqin RASULOV
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi professori

Xaydar RASULOV
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi dotsenti

FUNKSIYANING TO'LA O'ZGARISHINI HISOBLASHDAGI ASOSIY QOIDALAR

Mazkur maqolada oliy ta'lim muassasalari matematika ta'lim yo'nalishida tahsil olayotgan bakalavr va magistrlar uchun "Funksional analiz" va "Matematik analizning tanlangan boblari" fanlarining muhim bo'limlaridan biri "O'zgarishi chegaralangan funksiyalar" bo'limini o'qitishga oid ayrim metodik tavsiyalar berilgan. To'la variatsiyani hisoblashning asosiy qoidalari bayon qilingan va ba'zi qoidalar isbotlari bilan keltirilgan. Mavzuni oson o'zlashtirish imkonini beruvchi bir qator interfaol usullar va ularning qo'llanilishi haqida fikr-mulohazalar yuritilgan. Keltirilgan asosiy qoidalar yordamida yechiladigan misollardan namunalar taqdim qilingan.

Kalit so'zlar: *to'la o'zgarish, Stilt'es integrali, o'zgarishi chegaralangan funksiya, interfaol usullar, kichik guruhlarda ishlash, mosini top.*

В этой статье представлены некоторые методические рекомендации по преподаванию курса "Функции с ограниченными изменениями", являющийся важной главой "Функционального анализа" и "Избранных глав математического анализа" для бакалавров и магистров высших учебных заведений. Даны основные правила вычисления полной вариации и приведены доказательства некоторых правил. Рекомендован ряд интерактивных методов, которые позволяют легко усвоить тему и ее применение. Приведены примеры, которые можно решить, используя приведенные основные правила.

Ключевые слова: *полная вариация, интеграл Стилтьеса, функция с ограниченными изменениями, интерактивные методы, работа в малых группах, поиск соответствующего.*

This article provides some methodological recommendations for teaching "Bounded Variable Functions", which is the important chapter of the "Functional Analysis" and "Selected Chapters of Mathematical Analysis" for bachelors and masters studying mathematics in higher education institutions. The basic rules for calculating complete variation are explained and some rules are presented with proof. Discussed a number of interactive methods that allow easy mastering of the topic and given feedbacks on their application. Examples are provided that can be solved using the basic rules that are given.

Key words: *full change, Stiltes integral, change bounded function, interactive methods, work in small groups, find a match.*

Kirish. Ta'lim jarayonida zamonaviy pedagogik texnologiyalarni qo'llashdan maqsad talabani darsda faol ishlovchiga aylantirish, o'quv materialini shunchaki yod olishlaridan, takrorlashlardan uzoqlashtirib, mustaqil va ijodiy faoliyatini rivojlantirishdan iborat. Shundagina talabalar muhim hayotiy yutuq va muammolar, o'tiladigan mavzularning amaliyotga tadbig'i bo'yicha o'z fikriga ega bo'ladi, o'z nuqtayi-nazarini asoslab bera oladi.

Ta'limda o'qituvchi interfaol metodlardan mavzuga muvofiqini tanlay bilishi muhim hisoblanadi. O'qituvchi interfaol metodlardan, avvalo, oddiydan murakkabga o'tish nazariyasiga amal qilgan holda foydalanmog'i lozim. O'z navbatida ilg'or pedagogik texnologiyalar asosida tashkil etilgan darslar talabalar bilimining yaxlit o'zlashtirilishiga yordam beradi. Talaba tafakkurini o'stiradi, mustaqil, ijodiy fikrlashga o'rgatadi.

Mazkur maqolada oliy ta'lim muassasalari 5130100 - matematika ta'lim yo'nalishida o'qitiladigan "Matematik analiz", "Funksional analiz" va "Matematik analizning tanlangan boblari" fanlarining muhim bo'limlaridan biri bo'lgan "O'zgarishi chegaralangan funksiyalar" bo'limini o'qitishda funksiyaning to'la o'zgarishini hisoblashda qulaylik tug'diruvchi asosiy qoidalar hamda bu bo'limni o'qitishda qo'llaniladigan interfaol usullar muhokama qilinadi.

Talabalarda mavzu va uning amaliy ahamiyatiga doir to'liq tasavvur paydo bo'lishi o'zgarishi chegaralangan funksiyalarning tatbiqi haqida qisqacha ma'lumot keltiramiz. So'ngra o'zgarishi chegaralangan funksiya va to'la o'zgarishga oid ma'lumotlarni keltiramiz hamda funksiya to'la o'zgarishini hisoblashning asosiy xossalarini sanab o'tamiz. Shuni alohida aytib o'tish joizki, to'la o'zgarishni ta'rif yordamida hisoblash ancha qiyin masala hisoblanadi. Maqolada keltirilgan qoidalar esa funksiya to'la o'zgarishini juda qulay usul bilan hisoblash imkonini beradi. Talabalarning mavzuni o'zlashtirganlik darajasini aniqlash imkonini beruvchi bir qator interfaol usullar va ularning qo'llanilishi haqida fikr-mulohalar yuritamiz.

Asosiy qism. Riman integrali matematik analizning asosiy mavzularidan biri bo'lib, amaliy tatbiqining kengligi bilan fanda muhim o'rin tutadi. O'z navbatida Riman integralining umumlashmasi bo'lgan Stiltes integralini o‘rganishda fanga birinchi bo‘lib S.Jordan tomonidan kiritilgan chekli o‘zgarishga ega funksiyalar asosiy vazifani bajaradi [1, 3].

Chekli o‘zgarishga ega funksiyalar faqatgina Stiltes integralini o‘rganishda emas, balki matematik analizning boshqa ko‘plab masalalarida ham muhim ahamiyatga ega [1, 3].

Masalan, egri chiziqli integrallarni hisoblash masalasini ko‘rib chiqaylik. $\boldsymbol{\varphi_1(t)}$ va $\boldsymbol{\varphi_2(t)}$ funksiyalar $[\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}]$ kesmada uzluksiz va chekli variatsiyaga ega bo‘lsin. U holda

$$\boldsymbol{x=\varphi_1(t)},$$
$$\boldsymbol{y=\varphi_2(t)}$$

funksiyalar $\boldsymbol{t_1\le t\le t_2}$ oraliqda $(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ tekisligida $\boldsymbol{C}$ to‘g‘rilanuvchi egri chiziqni ifodalaydi.

$\boldsymbol{P(x,y)}$ va $\boldsymbol{Q(x,y)}$ funksiyalar $\boldsymbol{C}$ yoy joylashgan biror sohada uzluksiz bo‘lsin. U holda egri chiziqli integral quyidagicha yoziladi:

$$\int \boldsymbol{P(x,y)dx+\ Q(x,y)dy=}$$

$$\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{P(\varphi_1(t),\varphi_2(t))d\varphi_1(t)}+\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{Q(\varphi_1(t),\varphi_2(t))d\varphi_2(t)}.$$

1909-yilda Riss tomonidan $[\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}]$ oraliqda berilgan uzluksiz $\boldsymbol{f(x)}$ funksiyalar fazosida aniqlangan ixtiyoriy chiziqli funksional $\boldsymbol{U[f]}$, elementlar orasidagi masofa

$$\boldsymbol{\rho(f_1,f_2)=\max_{a<t<b}|f_1(t)-\ f_2(t)|}$$

bo‘lsa, u Stiltes integrali

$$\boldsymbol{U[f]=\int f(x)d\varphi(x)}$$

orqali ifodalanadi, bunda $\boldsymbol{\varphi(x)}$ o‘zgarishi chegaralangan $\boldsymbol{U[f]}$ orqali aniqlanadigan funksiya.

Bundan tashqari, yuqori chegarasi o‘zgaruvchi bo‘lgan Lebeg integralini differensiallash masalasi monoton funksiyalar ayirmasi shaklida tasvirlash mumkin bo‘lgan funksiyalar sinfni o‘rganishga olib keladi. 16.1-teoremaga ko‘ra, har qanday o‘zgarishi chegaralangan funksiyani ikkita monoton kamaymaydigan funksiyalar ayirmasi shaklida tasvirlash mumkin. Yoki massasi biror $[a,b]$ kesma taqsimlangan moddiy jismning og‘irlik markazini topish masalasini ko‘rib chiqaylik. Hajmning dv elementida $dm(x)$ massa mos kelsin va M qaralayotgan $[a,b]$ kesmaning umumiy massasi bo‘lsin.

U holda

$$M=\int_a^b dm(x)$$

bo‘ladi hamda uning og‘irlik markazi

$$\frac{1}{M}\int_a^b xdm(x)$$

ga teng.

Ushbu keltirilganlar Stiltes integrali bo‘lib, ularni o‘rganishda o‘zgarishi chegaralangan funksiyalar muhim ahamiyat kasb etadi.

Rejada belgilanganidek, o‘zgarishi chegaralangan fuksiyalarning to‘la variatsiyasini hisoblashda talabalarga qulaylik tug‘diruvchi quyidagi xossalarni sanab o‘tamiz:

1-qoida: agar $\boldsymbol{f(x)}$ funksiya $[\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}]$ kesmada monoton bo‘lsa, u holda uning o‘zgarishi chegaralangan bo‘lib, to‘la o‘zgarishi

$$\bigvee_{\boldsymbol{a}}^{\boldsymbol{b}}[\boldsymbol{f}]=|\boldsymbol{f(b)-f(a)}|$$

ga teng bo‘ladi;

2-qoida: agar $[\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}]$ kesmada aniqlangan $\boldsymbol{f(x)}$ funksiya $[\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$ yarim ochiq oraliqda monoton bo‘lsa, uning o‘zgarishi chegaralangan bo‘lib,

$$\bigvee_{\boldsymbol{a}}^{\boldsymbol{b}}[\boldsymbol{f}]=|\boldsymbol{f(b-0)-f(a)}|+|\boldsymbol{f(b)-f(b-0)}|$$

ga teng bo‘ladi;

3-qoida: agar $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$ kesmada aniqlangan $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ funksiya $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$ yarim ochiq oraliqda monoton bo‘lsa, uning to‘la o‘zgarishi chegaralangan bo‘lib,

$$\bigvee_{a}^{b}[f] = |\boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{a}+\mathbf{0}) - \boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{a})| + |\boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{b}) - \boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{a}+\mathbf{0})|$$

ga teng bo‘ladi;

4-qoida: agar $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$ kesmada aniqlangan $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ funksiya $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ ochiq oraliqda monoton bo‘lsa, uning to‘la o‘zgarishi chegaralangan bo‘lib,

$$\bigvee_{a}^{b}[f] = |\boldsymbol{f}(\boldsymbol{a}+\mathbf{0}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{a})| + |\boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{b}-\mathbf{0}) - \boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{a}+\mathbf{0})| + |\boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{b}) - \boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{b}-\mathbf{0})|$$

ga teng bo‘ladi.

Matematik analizning tanlangan boblariga bag‘ishlangan juda ko‘plab adabiyotlarda 1-qoidaning isboti batafsil keltirilgan. Biroq, 2, 3, 4-qoidalarning isbotlari deyarli uchramaydi. Shu sababli 2-qoidaning to‘liq isbotini keltirishni lozim topdik. Chunki, uni isbotlashda qo‘llaniladigan usullar talabalarda fanni yanada chuqurroq o‘rganishlariga ijobiy ta’sir ko‘rsatadi [3].

Isbot. $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$ kesmaning ixtiyoriy bo‘linishini qaraymiz. Funksiyaning $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$ yarim ochiq oraliqda monoton ekanligidan foydalansak, quyidagiga ega bo‘lamiz.

$$\sum_{i=1}^{n}|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_i}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_{i-1}})| = \sum_{i=1}^{n-1}|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_i}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_{i-1}})| + |\boldsymbol{f}(\boldsymbol{b}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_{n-1}})| =$$
$$= |\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_{n-1}}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{a})| + |\boldsymbol{f}(\boldsymbol{b}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_{n-1}})|.$$

Endi $\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x}) = |\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{a})| + |\boldsymbol{f}(\boldsymbol{b}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_{n-1}})|, \boldsymbol{x} \in [\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ funksiyaning $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ yarim ochiq oraliqda monoton kamayuvchi ekanligini ko‘rsatamiz.

Buning uchun $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ oraliqda yotuvchi ixtiyoriy $\boldsymbol{x_1} < \boldsymbol{x_2}$ nuqtalar uchun $\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x_2}) - \boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x_1}) \geq \mathbf{0}$ ekanligini ko‘rsatish yetarli.

$$\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x_2}) = |\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_2}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{a})| + |\boldsymbol{f}(\boldsymbol{b}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_2})| = |\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_2}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_1}) + \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_1}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{a})|$$
$$+|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{b}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_1}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_2}) + \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_1}))| = |\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_2}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_1})| + |\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_1}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{a})|$$
$$+\left|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{b}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_1}) - \left(\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_2}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_1})\right)\right|.$$

Ushbu tenglikdagi oxirgi tenglik $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ funksiyaning $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ oraliqdagi monoton (ya’ni $\boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{x_2}) - \boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{x_1})$ bilan $\boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{x_1}) - \boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{a})$ ning ishoralari bir xil) ekanligidan kelib chiqadi.

Ixtiyoriy $\boldsymbol{A}$ va $\boldsymbol{B}$ sonlar uchun

$$|\ \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}\ | \geq |\boldsymbol{A}| - |\boldsymbol{B}|$$

ekanligidan foydalanib

$$\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x_2}) - \boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x_1}) = |\boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{b}) - \boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{x_1}) - \boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{x_2}) - \boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{x_1}))| +$$
$$+|\boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{x_2}) - \boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{x_1})| - |\boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{b}) - \boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{x_1})| \leq \mathbf{0}$$

tengsizlikni hosil qilamiz. Bu esa $\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x})$ funksiyaning $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ oraliqda monoton kamayadigan ekanligini isbotlaydi.

Yuqorida keltirilgan tengsizlik va $\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x})$ funksiyaning $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ oraliqda monoton kamayuvchi ekanligidan

$$\boldsymbol{sup}\sum_{i=1}^{n}|\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_i}) - \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x_{i-1}})| = \underset{a<x_{n-1}<b}{\boldsymbol{sup}}\ \boldsymbol{\psi}\ (\boldsymbol{x_{n-1}}) = \boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{b}-\mathbf{0})$$

tenglik kelib chiqadi. Funksiya to‘la o‘zgarishining ta’rifiga ko‘ra, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\bigvee_{a}^{b}[f] = \boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{b}-\mathbf{0}) = |\boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{b}-\mathbf{0}) - \boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{a})| + |\boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{b}) - \boldsymbol{f}\ (\boldsymbol{b}-\mathbf{0})|.$$

Bu esa 2-qoidani to‘g‘ri ekanligini isbotlaydi. 3-qoida ham shu kabi isbotlanadi. 1-, 2- va 3-qoidalardan foydalanib 4-qoida ham isbotlanadi.

Muhokamalar va natijalar. Endi mavzuga mos interfaol usullarni tanlash va ularni qo‘llash masalasini qaraymiz. Dastlabki metod “Kichik guruhlarda ishlash” metodi bo‘lib, u talabalarni birgalikda ishlashga o‘rganish naqadar muhim ekanligini tushunishga yordam beradi. Bu metod bilan o‘quv mashg‘ulotlarini tashkil qilish an’anaviy o‘quv mashg‘ulotlari o‘tishga qaraganda ancha samarali ekanligini kuzatish mumkin.

Aslida talabalarni kichik guruhlarga bo‘lib, o‘qitishning o‘zi yetarli emas. Kutilgan natijaga erishish uchun yana ikki komponent – guruhni rag‘batlantirish va shaxsiy mas’uliyatni his qilish mexanizmi hamda uni rag‘batlantirish tizimini ishlab chiqish zarur. Kichik guruhlarga bo‘linib, o‘quv mashg‘ulotlarini o‘tish metodining bir qancha variantlari yoki modellari mavjud. Ulardan birinchisi guruhlarning o‘quv materialini o‘zlashtirish natijasini yaxshilashga qaratilgan. Bu metodni “O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar” bo‘limini o‘qitish misolida tahlil qilamiz. Talabalarga yuqoridagi ma’lumotlar taqdim qilingach, talabalar kichik guruhlarga ajratiladi va ularga topshiriqlar beriladi.

Masalan, 28 nafar talabadan tashkil topgan guruh to‘rta kichik guruhlarga bo‘linadi. Quyidagi topshiriqlar talabalar e’tiboriga havola qilinadi:

$\boldsymbol{f(x)}$ funksiyaning $[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$ kesmada o‘zgarishi chegaralangan ekanligini ko‘rsating va to‘la o‘zgarishini toping.

1- topshiriq. $\boldsymbol{x} \in [\frac{\pi}{2}, \boldsymbol{\pi}]$,

$$f(x) = \begin{cases} 2, & x = \dfrac{\pi}{2}, \\ \cos\left(\dfrac{x}{5} + 1\right), & x \neq \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

2-topshiriq. $\boldsymbol{x} \in [-\boldsymbol{2}, \boldsymbol{2}\ ]$,

$$f(x) = \begin{cases} 2, & x = -2, \\ 2x + 3, & x \neq 0. \end{cases}$$

3- topshiriq. $\boldsymbol{x} \in [\boldsymbol{0}, \boldsymbol{5}]$,

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x = 0, \\ 5x + e^{2x} + \ln(x + 1), & x \neq 0. \end{cases}$$

4-topshiriq. $\boldsymbol{x} \in [-\boldsymbol{3}, \boldsymbol{3}]$,

$$f(x) = \begin{cases} 5, & x = 0, \\ \dfrac{x^2 + 10}{x + 5}, & x \neq 3. \end{cases}$$

Avvaldan tanlab olingan topshiriqlarni bajarish uchun talabalar avvalo to‘la variatsiyani hisoblash qoidalari orasidan topshiriqga mosini tanlay bilishi va uni to‘g‘ri tatbiq qilishi talab qilinadi. Mazkur holatda 1-topshiriq 2-qoida bo‘yicha, 2-topshiriq 3-qoida bo‘yicha, 3-topshiriq 1-qoida bo‘yicha va nihoyat 4-topshiriq 3-qoida bo‘yicha yechiladi [3].

Guruhni kichik guruhlarga bo‘lib ishlash orqali o‘zaro axborot almashinuvi muntazam amalga oshiriladi, g‘oya va fikrlarni yig‘ish hamda o‘rtoqlashish ta’minlanadi. Tadqiqot natijalari guruhda ishlash individual ishlashga qaraganda yaxshiroq samara berishini ko‘rsatmoqda.

Qo‘llash uchun tanlab olingan navbatdagi metod bu – “Mosini top” metodidir. Ushbu metodda jadvalning chap tomonidagi tushunchaga mos o‘ng tomonida fikr, formula, chizma, grafik va hokazolar keltirilishi kerak bo‘ladi. Demak, chap tomondagi tushuncha o‘rganilib, o‘ng tomonda turgan ustundan mos to‘g‘ri javob topiladi va strelka (chiziq, belgi) bilan birlashtiriladi.

Talabalar misollarni muhokama qilishadi, isbotlashadi va o‘zaro moslikni topib, javoblarini strelka (chiziq, belgi va shu kabilar) yordamida ko‘rsatishadi.

“Mosini top” metodi o‘yin metodlaridan biri bo‘lganligi sababli, barcha talabalarni diqqatini qaratishga va faol qatnashishga undaydigan metoddir.

Shu o‘rinda aytish joizki, mualliflarning bir necha yillik tajribalaridan ma’lumki, aksariyat talabalar uzluksiz funksiyalar doimo ham chekli variatsiyaga ega bo‘ladi deb fikr yuritishadi. Uzluksiz funksiyalar doimo ham chekli variatsiyaga ega bo‘lmasligi haqida bir qator adabiyotlarda [1, 2] misollar keltirilgan. Masalan [1]da uzluksiz

$$f(\mathrm{x}) = \begin{cases} 0, & \text{агар } \mathrm{x} = 0; \\ \mathrm{x} \cos \dfrac{\pi}{2\mathrm{x}}, & \text{агар } \mathrm{x} \in (0, 1] \end{cases}$$

funksiyaning $[\boldsymbol{0}, \boldsymbol{1}]$ kesmada o‘zgarishi chegaralanmagan ekanligi ko‘rsatilgan. Buning isboti talabalarning tushunishlarida biroz qiyinchilik tug‘diradi.

$[\boldsymbol{0}, \boldsymbol{1}]$ kesmani quyidagicha $\boldsymbol{2n}$ bo‘lakka bo‘lamiz.

$$0 < \frac{1}{2n} < \frac{1}{2n - 1} < \cdots < \frac{1}{3} < \frac{1}{2} < 1.$$

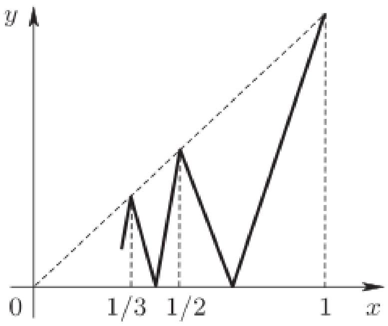
Bu bo‘linish uchun

$$\sigma_n = \sum_{k=1}^{2n} |f(x_k) - f(x_{k-1})| = \left|\frac{1}{2n} \cos \pi n\right| +$$

$$+\sum_{k=2}^{2n}\left|\frac{1}{2n+1-k}\cos\frac{2n+1-k}{2}\pi-\frac{1}{2n+2-k}\frac{2n+2-k}{2}\pi\right|=$$
$$=\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n}+\frac{1}{2n-2}+\frac{1}{2n-2}+\ \dots\ \frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1+\frac{1}{2}+\ \dots+\frac{1}{n}$$
bo‘ladi.
$$1+\frac{1}{2}+\ \dots\ +\frac{1}{n}+\ \dots=\ \infty$$
bo‘lganligi uchun ixtiyoriy $C>0$ son uchun shunday n nomer mavjudki, $1+\frac{1}{2}+\ \dots+\frac{1}{n}>C$ bo‘ladi, ya’ni
$$\sum_{k=1}^{2n}|f(x_k)-f(x_{k-1})|>C.$$
Bu esa f(x) funksiyaning o‘zgarishi chegaralanmagan ekanligini bildiradi.

Mualliflar tomonidan uzluksiz, lekin chekli variasiyaga ega bo‘lmagan funksiyaga misol keltirishda quyidagicha yo‘l tutilgan [3].

$[0,1]$ oraliqda $f(x)$ funksiyani quyidagicha tuzib olamiz: $f(x)=0, f(1/k)=1/k, k=1,2,\dots$ bo‘lsin va $[\ 1/(k+1), 1/k]$ kesmada bo‘lakli chiziqli bo‘lib, bir marta nolga teng bo‘lsin. Grafigi quyidagi ko‘rinishga ega:



Ushbu funksiyaning $[\ 1/(k+1), 1/k]$ kesmadagi variasiyasi
$$\frac{1}{k+1}+\frac{1}{k}$$
ga teng. Demak, $[0,1]$ oraliqdagi variatsiya
$$\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k+1}+\frac{1}{k}\right)=2\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}-1+\frac{1}{n+1}.$$
ga teng.
$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$$
garmonik qator bo‘lib, $n\to\infty$ qator uzoqlashuvchi bo‘ladi. Bu tuzilgan uzluksiz funksiyaning variatsiyasi chegaralanmaganligini ko‘rsatadi.

Ushbu ikkala misol ham talabalarga tadqim qilinganda, ular masalani mohiyatini tushunishda ikkinchi misol qulay ekanligi va tushunish oson ekanligini bildirishgan.

Xulosa. Maqolada tavsiya qilingan mavzu keng amaliy ahamiyatga ega bo‘lib, uning tadbiqlari fizik va biologik jarayonlarni o‘rganishga bag‘ishlangan ilmiy izlanishlarga [5, 7] qo‘llanilgan. Bundan tashqari, [8, 15]da keltirilgan interfaol usullarni funksiyaning to‘la o‘zgarishini hisoblashda ham foydalanish mumkin.

Adabiyotlar

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, 3-том, Москва, 1960 йил.

2. Tuychiyev T.T., Bedarev A.S. Analizning tanlangan boblari. -Toshkent, 2006-yil.

3. Rasulov T.H., Rasulov X.R. Matematik analizning tanlangan boblari. O‘quv-metodik qo‘llanma. -Buxoro, 2020-yil.

4. Abdullayev J.I., G’anixo‘jayev R.N., Shermatov M.H., Egamberdiyev O.I. Funksional analiz va integral tenglamalar. -Toshkent, 2013-yil.
5. Rasulov X.R., Yaxshiyeva F.Y. Ikki jinsli populyatsiyaning dinamikasi haqida // Scientific progress, 2:1 (2021), r. 665-672.
6. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2, (2021), p.870-879.
7. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках //Проблемы педагогики, 53:2 (2021), с. 7-10.
8. Ахмедов О.С. Актуальные задачи в предметной подготовке учителя математики. Scientific progress, 2;4, (2021), p.516-522.
9. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International Journal of Scientific & Technology Research, 9:4 (2020), p. 3068-3071.
10. Mardanova F.Y0., Rasulov T.H. Advantages and disadvantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy, 55:4 (2020), p. 65-68.
11. Расулов Т.Х. Инновационные технологии изучения темы линейные интегральные уравнения // Наука, техника и образование. 73:9 (2020), c.74-76.
12. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) c.29-32.
13. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar bo‘limini o‘qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1, (2021), r.559-567.
14. Ахмедов О.С. Преимущества историко-генетического метода при обучении математики. Scientific progress, 2;4, (2021), p.523-530.
15. Умарова У.У. Использование педагогических технологий в дистанционном обучении moodle // Проблемы педагогики, № 51:6 (2020), с. 31-34.

Ramazon MUXITDINOV
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi dotsenti

Mehinbonu SAYITOVA
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi o‘qituvchisi

S^2 SIMPLEKSDA ANIQLANGAN KVADRATIK OPERATORLAR TO‘PLAMINING CHEKKA NUQTALARI

$P_n(i_1, i_2, i_3, \dots, i_k)$ (Bernuli va Markov sxemalari) funksiyalar oilasini tuzish usuli o‘rganilgan. Ushbu maqolada bitta kvadrat operatorlar sinfining ta’rifi berilgan (merosxo‘rlik qoidalari Mendel qonunlariga mos keladigan kvadrat operatorlar. G.Mendel chex-avstriyalik biolog-botanik, irsiyat nazariyasining asoschisi). Tegishli kvadratik o‘lchovlarning ergodik xossalari, ya’ni Mendel operatorlari uchun o‘rganiladi. Bu operatorlar sinfi uchun ham xossalarning batafsil qurilishi berilgan.

Kalit so‘zlar: *suryektiv kvadratik operatorlar to‘plami, chekka nuqtalar, kvadratik operatorlar, matritsalar, ekstremal nuqtalar.*

В настоящей статье дано определение класса одного квадратичных операторов (квадратичные операторы, для которых правила наследования согласуются с законами Менделя. Г.Мендель - чешско-австрийский биолог-ботаник, основоположник учения о наследственности). Изучены эргодические свойства соответствующих квадратичных мер, то есть дляменделевских операторов. Также для этогокласса операторов дается подробное конструкция мер. Изучены способы построения семейства функций $P_n(i_1, i_2, i_3, \dots, i_k)$ (схемы Бернульи и Маркова).

Ключевые слова*: множество суррогатных квадратичных операторов, концы, квадратичные операторы, матрицы, крайние точки.*

In this article, a definition of a class of one quadratic operators is given (quadratic operators for which the rules of inheritance are consistent with Mendel's laws. G. Mendel is a Czech-Austrian biologist-botanist, the founder of the theory of heredity). The ergodic properties of the corresponding quadratic measures, that is, for Mendelian operators, are studied. A detailed construction of measures is also given for this class of operators. The method of constructing a family of functions $P_n(i_1, i_2, i_3, \dots, i_k)$ (Bernoulli and Markov schemes) is studied.

Key words: *set of surrogate quadratic operators, ends, quadratic operators, matrices, extreme points.*

Kirish. Ushbu maqolada biz S^2 simpleksda aniqlangan barcha suryektiv kvadratik operatorlar to‘plamining to‘liq tavsifini qaraymiz. Ushbu to‘plam oltita $\overline{V_1}$ sinfdan iborat. Shunda har bir $V \in \overline{V_\iota}$ operator π_i o‘z-o‘zini moslashtirishga mos keladi. Quyidalgi tasdiq $\overline{V_\iota}$ $(i = 1, \dots, 6)$ to‘plamning chekka nuqtalarini tavsiflaydi.

Tasdiq. Har qanday $i = 1, \dots, 6$ uchun to‘plamning chekka nuqtalari to‘plami sakkizta elementdan iborat.

Isbot. Har bir $\overline{V_1}(i = 1, \dots, 6)$ to‘plam π_i o‘z-o‘zini almashtirishga mos keladigan $V_i(\alpha, \beta, \gamma)$ kvadratik operatorlardan iborat, bu yerda

$0 \le \alpha \le 1, 0 \le \beta \le 1$ и $0 \le \gamma \le 1$.

$$\left\{ \begin{matrix} V_i(1,0,0);\ V_i(0,1,0);\ V_i(0,0,1);\ V_i(1,1,0);\ V_i(1,0,1); \\ V_i(0,1,1);\ V_i(1,1,1);\ V_i(0,0,0) \end{matrix} \right\}$$

kvadratik operatorlari to‘plamini ko‘rib chiqamiz. Ushbu sakkizta kvadratik operatorlar faqat $\overline{V_\iota}$ $(i = 1, \dots, 6)$ to‘plamning chekka nuqtalari. Tasdiq isbotlandi.

Teorema. S^2 simpleksda aniqlangan barcha kvadratik operatorlar to‘plamining chekka nuqtalari to‘plami 729 ta elementdan iborat bo‘lib, ulardan 48 tasi suryektivdir.

Isbot. Kvadratik operator quyidagi matritsa orqali aniqlanadi:

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} P_{11,1} & P_{22,1} & P_{33,1} & P_{12,1} & P_{13,1} & P_{23,1} \\ P_{11,2} & P_{22,2} & P_{33,1} & P_{12,2} & P_{13,2} & P_{23,2} \\ P_{11,3} & P_{22,3} & P_{33,3} & P_{12,3} & P_{13,3} & P_{23,3} \end{array} \right) \tag{1}$$

barcha elementlari - manfiy bo‘lmagan va ustunlari yig’indisi 1 ga teng bo‘lgan elementlar.

Asosiy qism. Barcha stoxastik 3×3 matritsalar to‘plamini ko‘rib chiqamiz.

Shubhasiz, bu ikkita ustunli stoxastik 3×3 matritsalar to‘plami, ekstremal nuqtalarning umumiy soni 27^2=729 ga teng. Yuqorida tavsiflangan 48 ta ekstremal nuqta tasdiqda aniq 729 ta ekstremal nuqtaning ushbu soniga kiritilganligi sababli, 48 ta ekstremal nuqta suryektiv kvadratik operatorlarni aniqlaydi [1, 2].

Endi qolgan 681 ta chekka nuqtani tavsiflaylik. $H = \{e_i\}_{i=1}^{27}$ - ustunli-stoxastik matritsalar to‘plamining barcha chekka nuqtalari to‘plami bo‘lsin. O‘z-o‘zini almashtirish guruhi $G = \{\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5, \pi_6\}$ quyidagi tarzda H ga ta’sir qiladi. π_i o‘z-o‘zini almashtirish koordinatalarini quyidagicha aniqlaydigan kvadratik matritsalar bilan aniqlanadi:

$$\pi_1 = e_{22};\ \pi_2 = e_{29}; \pi_3 = e_{24}; \pi_4 = e_{25}; \pi_5 = e_{26}; \pi_6 = e_{27}.$$

$G = \{\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5, \pi_6\}$ guruhning H ga ta’siri quyidagi formula bilan belgilanadi: har qanday $e_i \in H$ va $\pi_j \in G$ uchun biz $\pi_j(e_i) = \pi_j e_i$ ni qo‘yamiz. $e_k \epsilon H$ nuqtadan boshlab G guruhining trayektoriyalari orqali biz

$$\{e_k = \pi_1(e_k), \pi_2(e_k), \pi_3(e_k), \pi_4(e_k), \pi_5(e_k), \pi_6(e_k)\} \subset H$$

to‘plamlarni nazarda tutamiz.

H dagi G guruhining trayektoriyalarini ko‘rib chiqamiz. Buning uchun barcha chekka nuqtalarni yozamiz:

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1\,1\,1 \\ 0\,0\,0 \\ 0\,0\,0 \end{pmatrix};\ e_2 = \begin{pmatrix} 0\,0\,0 \\ 1\,1\,1 \\ 0\,0\,0 \end{pmatrix};\ e_1 = \begin{pmatrix} 0\,0\,0 \\ 0\,0\,0 \\ 1\,1\,1 \end{pmatrix};$$
$$e_4 = \begin{pmatrix} 1\,0\,0 \\ 0\,1\,1 \\ 0\,0\,0 \end{pmatrix};\ e_5 = \begin{pmatrix} 0\,0\,0 \\ 1\,0\,0 \\ 0\,1\,1 \end{pmatrix};\ e_6 = \begin{pmatrix} 0\,1\,1 \\ 0\,0\,0 \\ 1\,0\,0 \end{pmatrix};$$
$$e_7 = \begin{pmatrix} 1\,0\,0 \\ 0\,0\,0 \\ 0\,1\,1 \end{pmatrix};\ e_8 = \begin{pmatrix} 0\,0\,0 \\ 0\,1\,1 \\ 1\,0\,0 \end{pmatrix};\ e_9 = \begin{pmatrix} 0\,1\,1 \\ 1\,0\,0 \\ 0\,0\,0 \end{pmatrix};$$
$$e_{10} = \begin{pmatrix} 1\,1\,0 \\ 0\,0\,1 \\ 0\,0\,0 \end{pmatrix};\ e_{11} = \begin{pmatrix} 0\,0\,0 \\ 1\,1\,0 \\ 0\,0\,1 \end{pmatrix};\ e_{12} = \begin{pmatrix} 0\,0\,1 \\ 0\,0\,0 \\ 1\,1\,0 \end{pmatrix};$$
$$e_{13} = \begin{pmatrix} 1\,1\,0 \\ 0\,0\,0 \\ 0\,0\,1 \end{pmatrix};\ e_{14} = \begin{pmatrix} 0\,0\,0 \\ 0\,0\,1 \\ 1\,1\,0 \end{pmatrix};\ e_{15} = \begin{pmatrix} 0\,0\,1 \\ 1\,1\,0 \\ 0\,0\,0 \end{pmatrix};$$
$$e_{16} = \begin{pmatrix} 1\,0\,1 \\ 0\,1\,0 \\ 0\,0\,0 \end{pmatrix};\ e_{17} = \begin{pmatrix} 0\,0\,0 \\ 1\,0\,1 \\ 0\,1\,0 \end{pmatrix};\ e_{18} = \begin{pmatrix} 0\,1\,0 \\ 0\,0\,0 \\ 1\,0\,1 \end{pmatrix};$$
$$e_{19} = \begin{pmatrix} 1\,0\,1 \\ 0\,0\,0 \\ 0\,1\,0 \end{pmatrix};\ e_{20} = \begin{pmatrix} 0\,0\,1 \\ 0\,1\,0 \\ 1\,0\,0 \end{pmatrix};\ e_{21} = \begin{pmatrix} 0\,1\,0 \\ 1\,0\,1 \\ 0\,0\,0 \end{pmatrix};$$
$$e_{22} = \begin{pmatrix} 1\,0\,0 \\ 0\,1\,0 \\ 0\,0\,1 \end{pmatrix};\ e_{23} = \begin{pmatrix} 0\,0\,1 \\ 1\,0\,0 \\ 0\,1\,0 \end{pmatrix};\ e_{24} = \begin{pmatrix} 0\,1\,0 \\ 0\,0\,1 \\ 1\,0\,0 \end{pmatrix};$$
$$e_{25} = \begin{pmatrix} 1\,0\,0 \\ 0\,0\,1 \\ 0\,1\,0 \end{pmatrix};\ e_{26} = \begin{pmatrix} 0\,0\,1 \\ 0\,1\,0 \\ 1\,0\,0 \end{pmatrix};\ e_{27} = \begin{pmatrix} 0\,1\,0 \\ 1\,0\,0 \\ 0\,0\,1 \end{pmatrix}.$$

Buni tekshirish oson,

$$\{G(e_1)\} = \{e_1, e_2, e_3\};$$
$$\{G(e_4)\} = \{e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9\};$$
$$\{G(e_{10})\} = \{e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}, e_{15}\};$$
$$\{G(e_{16})\} = \{e_{16}, e_{17}, e_{18}, e_{19}, e_{20}, e_{21}\};$$

va

$$\{G(e_{22})\} = \{e_{22}, e_{23}, e_{24}, e_{25}, e_{26}, e_{27}\}.$$

Kvadratik operatorlar to‘plamining chekka nuqtalari

$$(e_i | e_j), i, j = 1, \dots \dots \dots ., 27$$

matritsalar bilan aniqlanadi. G ning H dagi trayektoriyalarining yuqoridagi tavsifidan kelib chiqib, matritsalar bilan belgilanadigan chekka nuqtalarni o‘rganish kifoya, qolganlari ularga mos ravishda kelib chiqadi. Ushbu 135 ta $(e_1|e_1)$ ekstremal nuqta A_1 qirrasiga oddiy S^2 simpleksni olib boruvchi kvadratik operatorlarni aniqlaydi [3].

Ikkinchi yoki uchinchi qatorlar butunlay nollardan iborat bo‘lgan, yuqorida ko‘rsatilgan oiladan chiqqan ekstremal nuqtalar, simpleksni A_1A_3 yoki A_1A_2 qirralaridan biriga olib boradigan kvadratik operatorlarni aniqlaydi. Bunday ekstremal nuqtalar soni 38 ta ekanligini tekshirish qiyin emas:

$$(e_1|e_2);\ (e_1|e_3);\ (e_1|e_4);\ (e_1|e_6);\ (e_1|e_7);\ (e_1|e_9);$$
$$(e_1|e_{10});\ (e_1|e_{12});\ (e_1|e_{13});\ (e_1|e_{15}); (e_1|e_{16}); (e_1|e_{18});$$
$$(e_1|e_{19});\ (e_1|e_{21}); (e_4|e_1); (e_4|e_4);\ (e_4|e_9); (e_4|e_{10});$$
$$(e_4|e_{15}); (e_4|e_{16}); (e_4|e_{21}); (e_{10}|e_1); (e_{10}|e_2); (e_{10}|e_4);$$

$(e_{10}|e_9); (e_{10}|e_{10}); (e_{10}|e_{15}); (e_{10}|e_{16}); (e_{10}|e_{26}); (e_{16}|e_1);$
$(e_{16}|e_2); (e_{16}|e_4); (e_{16}|e_9); (e_{16}|e_{10}); (e_{16}|e_{15}); (e_{16}|e_{16}); (e_{16}|e_{21}).$

Q to‘plamda

$$(e_{22}|e_{10});\ (e_{22}|e_{25});\ (e_{22}|e_{13});\ (e_{22}|e_{17});\ (e_{22}|e_{21}); (e_{22}|e_{27}); (e_{22}|e_5)$$

sakkizta matritsa suryektiv kvadratik operatorlani aniqlaydi.

Shunday qilib, 135–(1+38+8)=88 ta chekka nuqtalarni o‘rganish kerak.

Muhokamalar va natijalar. Oltita chekka nuqta $(e_1|e_5)$; $(e_1|e_8)$; $(e_1|e_{11})$; $(e_1|e_{14})$; $(e_1|e_{17})$; $(e_1|e_{20})$ uchun mos keladigan kvadratik operatorlar A_1 qirrani o‘zgarishsiz qoldiradi, qolgan ikkita A_2 va A_3 qirralar ham A_1 qirraga o‘tkaziladi. Keling, $(e_1|e_5)$ chekka nuqtani tavsiflaylik. Qolganlarni tahlil qilish shunga o‘xshash tarzda amalga oshiriladi.

$(e_1|e_5)$ ga mos keladigan kvadratik operator quyidagi shaklga ega:

$$\begin{cases} x_1' = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2, \\ x_2' = 2\,x_1x_2, \\ x_3' = 2\,x_1x_3 + 2\,x_2x_3 \end{cases}$$

$a + b = 1$ va $a \geq 0$; $b \geq 0$ uchun $ab \leq$ ¼ tengsizlik sababli $x_2' = 2\,x_1x_2 \leq 2x_1(x_2 + x_3)$ va $x_2' = 2x_3(x_1 + x_2) \leq 1/2$ bo‘lishi aniq.

S^2 simpleksning tasviri

$$\left\{(x_1', x_2', x_3');\ x_1' + x_2' + x_3' = 1, x_2' \leq \frac{1}{2};\ x_3' \leq \frac{1}{2}\right\}$$

shaklga ega.

57 ta nuqtadan iborat $(e_4|e_j)$; $(e_{10}|e_j)$ va $(e_{16}|e_j)$ ekstremal nuqtalarni tavsiflash uchun bitta ekstremal nuqtani o‘rganish kifoya, qolganlari esa shunga o‘xshash tarzda tekshiriladi. $(e_4|e_5)$ matritsa bilan aniqlanadigan kvadratik operatorni ko‘rib chiqamiz. U quyidagi ko‘rinishga ega:

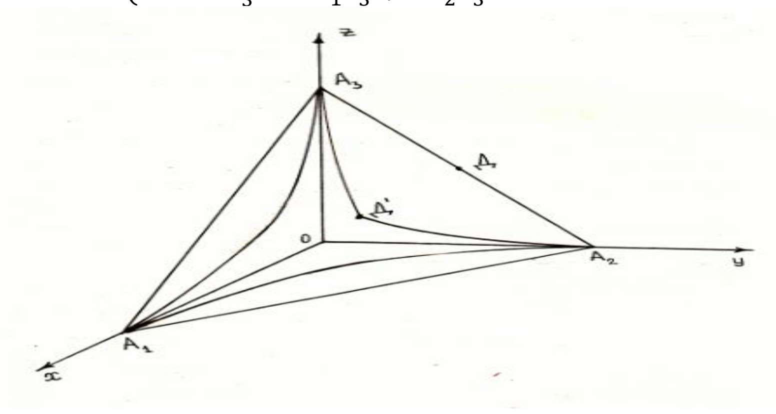
$$\begin{cases} x_1' = x_1^2, \\ x_2' = x_2^2 + x_3^2 + 2\,x_1x_2, \\ x_3' = 2\,x_1x_3 + 2\,x_2x_3 \end{cases}$$

yqoridagi tengsizlikka ko‘ra $x_3' \leq 1/2$, ya’ni, ushbu kvadratik operator uchun simpleks tasviri quyidagi to‘plamda joylashgan:

$$\left\{(x_1', x_2', x_3');\ x_1' + x_2' + x_3' = 1;\ x_3' \leq \frac{1}{2}\right\}.$$

Endi suryektiv bo‘lmagan $(e_{22}|e_j)$ uchun $(e_{22}|e_j)$ chekka nuqtalarni tavsiflash qoladi. Bunday nuqtalar soni – 25ta. Masalan, $(e_{22}|e_1)$ ni ko‘rib chiqamiz, qolganlari esa huddi shu tarzda tavsiflanadi. $(e_{22}|e_1)$ matritsaga mos keladigan kvadratik operator quyidagi shaklga ega [4]:

$$\begin{cases} x_1' = x_1^2 + 2\,x_1x_2 + 2\,x_1x_3 + 2\,x_2x_3, \\ x_2' = x_2^2 + x_3^2 + 2\,x_1x_2, \\ x_3' = 2\,x_1x_3 + 2\,x_2x_3. \end{cases}$$



1-rasm

Ushbu kvadratik operator simpleks qirralarini o‘zgarishsiz qoldiradi. $[A_2A_3] = \{(0, \propto, 1-\propto); 0 \leq \propto \leq 1\}$ qirrasining tasvirini ko‘rib chiqamiz (1-rasmga qarang). Shartga ko‘ra

$$x_1' = 2 \propto (1-\propto) \leq 1/2.$$

Keyin D=(0; 1/2; 1/2) nuqta D'=V(D)=(1/2;1/4;1/4) nuqtaga o‘tadi, shunday qilib V tasvir ostidagi egri chiziqli $A_1A_3D'A_2$ to‘rtburchakka o‘tadi (1-rasmga qarang).

Shunday qilib, biz S^2 simpleksda aniqlangan kvadratik operatorlar to‘plamining barcha nuqtalari o‘rganildi.

Xulosa. Maqolada S^2 simpleksda aniqlangan kvadratik operatorlar biologik jarayon, ya’ni ma’lum bir individlar oilasi populyatsiyasining matematik modelini ifodalaydi. Matematik modellar o‘rganilayotgan jarayondan kelib chiqib, diskret vaqtli va uzluksiz vaqtli dinamik sistemalarga ajratiladi. An’anaviy ravishda kaskadlar deb ataladigan diskretli vaqtli sistemalarda sistemaning xatti-harakatlari (yoki bir xil bo‘lsa, fazali fazosidagi sistemaning traektoriyasi) holatlar ketma-ketligi bilan tavsiflanadi. An’anaviy ravishda oqim deb ataladigan uzluksiz vaqtli dinamik sistemalarda sistemaning holati vaqtning har bir lahzasi uchun aniqlanadi.

(1) kvadratik operatorlar bilan bir qatorda, ularning uzluksiz vaqtli analogi ham keng miqyosda o‘rganilmoqda. Umumiy holda ular dinamik sistemalar deb yuritilib, ko‘pincha ma’lum bir sohada aniqlangan, mavjudlik va yagonalik teoremasining shartlarini qanoatlantiradigan avtonom differensial tenglamalar sistemasi yoki nochiziqli differensial tenglamalar [5, 15] orqali ifodalanadi. Aytish joizki, dinamik sistemalarning muvozanat holati differensial tenglamalar sistemasining kritik (singulyar, qo‘zg’almas) to‘g’ri keladi. Uzluksiz vaqtli dinamik sistemalarning sifatiy tahlili ushbu o‘rganilgan (1) diskret vaqtli kvadratik operatorlar bo‘yicha olingan natijalariga mos keladi [5-10, 14-15].

Adabiyotlar

1. Валлендер С.С Эргодические свойства одного семейства квадратичных стохастических операторов. В кн: Колца и модули. Предельные теоремы теории вероятностей. Вып. 1, 1986, с.153-157.

2. Мухитдинов Р.Т. Ганиходжаев Н.Н, Жамилов У.У. Не эргодические квадратичные операторы двуполой популяции. Украинский математический журнал 2013, том 65, с. 1152-1160.

3. Мухитдинов Р.Т. Ганиходжаев Н.Н, Жамилов У.У. Не эргодические квадратичные операторы двуполой популяции. Украинский математический журнал. 2013, том 65, с. 1152-1160.

4. Mukhitdinov R.T., Ganikhodjaev N.N., Saburov M. Reprinted from the Bulletin of the Korean Mathematical Society. V. 5, 4, №2, 2017 с.607-618.

5. Расулов Х.Р., Яшиева Ф.Ю. О некоторых вольтерровских квадратичных стохастических операторах двуполой популяции с непрерывным временем // Наука, техника и образование, 72:2-2 (2021), с.23-26.

6. Расулов Х.Р., Джуракулова Ф.М. Об одной динамической системе с не-прерывным временем // Наука, техника и образование, 72:2-2 (2021), с.19-22.

7. Расулов Х.Р., Камариддинова Ш.Р. Об анализе некоторых невольтерровских динамических систем с непрерывным временем // Наука, техника и образование, 72:2-2 (2021), с.27-30.

8. Расулов Х.Р., Яшиева Ф.Ю. О некоторых вольтерровских квадратичных стохастических операторах двуполой популяции с непрерывным временем // Наука, техника и образование, 72:2-2 (2021), с.23-26.

9. Rasulov X.R., Qamariddinova Sh.R. Ayrim dinamik sistemalarning tahlili haqida // Scientific progress, 2:1 (2021), p.448-454.

10. Rasulov X.R., Djo‘raqulova F.M. Ba’zi dinamik sistemalarning sonli yechimlari haqida // Scientific progress, 2:1 (2021), p.455-462.

11. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках // Проблемы педагогики, 53:2 (2021), с. 7-10.

12. Расулов Х.Р. Об одной нелокальной задаче для уравнения гиперболического типа // XXX Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам. Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019, с. 197-199.

13. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. О существовании обобщенного решения краевой задачи для нелинейного уравнения смешанного типа // Вестник науки и образования, 97:19-1 (2020), С. 6-9.

14. Rasulov Kh.R. On a continuous time F - quadratic dynamical system // Uzbek mathematical journal, 4 (2018), p.126-131.

15. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках // Проблемы педагогики № 53:2 (2021), с. 7-10.

Ramazon MUXITDINOV
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi dotsenti

Mehinbonu SAYITOVA
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi o‘qituvchisi

SODDA SIMPLEKSDA ANIQLANGAN KVADRATIK OPERTORLAR TO‘PLAMINING CHEKKA NUQTALARI

Ushbu maqolada biz sodda (S^1*) simpleksda aniqlangan kvadratik operatorlar to‘plamining barcha ekstremal nuqtalarining to‘liq tavsifi berilgan.*

Kalit so‘zlar: *kvadratik operator, ekstremal nuqta, suryektiv kvadratik operatorlar to‘plami, simpleks chegaralar.*

В настоящей статье дано полное описание всех крайних точек квадратичних операторов, определенных на обыкновенном симплексе.

Ключевые слова: *квадратичный оператор, крайняя точка, множество суръективных квадратичных операторов, границы симплекса.*

This article gives a complete description of all extreme points of the set of quadratic operators defined on S^1.

Key words: *quadratic operator, extreme point, set of surrogate quadratic operators, boundaries of a simplex.*

Asosiy qism. Ushbu maqolada S^1 – sodda simpleksda aniqlangan quyidagi kvadratik operatorlar to‘plamining barcha ekstremal nuqtalarining o‘rganamiz [1, 2]:

$$V = \left\{ V_b = \begin{cases} P_{11,1} = 1, & P_{12,1} = b, & P_{22,1} = 0 \\ P_{11,2} = 0, & P_{12,2} = 1 - b, & P_{22,2} = 1 \end{cases} \quad 0 \le b \le 1 \right\}$$

$$\overline{V} = \left\{ \overline{V_b} = \begin{cases} P_{11,1} = 0, & P_{12,1} = b, & P_{22,1} = 1 \\ P_{11,2} = 1, & P_{12,2} = 1 - b, & P_{22,2} = 0 \end{cases} \quad 0 \le b \le 1 \right\}$$

Yuqoridagilarning har biri konveks to‘plamdir.

$$V_1 = \begin{cases} P_{11,1} = 1, & P_{12,1} = 0, & P_{22,1} = 0 \\ P_{11,2} = 0, & P_{12,2} = 1, & P_{22,2} = 1 \end{cases}$$

$$V_2 = \begin{cases} P_{11,1} = 1, & P_{12,1} = 1, & P_{22,1} = 0 \\ P_{11,2} = 0, & P_{12,2} = 0, & P_{22,2} = 1 \end{cases}$$

operatorlari V to‘plamning chekka nuqtalari va shunga mos ravishda

$$V_3 = \begin{cases} P_{11,1} = 0, & P_{12,1} = 0, & P_{22,1} = 1 \\ P_{11,2} = 1, & P_{12,2} = 1, & P_{22,2} = 0 \end{cases}$$

va

$$V_4 = \begin{cases} P_{11,1} = 0, & P_{12,1} = 1, & P_{22,1} = 1 \\ P_{11,2} = 1, & P_{12,2} = 0, & P_{22,2} = 0 \end{cases}$$

operatorlari $\overline{V}$ to‘plamning chekka nuqtalari.

Quyidagi operatorlarni ko‘rib chiqamiz:

$$V_5 = \begin{cases} P_{11,1} = 0, & P_{12,1} = 1, & P_{22,1} = 0 \\ P_{11,2} = 1, & P_{12,2} = 0, & P_{22,2} = 1 \end{cases}$$

$$V_6 = \begin{cases} P_{11,1} = 1, & P_{12,1} = 0, & P_{22,1} = 1 \\ P_{11,2} = 0, & P_{12,2} = 1, & P_{22,2} = 0 \end{cases}$$

$$V_7 = \begin{cases} P_{11,1} = 1, & P_{12,1} = 1, & P_{22,1} = 1 \\ P_{11,2} = 0, & P_{12,2} = 0, & P_{22,2} = 0 \end{cases}$$

$$V_8 = \begin{cases} P_{11,1} = 0, & P_{12,1} = 0, & P_{22,1} = 0 \\ P_{11,2} = 1, & P_{12,2} = 1, & P_{22,2} = 1 \end{cases}$$

Teorema. $V_i \ (i = 1,2,\ldots\ldots,8)$ kvadratik operatorlari S^1 simpleksda aniqlangan barcha kvadratik operatorlar to‘plamining barcha chekka nuqtalari to‘plamini hosil qiladi.

Isbot. Teoremani isbotlash uchun har qanday

$$V = \begin{cases} P_{11,1} = a, & P_{12,1} = b, & P_{22,1} = c, \\ P_{11,2} = 1 - a, & P_{12,2} = 1 - b, & P_{22,2} = 1 - c \end{cases}$$

kvadratik operator S^1 sodda simpleksda aniqlanganligini isbotlash kifoya. Bu yerda

$$0 \le \alpha \le 1, 0 \le b \le 1 \ \text{и} \ 0 \le c \le 1$$

$i=1,2,\dots\dots,8$ uchun V_i kvadratik operatorlarning konveks chiziqli birikmasi va shu bilan birga har qanday kichik operatorlar uchun bunday emas [3, 5].

$$\sum_{i=1}^{a} \lambda_i \cdot V_i = V.$$

Tenglamani ko‘rib chiqamiz. Bu yerda $\lambda_i \geq 0$ va $\sum_{i=1}^{a} \lambda_i = 1$.

Ushbu tenglama

$$\begin{cases} \lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6+\lambda_7+\lambda_8=1 \\ \lambda_1+\lambda_2+\lambda_6+\lambda_7=a \\ \lambda_1+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_7=b \\ \lambda_3+\lambda_4+\lambda_6+\lambda_7=c \\ \lambda_i \geq 0 \quad i=1,\dots\dots..,8 \end{cases} \tag{1}$$

tenglamalar sistemasiga ekvivalent.

(1) sistemaning yechimga ega ekanini isbotlashdan oldin, biz V_i (i=1, 2, ..., 8) lardan birini qolgan operatorlarning qavariq chiziqli birikmasi emasligini ko‘rsatamiz. Masalan, V_8 - V_i ning qavariq chiziqli birikmasi emasligini ko‘rsataylik. Qolgan holatlar ham shu tarzda ko‘rsatiladi.

$$V_8 = \sum_{i=1}^{7} \lambda_i \cdot V_i .$$

bo‘lsin. u holda biz quyidagi tenglamalar sistemasiga ega bo‘lamiz:

$$\begin{cases} \lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_6+\lambda_7=1, \\ \lambda_1+\lambda_2+\lambda_6+\lambda_7=0, \\ \lambda_1+\lambda_4+\lambda_5+\lambda_7=0, \\ \lambda_3+\lambda_4+\lambda_6+\lambda_7=0, \\ \lambda_i \geq 0 \quad i=1,\dots\dots..,7. \end{cases}$$

Shubhasiz, chunki sistemada yechimlar yo‘q [6]. Tengsizliklar va oxirgi uchta tenglama $\lambda_i = 0$ (i= 1,2,...,7) ni anglatadi. Bu esa

$$\sum_{i=1}^{7} \lambda_i = 0$$

ga zid.

(1) sistema yechilishi quyidagi izohdan oson kelib chiqadi. Quyidagi birlik kubni ko‘rib chiqamiz:

$$K = \{(y_1, y_2, y_3): 0 \leq y_1 \leq 1; 0 \leq y_2 \leq 1;\ 0 \leq y_3 \leq 1\}.$$

Shubhasiz,

$$B_1(1,0,0);\ B_2(1,1,0);\ B_3(0,0,1);\ B_4(0,0,1);$$
$$B_5(1,0,1);\ B_6(1,1,1);\ B_7(0,1,0) \text{ va } B_8(0,0,0)$$

nuqtalari kubning uchlari. Har qanday $C(a,b,c)$ nuqta bu chekka nuqtalarning qavariq chiziqli birikmasi, ya’ni, manfiy bo‘lmagan λ_i $(i=1,2,\dots,8)$ mavjud

$\sum_{i=1}^{a} \lambda_i B_i$ ga teng.

Ushbu yig’indining koordinatali tasviri (1) sistemadir, bu yerda yuqoridagi teorema tasdiqlanadi. Yuqorida aniqlangan V_1, V_2, V_3, V_4 larning chekka nuqtalari suryektiv kvadratik operatorlardir. Endi, to‘rtta ekstremal nuqtalardan qolganini ko‘rib chiqaylik. S^1 sodda simpleksning

$$S^2 = \{(x_1, x_2, x_3): x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0\ x_3 \geq 0, \quad x_1+x_2+x_3=1\}$$

da ixtiyoriy kvadratik operator V quyidagicha aniqlanadi:

$$V = \begin{cases} P_{11,1}\ \ P_{22,1}P_{33,1}P_{12,1}P_{13,1}P_{23,1}, \\ P_{11,2}\ \ P_{22,2}P_{33,2}P_{12,2}P_{13,2}P_{23,2}, \\ P_{11,3}P_{22,3}P_{33,3}P_{12,3}P_{13,3}P_{23,3}, \end{cases} \tag{2}$$

bu yerda $0 \leq P_{ij,k} \leq 1$ keyin (2) kvadratik operator tomonidan aniqlangan (0.1) transformatsiyalar quyidagi shaklga ega bo‘ladi:

$$\begin{cases} x_1 = \sum_{i,j=1}^{3} P_{ij,1} x_i x_j, \\ x_2 = \sum_{i,j=1}^{3} P_{ij,2} x_i x_j, \\ x_3 = \sum_{i,j=1}^{3} P_{ij,3} x_i x_j \end{cases} \tag{3}$$

almashtirishlari quyidagi V_5 va V_7 kvadratik operatorlarga mos keladi:

$$V_5 = \begin{cases} x_1' = x_1^2 + x_2^2 \\ x_2' = 2x_1x_2 \end{cases} \quad \text{va} \quad V_7 = \begin{cases} x_1' = 2x_1x_2 \\ x_2' = x_1^2 + x_2^2 \end{cases}$$

$$V_5(S^1) = \left\{(x_1, x_2) \in S^1: \frac{1}{2} \le x_1 \le 1\right\}$$

va

$$V_7(S^1) = \{(x_1, x_2) \in S^1: 0 \le x_1 \le 1/2\}.$$

Bundan tashqari, $V_5(S^1)$ va $V_7(S^1)$ ga tegishli har bir nuqtaning teskari tasviri S^1 sodda simpleks markaziga nisbatan nosimmetrik boʻlgan ikki nuqtadan iborat ekanligini ta'kidlash qiyin emas.

V_6 va V_8 kvadratik operatorlarga S^1 sodda simpleksning (3) almashtirishlari mos keladi:

$$V_6 = \begin{cases} x_1' = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2, \\ x_2' = 0 \end{cases} \quad \text{va} \quad V_8 = \begin{cases} x_1' = 0, \\ x_2' = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 \end{cases}$$

bu yerda $V_6(S^1) = \{(1,0)\}$ va $V_8(S^1) = \{(0,1)\}$.

Muhokamalar va natijalar. Shunday qilib, S^1 sodda simpleksda aniqlangan kvadratik operatorlar toʻplamining sakkizta ekstremal nuqtalaridan toʻrtta ekstremal nuqta suryektiv kvadratik operatorlar, ikkita ekstremal nuqta simpleksni yarmidan biriga olib boradigan almashtirishlar va teskari boʻlgan ikki qiymatli oʻtkazishlarni tuzish va nihoyat, soʻnggi ikkita ekstremal nuqta butun simpleksni chegaralaridan biriga olib boradigan kvadratik operatorlardir.

Oʻrganilgan maqolani amaliy ahamiyatiga toʻxtalamiz: kvadratik operatorlar matematika va uning turli sohalarining qoʻllanilishida koʻplab mutaxassislar e'tiborini jalb etib kelmoqda va ularning qoʻzg'almas nuqtalarini topish am muhim masalalardan biridir.

Dastlab, kvadratik operatorlar G.X.Xardi, V.Vaynberg, S.N.Bernshteynlarning matematik genetika masalalariga bag'ishlangan ishlarida koʻrilgan [1]. Matematik genetikada operator V populyatsiyaning evolyutsion operatori deb ataladi. Populyatsiya koʻpaytirish amaliga nisbatan yopiq boʻlgan organizmlar birlashmasi sifatida tavsiflanadi.

Amaliy turdagi qator masalalar, xususan ma'lum bir individlar oilasi populyatsiyasining evolyutsion rivojlanishining matematik modeli kvadratik operatorlar orqali ifodalanadi [1, 6]. Bu oʻz navbatida kvadratik operatorlarning trayektoriyasining assimptotik holatini oʻrganish zaruriyatiga olib keladi. Kvadratik stoxastik operatorlar matematik genetika, fizika, kimyoning koʻplab modellarida tez - tez uchrab turadi.

Tirik mavjudotlarning rivojlanishi har xil jarayonlarda turli yoʻllar bilan namoyon boʻladi. Bunda tug'ilish, oʻsish, individuallik, individlarning oʻlimi, tashqi muhit va shu kabilar ta'sir qiladi. Shu holatlar inobat olinib populyatsiyaning matematik modeli quriladi.

Populyatsiya sonining oʻzgarishi uning dinamikasini tashkil qiladi. Populyatsiyaviy dinamika matematik biologiyaning qismi boʻlib, oʻz vaqtida populyatsiyaning holatini aniqlashga qaratilgan "matematik polygon" hisoblanadi. Chunki, matematik modellashtirish oʻrganilayotgan jarayon haqida toʻliq ma'lumot olishga, uning oʻsish yoki kamayishi toʻg'risida xulosa chiqarishga imkoniyat beradi.

Xulosa. maqolada oʻrganilgan (3) diskret vaqtli kvadratik operatorlarning uzluksiz vaqtli analogi oʻrganilganda, bu kabi operatorlar - chiziqli boʻlmagan oddiy differensial tenglamalar sistemalar hamda chiziqli boʻlmagan xususiy hosilali differensial tenglamalar [7, 14]lar uchun turli chegaraviy masalalarni oʻrganishga keltiriladi. Ushbu maqolalarda dinamik sistemalarning qoʻzg'almas nuqtalari topilib, tasniflangan, ayrimlarining analitik va sonli yechimlari topilib, qiyosiy taqqoslangan hamda yechimining mavjud va yagonaligi isbotlangan [15]. Maqolada uzluksiz vaqtli kvadratik operatorlarga olib keluvchi biologik jarayonlarni ifodalovchi turli matematik modellar tahlil qilingan va biologiya bilan bog'liqligi koʻrsatib oʻtilgan.

Adabiyotlar

1. Валлендер С.С. Эргодические свойства одного семейства квадратичных стохастических операторов // Колца и модули. Предельные теоремы теории вероятностей. Вып. 1, 1986, с.153-157.

2. Мухитдинов Р.Т. Ганиходжаев Н.Н, Жамилов У.У. Не эргодические квадратичные операторы двуполой популяции // Украинский математический журнал. 2013, том 65, с. 1152-1160.

3. Мухитдинов Р.Т. Ганиходжаев Н.Н, Жамилов У.У. Не эргодические квадратичные операторы двуполой популяции // Украинский математический журнал, 2013, том 65, с. 1152-1160.

4. Mukhitdinov R.T., Ganikhodjaev N.N., Saburov M. Reprinted from the Bulletin of the Korean Mathematical Society. V. 5, 4, №2, 2017 C.607-618.

5. Мамуров Б.Ж., Бобокулова С.Б. Теорема сходимости для последовательности симметрично зависимых случайных величин // Academy. 55:4 (2020). Pp. 13-16.

6. Mamurov B.J., Rozikov U.A. On cubic stochastic operators and processes // Journal of Physics: Conferense Series. 697 (2016), 012017, doi 10.1088/1742-6596/697/1/012017.

7. Расулов Х.Р., Яшиева Ф.Ю. О некоторых вольтерровских квадратичных стохастических операторах двуполой популяции с непрерывным временем // Наука, техника и образование, 72:2-2 (2021) с.23-26.

8. Расулов Х.Р., Джуракулова Ф.М. Об одной динамической системе с не-прерывным временем // Наука, техника и образование, 72:2-2 (2021) с.19-22.

9. Расулов Х.Р., Камариддинова Ш.Р. Об анализе некоторых невольтерровских динамических систем с непрерывным временем // Наука, техника и образование, 72:2-2 (2021) с.27-30.

10. Расулов Х.Р., Яшиева Ф.Ю. О некоторых вольтерровских квадратичных стохастических операторах двуполой популяции с непрерывным временем // Наука, техника и образование, 72:2-2 (2021) с.23-26.

11. Rasulov X.R., Qamariddinova Sh.R. Ayrim dinamik sistemalarning tahlili haqida // Scientific progress, 2:1 (2021), p.448-454.

10. Rasulov X.R., Djo‘raqulova F.M. Ba'zi dinamik sistemalarning sonli yechimlari haqida // Scientific progress, 2:1 (2021), p.455-462.

13. Расулов Х.Р. Об одной нелокальной задаче для уравнения гиперболического типа // XXX Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам. Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019, с. 197-199.

14. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. О существовании обобщенного решения краевой задачи для нелинейного уравнения смешанного типа // Вестник науки и образования, 97:19-1 (2020), С. 6-9.

15. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2 (2021), p. 870-879.

Boboxon MAMUROV
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi dotsenti

Nargiza JO‘RAYEVA
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi tayanch doktoranti

KOMBINATORIK MUNOSABATLAR VA ULARNING GEOMETRIK ISBOTLARI HAQIDA

Kombinatorikaning qoidalari, ayniqsa ko‘paytirish qoidasi, nafaqat matematkaviy fanlarning masalalarini yechishda, balki kimyo, fizika va boshqa fanlarning masalalarini yechishda qo‘llaniladi.

Matematkaviy fanlardan ehtimollar nazariyasining ko‘pgina masalalarining yechimlari asosida kombinatorik mulohazalar yotadi. Kombinatorik munosabatlar, ayniqsa guruhlashlar soni bilan bog‘liq munosabatlar, yuqorida aytilgan ko‘pgina masalalarning yechimida muhim o‘rin tutadi. Bu munosabatlarning algebraik isbotlari mavjud, lekin ularning yanada ko‘rgazmali bo‘lgan geometrik isbotlar o‘quvchilarning fikrlash doirasi kengaytiradi.

Kalit so‘zlar: *kombinatorika, guruhlashlar, ko‘paytirish qoidasi, algebraik isbot, geometrik isbot, birikma, kombinasiya, element.*

Правила комбинаторики, особенно правило умножения, применимы только к решению задач математики, химии, физики и других наук.

Комбинаторные соображения лежат в основе решения многих задач теории вероятностей в математических науках. Комбинаторические отношения, особенно связанные с количеством группировок, играют важную роль в решении многих из вышеперечисленных проблем. Доступны алгебраические доказательства этих соотношений, но их более наглядные геометрические доказательства расширяют круг мышления учащихся.

Ключевые слова: *комбинаторика, группировка, правило умножения, алгебраическое доказательство, геометрическое доказательство, комбинация, комбинация, элемент.*

Rules of combinatorics, especially the rule of multiplication, applies only to solving problems of mathematics, chemistry, physics and other sciences.

Combinatorial considerations underlie the solution of many tasks of probability theory in mathematical sciences. Combinatorial relations, especially associated with the number of groupings, play an important role in solving many of the above problems. Algebraic evidence of these relations are available, but their more visual geometric evidence is expanding the circle of thinking of students.

Key words: *combinatorics, grouping, multiplication rule, algebraic proof, geometric proof, combination, combination, elements.*

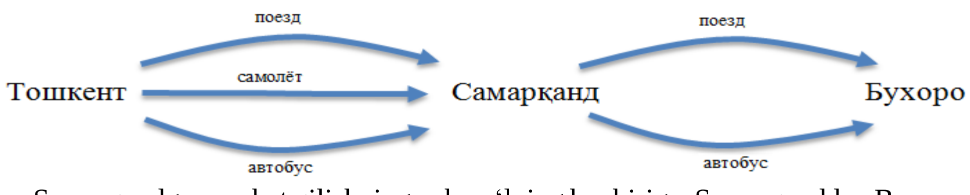
Kirish. Kombinatorika shunday matematikaviy fan bo‘lib, elementlarni ma’lum qoidalar asosida joylashtirish usullarini o‘rganadi. U turli sohalarning masalalarini yechishda tadbiq qilinadi. Maktab o‘quvchilariga bu fan haqida, uning tadbiqlari qiziqarli hayotiy masalalarni keltirish juda muhim ahamiyatga ega.

Asosiy qism. Qandaydir predmetlardan (masalan, harflar, sharlar, kubchalar, sonlar va boshqalardan) tashkil topgan guruhlar birikmalar yoki kombinatsiyalar deb ataladi. Ana shu birikmalarni tashkil etgan predmetlar elementlar deyiladi.

Uch xil turdagi birikmalar mavjud: o‘rin almashtirish (permutation-perestonovki), o‘rinlashtirish (arrangent- размешения) va moslik (combination- сочетания) [1, 2].

1-masala. Toshkentdan Samarqandga samolyot, poezd, avtobus bilan, Samarqanddan Buxoroga poezd yoki avtobus bilan borish mumkin. Toshkent-Samarqand- Buxoro yo‘nalishi bo‘yicha sayohatni necha usul bilan tashkil qilish mumkin.

Yechish.



Toshkentdan Samarqandga sayohat qilishning uch yo‘lning har biriga, Samarqanddan Buxoroga sayohat qilishning mumkin bo‘lgan ikkita yo‘li to‘g‘ri keladi. Demak, Toshkentdan Buxoroga sayohat qilishning mumkin bo‘lgan turli yo‘llari soni: $3 \cdot 2 = 6$ ga teng bo‘lar ekan.

$A = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$ va $B = \{b_1, b_2, ..., b_m\}$ chekli to‘plamlar berilgan bo‘lsin.

Kombinatorikaning asosiy qoidasi (ko‘paytirish qoidasi): A va B to‘plamlardan tuzilgan barcha (a_i, b_j) juftliklar to‘plami $C = \{(a_i, b_j) : i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,m}\}$ ning elementlari soni $n{\cdot}m$ bo‘ladi.

2-masala. Guruh 25 nafar talabadan tashkil topgan bo‘lsin. Bu guruhda guruh sardori, guruh sardorining yordamchisi va kasaba uyushmasining guruh bo‘yicha vakilini saylash zarur. Har bir talaba bu vazifalardan faqat bittasini bajaradi deb hisoblansa, saylov natijalari uchun qancha imkoniyat mavjud?

Yechish: bu yerda 25 ta elementli talabalar to‘plamining tartiblangan uchta elementli (guruh sardori, guruh sardorining yordamchisi va kasaba uyushmasining guruh bo‘yicha vakili) qism to‘plamlari sonini aniqlash zarur. Bu esa 25 ta elementdan uchtadan o‘rinlashtirishlar sonini topish demakdir. Masala shartidan savolga javob topish maqsadida $n = 25$ va $m = 3$ bo‘lgan holda, $A_{25}^3 = 25 \cdot 24 \cdot 23 = 13800$ ekanligini aniqlaymiz. Demak, guruhdagi saylov natijalari uchun 13800 ta imkoniyat mavjud.

3-masala. O‘zbekistan superliga futbol birinchiligida 14 ta jamoa ishtirok etadi. Oltin va kumush medallarning taqsimlanishining mumkin bo‘lgan usullari sonini toping.

Yechish: oltin medalni 14 jamoadan ixtiyoriy bittasi olishi mumkin, kumush medalni esa qolgan 13 jamoadan birortasi egallasi mumkin. Demak, mumkin bo‘lgan hollar soni $14 \cdot 13 = 182$ teng ekan.

n ta elementdan m ($0 < m \le n$)tadan tanlashda ikkita sxema mavjud: qaytarilmaydigan va qaytariladigan tanlashlar. Birinchi sxemada olingan elementlar qayta olinmaydi (orqaga qaytarilmaydi), ikkinchi sxemada esa har bir olingan element har qadamda o‘rniga qaytariladi.

Biz faqat qaytarilmaydigan tanlashlar sxemasi qaraymiz.

Guruhlashlar soni: n ta elementdan m ($0 < m \le n$)tadan guruhlashlar soni quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} \qquad (1)$$

C_n^m sonlar Nyuton binomi formulasining koeffisientlaridir:

$$(p+q)^n = p^n + C_n^1 p^{n-1} q + C_n^2 p^{n-2} q^2 + ... + q^n .$$

O‘rinlashtirishlar soni: n ta elementdan m ($0 < m \le n$)tadan o‘rinlashtirishlar soni quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}. \qquad (2)$$

O‘rin almashtirishlar soni: n ta elementdan n tadan o‘rinlashtirish o‘rin almashtirish deyiladi va u quyidagicha hisoblanadi:

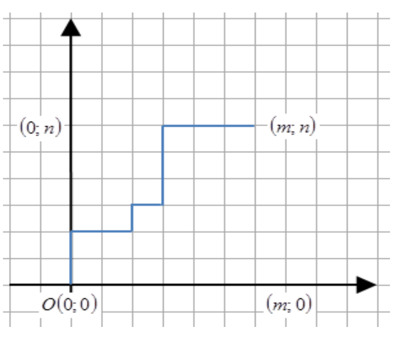
$$P_n = n!. \qquad (3)$$

O‘rin almashtirish o‘rinlashtirishning xususiy holidir, chunki agar (2) da

$n = m$ bo‘lsa $A_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!} = \dfrac{n!}{0!} = n!$ bo‘ladi.

Ko‘pincha kombinatorik munosabatlar mavjud bo‘lib, ulardan turli sohalarning masalalarini yechishda foydalaniladi. Ularning algebraik isbotlaridan tashqari, ko‘rgazmali bo‘lgan geometrik isbotlari ham mavjud. Bu ishda shunday isbotlarning ayrimlari haqida to‘xtalamiz.

4-masala. $n-1$ ta gorizontal va $m-1$ ta vertikal ko‘chalar bilan ajratilgan $m \times n$ ta to‘g‘ri burchakli kvadratlardag iborat. $m \times n$ o‘lchamli kvadratlardan iborat to‘rni quramiz.

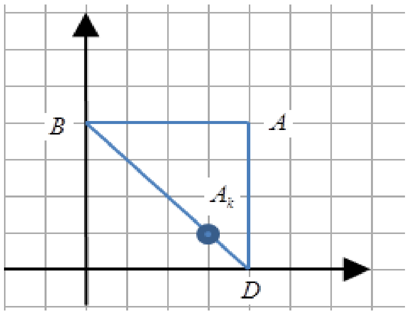


To‘rning chap pastki burchagidan (0; 0) nuqta o‘ng yuqori burchagiga $(m; n)$ olib boruvchi turli qisqa yo‘llar nechta?

Yechish: (0; 0) nuqtadan $(m; n)$ nuqtagacha olib boruvchi har bir qisqa yo‘l $m+n$ ta kesmalardan iborat bo‘ladi, ulardan m tasi gorizontal va n tasi vertikal kesmalar. Turli qisqa yo‘llar faqat gorizontal va vertikal kesmalarning almashish tartibi bilan farqlanadi. Shuning uchun ham qisqa yo‘llar soni $m+n$ kesmalardan n ta vertikal kesmalarni tanlanishlar soni C_{n+m}^n teng. Qisqa yo‘llarni tanlashni n vertikal kesmalar emas m ta gorizontal kesmalar bo‘yicha ham qarash mumkin, ya’ni qisqacha bunday yo‘llar soni C_{m+n}^m teng. Bundan (0; 0) nuqtadan $(m; n)$ nuqtagacha qisqacha yo‘llar soni $C_{m+n}^m = C_{m+n}^n$

ekanligi kelib chiqadi. Bu tenglikni o‘rinli ekanligiga $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ formuladan foydalanib algebraik yo‘l bilan ishonch hosil qilish mumkin.

5-masala. $C_{2n}^n = \left(C_n^0\right)^2 + \left(C_n^1\right)^2 + \ldots + \left(C_n^n\right)^2$ ayniyatni isbotlang.



Yechish: $O(0;0)$ nuqtadan $A(n;n)$ nuqtagacha bo‘lgan eng qisqa yo‘llar soni C_{2n}^n teng. Bu yo‘llarning har biri BD diagonalda yotgan $A_k(k;n-k)$ nuqtalarning faqat va faqat bittasi orqali o‘tadi. O nuqtadan A_k nuqtagacha yo‘llar soni $C_{k+(n-k)}^k = C_n^k$ ga A_k nuqtadan A nuqtagacha bo‘lgan yo‘llar soni $C_{n-k+k}^k = C_n^k$ teng, shuning uchun ham O nuqtadan A_k nuqta orqali A nuqtagacha yo‘llar soni kupaytirish zarur, ya'ni $C_n^k \cdot C_n^k = \left(C_n^k\right)^2$ ga teng. Har bir A_k ($k = 0,1,\ldots,n$) nuqtalar orqali o‘tuvchi yullar sonlarini qo‘shib, O nuqtadan A nuqtagacha yo‘llarning umumiy sonini olamiz. Bu qisqa yo‘llar soni C_{2n}^m teng bo‘ladi.

Bu kabi tarixiy materiallarni talabalar tomonidan mustaqil o‘zlashtirilishini tashkil etish [3, 5], talabalarning fanga bo‘lgan musonabatlarini ijobiy tomonga o‘zratiradi va fanning qiziqarli va tarixiy jihatlarini o‘rganish orqali fan bo‘yicha bilimlarini yanada kengayishiga olib keladi.

Xulosa. Ta’kidlash lozimki, matematika fanini samarali o‘qitishda bir qator ilg‘or pedegogik texnologiyalardan foydalanish [6, 15] muhim ahamiyat kasb etadi.

Adabiyotlar

1. Alimov Sh. A., Xolmurodov A.R., Mirzaxmedov M.A. Algebra (umumiy o‘rta ta’lim maktablarining 7-sinfi uchun darslik). -Toshkent, 2017.
2. To‘rayev H., Azizov I., Otaqulov S. Kombinatorika va graflar nazasiyasi. -Toshkent, 2009. 72-92 b.
3. Мамуров Б.Ж., Жураева Н.О. О первом уроке по теории вероятностей. Вестник науки и образования, № 18 (96).Часть 2. -Москва, 2020, с. 37-39.
4. Мамуров Б.Ж., Жураева Н.О. Историзм в процессе обучения математике. Вестник науки и образования, 17:95-2. -Москва, 2020. с.-70-73.
5. Jo‘rayeva N.O. Ta’lim va innovatsion tadqiqotlar. –Toshkent: “Fan va ta’lim”. 2021, №3, 170-176 b.
6. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar bo‘limini o‘qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress. 2:1 (2021), 559-567 b.
7. Умарова У.У. Роль современных интерактивных методов в изучении темы “Множества и операции над ними” // Вестник науки и образования. 94:16-2 (2020), 2, с. 21-24.
8. Boboyeva M.N., Parmonov H.F. Arkfunksiyalar qatnashgan tenglama va tengsizliklar hamda ularni yechish usullari // Scientific progress. 2:1 (2021), 1724-1733 b.
9. Boboeva M.N., Rasulov T.H. The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy. 55:4 (2020), p. 68-71.
10. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International Journal of Scientific & Technology Research. 9:4 (2020), p. 3068-3071.
11. Mardanova F.Y., Rasulov T.H. Advantages and disadvantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy. 55:4 (2020), p. 65-68.
12. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) с.29-32.
13. Курбонов Г.Г. Интерактивные методы обучения аналитической геометрии: метод case study // Наука, техника и образование, 72:8 (2020), с. 44-47.
14. Bahronov B.I. Funksiyaning uzluksizligi va tekis uzluksizligi mavzusini o‘qitishga doir ba’zi metodik tavsiyalar // Scientific progress. 2:1 (2021). 1355-1363 b.
15. Тошева Н.А. Использование метода мозгового штурма на уроке комплексного анализа и его преимущества // Проблемы педагогики, 2:2 (2021), с. 42-46.

Muyassar BOBOYEVA
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi katta o‘qituvchisi

Hakimboy LATIPOV
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi o‘qituvchisi

π SONI VA UNING O‘RGANILISH TARIXI

Maqolada π soni bilan bog’liq ma’lumotlar, xususan bu sonni hisoblash, verguldan keyingi ikkita raqamdan tortib to milliardta raqamgacha aniqlash tarixi batafsil bayon qilingan. Bu masala bo‘yicha olimlar tomonidan olib borilgan tadqiqotlar ketma-ketlikda keltirilgan. Arximed soni tushunchasi keltirib, uning π soni bilan bog’lanishi o‘rganilgan. Aylana diametrining unga tashqi chizilgan muntazam 6 burchak tomoniga nisbati uchun baholashlar o‘z aksini topgan. π sonini hisoblashda matematik analiz elementlaridan foydalanish bo‘yicha ba’zi mulohazalar bayon qilingan. π sonining verguldan keyingi raqamlarini hisoblashda kalkulyator va kompyuterlardan foydalanish imoniyatlari haqida fikr-mulohazalar yuritilgan.

Kalit so‘zlar: *π soni yoki Ludolf soni, Minkovskiy-Banax geometriyasi, Viyet va Vallis formulalari, periferiya, perimetr.*

В статье подробно рассказывается о числе π, включая историю подсчета от двух десятичных знаков до миллиарда цифр. На эту тему есть серия исследований ученых. Приведена понятие число Архимеда и изучена его связь с числом π. Даны оценки отношения диаметра круга к сторонам проведенного на нем правильного шестиугольника. Изложено несколько пути об использование элементов анализа при вычисление число π. Кроме того, изложено рекомендации по вычислении число π с помощью калькуляторов и компьютеров.

Ключевые слова: *π число или число Лудольфа, геометрия Минковского-Банаха, формулы Виета и Валлиса, периферия, периметр.*

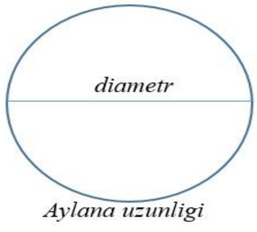
The article details the number π, including the date of counting, from the two digits after the comma to the billionth digit. There is a series of studies by scientists on this subject. Archimedes introduced the concept of numbers and studied its connection with the number π. Estimates are given for the ratio of the diameter of a circle to the sides of a regular 6-angled line drawn on it. Here are some suggestions on how to look or get an appointment for math analysis. In the calculation of the post-comma numbers of the number π, opinions were expressed about the beliefs in the use of calculators and computers.

Key words: *π number or Ludolf number, Minkowski-Banach geometry, Viyet and Vallis formulas, periphery, perimeter.*

Kirish. Matematikada shunday son borki, ushbu sonni matematik mutaxassislar, va ayniqsa, geometriya shinavandalari “ardoqlashadi”. U haqida ming yillardan buyon butun boshli jild-jild kitoblar bitilgan. Ushbu son riyoziyot va handasa ilmining eng o‘tkir zehnli olimlarini-yu, qiziquvchan talabalarini hali hanuz o‘ziga maftun etib kelmoqda. Hatto bu son haqida Gollivudda kinofilm ham ishlangan! So‘z – π soni haqida bormoqda. Ushbu maqolada biz ham mazkur ajoyib va qiziqarli sonning o‘ziga xos jihatlari haqida batafsil ma’lumotlar berishga harakat qilamiz.

Asosiy qism. Bizga yaxshi ma’lumki, har qanday aylananing uzunligi va diametrining o‘zaro nisbati (aylanadan bog’liqsiz ravishda) doimiy o‘zgarmas son bo‘ladi. Bu xulosaga barcha aylanalar o‘zaro o‘xshash ekanligini hisobga olib kelish mumkin [1].

Haqiqatan ham, aylana uzunligi va diametrining nisbati - xoh u koinot miqyosidagi ulkan aylana, masalan, biror osmon jismi orbitasi bo‘lsin, yoki, aksincha, ko‘zimiz o‘rganib qolgan odatiy narsalar, masalan - avtomobil g’ildiragi yoki kompyuter DVD-disklari bo‘lsin, doimo bir xil sonni (constanta) beradi, ya’ni:



$$\frac{aylana\ uzunligi}{diametr} = doimiy\ son$$

O‘xshash figuralar uchun ularning chiziqli o‘lchamlari proporsionaldir. Uzunliklari mos ravishda C_1 va C_2 ga, diametrlari esa d_1 va d_2 ga teng bo‘lgan ikkita ixtiyoriy aylana uchun $C_1/C_2 = d_1/d_2$ tenglik o‘rinlidir. Bundan proporsiya xossasiga ko‘ra $C_1/d_1 = C_2/d_2$ ni hosil qilamiz. Hosil bo‘lgan munosabatni π deb belgilasak, u holda d diametrga ega bo‘lgan aylana uzunligi C uchun $C=\pi d$ formulani hosil qilamiz. π (“pi” deb talaffuz qilinadi) - grek alifbosi harfi bo‘lib, yuqorida ta’kidlanganidek aylana uzunligining uning diametriga nisbati sifatida avvalo geometriyada paydo bo‘lgan hamda yunoncha $\pi\varepsilon\rho\dot{\iota}\varphi\varepsilon\rho\dot{\iota}\alpha$ - periferiya so‘zining bosh harfidan olingan. Dastlab geometriyada aylana uzunligi, doira yuzi, aylanma jismlar hajmini hisoblashda qo‘llanilgan, biroq hozirda u matematikaning boshqa bo‘limlarida ham ishlatiladi. Bu sonni π harfi bilan belgilab matematik Uilyam Jonson (1675-1749) o‘zining 1706-yilda chop qilingan “Synopsis Palmoriorum Matheseos” maqolasida ishlatgan. Leonard Eyler (1707-1783)ning mehnatlaridan so‘ng bunday belgilash odat tusiga kirgan [1].

π sonini o‘rganish matematiklarni uzoq yillar mobaynida qiziqtirgan masalalardan biridir. π sonini hisoblash verguldan keyingi ikkita raqamdan tortib to milliardta raqamni aniqlashga qadar katta tarixga egadir. Qadimgi vavilonliklarning matematikaga oid ishlarida $S=C^2/12$ formula qayd qilingan, bunda S - doira yuzasi, C esa aylana uzunligi. Bu formulani hosil qilish usuli noma’lum. Agar bu formulada $S=\pi R^2$ va $C=2\pi R$ ifodalarni hisobga olsak, u holda $\pi R^2=(2\pi R)^2/12$ tenglikni hosil qilamiz. Bu esa o‘z navbatida qadimgi vavilonliklarga π sonini baholash imkonini bergan. Ular π sonini 3 ga teng deb olganlar.

π sonining yanada aniqroq qiymati qadimgi Yegipitda olingan. Fanga ma’lum manbalar ichida π haqida qayd etib o‘tilgan eng qadimiy manba bu - eramizdan avvalgi 1650-yillarga taalluqli deb hisoblanuvchi, qadimgi Misr papirus qog’ozidir. “Axmes papirusi” deb nomlanuvchi ushbu manbada “pi”ning qiymati 3.16 ga teng deb keltirilgan. Ehtimolki, ushbu papirusdagi yozuv muallifi yashagan zamondan boshlab, matematiklar orasida, “pi”ning verguldan keyingi xonalarida joylashuvchi raqamlarini aniq topishga bo‘lgan jiddiy urinish va ilmiy raqobat ibtido olgan bo‘lsa kerak. π haqida qayd etilgan “Axmes papirusi”dan keyingi yana bir qadimiy topilma - qadimgi Bobil yodgorliklariga oid sopol bo‘lagi bo‘lib, u taxminan eramizdan avvalgi 200-yillarga tegishli deb qaraladi. Ushbu sopol yodgorlikda “pi”ning qiymati 3.125 ga teng deb keltiriladi. Mashhur Rim arxitektori Vitruviy $\pi\approx 25/8$ deb hisoblagan. Mashhur matematik va astronom Szu Chunchju $\pi\approx 355/113$ xulosaga kelgan va bu natija verguldan keyingi yettita raqamni aniqlash imkonini bergan.

Bizga ismi-sharifi aniq ma’lum bo‘lgan olimlar orasida esa eng birinchilardan bo‘lib Arxime “pi”ni aniq hisoblashga uringan. U “pi”ni aniqlashning o‘ziga xos usulini, aytish joizki, tarixda ilk marta, sof matematik usulini ishlab chiqdi. Arximed usuli juda murakkab va uzoq bayon qilinadi.

Ko‘p hollarda $22/7$ kasrga Arximed soni deyiladi. Arximedning bu yo‘nalishdagi xizmati faqat $\pi\approx 22/7$ ekanligini aniqlashdan iborat bo‘lmagan. U π sonining yaxshi taqribiy qiymatini topishdan tashqari, sonlar o‘qida aylana uzunligining diametrga nisbati tegishli bo‘ladigan kichik oraliqni aniqlashga erishgan. Mazkur davrga qadar yetib kelgan “Doiralarni o‘lchash” ishida hozirgi belgilashlarda

$$3\frac{10}{71}<\frac{6336}{2017{,}25}<\pi<\frac{14688}{4673{,}5}<3\frac{1}{7}$$

yoki $3.1409096<\pi<3.1428265$ ko‘rinishdagi qo‘sh tengsizlikni isbotlagan. Ko‘rinib turibdiki, $22/7$ Arximed soni π ga 0.002 taqribiy aniqlikda yaqindir. Arximed π sonining uchta raqamini aniq topgan: $\pi\approx 3.14$. Aynan shu uchta raqam hisoblashlarda ko‘p ishlatiladi.

Arximed bunday xulosaga ichki va tashqi chizilgan ko‘pburchaklar yordamida kelgan. Avvalo aylanaga ichki va tashqi chizilgan muntazam oltiburchakni, keyin muntazam o‘n ikki burchakni, yigirma to‘rt burchakni, qirq sakkiz burchakni, to‘qson olti burchakni o‘rgangan. Aylana diametrining unga tashqi chizilgan muntazam oltiburchak tomoni a_6 ga nisbati uchun $d/a_6>265/153$ baholashni ko‘rsatgan.

Qadimgi Misr olimi Klavdiy Ptolomey, hisoblashlarni ichki chizilgan 720 burchak uchun bajarib $\pi\approx 377/120\approx 3.14167$ ekanligini aniqlagan. Sal keyinroq, qadimgi Xitoy matematigi Szu Chunszi “pi”ning qiymati 355/113 ekanini qayd etib o‘tgan. Uning vatandoshi Lyu Xuey esa, 3072 tomonli ko‘pburchakdan foydalanib, “pi” uchun 3.141592104... qiymatni aniqlagan. Eramizning IX asrida yashab o‘tgan hind olimi Ariabxata esa Lyu Xueydan ancha soddaroq yo‘l tutgan va u “atigi” 384 tomonli ko‘pburchak bilan, 3.1416 qiymatni aniqlagan.

IX asrga kelib esa, Movarounnahr uchun ilmiy yuksalish zamonasi keldi. Buyuk alloma bobokalonimiz Muhammad Muso al-Xorazmiy asarlarida “pi” 3.1416 ko‘rinishida keltirib chiqariladi. “Algebra” va “Algoritm” atamalarining tub ildizi bo‘lmish bu zot, shuningdek, olimlar orasida birinchi bo‘lib, murakkab hisoblashlar uchun (masalan astronomik tadqiqotlar uchun) 3.1416 qiymatni qo‘llash kerakligini; oddiy kundalik hisob ishlari uchun esa, 3.14 qiymat yetarli bo‘lishini ta’kidlaydi [1].

Al-Xorazmiydan keyin oradan 6 asr o‘tib, Temuriylar davlatida yashab ijod qilib o‘tgan boshqa bir mashhur olim G’iyosiddin Jamshid al-Koshiy “pi” uchun verguldan keyingi 16 xona sonni aniq hisoblagan: $\pi\approx 3.1415926535897932 5$ va bu sonning aniq qiymatini Ollohdan boshqa hech kim bilmasligini ta'kidlagan. Bu natijani olishda Al-Koshi ketma-ket ichki chizilgan uchburchakdan tortib to $3\cdot 2^{28}=805306368$ burchakgacha hisoblagan. Shunisi tahsinga loyiqki, yuqorida yodga olib o'tilgan olimlardan farqli o'laroq, al-Koshiy "pi"ni hisoblashda Arxımed usulini qo'llamaydi, balki o'ziga xos, boshqacha yo'l tutadi. Al-Koshiy 60 lik sanoq tizimidan foydalangan.

Buyuk farang matematigi sanaluvchi Fransua Viyet ham, "pi"ning verguldan keyingi atiga 9 ta raqamini aniqladi xolos. Ta'kidlash joizki, Viyet ham Arximed usulidan foydalanadi, lekin u favqulodda ulkan ko'pburchak (393216 tomonli! - tasavvur qilishning o'zi mushkul) bilan ish ko'radi va shunga muvofiq, hisoblash amallarini bag'oyat murakkablashtirib yuboradi. Viyetning zamondoshi va ayni vaqtda uning ilmiy raqibi bo'lgan Andrean van Roomen (1561-1615) ismli golland matematigi ham Arximed usuliga murojaat qiladi va endi u al-Koshiydan biroz o'zib ketadi. 1593-yilda van Roomen "pi"ning verguldan keyingi 16 raqamini aniq topgan. 1597-yilda esa π sonining 17 ta o'nli raqamini hisoblash bo'yicha natijasini e'lon qilgan. Bunga bir necha yillar davomida $2^{30}=1073741824$ burchakni hisoblash yordamida erishganini e'tirof qilgan.

Van Roomendan keyin "pi"ning aniq topishga uringanlar orasida eng katta muvaffaqiyatga erishgan olim sifatida nemis-golland matematigi Leyden universiteti professori Lyudolf van Seylen (1539-1610) qayd etiladi. U Arximed usuli bilan ichki va tashqi chizilgan 32512254720 burchakkacha borgan va π sonining 20 ta o'nli raqamini hisoblashga muvaffaq bo'lgan. Bu natijaga bag'ishlangan ishi 1596-yilda chop qilingan va ishini quyidagi so'zlar bilan yakunlagan: "Kimda xohish bo'lsa hisoblashda davom etsin". Oradan biroz vaqt o'tgach Ludolf van Seylen yana π sonining o'nli raqamlarini hisoblashga kirishib, 35 ta raqamgacha aniqlaydi. Ludolf van Seylenning "pi"ni aniqlash borasidagi muvaffaqiyati o'sha davr matematikasi uchun ulkan yutuq sanalgan, hamda u o'z hamkasblari orasida mislsiz mashhurlikka erishgan. Shu sababli, o'sha zamonlarda hatto "pi" sonini van Seylen sharafiga uning ismi bilan bog'lab, "lyudolf soni" ham deb nomlay boshlashgan. Van Seylen "pi"ning verguldan keyingi oxirgi sonigacha o'ta aniqlikda topish uchun deyarli butun ilmiy faoliyatini bag'ishladi. Ta'bir joiz bo'lsa, van Seylenni "pi vasvasasi"ga uchragan desak ham o'rinli bo'ladi. So'zimizning isboti sifatida, u o'limidan oldin ushbu sonning o'zi aniqlagan barcha raqamlarini o'z qabr toshiga o'yib yozishlarini vasiyat qilib ketgan.

Van Seylendan keyin ham, uning muvaffaqiyatini takrorlash bo'yicha bir necha avlod matematiklari qattiq urinib ko'rishdi. Ulardan ba'zilari bu vazifani uddalashdi ham. Masalan, 1621-yilda Villebrord Snell ismli matematik van Seylen natijasini takrorlagan bo'lsa, 1630-yilga kelib, avstriyalik astronom Kristof Grinberger bu borada yangi rekord o'rnatdi. U verguldan keyingi 39 ta raqamni aniq hisoblab chiqishga erishdi.

XVI asrdan e'tiboran, Yevropa ilmiy uyg'onish davrining eng yuksak zakovat egalari bo'lgan olimlar ham o'z ilmiy faoliyatlarida "pi"ni aniq hisoblash masalasini kun tartibiga qo'ya boshlashdi. Masalan, buyuk matematik olimlar Gotfrid Leybnits va Isaak Nyutonlarning ishlarida ham bu boradagi izlanishlar uchraydi. E'tiborga molik jihati shuki, bu olimlarning ishlaridan boshlab, endilikda "pi"ni aniqlash masalasi istisnosiz ravishda faqatgina geometrik yasashlar evaziga topiladigan Arximed usulini asta-sekinlik bilan chetlab, aynan ushbu buyuk olimlarning ilmiy mehnatlari mahsuli bo'lmish cheksiz kichik miqdorlar analizi doirasiga kirib bora boshladi.

Biroq, Nyuton qanchalik daho olim bo'lmasin, u "pi"ning verguldan keyingi atigi 16 raqamini hisoblab chiqqan xolos. Buning o'ziga xos sababi bor albatta. Isaak Nyuton "pi"ning verguldan keyingi xonalaridagi raqamlarni aniq hisoblash masalasiga hech qachon jiddiy yondashmagan. Uning kundaliklarida bu ish bilan shug'ullanganining sababi sifatida bekorchilik, ya'ni, "boshqa biror tayinli mashg'ulot bo'lmagani" qayd etiladi. Shu sababli, Nyutonning birorta ham ilmiy ishida "pi"ni hisoblashga bag'ishlangan bir satr ham ma'lumot topa olmaysiz. Uning bu boradagi ishlari, aytish mumkinki, "ermak"lari faqat olim vafotidan keyin, uning qoralama-kundaliklaridan topilgan va e'lon qilingan.

Biz yuqorida "pi" endilikda geometriya sahnasidan chiqib, asta-sekin algebra olamiga kirib borishga o'tganini qayd etdik. Nyuton va Leybnitslar boshlab bergan matematik analiz usullarini qo'llash orqali, ulardan keyingi olimlar avlodi, "pi"ni hisoblashda yanada olg'a siljishga erisha boshladilar. Masalan, 1699-yilda britaniyalik Abraxam Sharp ismli olim "pi"ning verguldan keyingi naq 71 ta raqamini aniq hisoblashga erishdi. Bir necha yil o'tgach, aniqrog'i 1706-yilda uning vatandoshi Jon Mechin o'z nomi bilan ataluvchi mashhur trigonometrik formulalarni kashf qildi va ushbu formulalar asosida "pi"ning verguldan keyingi dastlabki 100 ta raqamini hisoblab chiqarishga muvaffaq bo'ldi.

Muhokamalar va natijalar. E'tibor bergan bo'lsangiz, maqola muqaddimasida biz avvaliga aylana uzunligining diametriga nisbati doimiy qiymat (≈3.1415) ekani va uning yunon alifbosidagi "π" belgisi bilan ifodalanishini aytib o'tdik. Keyinchalik, tarixiy ma'lumotlar keltirish asnosida esa, biz bu sonni "pi" deb keltira boshladik. Buning sababi shuki, Jon Mechinning muvaffaqiyati ma'lum qilingan o'sha 1706-yilgacha matematikada mazkur son "π" ko'rinishida belgilanmas edi. Aylana uzunligining diametriga nisbatini maxsus belgi bilan ifodalangan ilk asar bu 1689-yilda Iogann Shturm muallifligida chop etilgan matematika darsligi bo‘lib, unda mazkur son “e” ko‘rinishida belgilanadi. Qahramonimizning “π” ko‘rinishida ifodalanishi esa, aynan Jon Mechin muvaffaqiyatga erishgan yildan e’tiboran urfga kirgan. Faqat bunday belgilashni Mechin emas, balki boshqa bir yetuk matematik - Uilyam Jons taklif etgan. Jonsning 1706-yilda chop etilgan “Matematikaga yangitdan kirish” asarida ushbu mashhur son o‘zining hozirgi “ismi”ga ega bo‘ladi. Jonsning aynan ushbu yunon harfini tanlashiga sabab, uning yunon tilidagi “periferiya” (περιφέρεια) - aylana, hamda, “perimetron” (περίμετρος) - perimetr so‘zlarining bosh harfi ekanligi sabab bo‘lgan. π belgisining ilm-fan olamida ommalashuviga asosiy sabab esa, bu belgining buyuk matematik olim Leonard Eyler qalamiga mansub ko‘p ming adadli matematika kitoblarida keng qo‘llanganligi bo‘lgandi.

Vaqt o‘tishi bilan Mechin formulalari π ni aniq hisoblash uchun asosiy matematik vosita o‘laroq katta sahnaga chiqa boshladi. 1700-yildan keyin, toki XX asr boshlarigacha “π masalasi” bilan shug’ullangan olimlarning deyarli hammasi aynan Mechin formulalaridan foydalangan. Xususan, nemis matematigi Georg Vega 1794-yilda Mechin formulasi orqali 137-raqamgacha topgan bo‘lsa, 1841-yilda Uilyam Rezerford 152 ta raqamini topganini ma’lum qilgan (uning natijasi aslida 208-xonagacha bo‘lgan, lekin, natijadan faqat 152-xonagacha qismi to‘g’ri edi). 1853-yilda Rezerford “π masalasi”ga qaytadi va endi u mutlaq rekord o‘rnatadi: 440 ta raqam! 1844-yilda nemis matematigi Zaxarius Daze π ning 200 ta raqamini hisoblab chiqdi. 1847-yilda esa daniyalik astronom va matematik Tomas Klausen 248-xonagacha aniq yetib bordi. 1853-yilda Vilgelm Lemann ismli nemis olimi 261 ta raqam bilan rekordni yangiladi. 1854-yilda esa, uning vatandoshi bo‘lmish, professor Rixter avvaliga 330, keyin, 400 va yakunda 500 ta xonagacha aniq hisoblab berdi. Angliyalik havaskor matematik Uilyam Shenks esa, 1875-yilda bu masalada yanada chuqurroq ketdi: Shenks π ning 707 ta raqamini aniqlab bergandi.

Shenksning natijasi XIX asr oxiri ilm-fani uchun katta shov-shuv bo‘lgan. Birinchidan, u mutaxassis emas, balki havaskor matematik edi. Ikkinchidan, u professor Rixter natijasidan naq 207 ta ko‘p raqam hisoblagandi. Shu sababli unga Parijdagi mashhur ilmiy kashfiyotlar muzeyida alohida hoshiyador lavh o‘rnatilgan. Lekin keyinchalik Shenksni shon-sharafga burkashda biroz shoshma-shosharlik qilingani oydinlashib qoldi. 1947-yilda “Nature” jurnalida e’lon qilingan maqolalarning birida, Shenks natijasida 527-xonadan keyingi qismi noto‘g’ri ekani isbotlangach, Parij muzeyi xodimlari hoshiyador lavhni olib tashlash bo‘yicha ancha-muncha xarajat qilishga majbur bo‘lishgan.

Shu tarzda, hikoya qilganimizdek, maqolamiz qahramoni π uzoq asrlar mobaynida jahonning eng yetuk matematiklari uchun ilmiy faoliyatdagi eng asosiy tadqiqot obyektlaridan biri sifatida doimo dolzarb bo‘lib keldi. Shunisi qiziqki, o‘sha o‘tkir matematiklarning aksariyati, qachonlardir kelib π sonining o‘ta aniq va inkor qilib bo‘lmas qiymati, ya’ni, verguldan keyingi oxirgi raqami albatta topiladi deb ishonishgan. Bejizga biz 1875-yilga oid so‘nggi natija bilan to‘xtalish qilmadik. Garchi to‘la aniq bo‘lmagan bo‘lsa ham, o‘sha yilgi Shenksning natijasi (707 ta raqam) π ning verguldan keyingi barcha raqamlarini oxirigacha aniq topishga qaratilgan urinishlar ichida oxirgisi bo‘lib qoldi. Chunki, 1882-yilga kelib, olmon matematigi fon Lindeman, bunday ishonchning oxiri puch ekanini qat’iy matematik uslubda isbotlab berdi. Ha, ko‘pchilik matematiklarning hafsalasini pir qilgan ushbu isbotga ko‘ra, π ning “aniq” qiymatini topishning imkoni yo‘q va u hech qachon bo‘lmaydi! Sababi, π soni 1761-yilda isbotlanganidek irratsional son bo‘libgina qolmay, balki, u sonlarning yana bir alohida turkumi - transsendent sonlar safiga ham kiradi. Bu shuni anglatadiki, π ning aniq qiymatini, verguldan keyingi oxirgi raqamgacha o‘ta aniqlikda topish borasidagi masalani sirkul va chizg’ich yordamida mutlaqo hal qilib bo‘lmaydi. Fon Lindeman aynan shuni qat’iy isbotlab berdi va π shinavandalarining ustiga “muzdek suv quydi” [1].

Kompyuterlar paydo bo‘lgach π soni bilan bog’liq hisob kitoblarni tekshirish imkoni hosil bo‘lgan. 1945-yilda paydo bo‘lgan elektron hisoblash mashinasi Shenks 528-raqamdan boshlab xato qilganini ko‘rsatgan, ya’ni qolgan 128 ta raqam xato bo‘lgan.

Kompyuterlar paydo bo‘lishi bilan π sonining o‘nli raqamlarini hisoblash ishlari tezlashib ketgan. Avvaliga matematik Daniel Fergyusson mexanik kalkulyatordan foydalanib, verguldan keyingi raqamlar miqdorini 808-tagacha yetkazdi. 1949-yilda esa matematik Jon fon Neyman (1903-1957) boshchiligidagi ilmiy guruh, o‘sha zamon uchun eng ilg’or EHM sanalgan ENIAK kompyuterida π ni imkon qadar aniq hisoblashga mo‘ljallangan maxsus dastur yozib ishga tushirishdi. Kompyuter dasturni 70 soat davomida qayta ishladi va 2037 ta xonadan iborat natija taqdim etdi. 1958-yilda F.Jenyuu IBM 704 kompyuteri yordamida 10000 ta raqamni hisoblagan. 1961-yilda esa Daniel Shenks va Jon Renchlar tomonidan IBM 7090 kompyuterining 9 soatlik hisoblashidan keyin, π ning verguldan keyingi dastlabki 100000 (yuz ming) ta raqami aniqlandi. Millionlik dovon esa 1973-yilda, Jan Giyu va M.Buyelar tomonidan SDS7600 kompyuterining deyarli bir kun muddat sarflab bajargan ishidan so‘ng bosib o‘tildi. O‘sha davrdagi kompyuterlarning ishlash tezligi bundan ortig’iga imkon bermasdi. SDS7600 kompyuterida π ning milliardinchi xonasigacha aniq hisoblash uchun taxminan 25 yilcha vaqt talab qilinardi. 70-yillarda bu narsa imkonsiz deb qaralgan va ayrim pessimist olimlar o‘rtasida π ni hisoblash bo‘yicha chegaraga yetib keldik degan fikrlar ham paydo bo‘lgan. Biroq, 1976-yilga kelib mutaxassislar Yudjin Salamin va Richard Brent, matematiklar shohi deb e'tirof etiluvchi olim Gaussning XIX asrdayoq e'tirof etgan gipotezasiga asoslanuvchi, yangi matematik algoritmni ishlab chiqishdi. Uning mohiyati o'rta arifmetik va o'rta geometrik qiymatlarni ketma-ket hisoblab borishga asoslanadi. Ushbu algoritm asosida yotuvchi formulani esa kompyuter yordamisiz hisoblashning imkoni yo'q. Biroq Salamin va Brent formula va uning dasturiy algoritmini keltirib chiqarishga chiqarishdi-yu, lekin uloqni yaponlarga oldirib yuborishdi. O'sha formula vositasida 1982-yilda Tokio universitetining Yasumasa Kanada boshchiligidagi ilmiy guruhi Salamin va Brent algoritmini HITACHI-M-280H kompyuterida qo'llab, 30 soatlik ish faoliyatidan keyin 16777206 ta (16 milliondan ziyod!) ta raqam natija bilan butun dunyo matematiklari lol qoldirishdi. Aytish mumkinki, o'sha yapon olimi Yasumasa Kanada ham, van Seylen kabi "π vasavasasi"ga uchragan bo'lsa kerak. Zero u o'shandan buyon π ni maksimal aniq hisoblash bo'yicha o'z rekordini takror-takror yangilab kelmoqda. Xususan u 1987-yilda o'z rekordini 134 214 700 ga yetkazgan edi [1].

1986-yilda Devid Beyli Cray-2 superkompyuteri π sonining 29 360 000 ta o'nli raqamini topgan, 1987-yilda Y.Kanada va uning xodimlari NEC SX-2 superkompyuteridan foydalanib, 134 217 000 ta raqamni aniqlashgan.

1989-yilda asli kievlik bo'lgan Nyu-Yorkning Kolumbiya universitetidan aka-uka Devid va Gregori Chudnovskiylar, π xonalari sonini milliard dovonidan o'tkazish orqali yaponlarning rekordini yangilab qo'yishdi. Ular 1 011 196 691 ta xonagacha aniqlab Ginnesning rekordlar kitobiga kirishga muvaffaq bo'lishgan. Keyinroq Chudnovskiylar 2 millardlik dovonni (1991-yil) va keyinroq 4 milliardlik marrani ham zabt etishdi (1994-yil). Biroq Kanada boshchiligidagi ilmiy guruh yana rekordni qaytarib oldi. Avvaliga ular 1996-yilda 8 milliardli, 1997-yilda esa 51 milliardlik xonalarni egallashdi. Ta'kidlash joizki, ular foydalangan HITACHI SP2201 superkompyuteri 128 ta protsessorga va 1024 gigabayt operativ xotiraga ega. Shunday ulkan salohiyatli ushbu superkompyuter, 51 milliardlik dovonni egallash uchun 29 soat vaqt sarflagan.

Kanada boshchiligidagi yapon π chilari bu bilan cheklanib qolishmadi. Ular 2002-yilda trillionlik marrani bosib o'tishdi (1241100000000). Kanadaning trillionlik rekordi 2009-yilgacha amalda bo'ldi. Aynan o'sha yili Kanada jamoasini o'z vatandoshlari va hamkasblari - Sukuba universiteti olimlari dog'da qoldirdi. Hisoblashlar T2K Tsukuba System deb nomlanuvchi superkompyuterda bajarilgan. U har biri to'rt yadrolik bo'lgan 640 ta AMD Operton protsessorlari bilan jihozlangan bo'lib, 73 soat 36 daqiqalik ishlashdan so'ng, π ning verguldan keyingi 2576980377524 ta xonasini aniq chiqarib bergan. Biroq, sukubaliklarning rekordi ham uzoqqa bormadi. 2011-yilda Seguro Xonda boshchiligidagi boshqa bir yapon olimlari guruhi 10 trillionlik marrani zabt etdi. 2013-yilda Xondaning o'zi 12 trillionlik marradan o'tgan va shu natija hozircha jahon rekordi bo'lib turibdi. 2014-yilning 7-oktyabr sanasida 13 trillioninchi marradan ham o'tilgani haqidagi xabarlar OAVda paydo bo'lgan edi. Biroq hozirgacha bu ma'lumot aniq tasdiqlanganicha yo'q [1, 3].

π vasvasasi uning verguldan keyingi raqamlarini aniq hisoblashga bo'lgan "π parastlik" bilan cheklanib qolmagan. Zamonamizda, shuningdek, π ning verguldan keyingi raqamlarini aniq yoddan aytish bo'yicha ham rekord o'rnatishga qaratilgan musobaqalar bormoqda. Bu boradagi dastlabki rekordni 1977-yilda kanadalik matematik Saymon Playfer 4096 ta raqam bilan o'rnatgan. Hozirgi amaldagi rekord egasi esa Hindiston fuqarosi Rajvir Mina bo'lib, u 2015-yilning 21-mart sanasida 10 soatga yaqin vaqt mobaynida π ning 70000 ta raqamini yoddan aytib bergan.

Xulosa o'rnida shuni ta'kidlash joizki, umumta'lim maktablarida va oliy ta'lim muassasalarida matematika fanlaridan o'quv va to'garak mashg'ulotlarini olish borishda mazkur maqolada keltirilgan π soni bilan bog'liq ma'lumotlarni o'quvchilar e'tiboriga havola etish orqali fanga bo'lgan qiziqishlarini orttirish mumkin.

Ma'lumki, tarix o'tmish bilan kelajakni bog'lovchi ko'prik bo'lib, talabalarni vatanparvarlik ruhida tarbiyalashda asosiy rol o'ynaydi. Ushbuni e'tiborga olgan holda π sonining o'rganilish tarixi batafsil ko'rib chiqilgan. Mazkur ishning ommabob bo'lishiga erishish maqsadida uni bayon qilishda [2, 15] ilmiy izlanishlarda qo'llanilgan ilg'or pedagogik usullardan hamda fanni amaliy tatbiqiga bag'ishlangan masalalardan foydalanilgan.

Adabiyotlar

1. Жуков А.В. О числе π. Издательство Московского центра непрерывного математического образования. -Москва, 2002 г.

2. Бобоева М.Н. Проблемная образовательная технология в изучении систем линейных уравнений с многими неизвестными // Наука, техника и образование. 73:9 (2020), с. 48-51.

3. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O'zgarishi chegaralangan funksiyalar bo'limini o'qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1, (2021), p.559-567.

4. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках //Проблемы педагогики, 53:2 (2021), с. 7-10.
5. Ахмедов О.С. Метод “Диаграммы венна” на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020), с.40-43.
6. Rasulov X.R., Yaxshiyeva F.Y. Ikki jinsli populyatsiyaning dinamikasi haqida // Scientific progress, 2:1 (2021), р. 665-672.
7. Бобокулова С.Б., Бобоева М.Н. Использование игровых элементов при введении первичных понятий математики // Вестник науки и образования. 99:21-2 (2020), с. 85-88.
8. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2, (2021), р.870-879.
9. Boboeva M.N., Rasulov T.H. The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy. 55:4 (2020), р. 68-71.
10. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) с.29-32.
11. Рашидов А.Ш. Интерактивные методы при изучении темы Определенный интеграл и его приложения // Научные исследования, 34:3, (2020), с. 21-24.
12. Mardanova F.Y., Rasulov T.H. Advantages and disadvantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy, 55:4 (2020), р. 65-68.
13. Курбонов Г.Г. Преимущества компьютерных образовательных технологий в обучении теме скалярного произведения векторов // Вестник науки и образования. 94:2-2 (2020), с. 33-36.
14. Bahronov B.I. Funksiyaning uzluksizligi va tekis uzluksizligi mavzusini o‘qitishga doir ba’zi metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1 (2021). 1355-1363 б.
15. Умарова У.У. Использование педагогических технологий в дистанционном обучении moodle // Проблемы педагогики, № 51:6 (2020), с. 31-34.

Elyor DILMURODOV
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi katta o‘qituvchisi

Gulhayo UMIRQULOVA
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi o‘qituvchisi

QUTB KORDINATALAR SISTEMASI VA UNING BA’ZI TATBIQLARI HAQIDA

Ushbu maqolada qutb koordinatalar sistemasi haqida ma’lumotlar keltirilgan bo‘lib, qutb koordinatalr sistemasining paydo bo‘lish tarixiga to‘xtalib o‘tilgan hamda uning kiritilish usuli keltirilgan. Ikki karrali integrallarni hisoblashda qutb koordinatalardan foydalanish birmuncha qulayliklar tug’diradi. Dekatr koordinatalar sistemasini qutb koordinatalar sistemasiga o‘tikazuvchi akslantirish yordamida integrallash chegarasi soda ko‘rinishga olib kelinadi. Maqolada dekart koordinatalar sistemasidan qutb koordinatalar sistemasiga o‘tish, ikki karrali integrallarni hisoblashda qutb koordinatalar sistemasidan foydalanish usullari keltirilgan.

Kalit so‘zlar: *qutb koordinatalar sistemasi, radial koordinata, burchak koordinata, sistema yakobiani.*

В этой статье приведены информация о полярной системе координат и ее истории, а также как она была введена. Указаны, что использование полярных координат при вычислении двойных интегралов несколько удобно. С помощью отображение декартово системы координат в полярную систему область интегрирование приводится к простому виду. В статье описан переход от декартовой системы координат к полярной системе координат и использование полярной системы при вычислении двойных интегралов.

Ключевые слова: *полярная система координат, радиальная координата, угловая координата, Якобиан системы.*

This article provides information about the polar coordinate system, the history of the polar coordinate system, and how it was introduced. The use of polar coordinates in the calculation of double integrals is somewhat convenient. With the help of mapping the Cartesian coordinate system to the polar coordinate system, the region of integration is reduced to a simple form. The article describes the transition from the Cartesian coordinate system to the polar coordinate system, the use of the polar coordinate system when calculating double integrals.

Key words: *polar coordinate system, radial coordinate, angular coordinate, Jacobian of the system.*

Kirish. Qutb koordinatalar sistemasi ikki o‘lchamli koordinatalar sistemasi bo‘lib, unda tekislikdagi har bir nuqta qutb burchagi va qutb radiusi deb ataluvchi ikkita son orqali aniqlanadi. Ikkita nuqta orasidagi munosabatni radius va burchaklar orqali ifodalash qulay bo‘lgan hollarda qutb koordinatalar sistemasidan foydalanish maqsadga muvofiqdir. Dekart yoki to‘g’ri burchakli koordinatalar sistemasida bunday munosabatlar trigonometrik tenglamalarni qo‘llash orqali amalga oshiriladi. Qutb koordinatalar sistemasi nol nur yoki qutb o‘qi deb ataluvchi o‘q orqali beriladi. Bu nur chiquvchi nuqtaga koordinata boshi yoki qutb deyiladi. Tekislikdagi har qanday nuqta ikkita qutb koordinata - radius va burchak orqali aniqlanadi. Radius (radial koordinata) odatda r harfi bilan belgilanib, nuqtadan koordinata boshigacha bo‘lgan masofaga teng. Burchak koordinata ko‘p hollarda qutb burchagi yoki azimut deb ham yuritiladi. Bu miqdor φ harfi bilan belgilanib, berilgan nuqtaga tushish uchun qutb o‘qi buriladigan (soat strelkasiga qarama-qarshi yo‘nalish) burchakka teng.

Shu tarzda aniqlangan radial koordinata (radius) 0 dan ∞ gacha bo‘lgan qiymatni qabul qilishi mumkin. Burchak koordinata esa $0°$ dan $360°$ gacha bo‘lgan qiymatlarni qabul qilishi mumkin.

Asosiy qism. Burchak va radius tushunchalari eramizdan avvalgi birinchi ming yillik davrida ham ma’lum bo‘lgan. Grek astronomi Gipparx turli burchaklar uchun vatarlar uzunliklari jadvalini yaratgan. Samoviy jismlarning joylashuv o‘rnini aniqlashda qutb koordinatalar sistemasidan foydalanilganligi haqida ma’lumotlar mavjud. Arximed o‘zining “Spirallar” asarida Arximed spirali deb ataluvchi funksiya tavsiflangan bo‘lib, bu funksiya radiusi burchakdan bog’liqdir. Biroq grek tadqiqotchilarning ishlarida koordinatalar sistemasini aniqlash to‘liq rivojlantirilmagan [1].

IX asrda fors matematigi Xabbash-al-Xasib kartografik proyeksiya va sferik trigonometriya metodlaridan foydalanib, qutb koordinatalar sistemasidan markazi sferaning biror nuqtasida bo‘lgan boshqa koordinatalar sistemasiga o‘tish masalasini o‘rgangan.

Fors astronomi Abu Rayhon Beruniy qutb koordinatalar sistemasi tavsifi qanday bo‘lishi haqidagi g’oyalarni ilgari surgan. U taxminan 1025-yilda birinchilardan bo‘lib samoviy sferaning qutb ekvi-azimutal tekis taqsimlangan proyeksiyasini tavsiflagan.

Qutb koordinatalar sistemasini formal koordinatalar sistemasi sifatida kiritish bo‘yicha turlicha qarashlar mavjud. Qutb koordinatalar sisitemasining paydo bo‘lishi tarixi olib borilgan tadqiqotlarning to‘liq bayoni Garvard universiteti professori Julian Louvel Kulijning “Qutb koordinatalar sistemasining paydo bo‘lishi” nomli ishida yoritilgan.

Greguar ge San-Vensan va Bonaventura Kavaleri bir biridan bog’liqsiz ravishda XVII asrning o‘rtalarida o‘xshash xulosaga kelishgan. San-Vensan 1625-yilda o‘zining shaxsiy izohlarida qutb sistemasini bayon qilgan, uni 1647-yilga kelib nashr qilgan. Kavaleri esa o‘zining ishlarini 1635-yilda chop qilgan, tuzatilgan variant esa 1653-yilda nashrdan chiqqan. Arximed spirali bilan chegaralangan soha yuzini hisoblash uchun qutb koordinatalar sistemasidan foydalangan. Keyinchalik Blez Paskal parabolik yoylar uzunligini hisoblashda qutb koordinatalar sistemasidan foydalangan.

Isaak Nyuton tomonidan 1671-yilda yozilgan va 1736-yilda nashr qilingan “Flyuksiya usuli” nomli kitobda qutb koordinatalar sistemalari orasidagi almashtirishlarni o‘rgangan. Yakob Bernulli “Acta eruditorum” jurnalida 1691-yilda nashr qilingan maqolasida to‘g’ri chiziqdagi nuqtada sistemadan foydalangan. Ular mos ravishda qutb va qutb o‘qlari deb atalgan. Nuqta koordinatalari qutbgacha bo‘lgan masofa va qutb o‘qigacha bo‘lgan burchak yordamida aniqlangan. Bernullining ishi bu koordinatalar sistemasida aniqlangan chiziqning egrilik radiusini topish masalasiga bog’ishlangan [2].

“Qutb koordinatalari” tushunchasining kiritilishi Gregorio Fontana nomi bilan bog’liq. XVIII asrda u italyan mualliflar leksikoniga kiritilgan. Bu termin ingliz tilida Silvestr Lakruaning “Differensial va integral hisob” traktatining tarjimasi orqali kirib kelgan. Tarjima 1816-yilda Jorj Pikok tomonidan amalga oshirilgan. Uch o‘lchamli fazoda qutb koordinatalarini birinchi bo‘lib Aleksi Klero taklif qilgan, Leonard Eyler esa birinchilardan bo‘lib, mos sistemani ishlab chiqqan.

Endi grafik tasvirlar qismiga o‘tamiz. Yuqorida aytib o‘tganimizdek, har bir nuqta qutb koordinatalar sistemasida ikkita koordinata - r yoki ρ (radial koordinata) va φ yoki θ (burchak koordinata, qutb burchagi, faza burchagi, azimut, pozitsion burchak) orqali aniqlanadi. r koordinata nuqtadan markazgacha yoki koordinata sistema qutbigacha bo‘lgan masofaga mos keladi. φ burchak esa 0°li nurdan soat strelkasi yo‘nalishiga qarama-qarshi yo‘nalishda hisoblangan burchakka teng.

Polyar radius tekislikning istalgan nuqtasi uchun aniqlangan va nomanfiy $r \geq 0$ qiymatni qabul qiladi. φ qutb burchak esa 0 qutbdan boshqa barcha nuqtalar uchun aniqlangan va $-\pi < \varphi < \pi$ qiymatlarni qabul qiladi. Qutb burchak radianlarda o‘lchanadi va qutb o‘qidan boshlab hisoblanadi:

- agar burchak qiymati musbat bo‘lsa, musbat yo‘nalishda, ya’ni soat strelkasi yo‘nalishiga teskari yo‘nalishda;

- agar burchak qiymati manfiy bo‘lsa, manfiy yo‘nalishda olinadi.

Masalan, $(3;60^\circ)$ koordinatali nuqta qutb o‘qidan 60° burchak ostidagi nurda, qutbdan 3 birlik masofadagi nuqta bo‘ladi. $(3;-300^\circ)$ nuqta ham aynan shu nuqtani ifodalaydi.

Qutb koordinatalar sistemasining muhim jihatlaridan biri shundaki, bitta nuqta cheksiz usul bilan tasvirlanishi mumkin. Bunda nuqta azimutini aniqlash uchun qutb o‘qini nuqtaga qarab yo‘naltirish kerak. Agar qo‘shimcha to‘liq aylanish amalga oshirilsa va nuqtaga yo‘nalishi o‘zgarmasa yana dastlabki nuqta hosil bo‘ladi. Umumiy holda (r,φ) nuqta $(r,\varphi \pm n\times 360^\circ)$ yoki $(-r,\varphi \pm n\times 360^\circ)$ kabi tasvirlanadi, bu yerda n ixtiyoriy butun son [1].

Qutbni ifodalash uchun $(0,\varphi)$ koordinata ishlatiladi. φ ning qiymatidan bog’liqsiz ravishda nuqta o‘zgarmaydi.

Sinus va kosinus trigonometrik funksiyalarni qo‘llab qutb koordinatalar sisitemasidan x va y Dekart koordinatalar sistemasiga o‘tish mumkin:

$$\begin{cases} x = r\cos\varphi, \\ y = r\sin\varphi \end{cases} \tag{1}$$

Bunda ikkita x va y Dekart koordinatalar r qutb koordinataga o‘tadi:

$$r^2 = x^2 + y^2 \text{ (Pifagor teoremasi).}$$

φ burchak koordinatani topishda quyidagi ikkita holatni inobatga olish kerak:

1) $r = 0$ bo‘lsa, φ burchak istalgan haqiqiy son bo‘lishi mumkin;

2) $r \neq 0$ bo‘lsa, φ ning asosiy qiymatini odatda $[0;2\pi)$ yoki $(-\pi;\pi]$ intervaldan tanlanadi.

φ burchakning $[0;2\pi)$ intervaldagi qiymatini hisoblashda ushbu formuladan foydalanish mumkin:

$$\varphi=\begin{cases} arctg\dfrac{y}{x}, & x>0,\quad y\ge 0;\\ arctg\dfrac{y}{x}+2\pi, & x>0,\quad y<0;\\ arctg\dfrac{y}{x}+\pi, & x<0;\\ \dfrac{\pi}{2}, & x=0,\quad y>0;\\ \dfrac{3\pi}{2}, & x=0,\quad y<0;\\ - & x=0,\quad y=0. \end{cases}$$

φ burchakning $(-\pi;\pi]$ intervaldagi qiymatini hisoblash uchun quyidagi formuladan foydalanish mumkin:

$$\varphi=\begin{cases} arctg\dfrac{y}{x}, & x>0;\\ arctg\dfrac{y}{x}+\pi, & x<0,\quad y\ge 0;\\ arctg\dfrac{y}{x}-\pi, & x<0;\quad y<0;\\ \dfrac{\pi}{2}, & x=0,\quad y>0;\\ -\dfrac{\pi}{2}, & x=0,\quad y<0;\\ - & x=0,\quad y=0. \end{cases}$$

Muhokamalar va natijalar. Ikki karrali integrallarni hisoblashda qutb koordinatalar sistemasidan foydalanish birmuncha qulay usullardan bo‘lib hisoblanadi. Qutb koordinatalar sistemasiga o‘tilganda integral chegarasi sodda ko‘rinishga keladi va bunda karrali integraldan takroriy integralga o‘tish osonlashadi.

Biz quyida ikki karrali integrallarda qutb koordinatalaridan foydalanish usullariga to‘xtalib o‘tamiz.

Dastlab ikki karrali integralda o‘zgaruvchi almashtirish formulasini keltiramiz.

Aytaylik $f(x,y)$ funksiya D to‘plamda berilgan va uzluksiz bo‘lsin.

Ushbu

$$\begin{cases} x=\varphi(u,v),\\ y=\psi(u,v) \end{cases} \tag{2}$$

sistema Δ to‘plamni D to‘plamga akslantirib, quyidagi shartlarni qanoatlantirsin:

1) bu o‘zaro bir qiymatli akslantirish bo‘lsin;
2) $\varphi(u,v)$ va $\psi(u,v)$ funksiyalar Δ to‘plamda uzluksiz va barcha uzluksiz xususiy hosilalarga ega bo‘lsin;
3) xususiy hosilalardan tuzilgan

$$J(u,v)=\begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial u} & \dfrac{\partial x}{\partial v}\\ \dfrac{\partial y}{\partial u} & \dfrac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix}$$

funksional determinant Δ to‘plamda ishora saqlasin va $\forall(u,v)\in\Delta$ da $J(u,v)\neq 0$ bo‘lsin. U holda

$$\iint\limits_{D} f(x,y) = \iint\limits_{\Delta} f(\varphi(u,v),\psi(u,v))\left|J(u,v)\right|dudv$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi.

Odatda, $J(u,v)$ determinant (2) sistemaning yakobiani deyiladi [2].

Ikki karrali integralning qutb koordinatalarida ifodalanishi. Yuqoridagi (2) sifatida (1) akslantirishni olaylik. Bu tekislikdagi qutb koordinatalari sistemasi bo‘yicha (r,φ) nuqtani dekart koordinatalari sistemasi bo‘yicha (x,y) nuqtaga akslantirishni ifodalaydi.

(1) sistemaning yakobiani

$$J=\begin{vmatrix}\dfrac{\partial x}{\partial r} & \dfrac{\partial x}{\partial \varphi}\\ \dfrac{\partial y}{\partial r} & \dfrac{\partial y}{\partial \varphi}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\cos\varphi & -r\sin\varphi\\ \sin\varphi & r\cos\varphi\end{vmatrix}=r\cos^2\varphi+r\sin^2\varphi=r.$$

bo‘ladi. XOY tekisligidagi yuzaga ega D to‘plamni olaylik.

D to‘plamning (1) akslantirish yordamida asli (proobrazi)

$$\Delta\subset\{(r,\varphi)\in R^2 : r\geq 0, 0\leq\varphi\leq 2\pi\}$$

bo‘ladi.

Agar O nuqta (koordinata boshi) D ga tegishli bo‘lmasa, u holda Δ ni D ga akslantirish o‘zaro bir qiymatli bo‘lib, sistemaning yakobiani 0 dan farqli bo‘ladi.

Agar O nuqta D ga tegishli bo‘lsa, u holda (1) akslantirishning o‘zaro bir qiymatliligi hamda $J(r,\varphi)\neq 0$ shart nol yuzali chiziqlardagina bajarilmaydi.

Demak, $f(x,y)$ funksiya $D\cup\partial D$ da uzluksiz bo‘lsa, u holda

$$\iint_D f(x,y)=\iint_D f(\cos\varphi, r\sin\varphi)rdrd\varphi \qquad (3)$$

formula o‘rinli bo‘ladi.

1-misol. $I=\iint_{(D)} xdxdy$ integralni hisoblang.

Bu yerda $(D)-x^2+y^2=4x-2y+4$ egri chiziq bilan chegaralangan soha.

Yechish. $x^2+y^2=4x-2y+4\Rightarrow(x-2)^2(y+1)^2=1.$

$(D)-$markazi $(2;-1)$ da bo‘lib, radiusi 1 ga teng bo‘lgan doira.

$$\begin{cases}x=2+r\cos\varphi,\\ y=-1+r\sin\varphi\end{cases}$$

akslantirishni qaraylik.

Bu akslantirish $\Delta=\{(r,\varphi): 0\leq r\leq 1,\ 0\leq\varphi\leq 2\pi\}$ sohani (D) ga akslantiradi va uning yakobiani $J(r,\varphi)=r$ bo‘ladi.

U holda ikki karrali integralda o‘zgaruvchi almashtirish formulasiga ko‘ra:

$$I=\iint_{(D)} dxdy=\int_0^{2\pi}\left[\int_0^1(2+r\cos\varphi)rdr\right]d\varphi=\int_0^{2\pi}\left[r^2+\frac{r^3}{3}\cos\varphi\right]\Bigg|_0^1 d\varphi=\int_0^{2\pi}\left(1+\frac{1}{3}\cos\varphi\right)d\varphi=$$

$$=\left(\varphi+\frac{1}{3}\sin\varphi\right)\Bigg|_0^{2\pi}=2\pi.$$

Demak, $I=2\pi$

2-misol. $I=\int_0^a dx\int_0^{\sqrt{a^2-x^2}}\sqrt{x^2+y^2}\,dy$ integralni hisoblang.

Yechish. Integrallash to‘plami $(D)=\{(x;y): 0\leq y\leq\sqrt{a^2-x^2},\ 0\leq x\leq a\}$ - markazi koordinatalari boshida va radiusi a ga teng bo‘lgan yuqori yarim doira.

$$\begin{cases}x=r\cos\varphi,\\ y=r\sin\varphi\end{cases}$$

akslantirish $\Delta=\{(r,\varphi): 0\leq r\leq a,\ 0\leq\varphi\leq\pi\}$ sohani (D) sohaga akslantiradi.

U holda ikki karrali integralda o‘zgaruvchi almashtirish formulasiga ko‘ra:

$$I=\int_0^{\pi}\left[\int_0^a\sqrt{(\rho\cos\varphi)^2+(\rho\sin\varphi)^2}\,\rho\,d\rho\right]d\varphi=\int_0^{\pi}\left[\int_0^a\rho^2\,d\rho\right]d\varphi=\int_0^{\pi}\frac{\rho^3}{3}\Bigg|_0^a d\varphi=$$

$$=\int_0^{\pi}\frac{a^3}{3}d\varphi=\frac{a^3}{3}\cdot\varphi\Big|_0^{\pi}=\frac{a^3}{3}\pi$$

Demak, $I=\dfrac{a^3}{3}\pi$.

3-misol. $I = \iint\limits_{(D)} \sin\sqrt{x^2+y^2}\ dxdy.$ integralni hisoblang.

Bu yerda $(D) = \{(x,y): \pi^2 \le x^2+y^2 \le 4\pi^2\}$.

Yechish.

$$\begin{cases} x = r\cos\varphi, \\ y = r\sin\varphi \end{cases}$$

akslantirissh $\Delta = \{(r,\varphi): \pi \le r \le 2\pi,\ 0 \le \varphi \le 2\pi\}$ sohani (D) sohaga akslantiradi.

$$I = \int_0^{2\pi}\left[\int\limits_{\pi}^{2\pi}\sin\sqrt{(r\cos\varphi)^2+(r\sin\varphi)^2}\ r\,dr\right]d\varphi = \int\limits_0^{2\pi}\left[\int\limits_{\pi}^{2\pi} r\sin r dr\right]d\varphi = \int\limits_0^{2\pi}d\varphi\cdot\int\limits_{\pi}^{2\pi} r\sin r\,dr =$$

$$= 2\pi\cdot\int\limits_{\pi}^{2\pi} r\sin r\,dr = \begin{vmatrix} u=r & du=dr \\ dv=\sin r\,dr & v=-\cos r\end{vmatrix} = 2\pi\left[-r\cos r\Big|_{\pi}^{2\pi} + \int\limits_{\pi}^{2\pi}\cos r\,dr\right] =$$

$$= 2\pi\cdot\left[-3\pi + \sin r\Big|_{\pi}^{2\pi}\right] = -6\pi^2$$

Demak, $I = -6\pi^2$.

Xulosa. Maqolada keltirilgan ilg'or pedagogik texnologiyalarning tahlili shuni ko'rsatadiki, ushbu usullarni matematikaning bir qator boshqa sohalarida ham qo'llanilishi ijobiy natijalar beradi. Bu kabi ilmiy izlanishlarga [3, 15] maqolalarni keltirish mumkin.

Adabiyotlar

1. Гельфанд И.М., Глаголева Е.Г., Криллов А.А. Метод координат. -Москва, 1973, стр. 47-50
2. Shokirova X.R. Karrali va egri chiziqli integrallar. -Toshkent, 1990.
3. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) с.29-32.
4. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O'zgarishi chegaralangan funksiyalar bo'limini o'qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1, (2021), p.559-567.
5. Умарова У.У. Роль современных интерактивных методов в изучении темы "Множества и операции над ними" // Вестник науки и образования. 94:16-2 (2020), с. 21-24.
6. Umarova U.U., Sharipova M.Sh. "Bul funksiyalari" bobini o'qitishda "6x6x6" va "charxpalak" metodi // Scientific progress. 2:1 (2021), 786-793 б.
7. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках //Проблемы педагогики, 53:2 (2021), с. 7-10.
8. Шарипова Р.Т., Умарова У.У., Шарипова М.Ш. Использование методов «мозговой штурм» и "case study" при изучении темы "условная вероятность, независимость событий" // Scientific progress. 2:1 (2021), с. 982-988.
9. Курбонов Г.Г. Информационные технологии в преподавании аналитической геометрии // Проблемы педагогики, № 53:2 (2021), с. 20-23.
10. Курбонов Г.Г. Интерактивные методы обучения аналитической геометрии: метод case study // Наука, техника и образование, 72:8 (2020), с. 44-47.
11. Boboeva M.N., Rasulov T.H. The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy, 55:4 (2020), p. 68-71.
12. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International Journal of Scientific & Technology Research, 9:4 (2020), p. 3068-3071.
13. Bahronov B.I. Funksiyaning uzluksizligi va tekis uzluksizligi mavzusini o'qitishga doir ba'zi metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1 (2021). 1355-1363 б.
14. Boboyeva M.N., Parmonov H.F. Arkfunksiyalar qatnashgan tenglama va tengsizliklar hamda ularni yechish usullari // Scientific progress, 2:1 (2021), 1724-1733 b.
15. Тошева Н.А. Использование метода мозгового штурма на уроке комплексного анализа и его преимущества // Проблемы педагогики, 2:2 (2021), с. 42-46.

Umida UMAROVA
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi
katta oʻqituvchisi

GRAFLAR NAZARIYASINING OLIMPIADA MASALALARINI YECHISHDA TATBIQLARI

Koʻpgina xalqaro olimpiada masalalarni graflar nazariyasi elementlaridan foydalanib yechish bir qancha qulayliklarga ega. Matematik boshqotirmalarni hal qilishda graflardan foydalansak muammo soddaroq koʻrinishda oʻz yechimini topadi. Ma'lumotlarning graf shaklida ifodalash, ularning yanada aniqroq va soddaroq koʻrinishda tasvirlanishiga xizmat qiladi. Ayrim masalalarning yechimini isbotlashda graflardan foydalanish orqali soddalashganligiga ishonch hosil qilamiz. Oʻquv jarayonlarida muammoli ta'lim texnologiyalarini tashkil etish va boshqarish, muammoli ta'lim usullari oʻquvchilarning muammoni toʻliq tushunib yetishiga erishish, ularni hal eta olishga oʻrgatish ijodiy tafakkuri va ijodiy qobiliyatlarini oʻstirishdan iboratdir. Shu sababli graflar nazariyasi boʻlimini oʻqitishda olimpiadaning muammoli masalalari namunalar keltirish muhimdir.

Kalit soʻzlar: *olimpiada masalalari, graflar nazariyasi, graf qirrasi, grafning uchi, uch darajalari, mantiqiy masalalar, matnli masalalar.*

Использование элементов теории графов при решение многих задач международной олимпиады по математике имеют ряд преимуществ. Если использовать графики для решения задач, то она можеть быть решена более простым способом, так как, графические представление данных помогает сделать их более точными и простыми. В данной статье приведена организация и управление процесса обучения проблемными технологиями, проблемными методами. Анализирован пути достижения студентами полного понимания задачи, обучения их решению, развития творческого мышления и творческих способностей. Отмечена, что при обучении теории графов важно привести примеры проблемных вопросов.

Ключевые слова: *олимпийские задачи, теория графов, ребро графа, вершина графа, три уровня, логические задачи, текстовые задачи.*

Many International Olympiad problems have a number of advantages, using elements of graph theory. If we use graphs to solve mathematical puzzles, the problem will be solved in a simpler way. Graphical representation of data serves to make them more accurate and simple. We make sure that the solution of some problems is simplified by using graphs in proving._The organization and management of problem-based learning technologies in the learning process, problem-based learning methods - to achieve a full understanding of the problem, to teach students to solve them, to develop creative thinking and creative abilities. That is why it is important to give examples of the problematic issues of the Olympiad in teaching the theory of graphs.

Key words: *olympiad problems, graph theory, graph edge, graph tip, three levels, logic problems, text problems.*

Kirish. Ushbu maqolada graflar boʻyicha olingan nazariy bilimlarni amaliyotga tadbiq etish imkoniyatlarini bayon etamiz. Bundan maqsad, muammolarni graflar yordamida qanday qilib hal qilishni oʻrganish va tasavvurni kengaytirishdan iborat, chunki olingan bilimlar olimpiada masalalarini hal qilishda, shuningdek, matematik musobaqalarda taklif qilingan muammolar uchun ishlatilishi mumkin [1, 3].

Asosiy qism. Quyidagi masalalarni graflar yodamida soddaroq usulda hal qilish mumkin:

1-teorema. Har qanday grafda toq darajali uchlar soni juftdir.

Isbot. Grafning qirralarining soni uning uchlari darajasi yig'indisining yarmiga teng. Qirralar soni butun son boʻlgani uchun uchlar darajalari yig'indisi butun son boʻlishi shart. Bunday holatda esa faqat grafning toq darajali uchlar soni juft boʻlgandagina yuzaga keladi.

Graflar. Uch darajalari va qirralarning sonini hisoblashga doir masalalar.

1-masala. Sinfda 30 kishi bor. Ularning 9 nafarida 3 tadan doʻsti (shu sinfdan), 11 tasida 4 tadan doʻsti va 10 tasining 5 tadan doʻsti boʻlishi mumkinmi?

Yechimi: agar shunday boʻlishining iloji boʻlsa, unda grafimiz 30 ta uchdan iborat boʻlib, shulardan 9 tasi 3 darajali, 11 tasi 4 darajali, 10 tasi 5 darajali boʻlar edi. Ammo bunday grafda 19 ta toq darajali uch bor, bu teoremaga ziddir.

2-masala. Qirolning 19 ta vassal baronligi bor. Har bir vassal baronida 1, 5 yoki 9 ta qoʻshni baronliklar boʻlishi mumkinmi?

Yechimi: yo‘q, bo‘la olmaydi. Aks holda, toq sonli uchlarning toq sonli qirralari qo‘shni grafi bo‘lardi.

3-masala. Disneylenddan kelgan Jon, sehrlangan ko‘lda 7 ta orol borligini, ularning har biridan 1, 3 yoki 5 ta ko‘priklar olib borishini aytdi. Ushbu ko‘priklarning hech bo‘lmaganda bittasi, albatta, ko‘l qirg’og’iga qarashi haqiqatmi?

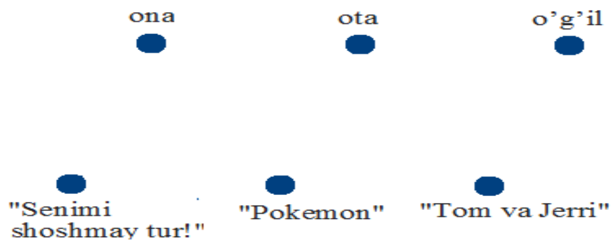
Yechimi: ha, to‘g’ri, aks holda toq darajali uchlar soni to‘g’risidagi teoremaga zid bo‘ladi.

Mantiqiy masalalar. Mantiqiy masalalarni yechish uchun graflardan foydalanishda shartda ko‘rsatilgan imkoniyatlarni aniqlash va ketma-ket yo‘q qilish asos bo‘ladi. Mantiqiy imkoniyatlarning ushbu identifikatsiyasini ko‘pincha tegishli graflarni tuzish va o‘rganish orqali izohlash mumkin.

Yechishda biz obyektlar guruhlarini va ular bilan bog’liq elementlarni – graf uchlarini tanlaymiz, so‘ngra masalaning shartidan biz ular orasidagi aloqalarni, ya’ni graf qirralarini o‘rnatamiz.

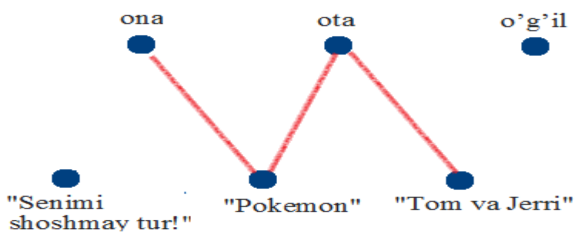
4-masala. (Sevimli multfilmlar) Bitta ahil oilada ona, ota va o‘g’il bor. Ular hamma narsani birgalikda qilishni yaxshi ko‘rishardi. Ammo ular turli xil multfilmlarni yaxshi ko‘rishardi: “Senimi shoshmay tur!”, “Pokemon”, “Tom va Jerri”. Agar onasi, otasi va sevimli multfilmi “Pokemon” bo‘lgan kishi bilan kechqurun sayr qilishi va otasi ertalabki badantarbiya mashqlarini sevimli multfilmi “Tom va Jerri” bo‘lgan kishi bilan bajarsa, ularning har biri qaysi multfilmni sevishini aniqlang?

Yechimi: muammoning yechimidan ikkita guruhni ajratib ko‘raylik. Birinchi guruh odamlar: ona, ota, o‘g’il; ikkinchi guruh –“Senimi shoshmay tur!”, “Pokemon”, “Tom va Jerri” multfilmlari. Keling, ushbu ikki guruhning elementlarini nuqta - graf uchlari bilan belgilaymiz (1-shakl):



1-shakl. Graf uchlari

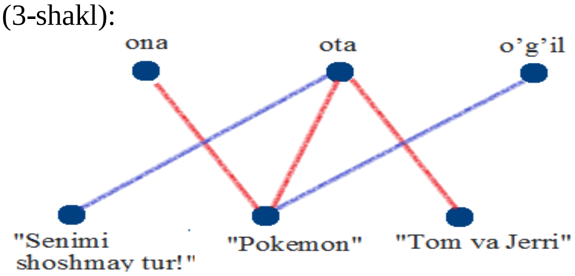
Agar bir guruhdagi nuqta ikkinchi guruhning nuqtasiga to‘g’ri keladigan bo‘lsa, biz ushbu nuqtalarni qalin ko‘k chiziq bilan bog’laymiz, agar u mos kelmasa, unda qizil chiziq bilan tutashtiramiz. E’tibor bering, masala shartiga ko‘ra, odamda faqat bitta sevimli multfilm bor. Ushbu shartlarni hisobga olgan holda biz quyidagi grafni tuzamiz (2-shakl):



2-shakl

Masala shartidan kelib chiqadiki, ikki guruh elementlari orasidagi yagona mumkin bo‘lgan yozishmalarni topish kerak.

Qoida: agar bir guruhning nuqtasi boshqa guruhning ikkita nuqtasiga qizil chiziqlar bilan bog’langan bo‘lib chiqsa, u holda uchinchi nuqtaga ko‘k chiziq bilan bog’lanishi kerak. Shuning uchun rasmdagi graf quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi (3-shakl):



3-shakl

Endi biz ota – “Senimi shoshmay tur!”, o‘g’il – “Pokemon” multfilmlarini yaxshi ko‘rishini aniqladik. Ikkala guruhda ham bitta nuqta qolmoqda, shuning uchun ona – “Tom va Jerri” multifilmini yaxshi ko‘radi.

5-masala. Maktab drama to‘garagida Gogolning “Bosh inspektor” asarini sahnalashtirishga qaror qilindi, va keyin qizg’in nizo boshlandi. Hammasi Lyapkin-Tyapkin bilan boshlandi.

- Men Lyapkin-Tyapkin bo‘laman! - dedi Dima qat’iyat bilan. - Men bolaligimdan ushbu obrazni sahnada gavdalantirishni orzu qilardim.

- Xo‘sh, yaxshi, agar ular menga Xlestakovni o‘ynashga ruxsat berishsa, men bu roldan voz kechishga roziman, - Gena saxiyligini ko‘rsatdi.

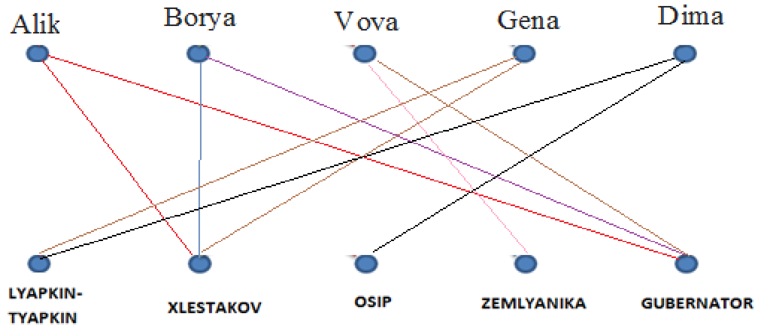
- ... Unda men Osip bo‘laman - dedi Dima.

- Men Zemlyanika yoki Gubernator bo‘lishni xohlayman, - dedi Vova.

- Yo‘q, men Gubernator bo‘laman, - deb baqirishdi Alik va Borya bir ovozdan. Yoki Xlestakov, ular bir vaqtning o‘zida qo‘shib qo‘yishdi.

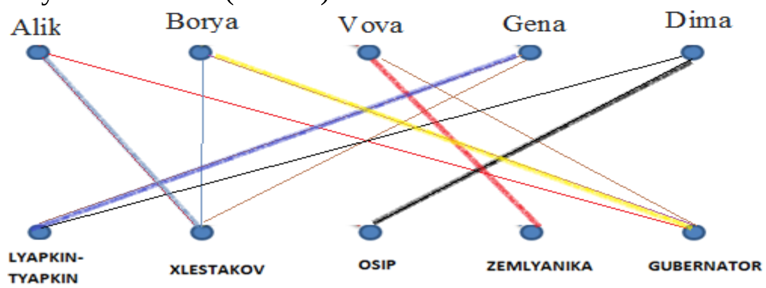
Ijrochilar xursand bo‘lishlari uchun rollarni taqsimlash mumkinmi?

Yechish: masalada tasvirlangan vaziyat uchun graf tuzamiz (5-shakl):



5-shakl

10 ta uch va 10 ta qirradan iborat graf. Umumiy uchlari bo‘lmagan 5 ta qirralarni tanlash kerak: Dima - Osip, Vova – Zemlyanika, Gena - Lyapkin-Tyapkin. Ikki holat qoldi: Alik - Xlestakov, Borya – Gubernator yoki Alik – Gubernator, Borya – Xlestakov (6-shakl).

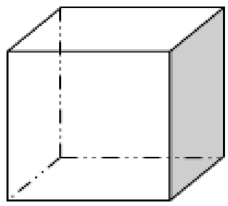


6-shakl

Javob: grafikdan ko‘rinib turibdiki, boshqa yechimlar yo‘q.

6-masala. 120 sm uzunlikdagi sim bo‘lagi berilgan, simni uzmasdan, qirrasi 10 sm bo‘lgan kub ramka yasash mumkinmi?

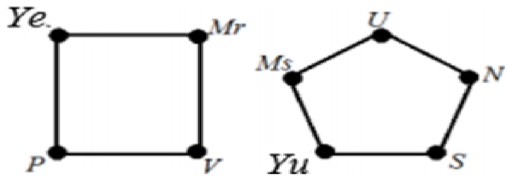
Yechish: agar kub - graf bo‘lsa, unda ikkitadan ortiq toq uchlari mavjud. Bu esa simni uzmasdan bunday ramkani yasash mumkin emasligini anglatadi (7-shakl).



7-shakl

7-masala. Quyosh sistemasining 9 sayyorasi orasida kosmik muloqot raketalari o‘rnatilgan. Raketalar quyidagi yo‘nalishlar bo‘yicha uchishadi: Yer - Merkuriy, Pluton -Venera, Yer - Pluton, Pluton - Merkuriy, Merkuriy - Venera, Uran - Neptun, Neptun - Saturn, Saturn - Yupiter, Yupiter - Mars, Yupiter - Neptun va Mars -Uran. Yerdan Marsga uchib o‘tish mumkinmi?

Yechish: sayyoralarni grafning uchlari va ularni bog’laydigan mashrutlar qirralari desak, quyidagi grafga ega bo‘lamiz (8-shakl):



8-shakl

Javob: hosil bo‘lgan grafdan ko‘rinib turibdiki, Yerdan Marsga uchib o‘tishning imkoni yo‘q.

8-masala. Garri Potter qurbaqani malikaga aylantirib biladi, qo‘ziqorinni qurbaqa va nokka, nokni olmaga, olma qoldig’ini mushuk va tipratikanga, mushukni nok yoki olmaga, tipratikanni nokka va olmani faqat olma qoldig’iga aylantirib biladi. Agar unda olma bo‘lsa, uni malikaga aylantirib biladimi?

Yechish: har bir obyektni graf uchlari bilan belgilab, ularni bog’laydigan munosabatlarni yo‘naltirilgan qirralar yordamida birlashtirilsa, “Olma” va “Malika” uchlari o‘zaro bog’lanmaganligini ko‘ramiz.

Xulosa. Graflar nazariyasining olimpiada masalalarini yechishda tatbiqlarini o‘rganganimizda maktab olimpiadasida ayrim masalalarni graflar nazariyasi yordamida yechish mumkinligini, ammo maktabda ushbu bo‘lim o‘tilmasligini inobatga olgan holda maktabning matematik to‘garaklarida graflar nazariyasi elementlaridan foydalanish va o‘qitishni tavsiya qilamiz. Ushbu bo‘limni o‘qitishda interfaol metodlardan foydalanish maqsadga muvofiq [4, 13]. Graflarni birlashtirish, biriktirish, ko‘paytirish, grafni qismlarga ajratish va ba’zi o‘yinlarda doim golib bo‘lish konbinatsiyalarini tuzishga doir masalalar yechimlarini keltirish mumkin. Muallifning bir necha yillik tajribasidan ma’lumki, o‘quvchilarni olimpiadalarga tayyorlash davomida matematikaning amaliyotga tadbiqlariga bag’ishlangan ilmiy ishlar [14, 15] bo‘yicha qisqacha ma’lumotlar berilishi, ularda fanga bo‘lgan qiziqishni ortishi va dunyoqarashlarini kengayishiga sabab bo‘ladi.

Adabiyotlar

1. To‘rayev H., Azizov I., Otaqulov S. Kombinatorika va graflar nazariyasi. –Toshkent: “ILM ZIYO”, 2009.

2. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. -М.: “Наука”, 1986.

3. Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И. Лекции по теории графов. -М.: “Наука”, 1990.

4. Умарова У.У. Применение триз технологии к теме “Нормальные формы для формул алгебры высказываний” // Наука, техника и образование. 73:9 (2020), С. 32-35.

5. Умарова У.У. Роль современных интерактивных методов в изучении темы “Множества и операции над ними” // Вестник науки и образования. 94:16 (2020), часть 2, С. 21-24.

6. Умарова У.У. Использование педагогических технологий в дистанционном обучении moodle // Проблемы педагогики 51:6 (2020), с. 31-34

7. Умарова У.У. Отамуродов Ф.Р. Алгоритм работы с приёмом “Корзина идей” и применение к теме “Полином жегалкина” // Наука, техника и образование. 77:2 (2021),

8. Umarova U.U., Sharipova M.Sh. “Bul funksiyalari” bobini o‘qitishda “6x6x6” va “Charxpalak” metodi. Scientific progress, 2:1 (2021), p. 786-793.

9. Шарипова Р.Т., Умарова У.У., Шарипова М.Ш. Использование методов “мозговой штурм” и “case study” при изучении темы “условная вероятность, независимость событий” Scientific progress, 2:1 (2021), p. 982-988.

10. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) с.29-32.

11. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International Journal of Scientific & Technology Research. 9:4 (2020), pp. 3068-3071.

12. Mardanova F.Ya., Rasulov T.H. Advantages and disadvantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy. 55:4 (2020), pp. 65-68.

13. Хайитова Х.Г., Рустамова Б.И. Метод обобщения при обучении математике в школе // Проблемы педагогики № 51:6 (2020), с. 45-47.

14. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках //Проблемы педагогики, 53:2 (2021), с. 7-10.

15. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2, (2021), p.870-879.

Muyassar BOBOYEVA
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi
katta o‘qituvchisi

“MATRITSALAR HAQIDA TUSHUNCHA VA ULAR USTIDA AMALLAR” MAVZUSINI AYRIM INTERFAOL METODLARDAN FOYDALANIB O‘QITISH

Maqolada “Matritsalar haqida tushuncha va ular ustida amallar” mavzusini o‘qitishda “Klaster”, “Muammoli ta’lim” va “Jadval” grafik organayzer interfaol metodining qo‘llanilishi haqida fikr yuritiladi. Talabalar mazkur metodlarni o‘zlashtirishda o‘rganilayotgan u yoki bu tushunchalar haqida tasavvurga ega bo‘ladi, ularni tushunadi va ularning tarkibiy qismlari hamda o‘zaro bog‘lanishlarini yaqqol tasvirlay oladi. Mavzuga oid tushuncha va faktlarning o‘zaro bog‘liqligini aniqlovchi sxema hamda metodlarni darsda qo‘llash namunasi keltirilgan.

Kalit so‘zlar: *matritsa, “Klaster” metodi, sxema, o‘zak so‘z, g‘oya, muammo, “Jadval” grafik organayzer metodi, jadval.*

В статье обсуждается применение метода “Кластера”, “Проблемного обучения” и интерактивного метода графического органайзера “Таблицы” при обучении темы “Понятие матрицы и операции над ними”. Осваивая эти методы, студенты будут иметь представление об изучаемых принципах, понимать и уметь четко описывать их компоненты и взаимосвязи. Приведена схема, определяющий взаимосвязи понятий и фактов по теме, а также образец применения этих методов в уроке.

Ключевые слова: *матрица, “Кластерный метод”, схема, ключевое слово, идея, задача, метод графического органайзера “Таблица”, таблица.*

This article discusses the application of the “Cluster”, “Problem-based learning”, and the interactive method of “Table” graphic organizer in teaching the topic “The concept of matrices and operations on them”. In mastering these methods, students will have an idea of the concepts being studied, understand them and be able to clearly describe their components and interrelationships. The result is a diagram showing the interrelationship of concepts and facts on the topic, a table describing the content of the topic and an example of the application of these methods in the lesson, which helps to better understand it.

Keywords: *matrix, “Cluster” method, scheme, key word, idea, problem, “Table” graphic organizer method, table.*

Kirish. Bugungi kun matematika fani o‘qituvchisi an’anaviy o‘qitish usullarini yanada takomillashtirib, matematika fanini o‘rgatishda yangi pedagogik innovatsion texnologiyalarni o‘quv jarayoniga izchil qo‘llashi va jadal rivojlanib, shakllanib borayotgan o‘qitish usullaridan muntazam xabardor bo‘lib turishi muhimdir.

Pedagogik texnologiyalardan majburan foydalanish mumkin emas. Aksincha, tajribali pedagoglar tomonidan asoslangan yoki ular tomonidan qo‘llanilayotgan ilg‘or texnologiyalardan maqsadga muofiq foydalanish bilan birga, ularni ijodiy rivojlantirish maqsadga muofiqdir. Bugungi kunda bir qator rivojlangan mamlakatlarda o‘quvchilarning o‘quv va ijodiy faolliklarini oshiruvchi hamda ta’lim-tarbiya jarayonining samaradorligini kafolatlovchi pedagogik texnologiyalarni qo‘llash borasida katta tajriba to‘plangan bo‘lib, ushbu tajriba asoslarini tashkil etuvchi metodlar interfaol metodlar nomi bilan yuritilmoqda.

Oliy ta’limmuassalarida mashg‘ulotlarni samarali tashkil etish uchun turli interfaol ta’lim metodlaridan foydalanish mumkin. Buning uchun o‘qituvchida texnologik madaniyat, yangi ta’lim texnologiyalarini, ta’lim berishning metod, shakl va vositalaridan samarali foydalanish bo‘yicha bilim, ko‘nikma va malakalarga ega bo‘lishi lozim. Guruhlarda ishlash yoki individual ravishda topshiriqlarni bajarish va natijalarni taqdim etish samarali o‘qitish shakllari hisoblanadi. Ushbu bosqichda interfaol metodlardan foydalanish yuqori samara beradi. Quyida ta’lim amaliyotida foydalanilayotgan interfaol metodlardan bir nechtasining mohiyati va ulardan foydalanish borasida so‘z yuritamiz [4].

Asosiy qism. Ushbu maqolada matritsalar haqida tushuncha va ular ustida amallar mavzusini o‘qitishda “Klaster”, “Muammoli ta’lim” va “Jadval” grafik organayzer interfaol metodlaridan foydalanamiz. Bilamizki, klaster (inglizcha Cluster– g‘uncha, to‘plam, bog‘lam) deb muayyan xossalarga ega bir nechta bir jinsli elementlarni umumiy xususiyatlariga ko‘ra bitta mustaqil obyektga birlashtirishga aytiladi. Klaster metodi o‘quv materialini ko‘rgazmali, sxematik tarzda tasvirlashdan iborat bo‘lib, u o‘rganilayotgan u yoki bu tushunchalar haqida tasavvurga ega bo‘lishga, ularni tushunishga va ularning tarkibiy qismlari hamda o‘zaro bog‘lanishlarini yaqqol tasvirlashga yordam beradi. Bu bilan mazkur metod xotirani rivojlantirishga va o‘quvchining o‘z bilimlarini o‘zi baholashiga ham yordam beradi. Bu metoddan biz o‘tgan mavzuni takrorlab, yangi mavzuga zamin yaratish maqsadida foydalanishimiz mumkin [5].

Klaster metodining 4 ta bosqichi bo‘lib, u quyidagi algoritm asosida darsda qo‘llaniladi: **1-bosqich** – doskaga yoki oq varaqqa dars mavzusining o‘zak so‘zi (tushunchasi) yoki g‘oyasi yoziladi; **2-bosqich** – talabalar mazkur so‘z (tushuncha) haqida bilgan va yodlariga kelgan tushunchalarni yozib chiqishadi. Natijada markazdan har tomonga qarab ketgan, shu mavzu bilan bog‘liq bo‘lgan turli tushuncha, g‘oya va faktlarni tasvirlovchi so‘z yoki so‘z birikmalari hosil bo‘ladi. O‘quvchilar aytgan barcha tushunchalar tashlab yuborilmasdan doskaga (qog‘ozga) yoziladi; **3-bosqich** – doskaga (qog‘ozga) yozilganlar bir tizimga keltiriladi. O‘qituvchi tomonidan tushuntirilgan o‘quv materiali asosida yozilganlar tahlil qilinadi va bir tizimga keltirishga harakat qilinadi. Tarqoq jumlalar birlashtiriladi, xato yozilganlari esa o‘chirib tashlanadi; **4- bosqich** – yozilgan tushunchalar o‘zaro bog‘liqligiga qarab o‘zak so‘z (tushuncha) bilan tutashtiriladi. Ular birinchi darajali bog‘liq yozuvlar bo‘ladi. O‘z navbatida bu yozuvlar bilan bog‘liq ikkinchi darajali yozuvlar ham bo‘lishi mumkin. Ular o‘zak so‘z bilan emas, yozilgan qaysi tushuncha bilan o‘zaro aloqadorlikda bo‘lsa, o‘sha bilan tutashtiriladi va hokazo. Natijada mavzuga oid tushuncha va faktlarning o‘zaro bog‘liqligini aniqlovchi sxema paydo bo‘ladi. Bu sxema mavzu mazmunini sxematik tasvirlab, uni yaxshiroq tushunishga yordam beradi. Masalan, “Matritsalar haqida tushuncha va ular ustida amallar” mavzusini klaster metodi yordamida o‘rganamiz.

1-rasm. “Matritsalar haqida tushuncha va ular ustida amallar” mavzusidagi klaster

O‘quv mashg‘ulotlarida muammoli ta’lim texnologiyalarini tashkil etish va boshqarish, muammoli ta’lim uslublari - talabalarning muammoni to‘liq tushunib yetishiga erishish, ularni hal eta olishga o‘rgatish, ijodiy tafakkuri va ijodiy qobiliyatlarini o‘stirishdan iboratdir. Muammoli ta’lim texnologiyalari talaba faoliyatini faollashtirish va jadallashtirishga asoslangan. Muammoli ta’lim texnologiyasining asosi - talabaning fikrlashi muammoli vaziyatni hal etishdan boshlanishi hamda uning muammolarni aniqlash, tadqiq etish qobilyatigi ega ekanligidan kelib chiqadi. Muammoli ta’lim talabalarning ijodiy tafakkuri va ijodiy qobiliyatlarini o‘stirishda jiddiy ahamiyatga ega [2].

O‘zbekistonda muammoli ta’limni qo‘llash bo‘yicha bir necha asrlar davomida maktab va madrasalarda suqrotona savol-javob usulidan keng foydalanish asosida talabalarda ziyraklik, hozirjavoblik sifatlari hamda go‘zal nutq tarkib toptirilgan. Suqrotona savol-javob usuli hozirgacha eng samarali ta’lim usullaridan biri sifatida qo‘llaniladi. Bunda talaba chuqur mantiqiy fikrlashga, ziyraklikka, aniq va to‘g‘ri so‘zlashga, nutqning mantiqiyligi va ravonligiga hamda tanqidiy, ijodiy fikrlashga o‘rgatilgan. Masalan, suqrotona suhbatlar deganda o‘qituvchining talabani mustaqil va faol fikrlash jarayoniga olib kirishi hamda uning fikrlashidagi noto‘g‘ri jihatlarni ziyraklik bilan aniqlagan holda ularni tuzatish yo‘liga olib chiqishdan iborat usullar nazarda tutiladi. Bunday suhbat bosqichlarini quyidagicha soddalashtirib ifodalash mumkin:

1. Savol-javoblar orqali talabaning bilim darajasi va fikrlash qobilyatini umumiy tarzda aniqlash;
2. O‘rganilayotgan mavzuning mazmunini talaba qiziqishlariga muvofiqlashtirish. Bu asosan talabaning qiziqish va qobilyatlarigi mos bo‘lgan misollar tanlash orqali amalga oshiriladi.
3. Talabani faol muloqotga olib kirish. Bunda asosan rag‘batlantirish usullaridan foydalaniladi.
4. O‘qituvchi o‘zini bilmaydigan odamdek tutib savollar berib boradi.
5. Talabaning to‘g‘ri fikrlarini maqtash orqali yanada erkin, chuqurroq fikrlashga, so‘zlashga jalb qilish.

6. Talabaning xato fikrlarini aniqlab borish.

7. Talabaning xato fikrlariga nisbatan to‘g‘ri fikrni o‘qituvchi tomonidan yaqqol mantiqiy asoslangan shaklda bayon qilish yoki tushuntirish orqali talaba uchun muammoli vaziyat yaratiladi va talabani o‘z xatolarini o‘zi tuzatishiga yo‘naltiriladi.

Suqrotona savol-javob usulini darsda quyidagicha amalga oshirishimiz mumkin:

1-savol	Matritsa va uning elementlari deganda nimani tushunasiz?	Javob: m ta satr va n ta ustundan iborat to‘g‘ri to‘rtburchak shaklidagi m×n ta sondan tashkil topgan jadval m×n tartibli matritsa, uni tashkil etgan sonlar esa matritsaning elementlari deyiladi.
2- savol	Kvadrat matritsaga ta’rif bering.	Javob: agar matritsa n ta satr va n ta ustundan iborat bo‘lsa, u holda n×n tartibli kvadrat matritsa deyiladi.
3- savol	Satr matritsa, ustun matritsa deganda nimani tushunasiz?	Javob: agar matritsa faqat bitta satrdan iborat bo‘lsa, u holda bu matritsani - satr matritsa; agar faqat bitta ustundan iborat bo‘lsa, uni ustun matritsa deb ataymiz.
4- savol	O‘zaro teng matritsalar qanday ko‘rinishda bo‘ladi?	Javob: agar ikkita A va B matritsalarning barcha mos elementlari o‘zaro teng bo‘lsa, u holda ular teng matritsalar deyiladi hamda A va B matritsalarning tengligi A=B ko‘rinishda belgilanadi.
5- savol	Diagonal element nima?	Javob: $A_{m\times n}$ matritsada i=j bo‘lgan element.
6- savol	Diagonal matritsa tushunchasiga ta’rif bering.	Javob: dioganal elementlaridan boshqa barcha elementlari nolga teng bo‘lgan kvadrat matritsa dioganal matritsa deyiladi.
7- savol	Matritsani songa ko‘paytirish qanday bajariladi?	Javob: ixtiyoriy tartibli $A_{m\times n}$ matritsaning istalgan λ o‘zgarmas songa ko‘paytmasi deb bu matritsaning har bir elementini λ songa ko‘paytirishdan hosil bo‘lgan matritsaga aytiladi va λA kabi belgilanadi.
8- savol	Matritsalar yig‘indisi deganda nimani tushununasiz va u qanday ko‘rinishda yoziladi?	Javob: bir xil tartibli A va B matritsalarning mos elementlarining yig‘indisidan tashkil topgan matritsa A va B matritsalar yig‘indisi deyiladi va A+B ko‘rinishda yoziladi.
9- savol	A matritsaning transponirlangani qanday belgilanadi.	Javob: A^{T}
10- savol	Agar A matritsa $m\times n$ o‘lchovli bo‘lsa, uning transponirlangani A^{T}ning o‘lchovi qanday bo‘ladi?	Javob: $n\times m$
11- savol	Matritsalar ko‘paytmasiga ta’rif bering.	Javob: $A_{m\times p}=(a_{ij})$ va $B_{p\times n}=(b_{ij})$ matritsalarning ko‘paytmasi deb shunday $C_{m\times n}=(c_{ij})$ matritsaga aytiladiki, uning c_{ij} elementlari ushbu $c_{ij}=\sum_{k=1}^{p} a_{ik}b_{kj}\,, i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots n$ yig’indi kabi aniqlanadi.
...	...	...

Muammoli ta’limning bosh maqsadi - talabalarning muammoni to‘liq tushunib yetishiga erishish va ularni hal eta olishga o‘rgatishdan iborat.

Muammoli ta’limni amaliyotda qo‘llash asosiy masalalardan biri o‘rganilayotgan mavzu bilan bog‘liq muammoli vaziyat yaratishdan iborat. Turli o‘quv fanlari bo‘yicha o‘qituvchilar darslar jarayonida muammoli vaziyatlar hosil qilishni va ularni yechish usullarini oldindan ko‘zda tutishlari kerak. Muammoli ta’lim mashg‘ulotlarini tashkil etish va uni boshqarish quyidagi bosqichlarni o‘z ichiga oladi:

- o‘quv fani va dars mavzusini o‘rgatishda ular bilan bog‘liq muammoli masalalarni belgilash;
- ularni muammoli vaziyatlar hosil qilish va amalda foydalanishni oldindan rejalashtirib borish;
- talabalarni tayyorgarlik darajasini hisobga olish;
- zarur o‘quv vositalarini tayyorlash;
- muammoli vaziyatdagi mavjud ziddiyatni ko‘rsatish;

- topshiriqni va uni yechish uchun yetarli shartlarni aniq bayon qilish;

- talabalarning muammoni hal etishda yo‘l qo‘yayotgan xatolarini, ularning sababini va xususiyatini ko‘rsatish;

- talabalarning noto‘g‘ri tahminlari asosida chiqarilgan xulosalari oqibatini muhokama etib, to‘g‘ri yo‘lni topishlariga ko‘maklashish va boshqalar [6, 10].

Barcha tushunchalar takrorlanganidan so‘ng, mavzuning asosiy qism (amaliy qism)ni “Jadval” grafik organayzer interfaol metodi yordamida o‘qitishni ko‘rib chiqamiz. “Jadval” grafik organayzer metodi talabalarda o‘rganilayotgan mavzu, muhokama etilayotgan masala yoki muammoning nazariy mohiyatini jadval yordamida aks ettirish qobiliyatini shakllantirishga xizmat qiladi. Uni qo‘llashda talabalar mavzu (masala, muammo) mohiyatini og‘zaki bayon yoki yozma matn ko‘rinishida emas, balki asosiy g‘oya, tayanch tushuncha, muhim jihatlarini jadvalda aniq qisqa ifodalash ko‘nikmalarini o‘zlashtiradi.

Bu metoddan foydalanishning afzallik tomonlari: birinchidan, talabalarning barchasi so‘rovnomada qatnashadi. Ikkinchidan, mavzuni talabalar tamonidan o‘zlashtirish darajasini aniqlash mumkin. Uchinchidan, qaysi savolga talabalar noto‘g‘ri javob berishganini kuzatib, mavzuning tushunmagan qismlarini yana kengroq tushuntirish mumkin.

Talabalar bilan ommaviy va guruh shaklida ishlashda ham ushbu metodni qo‘llash nihoyatda qulay. Metoddan mashg‘ulotlar so‘ngida mavzuni mustahkamlashga oid tezkor savol-javobni tashkil etishda foydalanish mumkin. Metod quyidagi harakatlarni tashkil etish asosida qo‘llaniladi:

- o‘qituvchi tomonidan talabalarning soniga ko‘ra har bir talaba yoki guruh uchun jadvallar hamda mavzuga oid savolnoma tayyorlanadi;

- savolnomadan “ha” yoki “yo‘q” tarzida javob berish mumkin bo‘lgan savollarning o‘rin olishiga ahamiyat qaratiladi;

- har bir talabaga jadvallar tarqatiladi;

- talabalar o‘qituvchi tomonidan berilgan savollarga “ha” yoki “yo‘q” tarzida javob qaytaradilar.

Masalan: “Matritsalar haqida tushuncha va ular ustida amallar” mavzusini o‘qitishda “jadval” grafik organayzerlarini quyidagicha tashkil qilish mumkin.

To‘g‘ri javoblarni aniqlang. Javoblar jadvaliga “ha” yoki “yo‘q” so‘zlarini yozing.

1	Ikkita A va B matritsalarning ko‘paytmasi birinchi matritsaning ustunlar soni ikkinchi matritsaning satrlar soniga teng bo‘lgandagina kiritiladi.	
2	Ixtiyoriy ikkita A va B matritsalarni qo‘shish va ayirish mumkin.	
3	Matritsaning yo‘l va ustunlar o‘rinlarini almashtirish transponirlash deyiladi.	
4	Agar A matritsa m×n o‘lchovli bo‘lsa, uning transponirlangani AT ning o‘lchovi ham m×n bo‘ladi?	
5	Barcha diagonal elementlari birga teng bo‘lgan diagonal matritsa birlik matritsa deyiladi.	

Javobi:

1	Ikkita A va B matritsalarning ko‘paytmasi birinchi matritsaning ustunlar soni ikkinchi matritsaning satrlar soniga teng bo‘lgandagina kiritiladi.	ha
2	Ixtiyoriy ikkita A va B matritsalarni qo‘shish va ayirish mumkin.	yo‘q
3	Matritsaning yo‘l va ustunlar o‘rinlarini almashtirish transponirlash deyiladi.	ha
4	Agar A matritsa m×n o‘lchovli bo‘lsa, uning transponirlangani AT ning o‘lchovi ham m×n bo‘ladi?	yo‘q
5	Barcha diagonal elementlari birga teng bo‘lgan diagonal matritsa birlik matritsa deyiladi.	ha

Xulosa. Mavzuni bayoni davomida talabalarga matritsalar nazariyasiga bag‘ishlangan hamda ilmiy tadqiqot ishlarida keng qamrovli foydalanilgan adabiyot va maqolalarni [11, 15] o‘qish tavsiya qilinadi. Aytish joizki, nazariy ma’lumotlar bilan bir qatorda fanning tadbiqlariga bag‘ishlangan bilimlarni berilishi talabalarning tushunishlarini osonlashtiradi va kelgusida ilmiy izlanish mavzularini tanlashlariga yordam beradi.

Adabiyotlar

1. Boboeva M.N., Rasulov T.H. The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students. Academy, 4(55), (2020), с. 68-71.

2. Бобоева М.Н. Проблемная образовательная технология в изучении систем линейных уравнений с многими неизвестными. Наука, техника и образование, 9(73), (2020), с. 48-51.

3. Mardanova F.Y., Rasulov T.H. Advantages and disadvantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics. Academy, 4(55), (2020), c. 65-68.

4. Boboyeva M., Qutliyeva Z. Formation of elementary mathematical concepts in preschool children. J. Global Research in Math. Archives, 6(11), (2020), 10-12.

5. Бобоева М.Н. Обучение теме “Множества неотрицательных целых чисел” кластерным методом. Проблемы педагогики, 2(53), (2020), с.23-26.

6. Расулов Т.Х. Инновационные технологии изучения темы линейные интегральные уравнения // Наука, техника и образование. 73:9 (2020), с. 74-76.

7. Умарова У.У. Применение триз технологии к теме “Нормальные формы для формул алгебры высказываний” // Наука, техника и образование. 73:9 (2020), с. 32-35.

8. Умарова У.У. Роль современных интерактивных методов в изучении темы “Множества и операции над ними” // Вестник науки и образования. 94:16-2 (2020), с. 21-24.

9. Mardanova F.Ya., Rasulov T.H. Advantages and disadbantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy. 55:4 (2020), p. 65-68.

10. Rasulov T.H., Rasulova Z.D. Organizing educational activities based on interactive methods on mathematics subject // Journal of Global Research in Mathematical Archives, 6:10 (2019), p. 43-45.

11. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках //Проблемы педагогики, 53:2 (2021), с. 7-10.

12. Rasulov X.R., Yaxshiyeva F.Y. Ikki jinsli populyatsiyaning dinamikasi haqida // Scientific progress, 2:1 (2021), p. 665-672.

13. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2, (2021), p.870-879.

14. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) с.29-32.

15. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar bo‘limini o‘qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1, (2021), p.559-567.

Elyor DILMURODOV
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi katta o'qituvchisi

G'ulomjon QURBONOV
Buxoro davlat universiteti
tayanch doktoranti

GEOMETRIYANI O'QITISHDA INNOVATSION TEXNOLOGIYALARDAN FOYDALANISH TAMOYILLARI

Ushbu maqolada GeoGebra interaktiv geometrik muhitida to'qqiz nuqtadan iborat doira xususiyatlarini o'rganish misolida geometriyaning murakkab masalalarini o'qitishda zamonaviy kompyuter texnologiyalaridan foydalanish muhokama qilinadi. Interaktiv geometrik muhitning ko'rinishi, modellashtirish, dinamikasi kabi imkoniyatlariga e'tibor qaratiladi, ulardan foydalanish an'anaviy geometriyani o'qitish uslubiga yangiliklar olib keladi.

Kalit so'zlar: *interfaol geometrik muhit, modellashtirish, dinamik muhit, vizualizasiya, GeoGebra, geometriyadagi axborot - kommunikasion texnologiyalar.*

В статье рассматривается использование современных компьютерных технологий в обучении комплексным задачам геометрии на примере изучения свойств круга, состоящего из девяти точек, в интерактивной геометрической среде GeoGebra. Упор делается на возможности интерактивной геометрической среды, такие как внешний вид, моделирование, динамика, использование которых, вносит новшества в методику обучения традиционной геометрии.

Ключевые слова: *интерактивная геометрическая среда, моделирование, динамическая среда, визуализация, GeoGebra, информационно-коммуникационные технологии в геометрии.*

This article discusses the use of modern computer technology in teaching complex problems of geometry on the example of studying the properties of a nine-point circle in the interactive geometric environment GeoGebra. Emphasis will be placed on the features of the interactive geometric environment, such as appearance, modeling, and dynamics, the use of which will lead to innovations in the teaching of traditional geometry.

Key words: *interactive geometric environment, modeling, dynamic environment, visualization, GeoGebra, information and communication technologies in geometry.*

Kirish. Ta'limni axborotlashtirish sharoitida geometriyani o'qitishda kompyuter texnologiyalaridan foydalanish nafaqat ularning jadal rivojlanishi va ta'lim sohasiga kirib borishi bilan, balki mavzuning o'ziga xos xususiyatlari bilan bog'liq bo'lib, unda akademik A.D.Aleksandrovning aytishicha, "qat'iy mantiq vizual tasvir bilan birlashtirilgan bo'lib, unda ular o'zaro bir-birini tashkil qiladi va boshqaradi" [1].

Maktab o'quvchilari uchun geometriya eng qiyin fanlardan biridir. Buni tekshirish natijalarini tahlil qilish tasdiqlaydi: maktab bitiruvchilari ayrim bir murakkab geometrik masalalarni bajarishda qiynalishadi yoki faqat tekislikdagi masalalarni yechish bilan kifoyalanishadi xolos, ammo bu ko'pchilikda ijobiy natija bermaydi.

Bunday holatning sababi, G.D.Gleyzerning fikriga ko'ra, geometriyani o'qitishning an'anaviy uslubiyati: "maktab darsligi va mamlakatimizda shakllangan o'qitish an'analari geometriyani o'qitishning asosiy maqsadi mantiqiy fikrlashni rivojlantirish degan fikrga olib keldi. Shu sababli, so'nggi yillarda ko'plab tadqiqotchilar mantiqiy va vizual-obrazli fikrlashning optimal kombinatsiyasiga asoslangan holda geometriyani o'qitishni takomillashtirish yo'llarini izlashga e'tibor qaratmoqdalar".

Asosiy qism. Zamonaviy axborot-kommunikatsion texnologiyalaridan (AKT) foydalanish geometriyaning ko'plab masalalarini o'rganishda an'anaviy yondashuvlarni o'zgartirishga imkon beradi. Shu bilan birga, AKTni o'qitish vositasi sifatida foydalanishni o'quv materialini og'zaki bayon qilishning oddiy tasvirini qisqartirish kerak emas, balki uning barcha imkoniyatlaridan foydalanish kerak, ular esa quyidagilardan iborat: geometrik muhitni ko'rish, modellashtirish hamda dinamik tamoyillaridir.

Geometrik muhitni ko'rish tamoyili: zamonaviy didaktikada o'qitishni vizualizatsiya qilish tamoyili - bu o'quv jarayonida tegishli ta'lim ma'lumotlarini vizual tarzda taqdim etishning turli xil vositalaridan foydalanishga yo'naltirilganligidir.

Amerikalik psixolog R.Arnxeym – "vizual operatsiyalar orqali fikrlash" ma'nosini anglatuvchi "vizual fikrlash" atamasini ham kiritdi va uning faoliyati kognitiv faoliyatda obrazli hodisalarning o'rni to'g'risida zamonaviy izlanishlarga asos yaratdi.

Axborotni qayta ishlash va taqdim etishning zamonaviy texnik vositasi sifatida kompyuterdan foydalanish vizual tasvirlarni yaratish uchun uning keng imkoniyatlaridan foydalanishga imkon beradi. Agar an'anaviy o'qitishda ko'rinadiganlik, avvalo, ma'lumotni o'qituvchidan o'quvchiga vizual tasvirlar va shakllar orqali uzatishni taminlaydigan illyustratsion komponent sifatida tushunilgan bo'lsa, u holda kompyuterni o‘rganish sharoitida obyektlar haqidagi ma’lumotlarni taqdim etish orqali ko‘rish mumkin bo‘ladi hamda statikada va dinamikada kompyuter shaklidagi jarayonlar vizualizatsiyani “yetkazib beruvchisi” endi o‘qituvchi emas, balki kompyuterdir. O‘quv materialini taqdim etishning bunday usuli matematik formuladan (teorema, ta’rif) orqasida talaba obyekt tasvirining o‘ziga xos ko‘rinishiga ega bo‘lmaganda, uning ushbu bayonot bilan belgilangan muhim xususiyatlar noto‘g‘ri qabul qilingan vaziyatni to‘g‘rilashga imkon beradi. Bundan tashqari, ushbu “uchburchak”ning eng muhim cho‘qqisi - bu tasavvur. Pedagogik amaliyot shuni ko‘rsatadiki, kompyuter texnikasi yordamida geometrik bilimlarni vizualizatsiya qilish maktab o‘quvchilarida geometrik obyektlar va ularning xususiyatlari to‘g‘risida tasavvurni rivojlantiradi.

Modellashtirish tamoyili: zamonaviy didaktikada ko‘rish tamoyili nafaqat aniq vizual obyektlarga va ularning tasvirlariga, balki ularning modellariga ham muntazam ravishda bog‘liqdir. V.V.Davidov ta’lim modellarini aniqlik va mavhumlik ko‘rinishlari hamda tushunchalarining birlashishi sifatida tavsiflaydi va modellashtirishni ko‘rinishni to‘ldiruvchi didaktik tamoyil sifatida ko‘rib chiqishni taklif qiladi. Ushbu tamoyillarning aloqasi V.V.Davidov unga quyidagicha ta’rif beradi: “bu yerda ta’limning mazmuni narsalarning tashqi xususiyatlari bo‘lsa, tasviriy ko‘rinish tamoyili o‘zini oqlaydi. Ammo bu yerda ta’lim mazmuni obyektlarning aloqalari va munosabatlariga aylansa, ko‘rish juda yetarli emas. Bu yerda modellashtirish tamoyili kuchga kiradi” [2].

Geometrik modellarni vizualizasiya qilish bilan bog‘liq bo‘lgan kompyuter modellashtirish geometrik tadqiqotlarda foydali vosita bo‘lib, uning yordamida siz yangi qiziqarli geometrik faktlarni eksperimental ravishda topishingiz mumkin. Kompyuter eksperimenti natijalari o‘quvchilarni darslikda keltirilgan mantiqiy dalillardan ko‘ra ko‘proq so‘zlarning to‘g‘riligiga ishontiradi. V.E.Mintonning ta’kidlashicha, modelda qayd etilgan muhim xususiyatlar va aloqalar o‘quvchilarga ushbu xususiyatlar va aloqalarni ular o‘zlari tomonidan aniqlanganda, ya’ni modelni yaratishda ular o‘zlari ishtirok etganlarida quyidagi kompyuter tajribalari tasavvurlarini rivojlanishiga imkon beradi:

- belgilangan shartlarga muvofiq obyektning xususiyatlarini aniqlash;
- ma’lum qo‘shimcha sharoitlarda obyektning xususiyatlarini ochib berish;
- tadqiqot gipotezasini tasdiqlash yoki rad etish.

Dinamikaning tamoyili: geometrik tushunchalarni kompyuter dinamik talqini - bu geometriyani o‘qitishda innovatsion yondashuvdir. Dinamik illyustratsiya - bu illyustrativ obyekt harakati ta’sirini kompyuterda amalga oshirish. Dinamikaning tamoyili dinamik geometriya tizimlari yoki interaktiv geometrik vositalar uchun asosdir.

Dinamik modellar - foydalanuvchi ulardan foydalanish (tajriba, kuzatish, tadqiqot) jarayonida xususiyatlarini maqsadga muvofiq ravishda o‘zgartirishi mumkin bo‘lgan interaktiv modellar. Zamonaviy o‘quvchi uchun interaktiv geometrik muhit nafaqat geometrik materialni o‘rganish uchun yangi innovatsion texnologiya, balki grafik ma’lumotlarni qayta ishlash uchun tanish, tabiiy texnologiya hamdir.

1961-yilda A.Suzerland “Sketchpad” birinchi interaktiv grafik to‘plamini yaratdi. Ushbu dastur displeyda oddiy shakllarni chizish, ularni saqlash va tayyor shakl prototiplaridan foydalanish imkonini berdi. Dastur obyektlarni modellashtirishga imkon berdi: ya’ni avtoulovning shinalari o‘lchamlarini o‘zgartirib, lekin modelning qolgan qismiga ta’sir qilmasdan uning tasviri bilan ishlash mumkin edi.

Hozirgi vaqtda geometrik obyektlar yordamida geometrik konstruksiyalarni bajarishga, ular orasidagi bog‘liqlikni o‘rnatishga imkon beradigan interfaol grafik to‘plamlar juda xilma-xildir. Ularni ikki turga bo‘lish mumkin: ikki o‘lchovli geometriya (2 D) dasturlari va uch o‘lchovli geometriya (3 D) dasturlari.

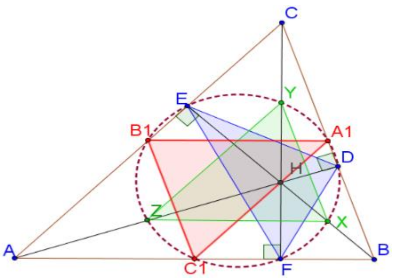
Geometrik muhitning interaktivlik xususiyati quyidagilarga imkon beradi:

- foydalanuvchi tomonidan kiritilgan dastlabki ma’lumotlar uchun chizma qurilishini amalga oshirish;
- chizmalarni qurishning umumiy algoritmini saqlagan holda obyektlarning parametrlarini o‘zgartirish;
- tasvirlangan figuralarning xususiyatlari haqida ma’lumot olish;
- o‘rganilayotgan obyektning xususiyatlari to‘g‘risida ma’lumot to‘plash yoki uning xususiyatlaridagi o‘zgarishlarning tabiatini kuzatish uchun kompyuter tajribasini o‘tkazishga to‘g‘ri keladi.

Geometrik materialni o‘rganish uchun siz GeoGebra 3D geometriya dasturidan foydalanishingiz mumkin. U Markus Xenvarter tomonidan ishlab chiqilgan bo‘lib, bepul tarqatilgan, oddiy foydalanuvchi interfeysiga va rus tilidagi versiyasiga ega. So‘nggi yillarda ushbu dastur atrofida butun dunyo bo‘ylab tadqiqotchilar va o‘qituvchilarning xalqaro hamjamiyati shakllandi, ular interaktiv geometrik muhitni (IGS) targ‘ib qilish bo‘yicha konferensiyalarda qatnashmoqdalar.

Muhokamalar va natijalar. Biz to‘qqiz nuqtadan iborat doirani dinamik ravishda chizish uchun GCI GeoGebra imkoniyatlarining qo‘llanilishini ko‘rsatib o‘tamiz.

To‘qqiz nuqtadan iborat doira *[3]: ixtiyoriy uchburchakning uchta balandligining asoslari, uning uch tomonining o‘rtasi va uchlarini ortosentr bilan bog‘laydigan uchta segmentning o‘rtasi (balandliklar kesishish nuqtasi) bitta aylanada, radiusi bu aylana doirasining radiusining yarmiga teng (1-shakl).*



1-shakl. To‘qqiz nuqtadan iborat doira

GeoGebra dasturining imkoniyatlari nafaqat atrof-muhitning tayyor vositalaridan foydalangan holda to‘qqizta nuqta doirasini tezda qurishga, balki uning xususiyatlarini dinamikada namoyish etishga imkon beradi.

GeoGebra muhitida to‘qqiz nuqtadan iborat doira qurish algoritmini bajarish bosqichlarini keltirib o‘tamiz.

1) ixtiyoriyABC uchburchagini yasang:

Многоугольник

2) uchburchak tomonlarining o‘rta nuqtalarini belgilang:

A_1, B_1, C_1

Середина или центр

3) uchburchak balandliklarini yarating: AD, BE, CF (D, E, F nuqtalar ikkita obyektning kesishish nuqtalari sifatida aniqlanadi).

Перпендикулярная прямая

Пересесечение

4) balandlik kesishgan H nuqtani ikkita obyektning kesishishi sifatida belgilang:

5) uchburchakning uchlarini balandliklarning kesishish nuqtasi bilan bog‘laydigan AH, BH, CH segmentlarining o‘rta nuqtalarini Z, X, Y sifatida belgilang:

Середина или центр

6) uch nuqtadan iborat doira chizish:

Окружность по трём точкам

7) shu tarzda qurilgan doiraga tashqi uchburchak bilan tasvirlangan (1-shakl):

8) $\Delta A_1B_1C_1$ asosiy uchburchak (o‘rta uchburchak) tomonlarining o‘rta nuqtalarini birlashtirish:

9) ΔFDE dastlabki uchburchak balandliklarining asosini ulash:

10) ΔXYZ ularning uchlari asosiy uchburchakning tepalarini ortosentr bilan bog‘laydigan segmentlarning o‘rta nuqtalari.

Eyler chizig‘i [3]: *Uchburchakning ortsentri H, og’irlik markazi (uchburchak medianalari kesishish nuqtasi) M va uchburchak tashqi aylana markazi O bir to‘g’ri chiziqda yotadi va $HM\colon HO = 2\colon 1$ munosabat o‘rinli bo‘ladi. H, M ва O nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq Eyler chizig‘i deb ataladi (2-shakl).*

Eyler chizig‘ini GeoGebra dasturi yordamida tasvirlash algoritmini keltiramiz.

1) IxtiyoriyABC uchburchagini yasang:

Многоугольник

2) uchburchakning medianalarini tuzing: uchburchak tomonlarining o‘rta nuqtalarini toping, tomonlarning o‘rta nuqtalarini AA_1, BB_1, CC_1 uchburchakning uchlari bilan tutashtiring:

Середина или центр

Отрезок

3) medianalarning kesishish nuqtasi M (og‘irlik markazi) ni ikkita obyektning kesishishi sifatida belgilang:

Пересесечение

4) uchburchak AD, BE, CF balandliklari asosi (D, E, F nuqtalar)ni ikkita obyektning kesishish nuqtalari sifatida aniqlanadi:

Перпендикулярная прямая

Пересесечение

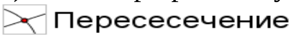
5) balandliklarning kesishish nuqtasi H (ortsentr)ni ikkita kesmaning kesishishi sifatida belgilang:

Пересесечение

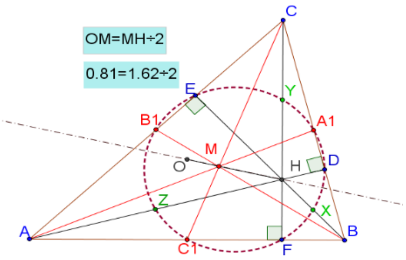
6) uchburchakning yon tomonlariga tushirilgan o‘rta perpendikulyarlarini yasang:

Срединный перпендикуляр

7) o‘rtacha perpendikulyarlarning kesishish nuqtasini ikkita kesmaning kesishishi sifatida belgilang:



8) ikkala nuqta orqali to‘g‘ri chiziq o‘tkazing. Masalan, O va H:



2-shakl. Eyler chizig‘i

Xulosa. Shunday qilib, interaktiv geometrik muhitning keng imkoniyatlaridan foydalanish geometriyaning ko‘plab murakkab masalalarini o‘rganishda an’anaviy yondashuvlarni o‘zgartirishga imkon beradi, bu Eyler muammosi misolida ko‘rsatildi. An’anaviy ko‘rgazmali qurollar bilan taqqoslaganda GSI geometrik materialni o‘rganishning innovatsion texnologiyasi sifatida sifat jihatidan yangi didaktik imkoniyatlarni beradi.

Bundan tashqari, matematika fanini samarali o‘qitish hamda uni amaliyotga tadbiq qilinishida bir qator ilg‘or pedegogik texnologiyalardan foydalanish [7, 12] va boshqa fanlar bilan integratsiyasi [13, 15] haqida ma’lumotlar berish muhim ahamiyat kasb etadi.

Adabiyotlar

1. Александров А.Д. О геометрии. Математика в школе. №3, 1980, с. 56 – 62.

2. Кузебецкий А. Смыковская Т. Информационно - коммуникационные технолигии в управлении образованием. Народное образавание. №8, 2008, с.105-112.

3. Готман Э.Г. Прямая Эйлера. Квант, №2, 1975, с. 20 – 25.

4. Есаян А.Р., Якушин А.В. Эксперементальное обоснование гипотез в GeoGebra // Чебышевский сб., 2017. т.18., вып.1, с. 92-108.

5. Ястребов А.В. Обучение математике в вузе как модель научных исследований. - Ярославль: РИО ЯГПУ, 2017. - 306 с.

6. Букушева А.В. Место компьютерной геометрии в подготовке бакалавров - математиков // Современные информационные технологии и ИТ- образование. Сборник научных трудов X Юбилейной международной научно - практической конференции / под ред. В.А. Сухомлина. - Москва: МГУ. - 2015. - с. 291-294.

7. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) с.29-32.

8. Boboeva M.N., Rasulov T.H. The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy. 55:4 (2020), p. 68-71.

9. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International Journal of Scientific & Technology Research. 9:4 (2020), p. 3068-3071.

10. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar bo‘limini o‘qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1 (2021), p.559-567.

11. Mardanova F.Ya., Rasulov T.H. Advantages and disadvantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy. 55:4 (2020), pp. 65-68.

12. Расулов Т.Х. Инновационные технологии изучения темы линейные интегральные уравнения // Наука, техника и образование. 73:9 (2020), с.74-76.

13. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках //Проблемы педагогики, 53:2 (2021), с. 7-10.

14. Rasulov X.R., Djo‘raqulova F.M. Ba’zi dinamik sistemalarning sonli yechimlari haqida // Scientific progress, 2:1 (2021), p. 455-462.

15. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2 (2021), p.870-879.

Alijon AVEZOV
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi katta o‘qituvchisi

Sunnatillo BO‘RONOV
Buxoro muhandislik texnologiya instituti
o‘qituvchisi

MATEMATIKA FANINI O‘QITISHNING ASOSIY METODLARI

Maqolada matematikani o‘qitish metodlari, to‘liq bo‘lmagan va to‘liq induksiya metodlari, to‘liq bo‘lmagan induksiya metodi asosida metodik tajriba va uning natijalari, deduksiya o‘qitish metodi, analogiya metodi va uning o‘rni keltirilgan. Evrestik metod va uning modifikatsiyalari, evrestik metod yordamida o‘qitish usuli hamda trigonometriya va trigonometriyaga doir bir necha misollarda ularni o‘qitish haqida so‘z yuritilgan. Keltirilgan usullarning yutuqlari va kamchiliklari, qaysi holda qaysi usullarni ishlatish kerakligi haqida tavsiyalar berilgan.

Kalit so‘zlar: *metod, gipoteza, evristik o‘qitish metodi, induksiya metodi, kosinuslar teoremasi, analogiya metodi, deduksiya o‘qitish metodi.*

В статье рассматриваются методы обучения математики, методы неполной и полной индукции, методический опыт и ее результаты, основанный на методе неполной индукции, метод обучения дедукции, метод аналогии и его роль. Рассмотрены эвристический метод и его модификации, обучения по эвристическому методу и приведены решения несколько примеров по тригонометрии, указаны преимущества и недостатки этих методов.

Ключевые слова: *метод, гипотеза, эвристический метод обучения, метод индукции, теорема косинусов, метод аналогии, метод обучения дедукции.*

The article deals with the methods of teaching mathematics, incomplete and complete induction methods, methodological experience based on the method of incomplete induction and its results, the method of teaching deduction, the method of analogy and its role. Heuristic method and its modifications, Heuristic method of problem solving, Heuristic method of teaching and teaching them in several examples of trigonometry and trigonometry, the advantages and disadvantages of these methods, in which case recommendations are given as to which methods should be used.

Key words: *method, hypothesis, heuristic teaching method, induction method, cosine theorem, analogy method, deduction teaching method.*

Kirish. Hozirgi vaqtda mamlakat rahbariyati tomonidan matematika sohasini rivojlantirishga, ta’lim sifatini oshirishga va bevosita fanni amaliyotga tadbiq qilishga katta e’tibor qaratilgan. Ushbu yo‘nalishda O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020-yil 7-maydagi PQ-4708-sonli “Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g’risida”gi Qarori qabul qilingan. Qaror ijrosini ta’minlash borasida bir qator ilmiy izlanishlar [4, 6] olib borilgan. Tajribalar shuni ko‘rsatmoqdaki, yuqorida aytib o‘tilganidek, mavzuni o‘tishda ilg’or pedagogik texnologiyalarni qo‘llash bilan bir qatorda, fanni amaliyotga bog’liqligi haqida misollar keltirish o‘quvchining ham qiziqishi ortishiga va tushunishini osonlashishiga sabab bo‘ladi.

Asosiy qism. Ma’lum an’anaviy metodlar uzoq vaqt davomida tajribali o‘qituvchilarning tajribasi asosida yaratilgan. Yosh o‘qituvchilarga ularni maksimal darjada o‘rgatish bizning vazafamiz hisoblanadi. Faqatgina an’anaviy va yangi kiritiladigan metodlarni qo‘llabgina o‘qituvchi o‘z ishida muvoffaqiyatlarga erishishi mumkin. Buning uchun o‘qituvchi har bir metodning yutuq va kamchiliklarini qo‘llash shartlarini bilishi kerak bo‘ladi. Bundan tashqari matematik ta’limda umumdidaktik metodlar ham, ya’ni qaysiki maxsus shartlarda matematikani o‘qitish metodlaridan ham foydalaniladi. Ularning ko‘pchiligi asosida induksiya, deduksiya, analogiya va boshqa metodlar yotadi. Bularning ko‘pchiligi ta’limda to‘g’ridan-to‘g’ori yoki qisman foydalaniladi. Bu metodlar adabiyotlarda keng yoritilgan va yoritilmoqda. Biz ularni ayrimlarini va qaysi yo‘nalishda qo‘llanilishini ko‘rsatishga harakat qilamiz.

Induksiya metodi. Matematik induksiya metodi matematikaning turli-tuman, hatto bir-biridan juda olis sohalarida ham muvaffaqiyat bilan keng qo‘llaniladigan metoddir. Avvalo, bu metod o‘zining juda sodda bo‘lgan g’oyasi bilan e’tiborga sazovordir. Ikkinchidan, bu metod isbotlanayotgan gipotezaning yoki teoremaning aniq bayonini keltirishda ma’lum “topog’onlik”ni talab etish bilan ham xarakterlidir. Matematik induksiya elementar matematikaning barcha sohalaridagina emas, balki hozirgi zamonaviy matematikaning turli bo‘limlarida ham yangi-yangi faktlarni isbot qilishning muhim omilidir. Matematik induksiya metodi biror-bir tasdiqni hosil qilish usuli emas, balki berilgan tasdiqni isbotlash usulidir. Bu metodning qo‘llanishiga doir misollar keltiramiz [1].

1-misol (tajriba): pedagogik amaliyot davrida Buxoro tumani Gala osiyo pedagogika kolleji 9-c guruhida geometriya darsida o‘qituvchi ruxsati bilan quyidagi tajriba o‘tkazildi. Ularning 10 tasiga transportr va chizg’ich berilib ularga quyidagi topshiriq berildi. Ikkita ixtiyoriy uchburchak chizing. Birinchisi ostiga “Uchburchakning bissektrisalari bir nuqtada…” ikkinchisiga “Uchburchakning medianalari bir nuqtada” deb yozing. Birinchisiga qo‘lingizdagi transportr yordamida har bir burchak bissektrisasini yasang. So‘ng chizgan chizmangizga qarab o‘z fikrlaringizni ya’ni uchburchak bissektrisalari bir nuqtada kesishgan bo‘lsa uchburchak ostidagi… o‘rniga “bir nuqtada kesishmaydi” deb yozing. Agar chizgan bissektrisalaringiz bir nuqtada kesishgan bo‘lsa… lar o‘rniga bir nuqtada kesishmaydi deb yozing, (nima bo‘lgan o‘shani yozing). Ikkinchisida qo‘lingizdagi chizg’ich bilan uchburchak medianalarini o‘tkazing. Yana chizmangizga qarab o‘z fikrlaringizni uchburchak medianalari bitta nuqtada kesishgan bo‘lsa uchburchak ostidagi gap davomidagi… o‘rniga “bir nuqtada kesishmaydi deb yozing”. Agar o‘tkazgan medianalaringiz bir nuqtada kesishgan bo‘lmasa uchburchak ostidagi yozuvda … o‘rniga bir nuqtada kesishmaydi yoki nima bo‘lgan bo‘lsa o‘shani yozing. Bu tajriba tushuntirish ishlari bilan atiga 10 daqiqa vaqt sarf qilindi. Natijalar quyidagidek bo‘ldi. Uchburchak bissektrisasi bo‘yicha javobda ham medianalar bo‘yicha javobda ham “ikkitasi kesishadi, bittasi ozgina farq qiladi” deb yozishdi. Aniqrog’i ular o‘xshash ishlarni tajribadagi xatoliklarga yo‘l qo‘yishgan.

Ma’lumki uchburchak bissektrisalari va medianalari bir nuqtada kesishadi va bu gipoteza to‘liq bo‘lmagan induksiya metodi bilan olingan bo‘lsa ham o‘rinli. O‘quvchilarga, albatta, buni to‘g’riligini isbot qilib tushuntirib bergan ma’qul. Shu yerda induksiya metodini qisqacha bayon qilamiz.

Biror A(n) gipoteza bayon qilingan bo‘lsin. A(n) gipotezaning ixtiyoriy n natural son uchun bevosita ko‘rish iloji bo‘lmasin. Bu holda A(n) mulohazaning matematik induksiya prinsipi deb atalishini usulda quyidagicha isbotlanadi yoki quyidagi qadamlar bo‘yicha ko‘rsatiladi.

1. n=1 uchun tasdiq to‘g’ri ko‘rsatiladi.
2. Tasdiqni n=k uchun A(n) tasdiq to‘g’ri bo‘lsin deb faraz qilinadi.
3. n=k+1 uchun A(n) tasdiqni to‘g’riligi ko‘rsatiladi.

Shundan so‘ng A(n) tasdiq ixtiyoriy n (n – natural son)lar uchun isbotlangan hisoblanadi. Shu metod A(n) tasdiqni butun n lar bo‘yicha to‘g’riligini ko‘rsatuvchi usul hisoblanadi. Chunki n=1 da isbot qilingandan so‘ng ixtiyoriy n=k da o‘rinliligidan ixtiyoriy n=k+1 da o‘rinli bo‘lib chiqadi. Shu metodni o‘zlashtirish uchun quyidagi ikkita misolni keltiramiz.

2-misol. Istalgan natural n da $7^{n+1} + 8^{2n-1}$ sonining 19 ga bo‘linishini isbotlang.

Yechish. Agar n=1 bo‘lsa, $7^2 + 8^1 = 57$ bo‘ladi, 57 esa 19 ga bo‘linadi. Biror k natural son uchun $7^{k+1} + 8^{2k-1}$ soni 19 ga bo‘linadi, deb faraz qilaylik. Bu holda $7^{k+2} + 8^{2k+1}$ ning 19 ga bo‘linishini isbotlaymiz.

Haqiqatan, $7^{k+2} + 8^{2k+1} = 7\cdot7^{k+1} + 64\cdot8^{2k-1} = 7(7^{k+1} + 8^{2k-1}) + 57\cdot8^{2k-1}$. Olingan yig’indidagi har qaysi qo‘shiluvchi 19 ga bo‘linayotganidan $7^{k+2} + 8^{2k+1}$ ham 19 ga bo‘linadi. Mulohaza isbotlandi.

3-misol. Fibonachchi ketma – ketligi quyidagi shartlar bilan beriladi:

$a_0 = 0,\ a_1 = 1,\ a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$.

Isbotlang: $a_{n+1}\cdot a_{n+2} - a_n \cdot a_{n+3} = (-1)^n$

Yechish. Qo‘yilgan shartdan $a_2 = 1$, $a_3 = 2$, $a_4 = 3$ ekani kelib chiqadi. n =1 da $a_2\cdot a_3 - a_1\cdot a_4 = 1\cdot2 - 1\cdot3 = (-1)^1$ bo‘ladi.

Tenglik n = k, k∈N da to‘g’ri bo‘lsin: $a_{k+1}\cdot a_{k+2} - a_k \cdot a_{k+3} = (-1)^k$.

Endi n = k+1 da: $a_{k+2}\cdot a_{k+3} - a_{k+1}\cdot a_{k+4} = a_{k+2}\cdot a_{k+3} - a_{k+1}(a_{k+3} + a_{k+2}) = a_{k+2}\cdot a_{k+3} - a_{k+1}\cdot a_{k+3} - a_{k+1}\cdot a_{k+2} = a_{k+3}(a_{k+1} + a_k) - a_{k+1}\cdot a_{k+3} - a_{k+1}\cdot a_{k+2} = a_{k+1}\cdot a_{k+3} + a_k\cdot a_{k+3} - a_{k+1}\cdot a_{k+3} - a_{k+1}\cdot a_{k+2} = -(a_{k+1}\cdot a_{k+2} - a_k\cdot a_{k+3}) = -(-1)^k = (-1)^{k+1}$.

Demak, tenglik n ning istalgan natural qiymatida to‘g’ri.

Deduksiya metodi. Deduksiya bu – fikrlashning umumiy tasdiqlardan xususiy tasdiqlarga o‘tish formasi. Deduksiya so‘zi matematik xulosa qilishni bildiradi. Qisqasi, bor mavjud tasdiqlardan bir tasdiqni keltirib chiqarishni o‘rganish metodi hisoblanadi. Biror tasdiqni lemmani, teoremani isbot qilish uchun uni oldin isbot qilingan aksiomalar yoki teoremalar qismiga suyanish kerak.

To‘la induksiya ham dedukdiv isbot qilishga misol bo‘ladi. Bunga ishonch hosil qilish uchun to‘la induksiyadagi tasdiqni to‘g’riligini bildiruvchi fikrlashga e’tibor berish yetarli. Ya’ni unda “mumkin bo‘lgan barcha hollar ko‘rilib isbot qilinishi kerak bo‘lgan tasdiq to‘g’ri” [2].

Maktabning yuqori sinflarida deduktiv metod eng asosiylaridan hisoblanadi. Matematik olimlar ijodida va shu bilan birga maktabda to‘la bo‘lmagan induksiya muhim o‘rin tutadi. Bu metod maktabda quyidagi hollarda ishlatiladi:

1. Matematik fikrlarni (tasdiqlarni) o‘quvchilarning o‘zlari mustaqil o‘qishlari, ko‘rsatishlari.
2. Biror teoremani o‘zlashtirish murakkab, lekin hali ularni isbot qilishda hali kuchi yetadigan holda ishontirish kerak bo‘lgan holda.
3. Teoremaning (tasdiqning) isbotini ko‘rgazmali qurollar (rasmlar, chizmalar) yoki adabiyotlar orqali ko‘rsatish.
4. Amaliy natija beradigan yechish metodlari sifatida qarash.

Birinchi 3 ta holda to‘la bo‘lmagan induksiya maktabda o‘qitish usullari barchasining asosini tashkil qiladi. To‘rtinchisi o‘qitishning, yechishning bir usuli sifatida ham ishlatiladi. Masalan: masalani yechishda chizmani chizish ham katta yordam berishini ayrim o‘qituvchilar hisobga olishmaydi.

Induksiya metodini qo‘llab qandaydir teoremani “kashfiyot” qilishda quyidagi fikrlarga e’tibor berish kerak bo‘ladi (o‘qituvchilar e’tibor berishi kerak):

1. O‘quv darsi soatini tejash uchun kam sonda tipik (xususiy) misollar olish kerak. Xususiy misollar sonini ko‘p olish baribir qat’iylikni hech ham oshirmasligi mumkin.

2. Keltirilgan xususiy misollar noto‘g’ri xulosa chiqarishga olib kelmasligi kerak. Masalan quyidagi misolga e’tibor beraylik.

$$a^2 * a^2 = a^4 \text{ buni biz } a^2 * a^2 = (a*a)*(a*a) = a^4$$

ekanligini darajalarni tushuntirishda ko‘rsatishimiz o‘rinli. Bundan o‘quvchi noto‘g’ri tasdiqni xulosa qilishi mumkin. “Darajalarini ko‘paytirib asosini o‘zgarishsiz qoldirish kerak”.

Qisqa qilib aytganda deduktiv va intuktiv usullar bir - birini to‘ldiruvchi fikrlash (o‘qitish) formalaridir. Haqiqatdan ham isbotlanishi kerak bo‘lgan tasdiqlar (gipotezalar) kuzatishlarga asoslangan holda induktiv yo‘l bilan hosil qilinadi, so‘ngra bu tasdiqni to‘g’riligini isbotlashning biror deduktiv metodi ko‘rsatiladi. Bu usul nafaqat matematikada, balki fizika, kimyo va boshqa tabiiy fanlarda ko‘p ishlatiladi.

Analogiya metodi. Analogiya metodi - shunday xulosaki, bunda predmetlar ba’zi belgilarning o‘xshashligi bo‘yicha ham o‘xshash, degan taxminiy xulosa chiqariladi. Analogiya “xususiydan xususiyga boradigan”, bir konkret faktdan boshqa konkret faktlarga boradigan xulosadir. Agar biror voqeylik bir necha xususiy boshqa bir voqeylikning ko‘pchiligi xususiyatlari bilan bir xil bo‘lsa, bu voqeyliklar analog deyiladi.

Agar fikrlash quyidagi sxemada ya’ni:

A voqeylik a,b,c,d xususiyatlarga ega;

B voqeylik a,b,c xususiyatlarga ega bo‘lishidan B ham A xususiyatga ega bo‘lishi ehtimoli bo‘ladi.

Bu usul hali bo‘lmagan “kashfiyotlar”, “ixtirolar”ni ochishga olib kelishi mumkin. Matematikani o‘qitishda analogiya muhim o‘rin tutadi. Buning asosida obrazlari (shakllarga, ko‘rinishlarga) ga qarab o‘rganish yotadi. Bu qisqacha “shakllarga qarab o‘qitish” ham deb yuritiladi. O‘qituvchi tasdiqlar isbotiga (teoremalar isbotiga) albatta obrazlar keltirishlar kerak [3].

Evristik o‘qitish metodi. Evristika degan so‘zning ma’nosi savol-javobga asosan “topaman” demakdir. Evristik o‘qitish metodi – nazariy tekshirishda yangiliklar kashf etish jarayonida qo‘llaniladigan mantiqiy usullar va metodik qoidalar majmui yoki unumli ijodiy fikrlash (tafakkur) jarayonlarini o‘rganadigan metod.

Evristik o‘qitish metodini qo‘llashda o‘qituvchi o‘quvchilar bilan hamkorlikda hal etilishi zarur bo‘lgan masalani aniqlab oladi, o‘quvchilar esa mustaqil ravishda taklif etilgan masalani tadqiq etish jarayonida zaruriy bilimlarni o‘zlashtirib oladilar va uning yechimi bo‘yicha boshqa vaziyatlar bilan taqqoslaydi. O‘rnatilgan masalani yechish davomida o‘quvchilar ilmiy bilish metodlarini o‘zlashtirib tadqiqotchilik faoliyatini olib borish ko‘nikmasi, tajribasini egallaydilar.

Bu ta’rifdan “Maqsadga muvofiq” deb yuritiladigan metod, evristik metodning bir ko‘rinishi bo‘ladi. “Maqsadga muvofiq” usulining asosida dars o‘tishda o‘quvchilarga oldin bir nechta mashqlar beriladi. Shu asosida yangi mavzu maqsadi tushuntiriladi yoki misollar asosida mavzu tushuntiriladi. Bu metod asosida “o‘quv materialini o‘zlashtirish va xotira qonuniyatlari” yotadi. Bu qonuniyat asosida o‘qitish materialini o‘zlashtirishni (eslab qolishni) osonlashtiradi. Bunday ko‘p mashqlar olib mavzuni tushuntirish maqsadga muvofiq deyish mumkin. Lekin bu tasdiq har doim ham o‘rinli bo‘lavermaydi. Juda ko‘p misollar keltirilib tushuntirish ham yaxshi emas ekan, ya’ni materialni eslab qolishni qiyinlashtirish ham mumkin. Ko‘p misollar olish biror elementni eslab qolishni bildirishi mumkin. Lekin mashq hajmining oshishi bilan o‘quvchida uning hammasini eslab qolishni murakkablashtirishi mumkin. Juda ko‘p mashqlar ko‘rilganda mavzuning asosiy maqsadi chetga qolib ketishi va mavzudan uzoqlashib qolishga olib kelishi mumkin.

Yangi mavzuni “Maqsadga muvofiq masala” usulida tushuntirishda iloji boricha ham tayyorlab qo‘yilgan misollarni keraklisi, ularning ayrimlari o‘zi bir marta olinib, mavzu elementlarini tushuntirish kerak. Misol: O‘quvchilarga mustaqil yechish uchun quyidagi masalani berish mumkin. To‘g’ri to‘rtburchakning uzunligi a metr va balandligi b metr bo‘lsa to‘g’ri to‘rtburchak yuzini dm^2, sm^2 va m^2 larda ifodalang. Konkret masala quyidagi a va b sonlar har xil haqiqiy sonlar (masalan, a=2,1 b=3,25) olinishi ma’qul.

Bu masalani yechishda ko‘p vaqt ketmasada o‘quvchilarga o‘nli kasrlarni ko‘paytirish qonunlarini o‘rganish imkonini beradi. Bunday hollarda “Maqsadga muvofiq masala” metodidan foydalanish usulini qo‘llash maqsadga muvofiq bo‘ladi. Yuqoridagi mulohazalardan ko‘rinib turibdiki “Maqsadga muvofiq masala” metodidan foydalanish usulini qo‘llash maqsadga muvofiq bo‘ladi. Bu mulohazalardan ko‘rinib turibdiki “Maqsadga muvofiq masala” metodi asosida ham o‘rganishning to‘la bo‘lmagan induksiya yotadi.

Matematika darslarida “Maqsadga muvofiq masala” metodining boshqa ko‘rinishi shakldagi metodlar ham keng qo‘llaniladi. Shu sababli ham everestik metodlar quyidagilarga ajratiladi:

1. Maqsadga muvofiq masala metodi.
2. Evristik suhbat.
3. Masala qo‘yilishi va uni yechish.
4. Masala yechimini umumlashtirish va masala yechish uchun ko‘rsatmalar berish.

Birinchi yuqorida keltirilgan misolda keltirilgan edi. Keyin keltirilgan misollarimizdan ko‘rinadiki bular bir-biri bilan chambarchas bog’liq va o‘rganish asosida induksiya, deduksiya, analogiya va boshqa ilmiy metodlar yotadi.

Misol. O‘qituvchi arifmetik progressiya ta’rifini keltirgandan so‘ng, uning ixtiyoriy kodini (umumiy) kodini o‘quvchilarning o‘ziga qo‘yib berish mumkin. O‘qituvchi bolalar oldiga quyidagi masalani qo‘yadi. “Siz arifmetik progressiya nima ekanligini bildingiz, endi uning ta’rifidan faydalanib uning umumiy kodini progressiya birinchi hadi va ayirmasi orqali ifodalash formulasini chaqirishga harakat qiling”. Shu yerda o‘qituvchi a_2 ni torish a_1 va d orqali ko‘rsatsa o‘quvchilar tezda umumiy hadni topish formulasini chiqaradilar. Shunday masalani geometrik progressiya uchun ham ko‘rish mumkin.

Endi evristik metodning yutuq va kamchiliklarini ko‘raylik.

Yutug’i: bu usul o‘quvchilarning fikrlash qobiliyatini oshiradi. Qonunlarni ochishda qiziqish uyg’otadi. Materialni yaxshi o‘zlashtirish imkonini beradi. Materialni o‘zlashtirishni chuqurlashtiradi. O‘ziga ishonch hosil qilishni va yangi fikrlarni ochishga olib keladi. Shu bilan birga konkter masalalarni yechishga imkon beradi [2].

Kamchiligi: bu metodga xos kamchiliklar sifatida quyidagilarni aytish mumkin:

1. Bor ma’lumotlarni berishdan ko‘ra ko‘proq vaqt talab qiladi.
2. O‘quvchilarning qobilyati har xil bo‘lgani uchun ualr o‘qituvchi kutgan natijaga bir vaqtda kelolmaydi. O‘qituvchi bu javobni kutishga vaqti yo‘q.
3. Evristik usul yordamida muammoni yechishda barcha o‘quvchilar bir xil aktiv qatnasha olmaydilar.

Bir marta orqada qolgan o‘quvchi yangi muammoni o‘zlashtirishga aktiv qatnashmay qolishi mumkin. Natijada butunlay mavzuni o‘zlashtirmasligi mumkin. Demak, evristik metod yutuqlarga ham kamchiliklarga ham ega ekanligini ko‘rdik. Psixolog-pedagoglarning fikricha darsni har doim muammoli qilib o‘tish o‘zini hali to‘la oqlagani yo‘q. Evristik metodni me’yorida qo‘llashga harakat qilish kerak. Evristik metod kamchiliklarini har xil usullar qo‘llab kamaytirish mumkin. Ularga misol qilib quyidagilarni ko‘rsatish mumkin [3]. Birinchi o‘rinda, qo‘yilgan masalani yecholmaydigan o‘quvchilarga yordam berish kerak. Ikkinchidan, barcha usul va qoidalarni o‘rgatish kerak. Bu maqsadda o‘quvchilarga qo‘yilgan masalalarning rejasini yozib berish kerak.

Reja quyidagicha bo‘lishi mumkin.

1. Xususiy misollar topib uni ko‘rsatish.
2. Aniq tasdiq va amallardan foydalanish.
3. O‘z tasdig’ini aytish.
4. O‘z tasdig’ini isbot qilish.

Bu reja asosida darsda bir necha muammo yechiladi. Bundan so‘ng har bir o‘quvchi rejadan foydalanib qo‘yilgan masalani yechishda aktiv kirishadi. Evristik metod kamchiligini sezdirmaslik uchun darsda uncha qiyin bo‘lmagan metodlar qo‘yilishi kerakki, o‘quvchilar deyarli bir vaqtda uni yecha bilsinlar, ya’ni oldin yechgan bilan oxirida yechgan o‘quvchi vaqti orasidagi farq kam bo‘lsin. Murakkab masalani uyga vazifa qilib berish kerak yoki qo‘shimcha to‘garaklarga ko‘rilishi aytilishi kerak. Uy sharoitida o‘quvchi bir qancha misollar ko‘rishi va ularni yechishda “yangiliklar” ochishi mumkin. Tezda yangiligi haqida xabar berishi mumkin. O‘quvchilar bundan qandaydir qoniqish hosil qilib, bilimlarini yanada mustahkamlashi mumkin.

Xulosa. Shu o‘rinda qayd qilish lozimki, har bir fanni o‘qitishning o‘ziga xos xususiyati bo‘lganidek, matematika fanini o‘qitishning ham o‘ziga xos jihatlari bor. Xususan, matematikani o‘qitishda har bir mavzuga mos ravishda alohida-alohida ilg’or pedagogik texnologiyalarni tanlash [7, 15] maqsadga muvofiq hisoblanadi.

Adabiyotlar

1. Волтянский Б.Г. Груденов Я.И. Как учит в поиску решения задач. Математика в школе. 1992, №1, с.8.
2. Пивоварова Г.П. По странитсам занимателной геометрии. -Москва, “Просвевдение”, 1990.
3. Bajenova L.I. Pedagogik izlanish. -Toshkent, 1990.
4. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках //Проблемы педагогики, 53:2 (2021), с. 7-10.

5. Раупова М.Х., Расулов Х.Р. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2 (2021), p.870-879.

6. Камариддинова Ш.Р., Расулов Х.Р. Об анализе некоторых невольтерровских динамических систем с непрерывным временем // Наука, техника и образование, 72:2-2 (2021) c.27-30.

7. Ахмедов О.С. Актуальные задачи в предметной подготовке учителя математики. Scientific progress. 2:4 (2021), p.516-522.

8. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar bo‘limini o‘qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1, (2021), p.559-567.

9. Boboeva M.N., Rasulov T.H. The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy, 55:4 (2020), p. 68-71.

10. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) c.29-32.

11. Умарова У.У. Роль современных интерактивных методов в изучении темы “Множества и операции над ними” // Вестник науки и образования. 94:16-2 (2020), c. 21-24.

12. Umarova U.U., Sharipova M.Sh. “Bul funksiyalari” bobini o‘qitishda “6x6x6” va “charxpalak” metodi // Scientific progress. 2:1 (2021), 786-793 b.

13. Курбонов Г.Г. Информационные технологии в преподавании аналитической геометрии // Проблемы педагогики, 53:2 (2021), c. 20-23.

14. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International Journal of Scientific & Technology Research, 9:4 (2020), p. 3068-3071.

15. Умарова У.У. Использование педагогических технологий в дистан-ционном обучении moodle //Проблемы педагогики, 51:6 (2020), c. 31-34.

Alijon AVEZOV
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi
katta o‘qituvchisi

MATEMATIKA O‘QITISHNING TATBIQIY METODLARI

Maqolada matematikani o‘qitish metodlarini mukammallashtirish zarurligi bo‘yicha mulohazalar, matematikani ilmiy o‘qitish metodlari va ularning roli haqida fikrlar, matematikani o‘qitishda ta’limi tushunchalari va misollarni o‘zlashtirish metodlari bayon qilingan. Matematikani o‘qitishning ilmiy metodlari analiz, sintez hamda algoritmik o‘qitish metodlarining yutuq va kamchiliklari hamda qaysi holda qo‘llanilsa maqsadga muvofiqligi ko‘rsatilgan.

Kalit so‘zlar: *algoritmik metod, tengsizlik, interval, ekvivalent sistema, analiz usuli, sintez usuli, susayib boruvchi analiz usuli.*

В статье обсуждается необходимость совершенствования методов обучения математике, представления о методах обучения и их роли, концепция образования в обучении математике и методы усвоения примеров. Указаны сильные и слабые стороны научных методов анализа, синтеза и алгоритмических методов обучения, а также целесообразность их применения.

Ключевые слова: *алгоритмический метод, неравенство, интервал, эквивалентная система, метод анализа, метод синтеза, метод убывающего анализа.*

The article discusses the need to improve the methods of teaching mathematics, ideas about the methods of scientific teaching of mathematics and their role, the concepts of teaching mathematics and methods of mastering examples. The scientific methods of teaching mathematics show the advantages and disadvantages of the methods of analysis, synthesis and algorithmic teaching, as well as the appropriateness of their application.

Key words: *algorithmic method, inequality, interval, equivalent system, analysis method, synthesis method, decreasing analysis method.*

Algoritmik metod. Har bir o‘qituvchi o‘quvchisi masala yechayotganda har bir yozayotgan yozuvini tushuntirib gapirib berishni xohlaydi. Buning uchun esa o‘qituvchi oldin masala yechish namunasini berish kerak bo‘ladi. Har bir o‘quvchi mashqni mustaqil bajarish uchun o‘qituvchi darsda o‘quvchilar bilan birga uni yechishi aniq va chekli qadamlarda yechish qonuniyatini ko‘rsatib berishi zarur. O‘quvchi uni o‘qib bir vaqtda mashqni bajaradi. Shunday usulda mavzuni o‘zlashtirish algoritmik usul deyiladi.

Albatta algoritmik metod yordamida mashqlarni bajarish yutuqlari bir qancha shaklarga bog’liq bo‘ladi. Algoritm iloji boricha qisqa bo‘lishi kerak. Chunki u o‘quvchilar mashqni bajarish uchun hozirgina tinglagan va ularni xotirasida hali to‘la o‘zlashtirilmagan reja sxema yoki omil sifatida namoyon bo‘ladi. Qisqa ko‘rsatmalar algoritm oson va tez esda saqlanadi. Bir necha masala yechgandan so‘ng algoritmni o‘qishda yoki unga qarashga hojat qolmaydi. Algoritmik usulda mashqni bajarishda uni o‘qish va tatbiq qilish masala yechimini to‘la va aniq, mustahkam eslab qolish imkonini beradi. Mashqni bajarish algoritmni o‘quvchi yordamida aniq bajarilmasa yoki unga rioya qilinmasa va algoritm salmog’i bo‘lsa shu mavzuga doir mashq bajarish faqat sekinlashishi mumkin xolos. O‘qituvchi masala yechish algoritmini tuzishda o‘quvchi yordamida bajarilishi kerak bo‘lgan ko‘rsatmalarni buyruq yordamida emas balki moyillik sifatida bayon qilish maqsadga muvofiqdir [1].

Tengsizliklarni algoritmik usulda yechish namunasini keltiramiz.

1–misol: ushbu tengsizlikni intervallar yordamida yechish algoritmini tuzamiz.

$$\frac{x(3x+1)}{(x-2)(1-2x)} > 0$$

O‘quvchi bunday tengsizliklarni yechishda intervallar usulini va tengsizliklar sistemasini yechish bilan tanish bo‘lgani ma’qul. Bunday ko‘rinishdagi tengsizlikni ikki usul bilan yechish mumkin.

1-usul: unga ekvivalent sistemaga keltirib yechish:

$$\begin{cases} x(3x+1)(x-2)(1-2x) > 0 \\ (x-2)(1-2x) \neq 0 \end{cases}$$

2-usul: intervallar usulini qo‘llash.

Bu usulda x=2 va x=0,5 nuqtalarni yechimdan chiqarib tashlashni unutmaslik kerak. 1-usul uchun algoritmni quyidagicha tuzish mumkin:

1. $(x–2)(1–2x) \neq 0$ tengsizlikni yechib $x \neq 2$ va $x \neq 0{,}5$ ildizlarga ega bo‘lamiz (kasr ifodaning maxraji nolga teng bo‘lmaslik sharti).

2. Tengsizlikni o‘ng tomonini chiziqli ko‘paytuvchilar ko‘rinishida yozib uni ishorasini saqlab qolamiz (chunki tengsizlik ishorasi bajarilsa yetarli).

$$x(3x+1)(x-2)(1-2x) > 0$$

3. Tengsizlikdagi chiziqli ko‘paytuvchilardagi x o‘zgaruvchi oldidagi koeffisentlar +1 qilish uchun undan farqli koeffisentlarni qavsdan tashqariga chiqaramiz:

$$3*(-2)*x(x+\frac{1}{3})(x-2)(x-\frac{1}{2}) > 0$$

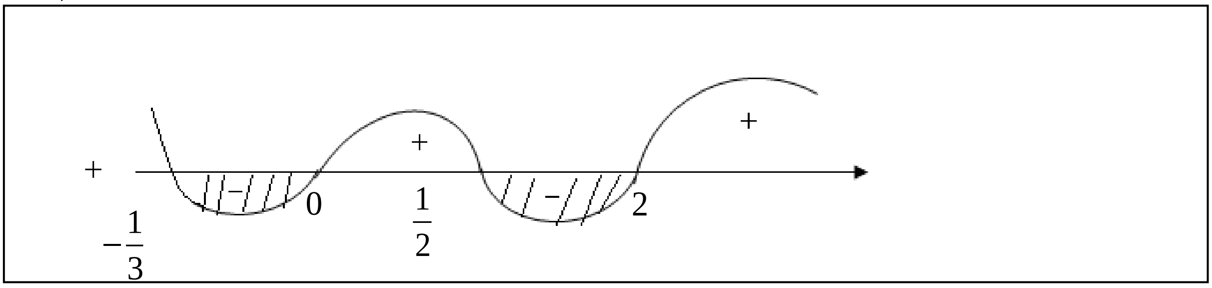
yoki

$$-6x(x+\frac{1}{3})(x-2)(x-\frac{1}{2}) > 0$$

4. Tengsizlikni ikkala tomonini -6 ga bo‘lamiz (manfiy songa bo‘lganda tengsizlik ishorasi qarama-qarshisiga almashadi).

$$x(x+\frac{1}{3})(x-2)(x-\frac{1}{2}) < 0$$

5. Sonlar o‘qida tengsizlikni chap tomonidagi chiziqli ko‘paytuvchilar nolga teng bo‘ladigan o‘zgaruvchilarning qiymatlarini belgilaymiz (tengsizlik qat’iy bo‘lgani uchun bu nuqtalar bo‘sh aylana bilan belgilanadi, noqat’iy bo‘lganda tengsizlik ma’noga ega bo‘ladigan nuqtalar bo‘yalgan aylanalar bilan belgilanadi).



1-chizma

6. Sonlar o‘qi yo‘nalishining yuqori qismi biror joydan boshlab har xil belgilan nuqtadan o‘tuvchi (1-rasmda ko‘rsatilgandek kirib-chiquvchi) chiziq o‘tkazamiz. Sonlar o‘qi unung ostki qismi belgilangan sohalarda tengsizlikdagi chap tomondagi ifoda qiymati manfiy, yuqori qismi esa musbat ekanligini bildiradi.

$$x \in (-\frac{1}{3};0) \cup (\frac{1}{2};2)$$

7. Javobni yozamiz.

Yana bir tengsizlik algoritmik usulda yechish ko‘rsatilgan.

Umuman algoritm metodi yordamida masalalarni yechishni o‘rgatish o‘quvchilarga shu mavzuni chuqur o‘zlashtirish, yozma va og’izaki nutuqlarini oshirish, hamda yangi algoritmlarni tuzishga samarali hissasini qo‘shadi [2].

Masala yechishning analiz va sintez usuli. Masala yechishning har xil yo‘llari mavjud. O‘quvchilarga qaysi holda qaysi metodni qo‘llash kerakligini ko‘rsatish kerak. Topilgan aniq yechim sintetik metodlar bilan tushuntiriladi, usulni ko‘rsatishda analiz usulidan foydalaniladi. Sintez usuli bor yechimni tez va aniq tushuntirish imkonini beradi. Lekin bu usulda o‘quvchilarga yechimni qanday olinishi tushunarli bo‘lmay qolishi mumkin.

Analiz usuli sintez usuliga nisbatan ko‘proq vaqt talab qiladi, lekin o‘quvchiga yechimni qanday topishni va uni o‘zi qanday yechishni topish yo‘liga kelishini o‘rgatadi. Agar analiz usuli sistematik ravishda qo‘llanilsa, o‘quvchida yechimni topish ko‘nikmasi paydo bo‘lishi mumkin. Shu sababdan ham tajribali o‘qituvchilar bu usuldan ko‘proq foydalanadilar. Shuni ham ta’kidlash kerakki, maktab darsligida isbot qilinadigan teoremalar isbotida sintetik usullar ko‘proq foydalaniladi.

Ma’lumki masalani yechishda uni sodda masalalarga ajratib, shu sodda masalalarni yechish tartibini ko‘rsatish kerak bo‘ladi. Murakkab masalani sodda masalalarga ajratish va shu sodda masallarni yechish tartibini ko‘rsatish masala yechish planini tuzish deyiladi. Hosil bo‘lgan sodda masalani yechish murkkab masalani yechish hisoblanadi. Masalani ma’lum tartibdagi sodda masalalarga ajratish, masalaning shartiga kirgan miqdorlar orasidagi bog’lanishlar ochiq tushunilishiga asoslanadi, bu esa o‘z navbatida o‘quvchining zehnining ongli, tushunarli mantiqiy faolyati uchun asosiy manba bo‘ladi, shu murakkab masalani sodda masalalarga ajratib yechishda analiz va sintez usullari qo‘llaniladi [3].

Murakkab masalani yechishda, ishni mashq yechishning (ikkala usulda ham) planidan boshlash kerak. Masala yechishni muhokamasini masalada sonlardan boshlab so‘ngra, izlanganni (noma’lumni) topish uchun, berilgan sonlar ustida (tenglama, tenglik, sistema va hokazolar bo‘lishi mumkin) hamda oraliqdagi hisoblashlardagi hosil qilingan sonlar ustida (noma’lumlar) qaysi omilni bajarish kerakligi aniqlanadi. Muhokamaning bu yo‘li masalaning sintez usuli bilan yechishga misol bo‘ladi.

Sintez usulini qo‘llaganda masaladagi (tenglamada, tengsizlikdagi va hokazolar) sonlarni (miqdorlarni) tanlash va ularni tasdiqlashga ham berilganlarga asosan savollar qo‘yishga mohir bo‘lish kerak. Birinchi sodda masalani yechib yangi son (miqdor) hosil qilinadi, bu son (noma’lum topilgan miqdor) bilan masaladagi qolgan sonlar ustida tegishli amal bajariladi va yechilayotgan masalaning javobiga borib yetguncha shunday davom ettiriladi [4, 7].

Sintez usulida sodda masalaning har birini ajratib olish va yechish parallel ravishda, ya’ni birga olib boriladi. Chunki bunda ajratib olibgan sodda masalani yechish uchun kerakli sonlarning hammasi bo‘ladi.

Sintez usulini qo‘llashda quyidagilarga e’tibor berish kerak:

birinchidan, berilganlarni takrorlash va ularni to‘plashda;

ikkinchidan, savollarni qo‘yishda xatolikka yo‘l qo‘yish mumkin.

Bunday xatolikka yo‘l qo‘ymaslik uchun, birinchi navbatda masalada tasvirlangan jarayonlarni yaxshi tushinib olish, masalaning shartini yaxshi o‘ylab chiqish kerak bo‘ladi. Umuman, sintezda berilganlarni tanlashda va savol qo‘yishda e’tibor beriladi. Analizda esa aksincha masalaning asosiy savolidan ish boshlanadi va unga masaladan kerakli miqdorlar (sonlar) tanlab olinadi ya’ni murakkab masalaning asosiy sababi shunday ajratiladiki, biz shu yo‘l bilan masalaning bir necha sodda masalalarga ajratamiz, berilganlar (sonlar) yetishmaganligidan bularning hammasi birdaniga yechilmaydi va bunda sintez qo‘llaniladi. Hosil bo‘lgan sodda masalalarni shunday tartibga solamizki, shu tartib bilan borib, berilgan masalaning asosiy savoliga yetib kelinadi. Boshqacha aytganda, masalalarni yechishda muhokamada analiz bilan sintez bir-biriga o‘ralashib ketadi. Masalani sintez usuli bilan yechganda hayolda analiz qilib chiqiladi. O‘quvchi masalani shunday usulda yechsa ham, oldin uni analiz qilmasdan o‘tmaydi, to‘g’rirog’i, uni uncha tushunmasa ham analiz qilib o‘tadi.

Umuman, o‘quvchi masalani sintez usulida yechganda ham u masala yechimini darrov topgan bo‘lsa ham analiz hayolda bo‘ladi. Masala qancha murakkab bo‘lsa, analiz usuli shuncha ko‘proq qo‘llanilaveradi.

Muarkkab masalalarni yechishda analiz usuli katta o‘rin tutadi va shu sababli ham masala yechish jarayoni uchun o‘quvchilarga bu usulni o‘rgatish zarur bo‘ladi. Matematikani o‘qitish usuli bu nafaqat teoremani yodlash balkim ularni o‘zlashtirish, o‘qish asosiy hisoblanadi. Shu sababli ham o‘quvchilarni ongini rivojlantirishda, o‘rgatishda bu usul katta o‘rin tutadi.

Masalalarni bo‘lib, uni yechishga vaqt ketsa ham bu vaqtni uning muvofaqiyati bilan ham oqlangan bo‘ladi. Demak, masalani yechishda analiz quyidagi ikki formada bo‘lishi mumkin:

1. Muhokama berilganlardan masala maqsadiga qarab yo‘nalgan bo‘ladi.
2. Butun masala bir necha masalalarga bo‘linadi.

Sintez usulida esa:

1. Masala maqsadidagi berilganlarga qarab muhokama boradi.
2. Elementlari butun masalaga birlashtiriladi.

Analizning birinchi usuli ko‘proq qo‘llaniladi. Bu usulda masala yechimi ikki formada bo‘lishi mumkin.

1. Metodning umumiy sxemasini oldin keltiramiz va uni konkret masala yechish uchun qo‘llaymiz.
2. Analiz usulini bo‘laklab yechishni masala yechishda namoyon qilamiz. O‘quvchilar bilan masala yechishni asosiy elementlarini ko‘rsatamiz.

Murakkab masala ajratishning umumiy sxemasi quyidagilardan iborat:

1. Masala shartini bo‘laklarga ajratamiz.
2. Masala shartini ayrimlarini ajratamiz (qolganlarini vaqtincha hisobga olmaymiz).
3. Tanlangan shartlardan sodda yordamchi masalalar tuzamiz.
4. Sodda masalalarni yechib, berilgan masalani yechish qonunini topamiz va berilgan masala yechimiga o‘tamiz. Endi bu fikrlarni tayin masala yechish bilan izohlaymiz [8, 9].

2–misol. Ushbu ifodani soddalashtiring.

$$\frac{tg^2\lambda + ctg^2\lambda + 2}{tg^2\lambda + ctg^2\lambda - 4}$$

Bu ifodani soddalashtirishda o‘quvchi suratni tezda soddalashtirishni hayolidan o‘tkazadi, so‘ngra maxrajni soddalashtirishni. Lekin bu usulda o‘quvchilar masalani hali yechish g’oyasiga yetib bormasliklari mumkin. Shu sababli masalani shartini o‘zgartiramiz:

$$x=\frac{tg^2\lambda+ctg^2\lambda-4}{tg^2\lambda+ctg^2\lambda+2}$$

Kasr suratini o‘quvchilar soddalashtirishni hali sezishmaydi. Bu holda o‘qituvchi kasrning maxrajida e’tibor qilishni taklif qiladi. Bu haqda o‘quvchilar osongina nima qilish kerakligini fahmlab olishadi. So‘ngra maxrajda almashtirishlarni bajarishni boshlashadi. O‘quvchilar, balkim o‘qituvchining taklifi bilan yoki o‘zlari vaqtincha suratda hech narsa yozmay kutishlari mumkin. Maxrajda esa quyidagi ayniy almashtirishlarni bajarishlari mumkin.

$$x=\frac{1}{(tg^2\lambda+1)+(ctg^2\lambda+1)}=\frac{1}{\frac{1}{\cos^2\lambda}+\frac{1}{\sin^2\lambda}}=\frac{1}{\frac{\sin^2\lambda+\cos^2\lambda}{\cos^2\lambda\sin^2\lambda}}=\frac{1}{\frac{1}{\cos^2\lambda\sin^2\lambda}}=$$

$$=\frac{1}{\frac{4}{4\cos^2\lambda\sin^2\lambda}}=\frac{1}{\frac{4}{\sin^2 2\lambda}}$$

Shundan so‘ng suratda ham shunday almashtirishlar fikri kelib chiqadi. Lekin suratda 2 ning o‘rniga -4 turibdi. Shunda o‘quvchilar fahmi -4=2-6 ko‘rinishida yozishga yetib qoladi. Shundan so‘ng bo‘sh turgan o‘rinlar to‘ldirilib masala yechish tugallanadi.

Susayib boruvchi analiz usuli. O‘rganishning berilgandan asosiy maqsadga o‘tishning yana bir usuli “bu susayib (kamayib) boruvchi usuldir”. Analizning bu usulini tushuntirishda doskada (yoki ekranda) ushbu umumiy sxemani berish kerak, yaxshi bo‘ladiki har bir o‘quvchiga bu sxemani jadval qisqa qilib berish balkim maqsadga muvofiq bo‘lar. Agar uni ekranda chiqaradigan bo‘lsak, u izohlanib tuzilishi kerak.

1-jadval

Umumiy sxema	**Qo‘shimcha ko‘rsatmalar**
A tasdiqni isbot talab qilingan bo‘lsin. Faraz qilamiz, tasdiq to‘g’ri va undan o‘rinli natijalarni (izlarni) olishga harakat qilamiz. Unda quyidagi hollar ro‘y berishi mumkin. 1. Noto‘g’ri natijaga erishildi. Bundan kelib chiqadiki, A tasdiqning haqqoniyligi to‘g’ri emas. Masala yechish shu bilan tugaydi. 2. To‘g’ri natijaga erishildi. Bu holda, albatta, tasdiqlarni dastlabki holiga qayta (tiklana) olishi tekshiriladi. a) agar tasdiq asil holiga keladigan bo‘lsa, A to‘g’ri tasdiq hisoblanadi. b) agar tasdiqlar ichida asil holiga qaytmaydiganlari bo‘lsa, u holda boshqa usullarni qo‘llash kerak (masalani yechishda). 3. Agar to‘g’ri natija olishga erishilmasa ham boshqa materialga o‘tish kerak.	1. Parametrlar sonini kamaytirish kerak bo‘ladi. 2. Ifodani soddalashtirish kerak bo‘ladi. 3. Masalaning hamma qiymatlarini (shartlarini) qo‘llash kerak bo‘ladi. Ayrim hollarda masala shartini o‘zgartirib uni ifodalab va uni isbot qilib kerakli to‘g’ri tasdiqni olish mumkin, ya’ni boshqa masalalarni yechish kerak bo‘ladi. Masala yechilgandan so‘ng uni tekshirish shart. Chunki noto‘g’ri tasdiqlardan, to‘g’ri tasdiqlarni ko‘rsatish mumkin (masala a=-a $a\neq 0$ dan to‘g’ri $a^2=(-a)^2$) natijaga kelish mumkin.

3–masala. Ushbu tenglik o‘rinli bo‘lishi isbot qilinsin:

$$\sqrt{1+\sin 2\lambda}=\sin\lambda+\cos\lambda \qquad (1)$$

Yechish. Faraz qilaylik (1) o‘rinli bo‘ladi. Bu tenglikdan to‘g’ri natijaga erishishga harakat qilamiz. Buning uchun tenglikni ikkala tomonini kvadratga ko‘taramiz.

$$1+\sin 2\lambda = \sin^2\lambda + 2\sin\lambda + \cos\lambda + \cos^2\lambda \qquad (2)$$

yoki

$$\sin 2\lambda = 2\sin\lambda\cos\lambda \qquad (3)$$

To‘g’ri natijaga erishdik.

Endi uni to‘g’riligini tekshirish kerak. Yana qaytish bo‘ladimi yo‘qmi?

Ayrim hollarda o‘quvchilar qaytish o‘rinli deb uni tekshirib o‘tirmaydi. Xatoni analiz qilamiz, ishonch hosil qilamizki (3) dan (2) hosil bo‘ladi ya’ni

$$1+\sin 2\lambda=(\sin\lambda\cos\lambda)^2$$

hosil bo‘ladi. Demak (2) dan (1) hosil bo‘lmay qoldi. Aksincha

$$\sqrt{1+\sin 2\lambda}=|\sin\lambda+\cos\lambda\ | \qquad (4)$$

Shunday qilib biz (1) tenglik noto‘g’riligicha masalani yechdik. Biz endi qo‘shimcha ish bajarib qilingan analizlar asosida

$$\sqrt{1+\sin 2\lambda} = |\sin\lambda + \cos\lambda\ |$$

tenglikni isbot qilishimiz mumkin.

Keltirilgan masalani yechishdan xulosa qilish mumkinki parametrlar sonini kamaytirish masala yechishni ancha kamaytiradi.

Aytish joizki, hozirgi vaqtda fanning oldiga qo‘yilgan asosiy vazifalardan biri, o‘rganilayotgan masalaning amaliy tatbiqlarini ko‘rsatib berishdan iboratdir. Ushbuni inobatga olgan holda, keng amaliy tatbiqqa ega bo‘lgan tengsizliklarni yechish va ifodani soddalashtirish masalalari ilg‘or pedagogik texnologiyalar asosida yoritib berildi. Maqolada keltirilgan ma’lumotlarni o‘zlashtirish kelgusida talabalarning bir qator ilmiy maqolalarni [10, 12] o‘rganib, tahlil qila olishlariga yordam beradi.

Xulosa. Matematikani o‘qitishni nazariy metodlari ko‘p. Ushbu maqolada qaysi ko‘proq tatbiq qilinadigan bo‘lsa, shularga e’tibor berish kerakligi keltirilgan, o‘qitishning algoritmik metodi matematikani o‘rgatishga juda mosligi ko‘rsatilgan. Algoritm metod usulida trigonometrik tengsizliklarni yechish qadamlar bilan berilgan, masala yechishning analiz va sintez usullari va ularning bog’liqligi misollar yordamida keltirilgan. Analiz susayib borish usuli bilan bir necha geometrik va trigonometrik masalalar yechish takliflar bilan ko‘rsatilgan. Metodlarning kamchiligi va yutuqlari ko‘rsatilgan va ularni birgalikda qo‘llash ayrim hollarda yaxshi natija berishi keltirilgan [13, 15].

Adabiyotlar

1. Rahimqoriyev A.A. 8-sinf o‘quvchilari uchun geometriyadan darslik. -Toshkent, 2006.
2. Pogorelov A.B. Geometriya. O‘rta maktabning 7-11 sinflari uchun o‘quv qo‘llanma. -Toshkent, 1990.
3. Илин В.С. Проблеми воспитания потребности в знании й школ’ников. Ростов на Дону, 1971.
4. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) с.29-32.
5. Ахмедов О.С. Актуальные задачи в предметной подготовке учителя математики. Scientific progress. 2:4 (2021), p.516-522.
6. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar bo‘limini o‘qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1, (2021), p.559-567.
7. Ахмедов О.С. Преимущества историко-генетического метода при обучении математики. Scientific progress. 2:4 (2021), p.523-530.
8. Умарова У.У. Роль современных интерактивных методов в изучении темы «Множества и операции над ними» // Вестник науки и образования. 94:16-2 (2020), с. 21-24.
9. Boboeva M.N., Rasulov T.H. The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy, 55:4 (2020), p. 68-71.
10. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках //Проблемы педагогики, 53:2 (2021), с. 7-10.
11. Раупова М.Х., Расулов Х.Р. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2, (2021), p.870-879.
12. Камариддинова Ш.Р., Расулов Х.Р. Об анализе некоторых невольтерровских динамических систем с непрерывным временем // Наука, техника и образование, 72:2-2 (2021) с.27-30.
13. Mardanova F.Ya., Rasulov T.H. Advantages and disadvantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy, 55:4 (2020), p. 65-68.
14. Рашидов А.Ш. Интерактивные методы при изучении темы Определенный интеграл и его приложения // Научные исследования, 34:3, (2020), с. 21-24.
15. Курбонов Г.Г. Преимущества компьютерных образовательных технологий в обучении теме скалярного произведения векторов // Вестник науки и образования. 94:2-2 (2020), с. 33-36.

Umida UMAROVA
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi katta o‘qituvchisi

Feruza MARDONOVA
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi o‘qituvchisi

FIKRLAR LOGIKASI VA UNING BA’ZI TATBIQLARI

Bugungi kunda “Diskret matematika va matematik mantiq” fanining ushbu “Fikrlar logikasi” bo‘limi nafaqat oliy ta’lim muassasalarida, balki o‘rta ta’lim maktab dasturiga ham kiritilgan bo‘lib, ushbu bo‘limni o‘qitish muhim ahamiyatga ega. Ushbu maqolada fikr, murakkab fikr, fikrlar ustida logik amallar (inkor, konyunksiya, dizyunksiya, implikatsiya, ekvivalentlik) to‘g‘risidagi nazariy ma’lumotlar sodda misollar yordamida tushuntirilgan. Fikrlar logikasini tatbiqlariga doir eng sodda misollardan namuna keltirilgan.

Kalit so‘zlar: *fikr, sodda fikr, murakkab fikr, fikrlar ustida logik amallar, inkor, konyunksiya, dizyunksiya, implikatsiya, ekvivalentlik.*

In today’s, this section of the subject “Discrete Mathematics and Mathematical Logic” “Logic of Thought” is included not only in higher education, but also in the curriculum of secondary schools, and it is important to teach this section. In this article, theoretical information about thought, complex thought, logical operations on ideas (negation, conjunction, disjunction, implication, equivalence) is explained using simple examples. An example of the simplest application of the logic of thought is given.

Key words: *thought, simple thought, complex thought, logical operations on thoughts, negation, conjunction, disjunction, implication, equivalence*

Известно, что в сегодняшней системе образования раздел “Логика мысли” предмета “Дискретная математика и математическая логика” включен не только в высшее образование, но и в учебную программу средней школы. В данной статье теоретическая информация о мышлении, сложном мышлении, логических операциях над идеями (отрицание, связь, дизъюнкция, импликация, эквивалентность) объясняется на простых примерах. Приведен пример простейшего применения логики мышления.

Ключевые слова: *мысль, простая мысль, сложная мысль, логические операции над мыслями, отрицание, связь, дизъюнкция, импликация, эквивалентность.*

O‘qitish jarayonida ta’tim sifatini oshirishda darslarni savol-javob tarzida o‘tkazish, ilg‘or pedagogik texnologiyalardan foydalanish, yuqori ilmiy pedagogik saviyada darsni tashkil etish, muammoli ma’ruzalar o‘qish, mustaqil ishlashga, ijodiy fikrlashga, ilmiy izlanishga jalb etish kabi tadbirlar alohida o‘rinni egallaydi [1, 4].

Fikr. Ma’lumki, har bir mulohaza tayin gapda so‘zlar bilan ifodalaniladi. Turli xil gaplar yordamida turli mulohazalar aytiladi. Masalan, bugun dam olish kuni deb gapirish bilan biz biror mulohazani aytamiz. “5 tub son” yoki “6- toq son” gaplari ham shundaydir. Bu gaplarning birinchisi to‘g‘ri (chin, rost), ikkinchisi esa noto‘g‘ri (yolg‘on). *Fikrlar* deb chin yoki yolg‘onligi haqida gapirish ma’noga ega bo‘lgan da’volarga (tasdiqlarga) aytiladi.

“Hisoblang”, “Xayr” gaplari fikr bo‘la olmaydi (ularning chin yoki yolg‘onligi haqida gapirish mumkin emas). $25 \cdot 4 + 2$ matematik ifoda ham fikr bo‘la olmaydi; shu bilan bir vaqtda $53 - 7 = 46$ tenglik fikrdir. Shuni ta’kidlab o‘tamizki, har qanday fikr yo chin, yo yolg‘on bo‘lib chiqadi; u bir vaqtda ham chin, ham yolg‘on bo‘la olmaydi [1, 4].

Shunday gaplar ham borki, ular tayin bir narsani tasdiqlasa yoki inkor qilsa ham, bu gaplarning chin yoki yolg‘onligi haqida gapirish mumkin emas. Ushbu ko‘rinishdagi gaplar shular jumlasiga kiradi:

$$2x + 5 = 70, x < 12, a \neq 0.$$

Ammo bu gaplarning har birida noma’lum hadni (o‘zgaruvchini) biror konkret qiymat bilan almashtirgandan so‘ng ular fikr bo‘ladi. Bunday gaplar *fikriy formalar* yoki *predikatlar* deb ataladi.

Masalan, $x + 4 = 7$ tenglama fikriy formadir, x o‘rniga konkret sonli qiymatlar qo‘yilgandan so‘ng esa u fikrga (chin yoki yolg‘on) aylanadi.

Yana bir misol ko‘raylik.

Ushbu teoremaning ta’rifini qaraylik:

“Agar ΔABC da $[AB] \cong [BC]$ va $[BD] \perp [AC]$ bo‘lsa, u holda $[AD] \perp [AC]$ va $\angle ABD \cong DBC$ bo‘ladi”.

Bu murakkab fikrni ushbu to‘rtta soddaroq fikrga bo‘lish mumkin:

1) $[AB] \cong [BC]$;
2) $[BD] \perp [AC]$;
3) $[AD] \cong [DC]$;
4) $\angle ABD \cong \angle DBC$

Bu to‘rtta gapning har biri sodda fikrdir. Agar fikrning hech qanday qismi yana fikr bo‘lmasa, u holda bunday fikr *sodda fikr* deb ataladi. Agar bu shart bajarilmasa, *murakkab fikr* deb ataladi.

Shu sababli “Berilgan ΔABC da $[AB] \cong [BC]$” sodda fikr “Agar berilgan ΔABC da $[AB] \cong [BC]$ bo‘lsa, u holda uning asosidagi burchaklar kongruentdir” degan fikr esa murakkab fikr bo‘lib, u ikkita sodda fikrdan iborat.

Biz har qanday sodda fikrni p, q, h yoki t harflarining biri orqali belgilaymiz.

Logik amallar. Inkor. Quyidagi teoremalarning ta’riflanishini qaraylik:

1) agar berilgan to‘rtburchak parallelogramm bo‘lsa, u holda uning qarama-qarshi tomonlari juft-jufti bilan kongruentdir.

2) agar berilgan natural son 6 ga bo‘linsa, u holda u 2 ga ham bo‘linadi, 3 ga ham bo‘linadi.

3) agar berilgan natural son 3 ga bo‘linmasa, u holda uni 3 ga bo‘lishdan chiqadigan qoldiq 1 yoki 2 ga teng bo‘ladi.

Osongina ishonch hosil qilish mumkinki, bu yerda ifodalangan teoremalarning har biri murakkab fikr bo‘lib, ular sodda fikrlardan maxsus so‘zlar: “va”, “yoki”, “agar.., bo‘lsa, u holda ... bo‘ladi” yordamida hosil qilingan. Bu so‘zlar kundalik nutqda *logik bog‘lovchilar* deb ataladi. Shuningdek, sodda fikrlar ustida elementar logik amallar bajarilgan deb aytiladi. Bizga ma’lumki, sodda fikrlardan elementar logik amallar yordamida hosil qilingan murakkab fikrlar ham yoki chin, yoki yolg‘on bo‘ladi. Bu narsa ularni hosil qiladigan fikrlarning chin yoki yolg‘onligiga bog‘liq bo‘ladi.

Fikrlar ustidagi eng sodda logik amal *inkor* bo‘lib, u odatdagi tilda “emas” yuklamasiga mos keladi. Kundalik nutqimizda biror narsani inkor qilmoqchi bo‘lganimizda “emas” yuklamasidan ko‘pincha foydalanamiz. Masalan, ushbu fikrning inkorini ta’riflashimiz lozim bo‘lsin: “A nuqta a to‘g‘ri chiziqqa tegishli”. Bu fikrning inkori quyidagicha bo‘ladi: “A nuqta a to‘g‘ri chiziqqa tegishli emas”. p fikr ustida inkor amalini bajarilishi $\overline{p}$ orqali belgilanad va “p emas”, deb o‘qiladi. Fikr bilan uning inkorining chinlik qiymatlari orasidagi bog‘lanishni aniqlaymiz. “8-juft son”, - degan fikr p orqali belgilangan bo‘lsin. U holda $\overline{p}$ bunday aytiladi: “8-juft son emas”. Ko‘rib turibmizki, p chin, $\overline{p}$ esa yolg’on.

Agar p sifatida “$\frac{1}{2}$ - butun son” degan fikr olinadigan bo‘lsa, u holda ravshanki, p yolg’on, $\overline{p}$: “$\frac{1}{2}$ - butun son emas” fikr esa chin. Demak, bunday xulosa qilish mumkin: agar dastlabki fikr chin bo‘lsa, u holda uning inkori yolg‘on; agar dastlabki fikr yolg‘on bo‘lsa, u holda uning inkori chindir. Bu faktni quyidagi jadval ko‘rinishida yozish mumkin.

x	$\overline{y}$
ch	y
y	ch

yoki

x	$\overline{y}$
1	0
0	1

Bu yerda biz 1 va 0 raqamlari bilan fikrning mos ravishla chinlik va yolg‘onligi belgilangan. Bunday jadval chinlik jadvali deb ataladi. Bu jadval fikrning inkori ta’rifini yaqqol ko‘rsatib beradi.

Berilgan p fikrning inkori deb shunday fikrga aytiladiki, bu fikr berilgan fikr chin bo‘lganda yolg‘on, dastlabki fikr yolg‘on bo‘lganda esa chin bo‘ladi.

Fikrlar konyunksiyasi. Murakkab fikr “va” bog‘lovchisi yordamida sodda fikrlardan tuzilishi mumkin.

Misol. “Istalgan rombning qarama-qarshi tomonlari parallel va diogonallari 90 gradus ostida kesishadi”, degan fikr ushbu ikki sodda fikrdan iborat:

p (Istalgan rombning qarama-qarshi tomonlari parallel);

q (Istalgan rombning diogonallari 90 gradus ostida kesishadi).

“va” bog‘lovchisi konyunksiya deb ataladigan logik amalni aniqlaydi.

Ikki p va q fikr berilgan bo‘lsa, u holda p va q fikrlarning ikkalasi ham chin bo‘lganda va faqat shundagina chin bo‘ladigan fikr p va q *fikrlarning konyunksiyasi* deb ataladi va $p \wedge q$ bilan belgilanadi.

Ikki fikrning konyunksiyasi uchun ta’rifga muvofiq ravishda ushbu chinlik jadvalini hosil qilamiz:

x	y	$x \wedge y$
ch	ch	ch
y	ch	y
ch	y	y
y	y	y

Fikrlar diz'yunksiyasi. Ushbu fikrni qaraylik: “Berilgan uchburchak yo to‘g‘ri burchakli, yo teng yonli”. Agar uchburchak yo to‘g‘ri burchakli, yo teng yonli, yo to‘g‘ri burchakli va teng yonli bo‘lganda bu fikr chindir. Bu holda oddiy “yo” (yoki) yoxud dizyunksiya haqida gapiriladi.

Ikki p va q fikr berilgan bo‘lsin. U holda p va q fikrlardan hech bo‘lmaganda biri chin bo‘lganda va faqat shu holda chin bo‘ladigan fikr p va q fikrlarining dizyunksiyasi deb ataladi va $p \vee q$ bilan belgilanadi va quyidagicha o‘qiladi: (“p yoki q”).

Bu ta’rifni bir necha fikrlar bo‘lgan holda ham aytish oson.

Aytaylik, p va q fikrlar quyidagicha bo‘lsin: “15 soni 9 dan katta” va “2 soni 9 dan katta”. U holda $p \vee q$ fikr (15 soni 9dan katta yoki 2 soni 9 dan katta) chin bo‘ladi.

Keltirilgan ta'rifga asosan, diz'yunksiya uchun ushbu chinlik jadvaliga ega bo‘lamiz:

x	y	$x \vee y$
ch	ch	ch
y	ch	ch
ch	ch	ch
y	y	y

Ushbu ikki fikr berilgan: $7< 10$ va $7 = 10$. Algebra kursida bu fikrlarning di'yunksiyasi $(7 < 10) \vee (7 = 10)$ noqat'iy tengsizlik $7 \leq 10$ ko‘rinishida yoziladi. Bu tengsizlikning to‘g‘riligini biz bilamiz, demak, $(7 < 10) \vee (7 = 10)$ chindir.

Fikrlar implikatsiyasi va ekvivalentligi. Ikki fikr “agar ... bo‘lsa, u holda ... bo‘ladi” so‘zlari bilan bog‘lanishi mumkin. “Agar” so‘zi bilan “u holda” so‘zlari orasida keladigan fikr-shart (gipoteza yoki faraz) “u holda” so‘zidan keyin keladigan fikr esa xulosa (natija) deb ataladi. Obrazli qilib aytganda, gipoteza “bu poydevor bo‘lib, uning ustida poydevor binosi quriladi”.

Misollar. 1) agar yomg‘ir yog‘ayotgan bo‘lsa, u holda bu gulzorni suv bosgan.

2) agar x_0 soni 2 ga teng bo‘lsa, u holda $x_0^2 - 3x_0 + 2 = 0$ bo‘ladi.

3) kesmaning o‘rtasidan unga o‘tkazilgan perpendikulyarda yotadigan istalgan nuqta bu kesmaning oxirlaridan teng uzoqlashgan.

“Agar ... bo‘lsa, u holda ... bo‘ladi” so‘zlariga implikatsiya deb ataladigan logik amal mos keladi.

Ikki p va q fikrning implikatsiyasi deb shunday $p =\succ q$ fikrga aytiladiki, u p chin, q esa yolg‘on bo‘lganda va faqat shundagina yolg‘on bo‘ladi va quyidagicha o‘qiladi: “p dan q kelib chiqadi” yoki “ p fikr q fikrni implikatsiyalaydi”.

Implikatsiya ta’rifga asosan, ushbu chinlik jadvalini hosil qilamiz.

x	y	$x =\succ y$
ch	ch	ch
ch	y	y
y	ch	ch
y	y	ch

Juda ko‘p hollarda turli da’volar “agar ... bo‘lsa va faqat, shunday bo‘lganda va faqat shundagina”, “zarur va yetarli” bog‘lovchilar yordamida tuzilgan bo‘ladi.

Ikki (yoki bir nechta) fikrlardan yuqorida ko‘rsatilgan bog‘lovchilar yordamida hosil qilingan murakkab fikr fikrlarning ekvivalentligi (yoki qo‘sh implikatsiyasi) deb ataladi va $p \prec=\succ q$ bilan belgilanadi.

Quyidagi ta’rifni qabul qilish maqsadga muvofiqdir:

p va q fikrlarning ekvivalentligi deb shunday $p \prec=\succ q$ fikrga aytiladiki, u ikkala p va q fikr bir vaqtda chin yoki yolg‘on bo‘lganda va faqat shundagina chin bo‘ladi. Logik ekvivalentlikning chinlik jadvali bunday ko‘rinishda bo‘ladi:

x	y	$x \prec=\succ y$
ch	ch	ch
y	y	ch
ch	y	y
y	ch	y

Fikrlar mantig‘i bo‘limidagi logik amallarni interfaol metodlar yordamida o‘qitish samarali natija beradi [5, 10].

Muhokmalar va natijalar. Fikrlar logikasini tatbiqlariga doir eng sodda misollar. Quyidagi masalani qaraylik.

Uch aka-uka (Ziyodbek, Hikmatillo va Ulug‘bek) Toshkent, Samarqand va Buxorodagi universitetlarda dars beradilar (kimyo, biologiya, tarix fanlaridan).

1) Ziyodbek Toshkentda ishlamaydi, Ulug‘bek Samarqandda ishlamaydi.

2) Toshkentda ishlaydigan kishi tarix fanidan dars bermaydi.

3) Samarqandda ishlaydigan kishi kimyo fanidan dars beradi.

4) Ulug‘bek biologiya fanidan dars bermaydi.

Hikmatillo qaysi shaharda va qaysi fandan dars beradi?

Masalani yechishda ushbu jadvalni to‘ldirish maqsadga muvofiqdir.

Toshkent	Samarqand	Buxoro		Kimyo	Biologiya	Tarix
0	0		Ziyodbek Hikmatillo Ulug‘bek		0	

Endi bunday mulohaza yuritamiz: Ulug‘bek 1-shartga asosan Samarqandda dars bermaydi, demak, 3) shartga asosan kimyo fanidan dars bermaydi, 4) shartga asosan esa biologiya fanidan dars bermaydi. Bulardan kelib chiqadiki, Ulug‘bek tarix fanidan dars beradi.

2-shartdan esa Ulug‘bekning toshkentlik emasligi kelib chiqadi. Demak, Ulug‘bek Buxoroda yashaydi.

Toshkent	Samarqand	Buxoro		Kimyo	Biologiya	Tarix
0	1	0	Ziyodbek	1	0	0
1	0	0	Hikmatillo	0	1	0
0	0	1	Ulug‘bek	0	0	1

Jadvalni to‘ldirgandan so‘ng, Hikmatillo Toshkent shahrida yashashi va biologiya fanidan dars berishini bilamiz.

Xulosa. Kelgusida matematika fanini yanada samarali o‘qitishda interfaol usullardan foydalanish [11, 15] ijobiy natijalar beradi.

Adabiyotlar

1. Марданова Ф.Я. Использование научного наследия великих предков на уроках математики // Проблемы педагогики, 51:6 (2020), с. 40-43.

2. Шарипова И.Ф., Марданова Ф.Я. Преимущества работы в малых группах при изучении темы первообразной функции // Проблемы педагогики, 50:5 (2020), с. 29-32.

3. Mardanova F.Ya., Rasulov T.H. Advantages and disadbantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy, 55:4 (2020), p. 65-68.

4. Марданова Ф.Я. Рекомендации по организации самостоятельной работы в высших учебных заведениях // Вестник науки и образования, 95:17-2 (2020), с. 83-86.

5. Умарова У.У. Применение триз технологии к теме “Нормальные формы для формул алгебры высказываний” // Наука, техника и образование. 73:9 (2020), с. 32-35.

6. Умарова У.У. Роль современных интерактивных методов в изучении темы “Множества и операции над ними” // Вестник науки и образования, 94:16-2 (2020), с. 21-24.

7. Умарова У.У. Использование педагогических технологий в дистан-ционном обучении moodle // Проблемы педагогики 51:6 (2020), с. 31-34

8. Умарова У.У. Отамуродов Ф.Р. Алгоритм работы с приёмом «Корзина идей» и применение к теме “Полином жегалкина” // Наука, техника и образование. 77:2 (2021),

9. Umarova U.U., Sharipova M.Sh. “Bul funksiyalari” bobini o‘qitishda “6x6x6” va “Charxpalak” metodi. Scientific progress, 2:1 (2021), p. 786-793.

10. Шарипова Р.Т., Умарова У.У., Шарипова М.Ш. Использование методов “мозговой штурм” и “case study” при изучении темы “условная вероятность, независимость событий” Scientific progress, 2:1 (2021), p. 982-988.

11. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) с.29-32.

12. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar bo‘limini o‘qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1, (2021), p.559-567.

13. Курбонов Г.Г. Интерактивные методы обучения аналитической геометрии: метод case study // Наука, техника и образование, 72:8 (2020), с. 44-47.

14. Bahronov B.I. Funksiyaning uzluksizligi va tekis uzluksizligi mavzusini o‘kitishga doir ba'zi metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1 (2021). 1355-1363 b.

15. Boboeva M.N., Rasulov T.H. The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy, 55:4 (2020), p. 68-71.

Shahlo DO‘STOVA
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi o‘qituvchisi

TENGSIZLIKLAR, YUQORI DARAJALI VA MURAKKAB TENGSIZLIKLARNI ORALIQLAR USULIDAN FOYDALANIB YECHISH

Annotatsiya. Ushbu maqolada tengsizliklar, yuqori darajali va murakkab tengsizliklarni oraliqlar usulidan foydalanib yechish va oraliqlar usuli mavzusini o’qitishda oraliqlar usulidan foydalanib yechish haqida fikr yuritamiz. Bundan maqsad tengsizliklarni, yuqori darajali va murakkab tengsizliklarni oraliqlar usulidan foydalanib yechish mavzusini o’qitishda amaliy yordam berish va o’rta maktab o’quvchilari yoki oliy ta’lim talabalarining bunday tengsizliklarni yechishga bo’lgan qiziqishlarini orttirishdan iborat.

Kalit so’zlar: Tengsizlik, yuqori darajali tengsizlik, murakkab tengsizlik, oraliqlar usuli, tengsizliklar sistemasi, tengsizlikning yechimi, tengsizliklar sistemasining yechimi.

УСТРАНЕНИЕ НЕРАВЕНСТВА, ВЫСОКОУРОВНЕВОГО И СЛОЖНОГО НЕРАВЕНСТВА С ПОМОЩЬЮ ПРОМЕЖУТОЧНОГО МЕТОДА

Дустова Шахло Бахтиёровна,
Преподаватель кафедры “Математического анализа” Бухарского государственного университета.

Аннотация. В этой статье мы сосредоточимся на решении неравенств, высокоуровневых и сложных неравенств с использованием интервального метода и решении интервального метода при обучении интервальному методу. Цель состоит в том, чтобы оказать практическую помощь в обучении решению проблем неравенства, высокого и сложного неравенства с использованием интервального метода, а также повысить интерес старшеклассников или студентов университетов к решению такого неравенства.
Ключевые слова: Неравенство, неравенство высокого уровня, комплексное неравенство, интервальный метод, система неравенств, решение неравенства, решение системы неравенств.

SOLVING INEQUALITIES, HIGH-LEVEL AND COMPLEX INEQUALITIES BETWEEN INTERMEDIATE METHODS

Dustova Shahlo Bakhtiyorovna,
Lecturer at the Department of Mathematical Analysis, Bukhara State University.

Annotation. In this paper, we will focus on solving inequalities, high-level and complex inequalities using the interval method, and solving the interval method in teaching the interval method. The aim is to provide practical assistance in teaching the solution of inequalities, high-level and complex inequalities using the interval method, and to increase the interest of high school or university students in solving such inequalities.
Key words: Inequality, high inequality, complex inequality, interval method, system of inequalities, solution of the inequality, solution of a system of inequalities.

KIRISH.

Turli murakkab va yuqori darajali tengsizliklarni oraliqlar usulidan foydalanib yechish ancha qulay va samarali hisoblanadi. Odatda ba’zi yuqori darajali murakkab tengsizliklarni yechish mavzularini tushintirishda ancha qiyinchiliklarga duch kelish mumkin, ayniqsa juda ko’p vaqt sarflashga to’g’ri keladi. Bunday murakkab tengsizliklarni oraliqlar usulidan foydalanib yechsak, ham vaqtimiz tejaladi, ham yechimga erishish ancha oson va qulay bo’ladi. O’rta maktab kurslarida ham, oliy ta’limda ham bu ko’rinishdagi topshiriqlarni bajarishning imkon qadar oson yo’llarini talabalarga yetkazib bersak, ularning fanga bo’lgan qiziqishlarini yanada oshirishga erishamiz.

ASOSIY QISM.

Dastlab oddiy tengsizliklarni yechamiz.

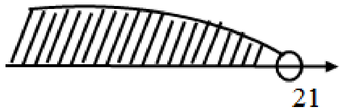
I) Chiziqli tengsizlikni oraliqlar usulida yechish.

1-misol. $2x-42<0$

1)Noma’lum hadlarni tengsizlikning bir tarafiga, ozod hadlarni esa ikkinchi tomoniga o’tkazib yozamiz: $2x<42$

2)Tengsizlikning ikkala tomonini 2 ga bo’lamiz.

Tengsizligimiz $x < 21$ ko’rinishiga keladi. Bu tengsizlikning yechimi chizmada quyidagicha bo’ladi:



Shtrixlangan sohani javob qilib olamiz:

Javob: $(-\infty; 21)$ yoki $x < 21$

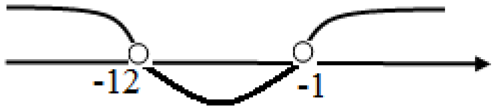
II) Kvadrat tengsizlikni oraliqlar usulida yechish.

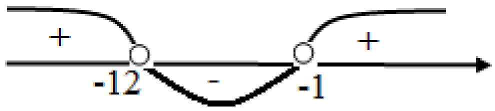
2-misol. $x^2 + 13x + 12 < 0$

1)Nollarini topamiz: $x^2 + 13x + 12 = 0$; Viyet teoremasiga ko’ra:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -13 \\ x_1 \cdot x_2 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -12 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

2)Topilgan qiymatlar asosida son nurini oraliqlarga ajratamiz:





3) Oraliqlarga ishoralarni qo’yib chiqamiz:

Tengsizligimiz “<0” bo’lgani uchun (-) oraliqlar javob bo’ladi:

Javob: $(-12; -1)$ yoki $-12 < x < -1$

III) Yuqori darajali tengsizlikni oraliqlar usulida yechish.

Yuqori darajali tengsizliklarni oraliqlar usulidan foydalanib yechishdan oldin ularning asosiy qoidalari bilan tanishib chiqamiz.

$(x-a)^n \cdot (x-b)^m \cdot (x-c)^p \cdot (x-d)^k \cdots (x-e)^l > 0$ yoki

$(x-a)^n \cdot (x-b)^m \cdot (x-c)^p \cdot (x-d)^k \cdots (x-e)^l < 0$ ***(1)***

tengsizlikni yechish talab qilingan bo’lsin. Bu tengsizlikni yechish uchun: 1)Nollarini topamiz:

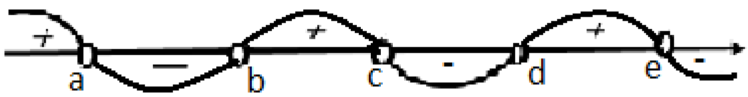
$$(x-a)^n \cdot (x-b)^m \cdot (x-c)^p \cdot (x-d)^k \cdots (x-e)^l = 0$$

2) Ko’paytmadagi har bir qavsni nolga aylantiruvchi qiymatlarni topamiz:

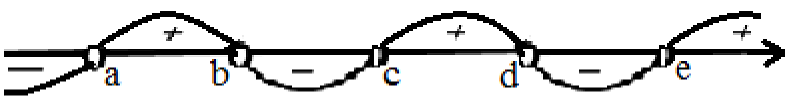
$$\left\{ \begin{array}{l} x-a=0 \\ x-b=0 \\ x-c=0 \\ x-d=0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots. \\ x-e=0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x=a \\ x=b \\ x=c \\ x=d \\ \ldots\ldots\ldots\ldots. \\ x=e \end{array} \right.$$

3)Topilgan qiymatlar asosida eng kichik qiymatdan eng katta qiymatgacha sonlarni tartib bilan son nurida joylashtirib, son nurini oraliqlarga ajratamiz:

4)Barcha qavslarning darajalarini qo’shib chiqamiz: $\sum = n + m + p + k + \cdots + l$ Agar yig’indining natijasi juft bo’lsa, chizma yuqoridan boshlanadi.



Agar yig’indining natijasi toq bo’lsa, chizma pastdan boshlanadi.



Berilgan tengsizlik “ >0” bo’lsa, javob sifatida (+) oraliqlar, “ <0” bo’lsa, javob sifatida (-) oraliqlar olinadi.

Bu yerda$a < b < c < d < \cdots < e$bo’lishi kerak.

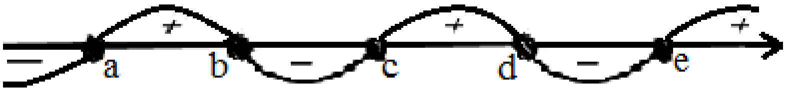
Agar tengsizlikgimiz noqat’iy bo’lsa, ya’ni

$(x-a)^n \cdot (x-b)^m \cdot (x-c)^p \cdot (x-d)^k \cdots (x-e)^l \le 0$ yoki

$(x-a)^n \cdot (x-b)^m \cdot (x-c)^p \cdot (x-d)^k \cdots (x-e)^l \ge 0$ ***(2)***

bo’lsa bunday tengsizliklarni yechishni qat’iy tengsizliklarni yechishdan farqi shundaki, bularda son o’qini oraliqlarga ajratuvchi nuqtalarning ichi bo’yaladi va yechimni olgan paytda bu nuqtalarning o’zi ham chegaraga, ya’ni yechimga kiritiladi.

yoki



(1)Tengsizliklarni yechganda biror bir qavsning darajasi juft bo'lsa, chizmasini chizganda shu qavsni nolga aylantiruvchi qiymatdan chizma kelgan yo'nalishidan qaytib ketadi, toq darajali qavslarni nolga aylantiruvchi qiymatlardan esa chizma o'tib ketadi. Masalan, $(x-a)^n\cdot(x-b)^m\cdot(x-c)^p\cdot(x-d)^k\cdots(x-e)^l\geq 0$ tengsizlikda $\sum = n+m+p+k+\cdots+l$ yig'indi juft, m va k ham juft bo'lsa, chizma quyidagicha bo'ladi:

Javob: $(-\infty;a]\cup[c;e]$ yoki $x\leq a$ va $c\leq x\leq e$ tengsizliklarni orliqlar usulidan foydalanib yechishda bu tensizlikdagi ko'paytuvchilarning hammasi $(x-a_n)$ ko'rinishida bo'lishi kerak. Agar ko'paytuvchilardan ayrimlari (a_n-x) ko'rinishida bo'lsa, avval uni $(x-a_n)$ ko'rinishiga keltirib olib, keyin yuqoridagi qoida asosida yechamiz. Bunda shakli almashadigan qavslar soni toq bo'lsa, tabiiyki tengsizlik ishorasini qarama-qarshisiga o'zgartiradi. Agar qavslar soni toq bo'lsa, tengsizlik ishorasi o'zgarishsiz qoladi.

Berilgan qoidalar asosida bir nechta misollarni ko'rib o'tamiz:

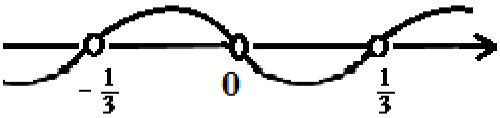
3-misol. $9x^3-x>0$

1)Nollarini topamiz: $9x^3-x=0;\, x\cdot(9x^2-1)=0$

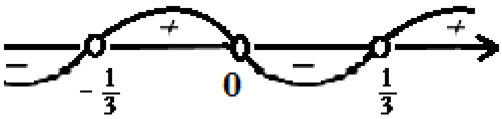
$$\begin{cases} x=0\\ 9x^2-1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} x=0\\ 9x^2=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} x=0\\ x=\pm\frac{1}{3}\end{cases}$$

Demak, $x=0;\quad x=\frac{1}{3};\quad x=\frac{1}{3}$

2)Topilgan qiymatlar asosida son nurini oraliqlarga ajratamiz:



3)Oraliqlarga ishoralarni qo'yib chiqamiz:



Tengsizligimiz ">0" bo'lgani uchun (+) oraliqlar javob bo'ladi:

Javob: $\left(-\frac{1}{3};0\right)\cup\left(\frac{1}{3};\infty\right)$ yoki $-\frac{1}{3}<x<0$ va $x>\frac{1}{3}$

4-misol. $x^6-16x^2\leq 0$

1) Nollarini topamiz: $x^6-16x^2=0;\quad x^2(x^4-16)=0;$

$x^2(x^2-4)(x^2+4)=0;\quad x^2(x^2+4)(x-2)(x+2)=0$

$$\begin{cases} x^2=0\\ (x^2+4)=0\\ x-2=0\\ x+2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases} x_{1,2}=0\\ x^2=-4\\ x=2\\ x=-2\end{cases}$$

Demak, $x_{1,2}=0;\ x_3=2;\ x_4=-2$

2)Topilgan qiymatlar asosida son nurini oraliqlarga ajratamiz.

Har doim $x^2+4>0$ bo'lgani uchun bu qavsni tashlab olamiz

3) Oraliqlarga ishoralarni qo'yib chiqamiz:

Tengsizligimiz "≤ 0" bo'lgani uchun (-) oraliqlar javob bo'ladi:

Javob: $[-2;0] \cup [0;2]$ yoki $-2 \le x \le 0$ va $0 \le x \le 2$

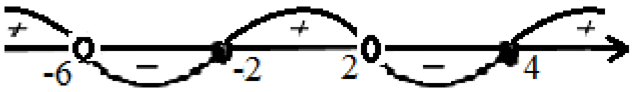
5-misol. $\frac{(x-4)\cdot(x+2)}{(3x-6)\cdot(x+6)} \ge 0$

1)Kasrni ko'paytma shaklida tasvirlaymiz: $3(x-4)(x+2)(x-2)(x+6) \ge 0$

2) Ko'paytmadagi har bir qavsni nolga aylantiruvchi qiymatlarni topamiz:

$$\begin{cases} x-4=0 \\ x+2=0 \\ x-2 \ne 0 \\ x+6 \ne 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-2 \\ x \ne 2 \\ x \ne -6 \end{cases}$$

3)Topilgan qiymatlar asosida son nurini oraliqlarga ajratamiz va oraliqlarga ishoralarni qo'yib chiqamiz:



Tengsizligimiz " ≥ 0" bo'lgani uchun (+) oraliqlar javob bo'ladi:

Javob: $(-\infty;-6) \cup [-2;2)$ yoki $x < -6$ va $-2 \le x < 2$ va $x \ge 4$

VI. Funksiyaning aniqlanish sohasini toping:

6-misol. $y = \sqrt{\frac{(x-1)(3-x)}{x(4-x)}}$

Bu funksiyaning aniqlanish sohasi: $\frac{(x-1)(3-x)}{x(4-x)} \ge 0$ dan iborat

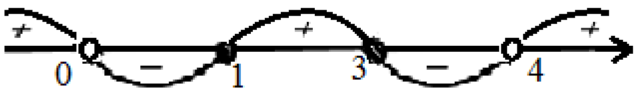
1)Kasrni ko'paytma shaklida tasvirlaymiz: $(x-1)(3-x)x(4-x) \ge 0$ tengsizlik hosil bo'ladi. Bu ko'paytmadagi 2 ta qavsni standart holga keltirish kerak. Shuning uchun tengsizlik ishorasi o'zgartirmas ekan.

$$(x-1)(x-3)x(x-4) \ge 0$$

Ko'paytmadagi har bir qavsni nolga aylantiruvchi qiymatlarni topamiz:

$$\begin{cases} x-1=0 \\ x-3=0 \\ x \ne 0 \\ x-4 \ne 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \\ x \ne 0 \\ x \ne 4 \end{cases}$$

3)Topilgan qiymatlar asosida son nurini oraliqlarga ajratamiz va oraliqlarga ishoralarni qo'yib chiqamiz:



Tengsizligimiz "≥ 0" bo'lgani uchun (+) oraliqlar javob bo'ladi:

Javob: $(-\infty;0) \cup [1;3] \cup (4;+\infty)$ yoki $x < 0$ va $1 \le x \le 3$ va $x > 4$

VII. Tengsizlikning butun yechimlari nechta?

7-misol. $\frac{(-x^2+x-1)(x^2+x-2)}{x^2-7x+12} \ge 0$

1)Kasrni ko'paytma shaklida tasvirlaymiz:

$$(-x^2+x-1)(x^2+x-2)(x^2-7x+12) \ge 0$$

Bu ko'paytmadagi 1- qavsni standart holga keltirish uchun avval shu qavsdan "-" ni chiqaramiz va tengsizlikning har ikkala tomonini (-1) ga ko'paytiramiz. U holda tengsizlik quyidagi ko'rinishga keladi:

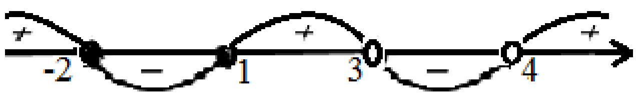
$$(x^2-x+1)(x^2+x-2)(x^2-7x+12) \le 0$$

Demak, tengsizlik ishorasi o'zgartirar ekan.

2) Ko'paytmadagi har bir qavsni nolga aylantiruvchi qiymatlarni topamiz:

$$\begin{cases} x^2-x+1=0 \\ x^2+x-2=0 \\ x^2-7x+12 \ne 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D<0 \\ x_1=-2; \quad x_2=1 \\ x_3 \ne 3; \quad x_4 \ne 4 \end{cases}$$

3)Topilgan qiymatlar asosida son nurini oraliqlarga ajratamiz va oraliqlarga ishoralarni qo'yib chiqamiz. 1-qavsda D<0 bo'lgani uchun u qavs tashlab olinadi.



Tengsizligimiz "≤ 0" bo'lgani uchun (-) oraliqlar javob bo'ladi:
Javob: $[-2; 1] \cup (3; 4)$ yoki $-2 \leq x \leq 1$ va $3 < x < 4$

XULOSA.

Xulosa qilib aytganda tengsizliklarni oraliqlar usulidan foydalanib yechish hisoblashga qulayligi va yechimga erishishda sarflanadigan vaqt ham tejalishini hisobga olsak bu usulni o'rta maktabdanoq o'quvchilarga chuqur o'rgatilsa maqsadga muvofiq bo'lar edi. Fan olimpiadalari, turli matematik tanlovlar, ayniqsa OTMlarga kirish imtihonlari testlarida uchraydigan tengsizliklarni yechishda bu usul juda qulay. Tengsizliklarni yuqorida sanab o'tilgan qoidalarga tayangan holda bu usuldan foydalanib yechganda yana bir e'tibor berilishi zarur bo'lgan qoida shundan iboratki, har doim chizma to'g'ri chizilsagina yuqoridan ya'ni "+" oraliq bilan tugaydi. Agar qayerdadir xatolikka yo'l qo'yilsa, chizmadagi oxirgi oraliqqa qarab ham xatoga yo'l qo'yilganini tushunib olsa bo'ladi. Bu mavzu o'rta maktabning 9-sinfida o'tiladi. Ammo u yerga tengsizliklarni oraliqlar usulidan foydalanib yechishning analitik usuli tushuntirilgan. Bu usulni dars jarayonida, to'garaklarda va iqtidorli o'qivchilar bilan ishlashda o'rgatilsa bo'ladi.

REFERENCES

1. Dustova Sh.B., Rasulov T.H. "NUMBER AND LOCATION OF EIGENVALUES OF GENERALIZED FRIEDRICHS MODEL WITH FINITE RANK PERTURBATIONS" Academy. Научно – методической журнал. Россия.2020. №4(55), стр. 4-8.
2. Дустова Ш.Б., Тешаева Ш.Ш. "Создание графиков сложных функций с использованием графиков элементарных функций" Scientific progress, 2:1 (2021), p. 195-196
3. Dustova Sh.B., Rasulov T.H. "NUMBER AND LOCATION OF EIGENVALUES OF GENERALIZED FRIEDRICHS MODEL WITH FINITE RANK PERTURBATIONS" Academy. Научно – методической журнал. Россия.2020. №4(55), стр. 4-8.
4. Ш.Б.Дустова "РЕШЕНИЕ СИСТЕМ УРАВНЕНИЯ ВЫСШЕЙ СТЕПЕНИ ПРИ ПОМОЩИ ПРОГРАММЫ EXCEL"
5. Дустова Ш.Б., Кодиров С.О."Интегрирование биноминальных дифференциалов" Scientific progress, 2:1 (2021), p. 183-184
6. Gulomjon Kurbonov and Shahlo Dustova "ON THE NUMERICAL RANGE OF A 2x2 OPERATOR MATRIX". *Journal of Global Research in Mathematical Archives* RESEARCH PAPER Available online at http://www.jgrma.info © JGRMA 2019, Volume 6, No.11, November 2019. All Rights Reserved 52
7. Дустова Ш.Б., Хамитова М.М."Логарифм. Логарифмическая функция и её свойства" Scientific progress, 2:1 (2021), p. 185-186.
8. Do'stova Sh.B. EXCEL DASTURINING AMALIY MASALALAR YECHISHDA TADBIQI
9. Умарова У.У. Применение триз технологии к теме «Нормальные формы для формул алгебры высказываний» // Наука, техника и образование. **73**:9 (2020), С. 32-35.
10. Э.Б. Дилмуродов. Числовой образ матрицы размера 3x3 в частных случаях, Молодой ученый, 2016, 10, С. 5-7
11. Баҳронов Б.И. Функциянинг узлуксизлиги ва текис узлуксизлиги мавзусини ўкитишга доир баъзи методик тавсиялар // Scientific progress. 2:1 (2021). 1355-1363 б.
12. Расулов Х.Р., Джўрақулова Ф.М. Баъзи динамик системаларнинг сонли ечимлари ҳақида // Scientific progress, 2:1 (2021), p. 455-462.
13. Э.Б. Дилмуродов. Формула для числового образа трехдиагональной матрицы размера 3x3, Молодой ученый, 2016, 10, С. 3-5
14. Mardanova F.Ya., Rasulov T.H. (2020). Advantages and disadvantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics. Academy. **55**:4, pp. 65-68.
15. Расулов Т.Х. (2020). Инновационные технологии изучения темы линейные интегральные уравнения. Наука, техника и образование. 73:9, С. 74-76.
16. Расулов Т.Ҳ., Расулов Х.Р. (2021). Ўзгариши чегараланган функциялар бўлимини ўқитишга доир методик тавсиялар. Scientific progress. 2:1, 559-567 бетлар.
17. Расулов Т.Х., Бахронов Б.И. (2015). О спектре тензорной суммы моделей Фридрихса. Молодой учёный. № 9, С. 17-20.
18. Марданова Ф.Я. Использование научного наследия великих предков на уроках математики // Проблемы педагогики. **51**:6 (2020), С. 40-43.
19. Марданова Ф.Я. Рекомендации по организации самостоятельной работы в высших учебных заведениях // Вестник науки и образования, **95**:17 (2020), Часть 2, С. 83-86.
20. Латипов. Ҳ.М. О собственных числах трехдиагональной матрицы порядка 4. Academy, 2021, № 3 (66), С. 4-8

21. Хайитова Х.Г. Преимущества использования метода анализа при изучении темы «Непрерывные функции» по предмету «Математический анализ». Проблемы педагогики. 53:2 (2021), С. 35-38.
22. Тошева Н.А. Использование метода мозгового штурма на уроке комплексного анализа и его преимущества. Проблемы педагогики. 53:2 (2021), С. 31-34.
23. Тошева Н.А. Технология обучения теме метрического пространства методом «Инсерт» N.6(51). 2020. С 43-44 .
24. Бобоева М.Н. Проблемная образовательная технология в изучении систем линейных уравнений с многими неизвестными. Наука, техника и образование. 73:9 (2020), С. 48-51.
25. Умарова У.У. Роль современных интерактивных методов в изучении темы «Множества и операции над ними» // Вестник науки и образования. **94**:16 (2020), часть 2, С. 21-24.
26 Ахмедов О.С. Основные требования к языку учителя математики // Наука, техника и образование, 2:77-2 (2021), стр. 74-75.
27. Ахмедов О.С. Профессия – учитель математики // Scientific progress, 2:1 (2021), p.277-284.
28. Умиркулова Г.Х. (2020). Использование MathCad при обучении теме «Квадратичные функции». Проблемы педагогики. 51:6, Стр. 93-95.
29. Umirqulova G.H. (2021). Sferik koordinatalar sistemasining ba’zi tadbiqlari. Scientific progress. 8:2, pp. 8-18.
30. Boboeva M.N., Rasulov T.H. (2020). The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students. Academy. **55**:4, pp. 68-71.

Hilola ELMURADOVA
Buxoro davlat universiteti
differensial tenglamalar
kafedrasi oʻqituvchisi

ANIQMAS INTEGRALLAR MAVZUSINI OʻQITISHDA “TUSHUNCHALAR TAHLILI” USULINI QOʻLLASH

Maqolada aniqmas integralni hisoblash mavzusini oʻqitishda “Tushunchalar tahlili” ilg’or pedagogik usulini qoʻllash boʻyicha tavsiyalar berilgan va ayrim misollar yechib koʻrsatilgan. “Tushunchalar tahlili” usulining maqsadi, afzalliklari va kamchiliklari batafsil yoritilgan. Interfaol usullar ta’lim-tarbiya jarayoniga oʻziga xos innovatsion yondashuv boʻlib, u oʻqitishning ma’ruza, suhbat kabi usullarining oʻzi bilan cheklanmay, balki, talabaning bilish faoliyatini boshqaruvchi, tashkilotchi, maslahatchi, yakuniy natijaga erishishga yoʻllovchi boʻlmish ustoz rahbarligida uning koʻproq mustaqil ishlashini tashkil etish imkoniyatlari mavjud.

Kalit soʻzlar: *“Tushunchalar tahlili” usuli, differensiallash va integrallash amallari, funksiyaning hosilasi, oniy tezlik, egri chiziq, urinma, aniqmas integral, oʻzgaruvchilarni almashtirish usuli, boʻlaklab integrallash usuli, ratsional funksiyalarni integrallash.*

Статья посвящена обучению неопределенного интеграла с помощью интерактивного метода “Анализ понятий”. Кроме того, даны рекомендации по нему. Приведены цели метода, проанализированы преимущества и недостатки. Указаны способы интегрирования различных функций. Отмечено, что для эффективного использования предусмотренного метода “Анализ понятий”, необходимы компьютерные технологии — для лучшего усвоения предмета. Даны заключения по данному методу, а точнее было отмечено, что этот метод - уникальный инновационный подход к образовательному процессу, который не ограничивается методами обучения, такими как лекции и беседы для достижения конечного результата. Под руководством учителя-лидера существуют возможности более самостоятельной организации своей работы.

Ключевые слова: *метод анализа понятий, операции дифференцирования и интегрирования, произведение функций, мгновенная скорость, кривая, эксперимент, неопределенный интеграл, метод замены переменных, интегрирования по частям, интегрирование рациональных функций.*

This article provides an introduction to the indefinite integral. Methods of integration are shown. Some integrals were calculated by integration methods. At the same time, today the educational system provides for the method “Analysis of concepts” for the effective use of computer technology, modern pedagogical methods and techniques in the classroom and better mastery of the subject. Interactive methods are a unique innovative approach to the educational process, which is not limited to teaching methods such as lectures, conversations, but also the leader of the student's educational activities, organizer, consultant to achieve the final result. Under the guidance of a teacher-leader, there are opportunities for a more independent organization of their work.

Key words: *concept analysis method, differentiation and integration operations, product of functions, instantaneous velocity, curve, experiment, indefinite integral, variable substitution method, partial integration method, integration of rational functions.*

Kirish. Darsning natijaviyligini oshirish, qisqa vaqtda yuqori natijaga erishishda interfaol metodlardan foydalanish eng samarali vositadir. Interfaol usullar ta’lim-tarbiya jarayoniga oʻziga xos innovatsion yondashuv boʻlib, u oʻqitishning ma’ruza, suhbat kabi usullarining oʻzi bilan cheklanmay, balki, talabaning bilish faoliyatini boshqaruvchi, tashkilotchi, maslahatchi, yakuniy natijaga erishishga yoʻllovchi boʻlmish ustoz rahbarligida uning koʻproq mustaqil ishlashini tashkil etish imkoniyatlari mavjud.

Asosiy qism. “Tushunchalar tahlili” usulining maqsadi: mazkur usul oʻquvchilar yoki qatnashchilarni mavzu boʻyicha tayanch tushunchalarni oʻzlashtirish darajasini aniqlash, oʻz bilimlarini mustaqil ravishda tekshirish, baholash, shuningdek, yangi mavzu buyicha dastlabki bilimlar darajasini tashhis qilish maqsadida qoʻllaniladi [1, 2]. Usulni amalga oshirish tartibi:

- ishtirokchilar mashg’ulot qoidalari bilan tanishtiriladi;
- oʻquvchilarga mavzuga yoki bobga tegishli boʻlgan soʻzlar, tushunchalar nomi tushirilgan tarqatmalar beriladi (individual yoki guruhli tartibda);
- oʻquvchilar mazkur tushunchalar qanday ma’no anglatishi, qachon, qanday holatlarda qoʻllanilishi haqida yozma ma’lumot beradilar;

- belgilangan vaqt yakuniga yetgach o‘qituvchi berilgan tushunchalarning to‘g’ri va to‘liq izohini o‘qib eshittiradi yoki slayd orqali namoyish etadi;

- har bir ishtirokchi berilgan to‘g’ri javoblar bilan o‘zining shaxsiy munosabatini taqqoslaydi, farqlarini aniqlaydi va o‘z bilim darajasini tekshirib, baholaydi.

Namuna: moduldagi tayanch tushunchalar tahlili

Tushunchalar	Sizningcha bu tushuncha qanday ma’noni anglatadi?	Qo‘shimcha ma’lumot

Izoh: ikkinchi ustunchaga qatnashchilar tomonidan fikr bildiriladi.

Tushunchalar ustunidagi savollarga belgilangan vaqt yakuniga yetgach o‘qituvchi berilgan tushunchalarning to‘g’ri va to‘liq izohini o‘qib eshittiradi yoki slayd orqali namoyish etadi. Tarqatma materiallardagi javoblarga qarab darsni qaysi tushunchadan boshlashni aniqlab oladi. Aniq integral mavzusini o‘qitishda tushunchalar ustunida quyidagilarni yozish mumkin: funksiya hosilasi, funksiyaning differensiali, urinma, egri chiziq.

Usulning afzalliklari: ushbu usuldan fizika-matemtika, tabiiy fanlar va ijtimoiy-gumanitar fanlar mavzularini mustahkamlashda foydalansa bo‘ladi. Usulning afzallik tomoni shundaki, har bir talaba yangi mavzu yuzasidan kerakli tushunchalar bilan birga, ulardagi o‘z fikrini mustaqil bayon eta olish, o‘z fikrini dalillar orqali himoya qila olish, umuman olganda mustaqil fikrlash ko‘nikmasini yanada mustahkamlaydi.

Usulning kamchiliklari: ushbu usulning kamchiliklari deyarli aniqlanmagan. Faqatgina auditoriyadan biroz ko‘proq vaqt talab qilinadi.

“Tushunchalar tahlili” usulidan tashqari ushbu fan mavzularini o‘qitishda bu usulga o‘xshab ketadigan “Charxpalak” texnologiyasidan yoki “Assotsatsiyalar” usullaridan ham foydalanishimiz mumkin.

“Charxpalak” texnologiyasidan fan o‘quv mashg’ulotlarining barcha turlarida dars boshlanishi yoki dars oxirida, fanning biror bir bo‘limi tugallanganda bo‘limni mustahkamlashda, talabalarning o‘tilgan mavzu yuzasidan olgan bilimlarini baholashda, mavzuning takrorlash va mustahkamlash qismlarida foydalnish maqsadga muvofiqdir. Mashg’ulotni amalga oshirishda tarqatma materiallaridan va rangli qalamlardan foydalanishimiz mumkin. Mashg’ulot, asosan, kichik guruhlarda o‘tkazilsa samarali natija beradi [5, 8].

Differensiallash va integrallash amallari haqida. Aytaylik, $f(x)$ funksiya $(a,b)\subset R$ da berilgan bo‘lsin [3].

Odatda, $f(x)$ funksiyaning hosilasini topish uni differensiallash $f(x)$ funksiyaga differensiallash amalini qo‘llash) deyiladi. $f(x)$ funksiyaning (a,b) dagi boshlang’ich funksiyasini topish, ya’ni $f(x)$ ning aniqmas integralini topish uni integrallash $f(x)$ funksiyaga integral amalini qo‘llash) deyiladi.

Differensiallash va integrallash tushunchalari matematika va uning tatbiqlarida muhim rol o‘ynaydi.

Matematik analizning differensiallash tushunchasidan bir qancha masalalarni, jumladan, harakat qonuniga ko‘ra nuqta harakatining oniy tezligini topishda, egri chiziq ma’lum bo‘lgan holda unga urinma o‘tkazish masalalarini hal etishda foydalaniladi.

Ko‘p hollarda harakatdagi nuqtaning har bir vaqt momentdagi tezligi ma’lum bo‘lganda harakat qonunini topish, egri chiziqning urinmasiga ko‘ra o‘zini aniqlash masalalari yuzaga keladi. Bu holda funksiyaning hosilasiga ko‘ra o‘zini topish lozim bo‘ladi. Bu yuqorida eslab o‘tilgan masalalarga teskari bo‘lib, ular funksiyalarni integrallash amali yordamida yechiladi.

Demak, funksiyalarni differensiallash va integrallash amallari o‘zaro teskari amallar bo‘ladi.

Muhokamalar va natijalar. Ma’lumki, elementar funksiyalarning (bunda, ratsional funksiyalar; darajali, ko‘rsatkichli va logarifmik funksiyalar; trigonometrik va teskari trigonometrik funksiyalar, ularning yig’indisi, ayirmasi, ko‘paytmasi, nisbati ham chekli marta superpozitsiyalardan tuzilgan funksiyalar tushiniladi) hosilalari yana elementar funksiyalar bo‘ladi.

Ammo hamma elementar funksiyalarning integrallari elementar funksiyalar bo‘lavermaydi.

Masalan, ushbu

$$f(x)=\sin x^2,\ \ f(x)=\cos x^2,\ \ f(x)=e^{x^2}\qquad (x\in R),\ \ f(x)=\frac{\sin x}{x}\quad (x>0).$$

funksiyalarning aniqmas integrallari mavjud bo‘lsa ham ular elementar funksiyalar bo‘lmaydi.

Matematik tahlilda hosila bilan bir qatorda yana bir muhim tushuncha integral bo‘lib hisoblanadi. Hosilasi berilgan $f(x)$ funksiyaga teng bo‘lgan differensiallanuvchi $F(x)$ funksiya $f(x)$ uchun boshlang’ich funksiya deb ataladi. Berilgan funksiya uchun boshlang’ich funksiyalar cheksiz ko‘p bo‘lib, ular bir-biridan faqat o‘zgarmas C soniga farq qiladi. Berilgan $f(x)$ funksiya uchun barcha boshlang’ich funksiyalar sinfi $F(x)+C$ (C -ixtiyoriy o‘zgarmas son) shu funksiyaning aniqmas integrali deyiladi. Berilgan funksiyaning integralini topish integral xossalari va jadvali bilan amalga oshiriladi.

Aniqmas integrallarni hisoblaganda quyidagi qoidalarni nazarda tutish foydali:

1. Agar $\int f(x)dx = F(x)+c$ bo‘lsa, $\int f(ax)dx = \frac{1}{a}F(ax)+c$ bo‘ladi.

Haqiqatdan ham,

$$\left(\frac{1}{a}F(ax)+c\right)' = \frac{1}{a}\left(F(ax)\right)' = \frac{1}{a}a\, f(ax) = f(ax)$$

2. Agar $\int f(x)dx = F(x)+c;$ bo‘lsa, $\int f(x+b)dx = F(x+b)+c$

3. Agar: $\int f(x)dx = F(x)+c$ bo‘lsa, $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b)+c\cdot$

Funksiyalarni integrallash usullarini ko‘rib chiqamiz:

1^{0}. O‘zgaruvchilarni almashtirish usuli. Aytaylik ushbu

$$\int f(x)dx$$

integral hisoblanishi kerak bo‘lsin. Agar $x=\varphi(t)$ deyilsa, (t-yangi o‘zagruvchi, φ- uzluksiz differensiallanuvchi funksiya) berilgan integral quyidagi

$$\int f(x)dx = \int f(\varphi(t))\cdot \varphi'(t)dt \qquad (1)$$

ko‘rinishga keladi. Bunda φ funksiyani shunday tanlash lozim bo‘ladiki, (1) tenglikning o‘ng tomonidagi integral hisoblash uchun qulay usulga kelsin.

2^{0}. Bo‘laklab integrallash usuli. Agar $u=u(x),\ \ v=v(x)$ differensiallanuvchi funksiyalar bo‘lsa, u holda

$$\int udv = uv - \int vdu \qquad (2)$$

bo‘ladi.

Odatda (2) bo‘lakalab integrallash formulasi deyiladi. (2) formula udv ning integralini vdu ning integral orqali ifodalaydi. Bu formuladan foydalanish uchun qaraladigan integralning ostidagi ifodani u va dv lar ko‘paytmasi ko‘rinishda yozib olinadi; bunda albatta dv va vdu ifodalarning integralini oson hisoblashni e’tiborga olish lozim.

3^{0}. Ratsional funksiyalarni integrallash. Ushbu

$$f(x)=\frac{a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n}{b_0+b_1x+b_2x^2+...+b_mx^m}$$

ratsional funksiyaning integrali $\int f(x)dx$ quyidagicha hisoblanadi:

Agar $n \geq m$ bo‘lsa, kasrning butun qismini ajratib, uni butun ratsional funksiya va to‘g’ri kasr ko‘rinishida yozib olamiz. Ravshanki, butun ratsional funksiyaning integrali oson hisoblanadi.

Ma’lumki, to‘g’ri kasr soda kasrlar yig’indisi sifatida ifodalanadi. Demak, to‘g’ri kasrning integrali sodda kasrlar yig’indisi ko‘rinishiga keltirilib hisoblanadi.

Misol. Ushbu integral hisoblang.

$$I=\int \sin^3 2x\cos^2 3x\,dx$$

Yechish: bu integral quyidagicha hisoblanadi:

$$I=\int \sin 2x \sin^2 2x\, \cos^2 3x\,dx = \int \sin 2x\frac{1-\cos 4x}{2}\cdot\frac{1+\cos 6x}{2}dx=$$

$$=\frac{1}{4}\int \sin 2x(1-\cos 4x)(1+\cos 6x)dx = \frac{1}{4}\int(\sin 2x-\sin 2x\cdot\cos 4x)(1+\cos 6x)dx=$$

$$=\frac{1}{4}\int\left[\sin 2x-\frac{1}{2}(\sin(-2x)+\sin 6x)\right](1+\cos 6x)dx=$$

$$= \frac{1}{8}\int (3\sin 2x - \sin 6x)(1+\cos 6x)dx =$$

$$= \frac{1}{8}\int \left[3\sin 2x - \frac{3}{2}\sin 4x + \frac{3}{2}\sin 8x - \sin 6x - \frac{1}{12}\sin 12x \right] dx =$$

$$= -\frac{3}{16}\cos 2x + \frac{3}{64}\cos 4x - \frac{3}{128}\cos 8x + \frac{1}{48}\cos 6x + \frac{1}{192}\cos 12x + C \cdot$$

Javob: $I = \frac{3}{16}\cos 2x + \frac{3}{64}\cos 4x - \frac{3}{128}\cos 8x + \frac{1}{48}\cos 6x + \frac{1}{192}\cos 12x + C.$

Interfaol usullar ta’lim-tarbiya jarayoniga o‘ziga xos innovatsion yondashuvdir. U o‘qitishning ma’ruza, suhbat kabi usullarining o‘zi bilan cheklanmay, balki, talabaning bilish faoliyatini boshqaruvchi, tashkilotchi, maslahatchi, yakuniy natijaga erishishga yo‘llovchi bo‘lmish ustoz rahbarligida uning ko‘proq mustaqil ishlashini tashkil etish imkoniyatining mavjudligidir.

Yaqin o‘tmishda o‘quvchining ta’lim jarayonidagi ishtiroki nazariy bilimlarni qabul qilib oluvchi va o‘zlashtirilgan nazariy bilimlar, amaliy ko‘nikmalarni namoyish etuvchi subyekt sifatidagi roli bilan kifoyalangan bo‘lsa, yangi ta’lim texnologiyasi talablariga ko‘ra talaba ta’lim jarayonining yetakchi subyekti, asosiy ijrochisi sifatida ko‘rinadi. Endilikda ta’lim beruvchining yo‘llanmasi, ko‘rsatmasiga muvofiq tavsiya etilgan o‘quv manbalari bilan mustaqil ravishda tanishish orqali nazariy bilimlarni o‘zlashtiradi, ustozning nazorati ostida amaliy ko‘nikma va malakalarni hosil qiladi. Aslida ta’lim oluvchilarga ta’sir ko‘rsatishi bilan farq qiladigan yuzlab usullar mavjud [9, 15].

Xulosa. Demak, xulosa qilish mumkinki, “Tushunchalar tahlili” usuli bilan yangi darsni boshlashda o‘quvchilarga mavzuga taalluqli tushunchalarni, so‘zlar, atamalar qanday ma’no anglatishi, qachon, qanday holatlarda qo‘llanilishi haqida bilib oladilar.

Adabiyotlar

1. Yunusova D.I. Oliy ta’limda matematika fanlarini o‘qitish metodikasi moduli bo‘yicha o‘quv-uslubiy majmua. -Toshkent, 2016.
2. Yunusova D.I. Matematikani o‘qitishning zamonaviy texnologiyalari. -Toshkent, 2007.
3. Azlarov T., Mansurov H. Matematik analiz, 1-qism. -Toshkent, 1986.
4. Yusupov A.E. Matematik kechalar. -Toshkent, 1977.
5. Elmuradova H.B. Parabolik tipdagi tenglama uchun grin formulasi va yechimning integral ifodasi.// Scientific progress, 1(2), (2021), 1407-1412.
6. Умарова У.У. Отамуродов Ф.Р. Алгоритм работы с приёмом “Корзина идей” и применение к теме “Полином жегалкина” // Наука, техника и образование. 77:2 (2021),
7. Umarova U.U., Sharipova M.Sh. “Bul funksiyalari” bobini o‘qitishda “6x6x6” va “Charxpalak” metodi. Scientific progress, 2:1 (2021), p. 786-793.
8. Шарипова Р.Т., Умарова У.У., Шарипова М.Ш., Использование методов “мозговой штурм” и “case study” при изучении темы “условная вероятность, независимость событий” Scientific progress, 2:1 (2021), p. 982-988.
9. Марданова Ф.Я. Рекомендации по организации самостоятельной работы в высших учебных заведениях // Вестник науки и образования, 95:17 (2020), Часть 2, С. 83-86.
10. Умарова У.У. Роль современных интерактивных методов в изучении темы “Множества и операции над ними” // Вестник науки и образования. 94:16 (2020), часть 2, С. 21-24.
11. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar bo‘limini o‘qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress. 2:1 (2021), 559-567 b.
12. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) с.29-32.
13. Boboeva M.N., Rasulov T.H. The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy, 55:4 (2020), p. 68-71.
14. Расулов Х.Р., Джўрақулова Ф.М. Баъзи динамик системаларнинг сонли ечимлари ҳақида // Scientific progress, 2:1 (2021), p. 455-462.
15. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International Journal of Scientific & Technology Research, 9:4 (2020), p. 3068-3071.

Gulhayo UMIRQULOVA
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi o‘qituvchisi

O‘NLI LOGORIFMLARNI JADVAL YORDAMIDA HISOBLASHGA DOIR USLUBIY KO‘RSATMALAR

Ushbu maqolada o‘quvchilarni matematika faniga qiziqtirish maqsadida turli interfaol metodlardan foydalangan holda, o‘nli logorifmlar, ularning xossalari hamda o‘nli logorifmlarni jadval yordamida hisoblashga doir uslubiy ko‘rsatmalar berilgan.

Kalit s o‘zlar: *interfaol metod, o‘nli logorif, irratsional logorifm, natural son, logorifm mantissasi.*

В этой статье для вовлечения студентов в математические науки, используя различные интерактивные методы даны рекомендации по вычислению десятичных логарифмов с использованием таблицы, а также приведены свойства десятичных логарифмов.

Ключевые слова: *интерактивный метод, десятичный логарифм, иррациональный логарифм, натуральное число, дробная часть, логарифмическая мантисса.*

This article provides guidelines for calculating decimal logarithms, their properties, and decimal logarithms using a table using a variety of interactive methods to engage students in the science of mathematics.

Key words: *interactive method, decimal logarithm, irrational logarithm, natural number, logarithmic mantissa.*

Kirish. Matematika fani qadimiy va navqiron fandir. U kishilik jamiyati paydo bo‘lganidan boshlab rivojlanib, asrlar davomida taraqqiy etib kelmoqda. Hozirgi kunda biror bir soha yo‘qki, unga matematika kirib bormagan. Matematika o‘sib kelayotgan yosh avlodni kamol toptirishda o‘quv fani sifatida keng imkoniyatlarga ega. U o‘quvchi tafakkurini rivojlantirib, barcha fanlarni o‘zlashtirishga zamin yaratadi. Shu sababli, o‘quvchilarning matematikadan egallagan bilimlarini amaliyotda va boshqa fanlarni o‘qitishda qo‘llay olish o‘rta ta’lim muassasalarida matematika fanini o‘qitishning asosiy maqsadlaridan biridir. Dars samaradorligini oshirishda o‘quvchilarning matematikani o‘rganishga qiziqishlarini shakllantirish va rivojlantirishda interfaol metodlardan foydalanish muhim ahamiyatga ega.

Asosiy qism. Interfaol metod texnologiyasining mohiyati tahsil oluvchilarning ijodkorligiga tayanish va darsda erkin bahs-munozara sharoitini tug’dirishdan iboratdir. Mavzuni o‘qitish jarayonida “Kichik guruhlarda ishlash”, “Aqliy hujum”, “Muammoli vaziyat”, “Keys”, “Loyiha”, “Blits savollari”, “Zinama-zina”, “Xulosalash” metodlardan foydalanish mumkin. O‘quvchilarni fanga qiziqtirish maqsadida ushbu metodlarning ayrimlaridan foydalangan holda o‘nli logorifmlarni jadval yordamida hisoblashga doir uslubiy ko‘rsatmalar beriladi. Dastlab yangi mavzu o‘quvchilarga tushuntiriladi [1].

10 asosga ko‘ra hisoblangan logorifm o‘nli logorifm deyiladi. *N* sonining o‘nli logorifmi $\lg N$ kabi belgilanadi.

1-xossa. 10^n (*n* - natural son) sonning o‘nli logorifmi n ga teng, ya’ni $\lg 10^n = n$. Bunga ishonch hosil qilish oson. Xususan, $\lg 10 = 1$, $\lg 100 = 2$, $\lg 1000 = 3$ va hokazo.

2-xossa. 10^{-n} sonning o‘nli logorifmi -n ga teng, ya’ni $\lg 10^{-n} = -n$. Bunga ishonch hosil qilish oson. Xususan, $\lg 0{,}1 = -1$, $\lg 0{,}01 = -2$, $\lg 0{,}001 = -3$ va hokazo.

3-xossa. Agar *N* natural son 10 sonining natural ko‘rsatkichli darajasi bo‘lmasa, $\lg N$ - irratsional son bo‘ladi.

Bu xossani quyidagi misol orqali isbot qilamiz. *N*=135 bo‘lsin. Teskarisini faraz qilamiz, ya’ni $\lg 135 = r$ bo‘lsin, bu yerda *r*-ratsional son. $r > 0$ ekanligi ravshan, $r = \frac{m}{n}$ bo‘lsin. Bu yerda *m* natural son. U holda quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\lg 135 = \frac{m}{n} \text{ yoki } 10^{\frac{m}{n}} = 135$$

Keyingi tenglikning ikkala qismini *n* – darajaga ko‘tarib, $10^m = 135^n$ ni hosil qilamiz. Bu tenglik zidlikka ega, chunki 10^m - bir va nollardan iborat son bo‘lgan bir paytda 135^n soni 5 raqami bilan tugallanuvchi sondir. Shunday qilib, lg135 – ratsional son degan faraz noto‘g’ridir, ya’ni lg 135 – irratsional sondir.

Logorifmlarni hisoblashning usullari ishlab chiqilgan. O‘nli logorifmlar jadvali birinchi marta ingliz matematigi Brigg (1556-1620) tomonidan tuzilgan.

Irratsional logorifmlar ma’lum aniqlikda taqriban hisoblanadi. Masalan, 0,00001 aniqlikda: lg200=2,30103. Logorifm taqribiy qiymatining butun qismi uning xarakteristikasi, kasr qismi esa mantissasi deyiladi.

4-xossa. 1 dan katta har qanday son logorifmining xarakteristikasi vergulgacha turgan raqamlar sonidan bittaga kamdir [2].

Isbot. $N=\overline{abc...f}\quad \overline{\alpha\beta\gamma...}$ bo‘lsin. Aytaylik vergulgacha *n* ta raqam bo‘lsin, u holda quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$10^{n-1}<N<10^{n}$$

bu yerdan $n-1<\lg N<n,$ y’ani

$$\lg N=(n-1)+kasr \quad qism.$$

Xususan, $\lg 5{,}8=0{,}...;\lg 58{,}75=1,...;\lg 587{,}5=2,...$ va hokazo (bu yerda uch nuqta kasr qismini bildiradi).

5-xossa. Agar son 10^n ga ko‘paytirilsa, u holda uning logarifmi n birlikka ortadi.

Haqiqatdan, $\lg(N\cdot 10^n)=\lg N+\lg 10^n=\lg N+n.$

Masalan, $\lg 2=0{,}3010$ ekanligi ma’lum bo‘lsa, quyidagiga ega bo‘lamiz. $\lg 20=1{,}3010,$ $\lg 200=2{,}3010,$ $\lg 2000=3{,}3010$ va hokazo.

6-xossa. Agar son 10^n ga bo‘linsa, u holda uning logarifmi n birlikka kamayadi.

Haqiqatdan, $\lg\dfrac{N}{10^n}=\lg N-\lg 10^n=\lg N-n.$

Masalan, $\lg 3=0{,}4771$ ma’lumligidan, $\lg 0{,}3;$ $\lg 00{,}3;$ va $\lg 000{,}3$ larni topamiz: $\lg 0{,}3=0{,}4771-1;$ $\lg 0{,}03=0{,}4771-2;$ va $\lg 0{,}003=0{,}4771-3.$ Bu ayirmalarni qisqacha yozish mumkin: $\overline{1},4771,$ $\overline{2},4771$ va $\overline{3},4771.$ Shunday qilib, $\lg 0{,}3=\overline{1},4771,$ $\lg 0{,}03=\overline{2},4771$ va $\lg 0{,}003=\overline{3},4771.$

Natija. sonni 10^n ko‘paytirganda (bo‘lganda) logarifmning mantissasi o‘zgarmaydi, xarakteristikasi esa *n* birlikka ortadi (kamayadi).

7-xossa. To‘g’ri o‘nli kasr logarifmining xarakteristikasi manfiy ishora bilan olingan birinchi qiymatdir raqamning chap tarafida turgan nollar (vergul oldidan turgan nol ham shu hisobga kiradi) soniga teng bo‘ladi, bunda mantissasi musbat bo‘ladi [3, 4]. Buning to‘g’riligini misol orqali ko‘rsatamiz. Aytaylik, $N=\underbrace{0{,}00\ldots07}_{m\ ta\ nol}$ bo‘lsin. U holda quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\underbrace{0{,}00\ldots01}_{m\ ta\ nol}<\underbrace{0{,}00\ldots07}_{m\ ta\ nol}<\underbrace{0{,}00\ldots01}_{m-1\ ta\ nol},$$

bu yerdan logorifmlab, topamiz:

$$\lg 10^{-m}<\lg\ \underbrace{0{,}00\ldots07}_{m\ ta\ nol}<\lg 10^{-(m-1)}$$

yoki:

$$-m<\lg\ \underbrace{0{,}00\ldots07}_{m\ ta\ nol}<-(m-1)$$

bundan

$$\lg\ \underbrace{0{,}00\ldots07}_{m\ ta\ nol}=-(m)+mantissa\ (\log arifmning\ kasr\ qismi)\ .$$

Endi mustaqil ravishda topshiriqlarni bajarish uchun “Kichik guruhlarda ishlash” metodi qo‘llaniladi ya’ni kichik guruhlar shakllantiriladi.

“Kichik guruhlarda ishlash” metodining afzalliklari:

- o‘qitish mazmunini yaxshi o‘zlashtirishga olib kelish;
- muloqotga kirishish ko‘nikmasining takomillashishiga olib keladi;
- vaqtni tejash imkoniyati mavjud;
- barcha o‘quvchilar darsga jalb etiladi;
- o‘z-o‘zini va guruhlararo baholash imkoniyati mavjud bo‘ladi.

“Kichik guruhlarda ishlash” metodining kamchiliklari:

- ba’zi kichik guruhlarda kuchsiz o‘quvchilar bo‘lganligi sababli kuchli o‘quvchilarning ham past baho olish ehtimoli bor;

- guruh ichida o‘zaro nizo paydo bo‘lishi mumkin[4, 6].

Guruhlar shakllantirilgach, “Zinama-zina” metodidan foydalangan holda dastlab o‘nli logorifmlarni jadval yordamida hisoblashga doir sodda misollar har bir guruhga taqdim etiladi. So‘ngra misollar har bir pog’onada oldingi misolga nisbatan murrakkablashtirib boriladi. Masalan, birinchi bosqichda 1-misol taqdim etiladi:

1-misol. Hisoblang: $\sqrt[5]{0,05678}$.

Yechish. $\sqrt[5]{0,05678}=N,$ deb belgilaymiz: $\lg N$ ni topamiz:

$\lg N=\frac{\lg 0,05678}{5}=\frac{\bar{2},7542}{5}=\frac{-5+3,7542}{5}=-1+0,7508=\bar{1},7508,$ bu yerdan $N=0,5633.$

Ikkinchi bosqichda quyidagi misol topshiriq sifatida taqdim etiladi:

2-misol. $N=\sqrt[100]{100}$ ni hisoblang.

Yechish. Topamiz:

$$\lg N=\frac{\lg 100}{100}=\frac{2}{100}=0,02,\ N=1,047.$$

Uchinchi bosqichda har bir guruhga 3-misol topshiriq sifatida taqdim etiladi:

3-misol. $N=23,47\sqrt[4]{\frac{6,003^3}{0,005915}}$ ni hisoblang.

Yechish. Quyidagilarga egamiz:

$$\lg N=\lg\ 23,47+\frac{3}{4}\lg 6,003-\frac{1}{4}\lg 0,005915;\quad \lg 23,47=1,3705$$

$$\frac{3}{4}\lg 6,003=\frac{3\cdot 0,7784}{4}=\frac{2,3352}{4}=0,5838;$$

$$-\frac{1}{4}\lg 0,005915=\frac{\bar{3},7720}{4}=\frac{2,2280}{4}=0,5570;$$

$$\overline{\lg N=2,5113};$$

$$N=324,5$$

To‘rtinchi bosqichda esa quyidagi misol guruhlarga topshiriq sifatida taqdim etiladi:

4-misol. $N=\sqrt[5]{\sqrt[4]{\frac{1,785^2}{0,09844^3}}-\frac{2,392^{2,25}}{0,8978^2}}$ ni hisoblang.

Yechish. N sonning logarifmini darhol hisoblash mumkin emas, chunki ildiz ostidagi ifoda logarifmlanmaydi.

Hisoblashni qismlarga bo‘lib bajaramiz:

1) $N_1=\sqrt[4]{\frac{1,785^2}{0,09844^3}},\qquad N_2=\frac{2,392^{2,25}}{0,8978^2};$

deylik, u holda $N=\sqrt[5]{N_1-N_2};$

2) N_1 hisoblaymiz:

$$\lg N_1=\frac{1}{2}\lg 1,785-\frac{3}{4}\lg 0,09844;$$

$$\frac{1}{2}\lg 1,785=\frac{0,2516}{2}=0,1258;$$

$$-\frac{3}{4}\lg 0,09844=-\frac{3\cdot\bar{2},9932}{4}=\frac{3\cdot 1,0068}{4}=\frac{3,0204}{4}=0,7551;$$

$$\overline{\lg N_1=0,8809};$$

$$N_1\approx 7,602;$$

3) N_2 hisoblaymiz:

$$\lg N_2=\frac{9}{4}\lg 2,392-2\lg 0,8978;$$

$$\lg\frac{9}{4}\lg 2,392=\frac{9\cdot 0,3788}{4}=\frac{3,4092}{4}=0,8523;$$

$$-2\lg 0,8978=-2\cdot\bar{1},9532=2\cdot 0,0468=0,0936;$$

$$\overline{\lg N_2} = 0{,}9459;$$
$$N_2 \approx 8{,}828;$$

4) topilganlar asosida N ni hisoblaymiz:

$$N = \sqrt[5]{7{,}602 - 8{,}828} = -\sqrt[5]{1{,}226}; \;\; -N = \sqrt[5]{1{,}226};$$
$$\lg(-N) = \frac{\lg 1{,}226}{5} = \frac{0{,}0855}{5} = 0{,}0177; \;\; -N \approx 1{,}042;$$
$$N \approx -1{,}042.$$

Shu tarzda guruhlarning o‘rni aniqlanib, har bir guruhdagi faol o‘quvchilar baholanadi. Darslarni yuqoridagi interfaol metodlar va kompyuter texnologiyasi yordamida o‘qitish, darsning samaradorligi va o‘quvchilarning fanga nisbatan qiziqishlari yanada ortishiga sabab bo‘ladi. Bu esa ta’lim jarayonida kafolatlangan natijani beradi. Shu sababli, har bir o‘qituvchi darslarda interfaol metodlardan fodalanishi maqsadga muvofiqdir [4, 12-15].

Logarifmlar mavzusini o’qitish bo’yicha yana bir qator uslubiy tavsiyalar [7] maqolada berilgan. Unda “Son logarifmi. Asosiy logarifmik ayniyatlar. Logarifmlarni ko’paytirish, bo’lish, darajaga ko’tarish” mavzusi “Bumerang” pedagogik texnologiyasi yordamida batafsil tushuntirilgan. [8]da “Mosini top” usulidan foydalanish yo’llari yoritilgan hamda bir qator uslubiy tavsiyalar qayd qilingan.

Xulosa. Maqolada keltirilgan ilg’or pedagogik texnologiyalarning tahlili shuni ko’rsatadiki, ushbu interfaol usullarni va o‘zlashtirilgan bilimlarni matematikaning bir qator boshqa sohalarida ham qo’llanilishi ijobiy natijalar beradi. Bu kabi ilmiy izlanishlarga misol qilib amaliy masalalarga bag’ishlangan [9, 11] maqolalarni keltirish mumkin. Maqolalarda matematikaning boshqa fanlar bilan bog’liqligi va ayrim masalalarning yechish yo’llari keltirilgan.

Adabiyotlar

1. Qalandarov A. Ta’limda zamonaviy zamonaviy pedagogik texnologiyalar. -Buxoro, 2013.

2. Умиркулова Г.Х. Оценка для граней существенного спектра модельного оператора трех частиц на решетке // Вестник науки и образования. 16-2(94), 2020.с. 14-17.

3. Умиркулова Г.Х. Существенный и дискретный спектры семейства моделей фридрихса// Наука и образование сегодня. №1 (60), 2021. с. 17-20.

4. Умиркулова Г.Х. Местоположение собственных значений двух семейств моделей фридрихса // Наука, техника и образование. №2 (77), 2021.

5. Умиркулова Г.Х. Использование Mathcad при обучении теме “квадратичные функции” // Проблемы педагогики 6 (51), 2020.

6. Г.Х. Умиркулова. О спектре одного семейства моделей Фридрихса. // The 21st century skills for professional activity. 2021, March 15. pp.113-114.

7. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) с.29-32.

8. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar bo‘limini o‘qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1, (2021), p.559-567.

9. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2, (2021), p.870-879.

10. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках //Проблемы педагогики, 53:2 (2021), с. 7-10.

11. Rasulov X.R., Yaxshiyeva F.Y. Ikki jinsli populyatsiyaning dinamikasi haqida // Scientific progress, 2:1 (2021), p. 665-672.

12. Boboeva M.N., Rasulov T.H. The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy. 55:4 (2020), pp. 68-71.

13. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International Journal of Scientific & Technology Research. 9:4 (2020), pp. 3068-3071.

14. Mardanova F.Y., Rasulov T.H. Advantages and disadvantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy. 55:4 (2020), pp. 65-68.

15. Бобоева М.Н., Бобокулова С.Б. Использование игровых элементовпри введении первичных понятий математики // Вестник науки и образования. 99:2, часть 2, (2020), с. 85-87.

Gulrux SAYLIYEVA
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi o‘qituvchisi

DISKRET MATEMATIKA VA MATEMATIK MANTIQ” FANINING AMALIYOT DARSLARIDA O‘TILGAN MAVZUNI MUSTAHKAMLASHDA “G’OYAVIY CHARXPALAK”, “CHARXPALAK” TEXNOLOGIYASI VA “ASSOTSATSIYALAR” METODLARIIDAN FOYDALANISH

Bugungi kunda ta’lim tizimida kompyuter texnologiyalaridan, zamonaviy pedagogik usul va metodlardan dars davomida samarali foydalanish o‘tilayotgan mavzuning yaxshi o‘zlashtirilishida alohida ahamiyat kasb etadi. Ushbu maqolada oliy o‘quv yurtlarida talabalarga o‘qitiladigan «Diskret matematika va matematik mantiq» fani amaliyot darslarida foydalanish mumkin bo‘lgan zamonaviy pedagogik metodlar, ularning qo‘llash usullari haqida so‘z boradi.

Kalit so‘zlar: *“Diskret matematika va matematik mantiq”, “G’oyaviy charxpalak” metodi, “Charxpalak” texnologiyasi, “Assotsatsiyalar” metodi.*

В сегодняшней системе образования эффективное использование компьютерных технологий, современных педагогических методов и приемов в классе имеет особое значение для овладения предметом. В статье рассматриваются современные педагогические технологии, которые могут быть использованы на практических занятиях по предмету “Дискретная математика и математическая логика”, который преподается студентам высших учебных заведений.

Ключевые слова: *“Дискретная математика и математическая логика”, метод “Идеологическое колесо”, технология “Колесо”, метод “Ассоциаций”.*

In today’s education system, the effective use of computer technology, modern pedagogical methods and techniques in the classroom plays a special role in the good mastery of the subject. This article deals with modern pedagogical methods and their application, which can be used in practical classes on the subject “Discrete Mathematics and Mathematical Logic” taught to students in higher education.

Key words: *“Discrete Mathematics and Mathematical Logic”, method “Ideological Wheel”, “Wheel Technology”, method “Associations”.*

Kirish. Oliy o‘quv yurtlarida talabalarga o‘qitiladigan har bir fanga ilmiy jihatdan chuqur yondashiladi va har bir mavzu mukammal, eng so‘nggi ma’lumotlar bilan boyitilgan bo‘ladi. Talabalar o‘tilgan mavzuni yaxshi tushunib, anglab yetishi, mavzuga oid nazariy ma’lumotlar uzoq vaqt esda qolishida dars davomida foydalaniladigan zamonaviy-pedagogik metodlarning o‘rni beqiyosdir.

Asosiy qism. Oliy o‘quv yurtining matematika, informatika bilan bog’liq mutaxasislik talabalariga o‘qitiladigan “Diskret matematika va matematik mantiq” fani o‘zining qiziqarli masalalari bilan talabalarni doimiy o‘ziga jalb qilib kelgan. Ushbu fan mavzularini tushuntirishda, talabalarning fan yuzasidan olgan bilimlarini mustahkamlashda, talabalarning mavzu yuzasidan bilimlarini baholashda juda ko‘p usul va metodlardan foydalanishimiz mumkin. Shulardan biri “G’oyaviy charxpalak” metodidir. “G’oyaviy charxpalak” metodidan ko‘pincha nazariy ma’lumotlarga boy mavzularning amaliy mashg’ulot darslarida foydalanish maqsadga muvofiqdir. Masalan, “Diskret matematika va matematik mantiq” fanining “Graflar nazariyasi” mavzusi nazariy ma’lumotlarga boy mavzu hisoblanadi. Fan o‘qituvchisi talabalarga mavzu ma’ruzasini o‘tadi va har bir tushunchani talabalarga eng boshidan boshlab tushuntiradi. Lekin, ma’lumot ko‘pligi bois, talaba o‘tilgan mavzuni biror metodik usul orqali takrorlab mustahkamlab olmasa, ayrim tushunchalar uning esidan chiqib qolishi mumkin. Demak, biz o‘rgangan tushunchalarimizni yanada yaxshi anglab yetishimiz uchun biror bir pedagogik metodning qo‘llanishiga ehtiyoj sezamiz. Ana shunday metodlardan biri bo‘lmish “G’oyaviy charxpalak” metodi quyidagicha amalga oshiriladi. Dastlab guruh 8 ta talabadan iborat 4 ta guruhga bo‘linadi va har bir guruh nomlangan bo‘ladi. Har bir guruhga bittadan turli rangdagi varaqlar beriladi. Varaqlarning yuqorisiga mos ravishda guruhlarning nomi yozilgan bo‘ladi. O‘qituvchi belgilangan vaqtni e’lon qiladi. Masalan, belgilangan vaqt 2 daqiqa bo‘lsin. Birinchi 2 daqiqada har bir guruhning birinchi a’zosi mavzuga oid bilgan ma’lumotlarini varaqqa yozadi. Vaqt tugagach yozish to‘xtatiladi. Varaqlar charxpalak yo‘nalishida keyingi a’zolarga uzatiladi. Ularga ham 2 daqiqa beriladi. Keyingi a’zolar o‘zidan oldingi a’zoning yozgan ma’lumotlarini o‘qib chiqishi va yozilgan ma’lumotni ikkinchi bor yozmasligi kerak. Har bir to‘g’ri yozilgan ma’lumotga 1 ball beriladi. Takroran yozilgan har bir ma’lumotga ball berilmaydi, shu bilan birga qo‘shimcha 1 ball guruhdan olib tashlanadi. Shu tariqa varaqlar guruhlarda charxpalak kabi aylanib ma’lumotlar bilan to‘ladi [1].

Yuqorida keltirilgan "Graflar nazariyasi" mavzusida guruhlar varaqlarga quyidagicha ma'lumotlarni yozishlari mumkin.

I. 1. Biror bo'sh bo'lmagan V to'plamni o'z ichiga olgan $< V, U >$ to'plamlar sistemasi Graf deyiladi. 2. Berilgan $< V, U >$ grafda V grafning uchlari to'plami, U esa grafning qirralari to'plami hisoblanadi.

II. 1. $V = \{a, b, c, d, f\}$ uchlar to'plamidan iborat grafda $(a, b) = (b, a)$ bo'lsa, ab grafning qirrasi, $(a, b) \neq (b, a)$ bo'lsa ab grafning yoyi deyiladi. 2. Grafning qirrasi yo'naltirilmagan deyiladi va $\overleftrightarrow{ab}$ orqali, yoyi esa yo'naltirilgan deyiladi va $\overrightarrow{ab}\ yoki\ \overleftarrow{ab}$ orqali belgilanadi.

III. 1. Boshi va oxiri ustma-ust tushgan yoy yoki qirra grafning sirtmog'i deb ataladi. 2. Kamida bitta sirtmog'i bor graf "Psevdograf" deb ataladi.

IV. Grafning biror ikki uchini tutashtiuvchi qirralarning soni ikki va undan ortiq bo'lsa, bu tomonlar o'zaro parallel deyiladi.

V. Barcha tomonlari yoylardan iborat graf yo'naltirilgan (oriyentrlangan) graf, barcha tomonlari qirralardan iborat graf esa yo'naltirilmagan (oriyentrlanmagan) graf deyiladi.

VI. Parallel tomonlarga ega bo'lgan graf "Multigraf" deyiladi.

VII. Grafning biror qirra ham, yoy ham, sirtmoq ham hosil qilmaydigan uchi "Yakkalangan". "Ajralgan" uch deyiladi.

VIII. Barcha uchlari "Yakkalngan" bo'lgan graf "Nolgraf" deb ataladi.

Barcha guruh a'zolari ma'lumotlarni yozib bo'lganlaridan so'ng varaqlar guruhlararo ham charxpalak yo'nalishida harakatlantirilib almashtiriladi. Guruhlar keyinigi berilgan har 5 daqiqada qo'shni guruh yozgan ma'lumotlarini to'g'ri-noto'g'risini, takrorlanganini aniqlab olishlari kerak. Varaq oxiriga tekshirgan guruh tomonidan to'g'ri yozilgan ma'lumotlar miqdori va tekshirgan guruh nomi yoziladi. Noto'g'ri deb topilgan ma'lumot izohlanishi kerak. Xuddi shu tarzda varaqlar toki o'z guruhiga borgunga qadar charxpalak yo'nalishida aylanaveradi. Har bir guruh varaqlarini boshqalari to'liq ko'rib bo'lgach guruh a'zolari o'z varaqlaridagi noto'g'ri deb topilgan ma'lumotlarning izohi bilan tanishishadi. Biror fikr yoki e'tirozlar bo'lsa yozishadi. Barcha varaqlar o'qituvchiga taqdim qilinadi. Turli xil tekshirish natijasiga ega ma'lumotlar o'qituvchi tomonidan ham tekshirilib, talabalar bilan birgalikda muhokama qilinib, oxirgi xulosalar bayon qilinadi va guruhlarning to'plagan ballari e'lon qilinadi [2, 3].

Metodning afzalliklari: ushbu metoddan fizika-matematika, tabiiy fanlar va ijtimoiy-gumanitar fanlar mavzularini mustahkamlashda foydalansa bo'ladi. Metodning afzallik tomoni shundaki, bunda talabalar bevosita o'zlaridan oldingi talabaning yozgan ma'lumotlarini o'qib, tahlil qiladi. Agar o'qimasa u takroriy ma'lumot yozib qo'yishi va natijada o'z guruhidan 1 ballning olib tashlanishiga sababchi bo'lishi mumkin. O'zidan oldin yozilgan barcha ma'lumotlarni o'qib tahlil qilishi orqali mavzu yuzasidan bilimlari yanada mustahkamlanadi. Bundan tashqari javoblarni tekshirish qismida har bir guruhda yozilgan ma'lumotlar barcha guruhlarning barcha a'zolari orqali tahlil qilinadi.

Metodning kamchiliklari: ushbu metodning kamchiliklari deyarli aniqlanmagan. Faqatgina auditoriyadan biroz ko'proq vaqt talab qilinadi.

"G'oyaviy charxpalak" metodidan tashqari ushbu fan mavzularini o'qitishda bu metodga o'xshab ketadigan "Charxpalak" texnologiyasidan yoki "Assotsatsiyalar" metodlaridan ham foydalanishimiz mumkin.

"Charxpalak" texnologiyasidan fan o'quv mashg'ulotlarining barcha turlarida dars boshlanishi yoki dars oxirida, fanning biror bir bo'limi tugallanganda bo'limni mustahkamlashda, talabalarning o'tilgan mavzu yuzasidan olgan bilimlarini baholashda, mavzuning takrorlash va mustahkamlash qismlarida foydalanish maqsadga muvofiqdir. Mashg'ulotni amalga oshirishda tarqatma materiallardan va rangli qalamlardan foydalanishimiz mumkin. Mashg'ulot, asosan, kichik guruhlarda o'tkazilsa samarali natija beradi [3, 5].

Mashg'ulotni o'tkazish tartibi:

1. Talabalarni kam sonli, masalan, 5 tadan qilib 6 ta guruhga ajratiladi va har bir guruhni mavzu yuzasidan (o'tilgan mavzuning asosiy tushunchalariga moslab) nomlanib, guruhlardagi har bir guruh a'zosini nomer bilan tartiblanadi.

2. Talabalarni o'tkazilayotgan mashg'ulot talablari va qoidalari bilan tanishtiriladi.

3. O'qituvchi tomonidan oldindan tayyorlangan, har biriga bittadan mustahkamlanayotgan mavzuni qamrab oluvchi, guruhlar kesimida esa qiyinlik darajasi bir xil bo'lgan (mashg'ulot maqsadiga qarab) yopiq savol yoki masalan yozilgan quyida ko'rsatilgandek, 6 xil rangdagi 5 juft varaqlarni mos ravishda bitta guruh a'zolariga bir xil rangli qilib tarqatiladi. Masalan, birinchi guruhning 5 ta a'zosiga qizil rangli varaqlar tarqatilgan bo'lib ularda quyidagicha topshiriqlar yozilishi mumkin:

1-varaqqa: quyidagi formulani Jegalkin ko'phadiga yoying:

$$\overline{x \leftrightarrow \overline{y}} \wedge z \rightarrow y$$

2-varaqqa: boshlang'ich bul funksiyalarining (nol funksiya, birlik funksiya, konyunksiya, dizyunksiya, implikatsiya, ekvivalentsiya, inkor) jegalkin ko'phadiga yoyilmasini yozing.

3-varaqqa: chiziqli funksiyani ta’riflang va unga misollar keltiring.

4-varaqqa: quyidagi funksiyani chiziqlilikka tekshiring:

$$\overline{\overline{x \wedge \overline{y}} \vee z} \to x$$

5-varaqqa: bul funksiyalarining Jegalkin ko‘phadi va chinlik jadvali bilan o‘zaro bog’liqligini tushuntiring va javobingizni misollar bilan yoriting [6, 7].

Xuddi shu qiyinlik darajada keyingi 5 ta guruhga ham 5 tadan savollar tanlab olinadi. Varaqning eng boshida 1 ta savol yozilgan bo‘lib, pastida shu savolga 6 ta guruhning har bir a’zosining javoblari ushbu tartibda so‘ralgan bo‘ladi:

Savol: quyidagi formulani Jegalkin ko‘phadiga yoying:

$$\overline{x \leftrightarrow \overline{y}} \wedge z \to y$$

Guruh nomi: ______________________________

1-a’zo:
2-a’zo:
3-a’zo:
4-a’zo:
5-a’zo:

Guruh nomi: ______________________________

1-a’zo:
2-a’zo:
3-a’zo:
4-a’zo:
5-a’zo:

Guruh nomi: ______________________________

1-a’zo:
2-a’zo:
3-a’zo:
4-a’zo:
5-a’zo:

Guruh nomi: ______________________________

1-a’zo:
2-a’zo:
3-a’zo:
4-a’zo:
5-a’zo:

Guruh nomi: ______________________________

1-a’zo:
2-a’zo:
3-a’zo:
4-a’zo:
5-a’zo:

4. O‘qituvchi tomonidan belgilangan vaqt (3 daqiqa) e’lon qilinadi. Belgilangan vaqt o‘tgach, varaqlar guruh a’zolari bo‘ylab charxpalak harakati bo‘yicha almashtiriladi va yana shu tarzda davom ettiriladi.

5. Shu tarzda 5 ta a’zo berilgan 5 ta savolga o‘z javobini yozadi. So‘ngra varaqlar guruhlararo charxpalak yo‘nalishida almashtiriladi va yana shu tartibda davom ettiriladi.

6. Charxpalak bo‘ylab harakat toki varaqlar dastlabki guruhlarga qaytib kelgunicha davom ettiriladi.

7. O‘qituvchi to‘g’ri javoblarni o‘qiydi. Talabalar qo‘llaridagi varaqlardagi barcha javoblarni tekshiradilar. Har bir to‘g’ri topilgan javob uchun 1 balldan beriladi. Shu tariqa barcha talabalarning umumiy baholari hisoblanib chiqiladi.

Metodning afzalliklari: ushbu texnologiya talabalarni o‘tilgan mavzularni yodga olishga, mantiqan fikrlab, berilgan savollarga mustaqil ravishda to‘g’ri javob berishga va o‘z-o‘zini baholashga o‘rgatishga hamda qisqa vaqt ichida o‘qituvchi tomonidan barcha talabalarning egallagan bilimlarini baholashga yordam beradi. Metod talabalarni dars jarayonida mantiqiy fikrlash, o‘z fikrlarini mustaqil ravishda erkin bayon eta olish, o‘zlarini baholash, yakka va guruhlarda ishlashga, boshqalar fikriga hurmat bilan qarashga, ko‘p fikrlardan keraklisini tanlab olishga o‘rgatadi [8].

Metodning kamchiliklari: biroz ko‘p vaqt talab qiladi.

Muhokamalar va natijalar. “Assotsatsiyalar” metodi ham juda qiziqarli metodlardan biri bo‘lib, asosan, mavzuning oxirida yoki o‘tilgan mavzuning takrorlash qismida foydalanish maqsadga muvofiqdir.

Talabalar ixtiyoriy sondagi guruhlarga bo‘linishadi. Doskaga guruhlar sonicha plakatlar osilgan bo‘lib, har bir plakatga o‘tilgan mavzuga oid har xil asosiy tushunchalar vertikal yo‘nalishda yozilgan bo‘ladi. O‘qituvchi tomonidan belgilangan vaqt davomida guruh a’zolari doskaga bittadan, navbat bilan chiqishib, har bir harf bilan boshlanuvchi, ushbu mavzuga oid va shu mavzugacha o‘tilgan mavzularga oid tushunchalarni yozishlari kerak. Vaqt tugagach har bir tushunchalar talabalar bilan birgalikda o‘qituvchi yordamida tahlil qilinadi, tekshiriladi va olingan ballar hisoblanib, g’olib guruh aniqlanadi. Masalan, “Graflar nazariyasi” mavzusida:

M - mukammal dizyunktiv normal shakl, mulohaza, monotonlik,…

U - uchlar to‘plami, uchi,universal to‘plam,…

L - Leybnits, logika, …

T - tavtalogiya, tranzitivlik, to‘ldiruvchi to‘plam,

I - implikatsiya, ikki modul bo‘yicha yig’indi, …

G - graf, …

R - refleksivlik,…

A - aynan chin mulohaza, aynan yolg’on mulohaza, assotsativlik, ayniy funksiya, inkor, …

F - formula, funksiya, …

Metodning afzalliklari: mulohaza yuritish jarayoniga barcha o‘quvchilar fikrini jalb qiladi.

Metodning kamchiliklari: aniqlanmagan.

Xulosa. Maqolada tavsiya qilingan “Charxpalak” va “Assotsatsiyalar” usullari talabalar tomonidan ijobiy baholanib kelinmoqda. Shu kabi ilg’or pedagogik texnologiyalar bir qator ilmiy izlanishlarda [9, 15] ham tavsiya qilingan va ulardan foydalanish yo‘llari misollar yordamida tushuntirib berilgan. Shuningdek, hozirgi vaqtda nazariyaning amaliy tadbiqlarini kengaytirish dolzarbligini inobatga olib, kelgusida matematikani boshqa fanlar bilan integratsiyasi haqida ma’lumotlar berish ham muhim ahamiyat kasb etishi keng yoritilgan.

Adabiyotlar

1. To‘rayev H., Azizov I., Otaqulov S. “Kombinatorika va graflar nazariyasi”. -Toshkent, 2009.

2. Умарова У.У. Использование педагогических технологий в дистанционном обучении moodle // Проблемы педагогики 51:6 (2020), с. 31-34.

3. Умарова У.У. Отамуродов Ф.Р. Алгоритм работы с приёмом “Корзина идей” и применение к теме “Полином жегалкина” // Наука, техника и образование. 77:2 (2021).

4. Сайлиева Г.Р. “Использование метода “Математический рынок” в организации практических занятий по Дискретной математике”, Проблемы педагогики 53 (2), с. 27-30.

5. Sayliyeva G.R. “Discrete time dynamics of an ocean ecosystem”, Journal of Global Research in Mathematical Archives, Volume 6, №.10, October 2019, p. 31-33.

6. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) с.29-32.

7. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar bo‘limini o‘qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1, (2021), p.559-567.

8. Saylieva G.R. “Using of new pedagogical technologies in teaching «Analytical geometry» subject”, Вестник науки и образование, 18:96-2, (2020), с. 68-71.

9. Расулов Х.Р., Джуракулова Ф.М. Об одной динамической системе с не-прерывным временем // Наука, техника и образование, 72:2-2 (2021) с.19-22.

10. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2, (2021), p.870-879.

11. Sayliyeva G.R. “Diskret matematika va matematik mantiq fanining “predikatlar mantig’i” bobi mavzularini tushuntirishda samarali yondashuv va undagi zamonaviy usul va metodlar”, Scientific progress 2:1, (2021), p. 552-558.

12. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках //Проблемы педагогики, 53:2 (2021), с. 7-10.

13. Тошева Н.А. Использование метода мозгового штурма на уроке комплексного анализа и его преимущества // Проблемы педагогики № 2:2 (2021), с. 42-46.

14. Bahronov B.I. Funksiyaning uzluksizligi va tekis uzluksizligi mavzusini o‘qitishga doir ba’zi metodik tavsiyalar // Scientific progress. 2:1 (2021). 1355-1363 b.

15. Boboeva M.N., Rasulov T.H. The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy. 55:4 (2020), pp. 68-71.

Xilola XAYITOVA
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi o‘qituvchisi

O‘RTA MAKTAB MATEMATIKA FANINING “MATNLI MASALALAR VA ULARNI YECHISH USULLARI” MAVZUSINI O‘QITISHDA MUAMMOLI TA’LIM METODIDAN FOYDALANISH

Yangi pedagogik texnologiya ta’limning ma’lum maqsadga yo‘naltirilgan shakli, usuli va vositalarining mahsulidir. Kuzatuvlar shuni ko‘rsatadiki, aksariyat hollarda ta’lim muassasalarida ta’lim beruvchi dars jarayonida faqat o‘zi ishlaydi, ta’lim oluvchilar esa kuzatuvchi bo‘lib qolaveradi. Ta’limning bunday ko‘rinishi o‘quvchilarning aqliy tafakkurini o‘stirmaydi, faolligini oshirmaydi, ta’lim jarayonidagi ijodiy faoliyatini so‘ndiradi. O‘quv jarayonlarida muammoli ta’lim texnologiyalarini tashkil etish va boshqarish, muammoli ta’lim usullari - o‘quvchilarning muammoni to‘liq tushunib yetishiga erishish, ularni hal eta olishga o‘rgatish ijodiy tafakkuri va ijodiy qobiliyatlarini o‘stirishdan iboratdir. Maqolada shu holatlar batafsil yoritilgan.

Kalit so‘zlar: *ilmiy izlanish metodi, muammoli ta’lim metodi, birlik xususiyatlar, umumiy jihatlar.*

В данной статье подробно рассматривается и анализируется результаты следующих рассудков. Новая педагогическая технология - это продукт целенаправленных форм, методов и средств обучения. Наблюдения показывают, что в большинстве случаев в учебных заведениях учитель в процессе обучения работает один, а ученики остаются наблюдателями. Такое обучение не повышает интеллектуальное мышление учащихся, а ослабляет их творческую активность в учебном процессе. Организация и управление проблемными технологиями обучения, в процессе обучения проблемные методы обучения - для достижения полного понимания проблемы, для обучения школьников их решению, для развития творческого мышления и творческих способностей.

Ключевые слова: *метод исследования, метод проблемного обучения, единицы-признаки, общие аспекты.*

New pedagogical technology is a product of goal-oriented forms, methods and tools of education. Observations show that in most cases, in educational institutions, the teacher works alone during the teaching process, and the learners remain observes. This kind of education does not increase the intellectual thinking of students, does not increase their activity, does not extinguish their creative activity in the educational process. The organization and management of problem-based learning technologies, in the learning process, problem-based learning methods-to achieve a full understanding of the problem, to teach pupils to solve them, to develop creative thinking and creative abilities.

Key words: *research method, problem-based learning ‘method, unit-features, general aspects.*

Yangi pedagogik texnologiya ta’limning ma’lum maqsadga yo‘naltirilgan shakli, usuli va vositalarining mahsulidir. Kuzatuvlar shuni ko‘rsatadiki, aksariyat hollarda ta’lim muassasalarida ta’lim beruvchi dars jarayonida faqat o‘zi ishlaydi, ta’lim oluvchilar esa kuzatuvchi bo‘lib qolaveradi. Ta’limning bunday ko‘rinishi o‘quvchilarning aqliy tafakkurini o‘stirmaydi, faolligini oshirmaydi, ta’lim jarayonidagi ijodiy faoliyatini so‘ndiradi. O‘quv jarayonlarida muammoli ta’lim texnologiyalarini tashkil etish va boshqarish, muammoli ta’lim usullari - o‘quvchilarning muammoni to‘liq tushunib yetishiga erishish, ularni hal eta olishga o‘rgatish ijodiy tafakkuri va ijodiy qobiliyatlarini o‘stirishdan iboratdir.

Asosiy qism. Muammo - keng ma’noda o‘rganish, hal qilishni talab qiladigan murakkab nazariy yoki amaliy savoldir. Fanda har qanday hodisa, obyekt, jarayonlarni tushuntirishda qarama-qarshi pozitsiyalar ko‘rinishida ishlaydigan va uni hal etish uchun yetarli nazariyani talab qiladigan qarama-qarshi vaziyatdir. Muammoni quyidagicha shakllantirish mumkin: “Men nimani bilaman, qanday ekanligini bilmayman”, ya’ni nimaga erishish kerakligi ma’lum, ammo buni qanday amalga oshirish noma’lum.

Muammoli ta’lim – ta’lim jarayonini olib borishda o‘quvchilar oldiga yechish uchun muammoni qo‘yish orqali muammoli vaziyatni vujudga keltirish va mashg’ulot davomida uning yechimini topish demakdir. Muammo o‘qituvchi tomonidan yoki o‘quvchilar tomonidan qo‘yilishi mumkin.

Quyida o‘rta maktab matematika fanining “Matnli masalalar” mavzusini o‘qitishda muammoli ta’lim metodidan foydalanishning afzalliklari keltirib o‘tilgan.

Ma’lumki, masala bu kundalik hayotimizda uchraydigan vaziyatlarning tabiiy tildagi ifodasidir. Masala asosan uch qismdan iborat bo‘ladi:

1. Masalaning sharti - o‘rganilayotgan vaziyatni xarakterlovchi ma’lum va noma’lum miqdoriy qiymatlar hamda ular orasidagi miqdoriy munosabatlar haqidagi ma’lumot demakdir.

2. Masalaning talabi - masala shartidagi miqdoriy munosabatlarga nimani topish kerakligini ifodalash demakdir.

3. Masalaning operatori - masala talabini bajarish uchun shartdagi miqdoriy munosabatlarga nisbatan bajariladigan amallar yig'indisi.

Tenglama tuzish orqali masala yechish, masala talabida so'ralgan miqdorni imkoniyati boricha biror harf bilan belgilash, masala shartida qatnashayotgan boshqa miqdorlarni belgilangan harf orqali ifodalash, masala shartida ko'rsatilgan miqdoriy munosabatlarni, amallarning mantiqan to'g'ri ketma-ketligi orqali ifodalaydigan tenglama tuzish va uni yechish orqali masalaning talabini bajarish demakdir [1].

Hozirgi zamon didaktikasida masala va misollarning bajaradigan funksiyasini quyidagi turlarga ajratish mumkin: ta'limiy, tarbiyaviy hamda rivojlantiruvchi.

Masalaning ta'limiy funksiyasi. Masalaning ta'limiy funksiyasi asosan maktab matematika kursida o'rganiladigan nazariy ma'lumot, matematik tushuncha, aksioma, teorema va matematik xulosalar, qonun-qoidalarning aniq masala yoki misollarga tatbiqi natijasida o'quvchilarda mustahkam matematik bilim va malakalar hosil qilish orqali amalga oshiriladi.

Maktab matematika kursidagi masala yoki misollarni yechish o'quvchilarda matematik malaka va ko'nikmalarni shakllantiribgina qolmay, balki olingan nazariy bilimlarni amaliyotga tatbiq qila olishini ham ko'rsatadi. Agar o'qituvchi kvadrat tenglama mavzusini o'tib, uni mustahkamlash jarayonida kvadrat tenglamaga keltiriladigan masalalarni yechib ko'rsatsa, o'quvchilarni ana shu kvadrat tenglama tushunchasining tatbiqi haqidagi fikri o'quvchilar ongida shakllanadi.

Muhokamalar va natijalar. Muammoli ta'lim metodining bosh maqsadi - o'quvchilarning muammoni to'liq tushunib yetishiga erishish va ularni hal eta olishga o'rgatishdan iborat. Quyidagi masalani yechishda ham muammoni to'g'ri talqin etish uni yechish sari qo'yilgan asosiy qadam bo'lib hisoblanadi [2].

1-masala. Sport formasi sotib olish uchun ikki komandaning har biriga 84 ming so'mdan pul ajratildi. Komandalardan birining olgan har bir formasi ikkinchi komandaning olgan formasidan 2 ming so'm arzon bo'lgani uchun u bitta ortiq sport formasi oldi. Har bir komanda nechtadan sport formasi olgan?

Pedagog tomonidan masalaning ma'lum va noma'lum jihatlari to'g'risida ma'lumotlar berib o'tiladi. Yaratilgan muammoli vaziyatni yechish asosida masalani yechish uchun qilinadigan amallar rejalashtirilib olinadi. Shundan so'ng, o'quvchilar tomonidan reja asosida masala yechiladi.

x – birinchi komanda olgan bitta formaning narxi;

$(x-2)$ - ikkinchi komanda olgan bitta formaning narxi,

$\frac{84}{x}$ - birinchi komanda olgan formalar soni,

$\frac{84}{x-2}$ - ikkinchi komanda olgan formalar soni.

Masala shartida ikkinchi guruh olgan formalarning narxi arzon bo'lgani uchun u birinchi guruhga qaraganda bitta ortiq forma olgani aytilgan. Shu asosda biz sport formalarining soniga nisbatan quyidagi tenglamani tuzishimiz mumkin:

$$\frac{84}{x-2}-\frac{84}{x}=1,$$

$$84x-84x+168=x^2-2x,$$

$$x^2-2x-168=0,$$

$$x_{1,2}=1\pm\sqrt{1+16}=1\pm13, \frac{84}{14}=6$$

dona, birinchi komanda olgan formalar soni;

$$\frac{84}{12}=7$$

dona, ikkinchi komanda olgan formalar soni;

Masalaning tarbiyaviy funksiyasi. Masalaning tarbiyaviy funksiyasi o'quvchilarda dialektik-materialistik dunyoqarashni shakllantiradi hamda ularni mehnatga muhabbat ruhida tarbiyalaydi. Bizga ma'lumki, matematika fanining o'rganadigan obyekti materiyadagi narsalarning fazoviy formalari va ular orasidagi miqdoriy munosabatlarni o'rganishdan iboratdir. Shunday ekan, fazoviy formalari va miqdoriy munosabatlar orasidagi bog'lanish analitik ifodalangan formula bilan yoziladi. Ana shu formulani kundalik hayotimizdagi elementar masalalarni yechishga tatbiqi o'quvchilarda dialektik-materialistik dunyoqarashni shakllantiradi. Albatta, o'qituvchi bu yerda bilish prinsipiga asoslangan bo'lishi kerak. "Jonli mushohadadan abstrakt tafakkur va undan amaliyotga borish kerak".

Matematika darsida yechiladigan masalalar orqali o‘quvchilarni mehnatga muhabbat ruhida tarbiyalash mumkin. Buning uchun o‘qituvchi halol va mehnatni ulug’laydigan masalalarni tanlashi lozim.

2-masala. Ikki ishchi ma’lum muddatda 120 ta detal tayyorlashlari kerak edi. Ishchilardan biri ikkinchisiga qaraganda soatiga 2 tadan ortiq detal tayyorlab topshiriqni 5 soat oldin bajardi. Har bir ishchi soatiga nechtadan detal tayyorlagan?

Yuqoridagi masala kabi bunda ham muammoli vaziyat yuzaga keltirish, o‘quvchilarga masala mohiyatini to‘la yorita olish muhim ahamiyat kasb etadi. Masalada vaqt birligida ishchining tayyorlagan detalini topish talab etilgan. Bunda masala tenglamasi quyidagicha tuziladi.

Yechish:

x - birinchi ishchini ishlagan vaqti, $(x-5)$ - ikkinchi ishchini ishlagan vaqti,

$\frac{120}{x}$ - birinchi ishchi tayyorlagan detallar soni, $\frac{120}{x-5}$ - ikkinchi ishchi tayyorlagan detallar soni. Tenglama quyidagidan iborat bo‘ladi:

$$\frac{120}{x}=\frac{120}{x-5}-2,$$

$$\frac{120}{x}-\frac{120}{x-5}=2,$$

$$120x-120x+600=2x^2-10x,$$

$$2x^2-10x-600=0,$$

$$x^2-5x-300=0,$$

$$x_{1,2}=\frac{5}{2}\pm\sqrt{\frac{25}{4}+300}=\frac{5}{2}\pm\frac{35}{2};\ x_1=\frac{5}{2}+\frac{35}{2}=\frac{40}{2}=20;\ x_2=\frac{5}{2}-\frac{35}{2}=-15.$$

Bulardan birinchi ishchi 20 soat, ikkinchi ishchi 15 soat ishlagani kelib chiqadi.

$$\frac{120}{x}=\frac{120}{20}=6$$

ta birinchi ishchi 1 soatda tayyorlagan detallar soni;

$$\frac{120}{x-5}=\frac{120}{15}=8 \text{ ta}$$

ikkinchi ishchi 1 soatda tayyorlagan detallar soni.

Masala yechib bo‘lgandan keyin o‘qituvchi masala mohiyatini quyidagi tartibda tushuntirishi mumkin. Agar biror kishi biror topshirilgan ishni ortig’i bilan bajarsa, uning mehnat unumi ortib, unga to‘lanadigan haq ham ortib boradi. Bu o‘quvchilarni halol, mehnatga muhabbat, ruhida tarbiyalaydi [3].

Xulosa. Muammoli ta’limning amaliyotga qo‘llashning asosiy masalalaridan biri o‘rganilayotgan mavzu bilan bog’liq muammoli vaziyat yaratish bilan bog’liq. Turli o‘quv fanlari bo‘yicha o‘qituvchilar darslar jarayonida muammoli vaziyatlar hosil qilishni va ularni yechish usullarini oldindan ko‘zda tutishlari kerak. Yuqoridagi masalalar haqida tasavvurga ega bo‘lish uchun avvalo ularning xossalarini yoritib berish o‘qituvchi tomonidan amalga oshirilib, so‘ngra bir-biriga muvofiq xususiyatlarini izlashni esa o‘quvchi ixtiyoriga havola qilish dars jarayonida muammoli vaziyat yaratishga va natijada o‘quvchini mustaqil fikrlashga undaydi. Bu esa o‘z-o‘zidan o‘tilayotgan dars sifatiga ijobiy ta’sir ko‘rsatadi. Matematika fanini o‘rganish ziyraklik bilan bir qatorda, o‘ziga xos ijodkorlikni talab qiladi. Bu jozibador fanni o‘rganishda turli ilmiy izlanish metodlaridan foydalanish o‘quvchining duch kelishi mumkin bo‘lgan muammo va to‘siqlarni yengishiga ko‘mak beradi.

Shu o‘rinda aytish joizki, “Matematik analiz” kafedrasi professor-o‘qituvchilari tomonidan O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020-yil 7-maydagi “Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4708-son Qarori ijrosini ta’minlash va matematikani boshqa fanlar bilan integratsiyasini faollashtirish maqsadida bir qator ilmiy izlanishlar olib borilmoqda. Ular jumlasiga [4-15] maqolalarni sanab o‘tish mumkin.

Adabiyotlar

1. Umirbekov A.U., Shaabzalov Sh.Sh. Matematikani takrorlang. -Toshkent, 1989.
2. Alixanov S. Matematika o‘qitish metodikasi. -Toshkent, 2011.
3. To‘rayeva N.A., Hayitova H.G’. Geometriya fanini o‘qitishda sistemalilik, ta’lim sifatini oshirish: muammo, yechim va istiqbol. -Buxoro, 2020.
4. Kurbonov G.G. Преимущества компьютерных образовательных технологий в обучении теме скалярного произведения векторов // Вестник науки и образования. 94:2 (2020), часть 2, С. 33-36.

5. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках //Проблемы педагогики, 53:2 (2021), с. 7-10.
6. Хайитова Х.Г. Использование эвристического метода при объяснении темы “Непрерывные линейные операторы” по предмету “Функциональный анализ” // Вестник науки и образования. 94:16 (2020), часть 2, С. 25-28.
7. Тошева Н.А. Использование метода мозгового штурма на уроке комплексного анализа и его преимущества // Проблемы педагогики № 2:2 (2021), с. 42-46.
8. Хайитова Х.Г., Рустамова Б.И. Метод обобщения при обучении математике в школе // Проблемы педагогики № 51:6 (2020), с. 45-47.
9. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2, (2021), p.870-879.
10. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar bo‘limini o‘qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress. 2:1 (2021), 559-567 b.
11. Умарова У.У. Роль современных интерактивных методов в изучении темы “Множества и операции над ними” // Вестник науки и образования. 94:16 (2020), часть 2, с. 21-24.
12. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) с.29-32.
13. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International Journal of Scientific & Technology Research. 9:4 (2020), pp. 3068-3071.
14. Расулов Т.Х. Инновационные технологии изучения темы линейные интегральные уравнения // Наука, техника и образование. 73:9 (2020), с. 74-76.
15. Boboeva M.N., Rasulov T.H. The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy. 55:4 (2020), pp. 68-71.

Bekzod BAHRONOV
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi o'qituvchisi

Farangis JO'RAQULOVA
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi o'qituvchisi

FUNKSIYALARNI TAQQOSLASH VA UNING TADBIQIGA DOIR MISOLLAR

Ushbu maqolada "O" ва "o" simvolikalar va ularning xossalari bayon qilingan. Ekvivalent funksiyalar xossalari haqida ma'lumot keltirilgan. Funksiyalarni taqqoslash yordamida bir qator misollar yechib ko'rsatilgan.

Kalit so'zlar: *ekvivalent funksiya, cheksiz kichik funksiya, yuqori tartibli cheksiz kichik funksiya.*

В этой статье описаны символы "O" и "o" и их свойства. Приведена информация о свойствах эквивалентных функций. Ряд примеров решен с использованием сравнения функций

Ключевые слова: *эквивалентная функция, бесконечно малая функция, бесконечно малая функция высокого порядка.*

This article describes the "O" and "o" symbols and their properties. Information about the properties of equivalent functions is given. A number of examples have been solved using function comparison.

Key words: *equivalent function, infinitely small function, infinitely small function of high order.*

Faraz qilaylik, $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalari $X \subset R$ to'plamda berilgan bo'lib, x_0 nuqta X to'plamning limit nuqtasi bo'lsin.

1-ta'rif. Agar shunday o'zgarmas $C > 0$ soni va shunday $\delta > 0$ son topilsaki, $\forall x \in X \cap (U_\delta(x_0) \setminus \{x_0\})$ uchun

$$|f(x)| \leq C|g(x)|$$

tengsizlik bajarilsa, ya'ni

$$\exists C \in R_+,\ \exists \delta > 0,\ \forall x \in X \cap (U_\delta(x_0) \setminus \{x_0\}) : |f(x)| \leq C|g(x)|$$

bo'lsa, $x \to x_0$ da $f(x)$ funksiya $g(x)$ funksiyaga nisbatan **chegaralangan** deyiladi va $f(x) = O(g(x))$ kabi belgilanadi.

Agar

$$\exists C \in R,\ \exists d \in R_+,\ \forall x,\ |x| > d : |f(x)| \leq C|g(x)|$$

bo'lsa, $x \to x_0 = \infty$ da $f(x)$ funksiya $g(x)$ funksiyaga nisbatan **chegaralangan** deyiladi va yuqoridagidek $f(x) = O(g(x))$ kabi belgilanadi [1, 2].

1-misol. $f(x) = x^2$ va $g(x) = x$ funksiyalar $x \to 0$ da $x^2 = O(x)$ bo'ladi, chunki $x \in (-1,1)$ da $|x^2| \leq |x|$.

"***O***" **ning xossalari:**

1) Agar

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = b$$

bo'lsa, $x \to x_0$ da $f(x) = O(g(x))$ bo'ladi.

1) agar $x \to x_0$ da $f(x) = O(g(x))$ va $g(x) = O(h(x))$ bo'lsa, u holda $x \to x_0$ da $f(x) = O(h(x))$ bo'ladi. Demak, $x \to x_0$ da $O(O(h(x))) = O(h(x))$.

2) agar $x \to x_0$ da $f(x) = O(g(x))$ va $h(x) = O(g(x))$ bo'lsa, u holda $x \to x_0$ da $f(x) + h(x) = O(g(x))$ bo'ladi.

3) agar $x \to x_0$ da $f_1(x) = O(g_1(x))$ va $f_2(x) = O(g_2(x))$ bo'lsa, u holda $x \to x_0$ va $f_1(x) \cdot f_2(x) = O(g_1(x) \cdot g_2(x))$ bo'ladi.

2-ta'rif. Agar har qanday $\varepsilon > 0$ son olinganda ham shunday $\delta > 0$ son topilsaki,

$$\forall x \in X \cap (U_\delta(x_0) \setminus \{x_0\})$$

uchun

$$|f(x)| \leq \varepsilon |g(x)|$$

tengsizlik bajarilsa, ya'ni

$$\forall \varepsilon > 0,\ \exists \delta > 0,\ \forall x \in X \cap (U_\delta(x_0) \setminus \{x_0\}) : |f(x)| \leq \varepsilon |g(x)|$$

bo‘lsa $x \to x_0$ да $f(x)$ funksiya $g(x)$ funksiyaga nisbatan **yuqori tartibli cheksiz kichik funksiya** deyiladi va $f(x)=o(g(x))$ yoki $f=o(g)$ kabi belgilanadi.

“o” ning xossalari:

1) agar $x \to x_0$ da $f=o(g)$ bo‘lsa, u holda $x \to x_0$ da $f=O(g)$ bo‘ladi.

2) agar $x \to x_0$ da $f=o(g)$, $g=o(h)$ bo‘lsa, u holda $x \to x_0$ da $f=o(h)$ bo‘ladi. Demak, $o(o(h))=o(h)$.

3) agar $x \to x_0$ da $f_1=o(g)$, $f_2=o(g)$ bo‘lsa, u holda $x \to x_0$ da $f_1+f_2=o(g)$ bo‘ladi.

4) agar $x \to x_0$ da $f_1=o(g_1)$, $f_2=o(g_2)$ bo‘lsa, u holda $x \to x_0$ da $f_1 \cdot f_2=o(g_1 \cdot g_2)$ bo‘ladi. Demak, $o(g_1)\cdot o(g_2)=o(g_1 \cdot g_2)$.

Funksiyalarning ekvivalentligi. Aytaylik, $f(x)$ va g(x) funksiyalari $X \subset R$ to‘plamda berilgan bo‘lib, x_0 nuqta X to‘plamning limit nuqtasi bo‘lsin [2, 5].

3-ta’rif. $x \to x_0$ da $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalar ($x \neq x_0$da $g(x)\neq 0$) uchun

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)}=1$$

bo‘lsa, $x \to x_0$ da $f(x)$ va $g(x)$ **ekvivalent funksiyalar** deyiladi va $f(x)\sim g(x) \quad (x \to x_0)$ kabi belgilanadi.

Masalan, $x \to 0$ da $f(x)=\sin x$ va $g(x)=x$ funksiyalar ekvivalent funksiyalar bo‘ladi: $\sin x \sim x \quad (x \to 0)$.

1-teorema. $x \to x_0$ da $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalar ($x \neq x_0$ da $g(x)\neq 0$) ekvivalent bo‘lishi uchun

$$g(x)-f(x)=o(g(x))$$

tenglikning o‘rinli bo‘lishi zarur va yetarli [2].

“~” ning xossalari:

1) $x \to x_0$ da $f(x)\sim g(x) \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}=1$.

2) har qanday funksiya uchun $x \to x_0$ da $f(x)\sim f(x)$ bo‘ladi.

3) agar $x \to x_0$ da $f(x)\sim g(x)$, $g(x)\sim h(x)$ bo‘lsa, $x \to x_0$ da $f(x)\sim h(x)$ bo‘ladi.

4) agar $x \to x_0$ da $f_1(x)\sim g_1(x)$, $f_2(x)\sim g_2(x)$ bo‘lsa, $x \to x_0$ da $f_1(x)\cdot f_2(x)\sim g_1(x)\cdot g_2(x)$ bo‘ladi.

Endi funksiyalarning ekvivalentligiga asoslangan holda funksiyalarning limitini hisoblashda foydalaniladigan teoremani keltiramiz.

2-teorema. Agar $x \to x_0$ да $f_1(x)\sim f_2(x)$, $g_1(x)\sim g_2(x)$ bo‘lib, ushbu

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f_1(x)}{g_1(x)}$$

limit mavjud bo‘lsa, u holda

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f_2(x)}{g_2(x)}$$

limit ham mavjud va

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f_2(x)}{g_2(x)}=\lim\frac{f_1(x)}{g_1(x)}$$

bo‘ladi.

2-misol. α va β larning qanday qiymatlarida $f(x)$ funksiya cheksiz kichik bo‘ladi

$$f(x)=\frac{x^2(x-1)}{(x+1)^2}-\alpha x-\beta, \quad x\to\infty.$$

Yechish.

$$f(x)=\frac{x^2(x-1)}{(x+1)^2}-\alpha x-\beta=\frac{x^2(x-1)-\alpha x(x+1)^2}{(x+1)^2}-\beta$$

$x\to\infty$ da $\frac{x^2(x-1)-\alpha(x+1)^2}{(x+1)^2}$ ifodaning limiti chekli bo‘lishi kerak. Bu yerda maxraj x^2, surat x^3. Demak, suratga x^3 qatnashmasligi kerak. U holda $\alpha=1$

$$\frac{x^2(x-1)-x(x+1)^2}{(x+1)^2}-\beta=\frac{x^3-x^2-x^3-2x^2-x}{(x+1)^2}-\beta=\frac{-3x^2-x}{(x+1)^2}-\beta$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{-3x^2-x}{(x+1)^2}-\beta\right)=-3-\beta \Rightarrow \beta=-3$$

demak $\alpha=1,\ \beta=-3$ qiymatlarida $f(x)$ funksiya cheksiz kichik bo‘ladi.

3-mislo. α va β larning qanday qiymatlarida $f(x)=\sqrt{2x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}$ va $g(x)=\alpha x^\beta$ funksiyalar $x\to+\infty$ da ekvivalent bo‘ladi [3, 4].

Yechish: 3-ta'rifdan foydalanamiz

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{2x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}{\alpha x^\beta}=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{2x}{\alpha^2x^{2\beta}}+\sqrt{\frac{x}{\alpha^4x^{4\beta}}+\sqrt{\frac{x}{\alpha^8x^{8\beta}}}}}$$

yuqoridagi tenikddan $\beta=\frac{1}{2}$ ва $\alpha=\pm\sqrt{2}$ ekanligi kelib chiqadi.

4-misol. Funksiyaning limitni hisoblang

$$\lim_{x\to 0}\frac{3^x-5^x}{x-\arcsin 2x}$$

Yechish:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin 2x}{2x}=1$$

bo‘lganligi uchun $\arcsin 2x$ funksiya $2x$ funksiyaga ekvivalent bo‘lganligi uchun 1-teoremaga ko‘ra $\arcsin 2x=2x+o(x)$

Bundan

$$\lim_{x\to 0}\frac{3^x-5^x}{x-\arcsin 2x}=\lim_{x\to 0}\frac{3^x-5^x}{-x+o(x)}=\lim_{x\to 0}\frac{5^x((\frac{3}{5})^x-1)}{x(-1+\frac{o(x)}{x})}=\ln\frac{5}{3}$$

5-misol. Hisoblang

$$\lim_{x\to 0}\frac{(\sqrt{1+x^2}+x)^n-(\sqrt{1+x^2}-x)^n}{x},\ n\in N$$

Yechish: ushbu limitni quyidagicha hisoblaymiz

$$\lim_{x\to 0}\frac{2}{x}\left(nx(\sqrt{1+x^2})^{n-1}+o(x)\right)=\lim_{x\to 0}2\left(n(\sqrt{1+x^2})^{n-1}+\frac{o(x)}{x}\right)=2n$$

Mustaqil ishlash uchun misollar

1-misol. α va β larning qanday qiymatlarida $f(x)$ funksiya cheksiz kichik bo‘ladi

$$f(x)=\sqrt[3]{x^2-x^3}-\alpha x-\beta, \qquad x\to+\infty.$$

2-misol. α va β larning qanday qiymatlarida $f(x)$ funksiya cheksiz kichik bo‘ladi

$$f(x)=\frac{xe^x}{e^x-1}-\alpha x-\beta, \qquad x\to+\infty.$$

3-misol. α va β larning qanday qiymatlarida $f(x)=\sqrt{1-2x}-\sqrt[3]{1-3x}$ va $g(x)=\alpha x^{\beta}$ funksiyalar $x\to 0$ da ekvivalent bo‘ladi.

4-misol. α va β larning qanday qiymatlarida $f(x)=\sin^2 2x+\arcsin^2 x+2arctgx^2$ va $g(x)=\alpha x^{\beta}$ funksiyalar $x\to 0$ da ekvivalent bo‘ladi.

5-misol. Funksiyaning limitni hisoblang

$$\lim_{x\to 0}\frac{5^{3x}-3^{2x}}{x^3+\sin x}$$

Maqolada matematik analiz fanining keng amaliy ahamiyatga ega bo‘lgan va o‘zlashtirilishi qiyin bo‘lgan dolzarb mavzu bo‘yicha amaliy mashg‘ulot o‘tish bo‘yicha uslubiy tavsiyalar keltirilgan. Bunga misol sifatida funksiyalarni taqqoslash qatorlarni yaqinlashuvchilikka tekshirish, limitlar hisoblash va funksiyalarning asimptotalarini topishda qo‘llanilishini aytib o‘tish mumkin. O‘zlashtirilishi qiyin deyilishiga sabab, talabalarda eng avvalo ta’riflarni, keltirilgan teorema va xossalarini tushunishda qiyinchilikka uchraydilar. Kelgusida [6, 10] maqolalarda tavsiya qilingan ilg‘or pedagogik texnologiyalarini qo‘llash yordamida mavzuni tushuntirish, teoremani misollar orqali yoritish o‘zlashtirishni osonlashtiradi.

Funksiyalarni taqqoslash mavzusini o‘zlashtirish talabalarda nafaqat bakalavriatdagi bilimlarini mustahkamlashga, balki funksiyalarni taqqoslash masalalari keng qo‘llanilgan bir qator ilmiy ishlarni [11, 15] osonroq o‘zlashtirishlariga, kelgusida shu yo‘nalishlarda ilmiy izlanishlar olib borishlariga yordam beradi. Qayd qilingan ilmiy ishlarda funksiyalarni taqqoslashdan tengsizliklarni baholash, limitlarni hisoblash va traektoriyalarni asimptotalarini o‘rganishda keng qo‘llanilgan.

Adabiyotlar

1. Xudoyberganov G., Vorisov A.K., Mansurov H.T., Shoimqulov B.A. Matematik analizdan ma’ruzalar. -Toshkent, 2010.
2. Xudoyberganov G., Vorisov A.K., Mansurov H.T., Shoimqulov B.A. Matematik analizdan misol va masalalar. -Toshkent, 2012.
3. Демидович Б. П. Сборник задач по математическому анализу. -М.: “Наука”, 1997.
4. Canuto C., Tabacco A. Mathematical Analysis I, II. -Springer-Verlag, Italia, Milan, 2008.
5. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ, 1, 2 т. -М.: “Проспект”, 2007.
6. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics. International Journal of Scientific & Technology Research. 9:4 (2020), p.3068-3071.
7. Расулов Т.Х. Инновационные технологии изучения темы линейные интег-ральные уравнения. Наука, техника и образование. 73:9 (2020), c.74-76.
8. Rasulov T.H., Rasulova Z.D. Organizing educational activities based on interactive methods on mathematics subject. Journal of Global Research in Mathematical Archives, 6:10 (2019), p.43-45.
9. Boboeva M.N., Rasulov T.H. The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students. Academy, 55:4 (2020), pp. 68-71.
10. Умарова У.У. Использование педагогических технологий в дистанционном обучении moodle // Проблемы педагогики, № 51:6 (2020), с. 31-34.
11. Расулов Х.Р. Об одной нелокальной задаче для уравнения гиперболического типа // XXX Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам. Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019, с. 197-199.
12. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. О существовании обобщенного решения краевой задачи для нелинейного уравнения смешанного типа // Вестник науки и образования, 97:19-1 (2020), С. 6-9.
13. Расулов Х.Р., Камариддинова Ш.Р. Об анализе некоторых невольтерровских динамических систем с непрерывным временем // Наука, техника и образование, 72:2-2 (2021) с.27-30.
14. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar bo‘limini o‘qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1 (2021), p.559-567.
15. Rasulov X.R., Qamariddinova Sh.R. Ayrim dinamik sistemalarning tahlili haqida // Scientific progress, 2:1 (2021), p.448-454.

Farangis JO‘RAQULOVA
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi o‘qituvchisi

Bekzod BAHRONOV
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi o‘qituvchisi

FUNKSIYANING QAVARIQLIGI VA BOTIQLIGI MAVZUSINI O‘QITISH UCHUN METODIK TAVSIYALAR

Ushbu maqolada matematik analiz fanining muhim mavzularidan biri bo‘lgan “Funksiyaning qavariqligi va botiqligi” mavzusini o‘qitishga oid ba’zi metodik tavsiyalar keltirilgan. Qavariq funksiya va botiq funksiyaga doir ma’lumotlar bayon qilingan. Talabalarning mavzuni o‘zlashtirganlik darajasini aniqlash imkonini beruvchi bir qator interfaol usullar va ularning qo‘llanilishi haqida fikr-mulohalar yuritilgan.

Kalit so‘zlar: *qavariq funksiya, botiq funksiya, interfaol usullar, kichik guruhlarda ishlash.*

В этой статье даются некоторые методические рекомендации по преподаванию темы “Выпуклость и вогнутость функции”, которая является одной из важных тем в области математического анализа. Описаны данные о выпуклой функции и функции вогнутости. Существует ряд интерактивных методов, которые позволяют учащимся определить свой уровень владения темой и оставить отзыв о своем заявлении.

Ключевые слова: *выпуклая функция, погруженная функция, интерактивные методы, работать в небольших группах.*

In this paper we provide some methodological recommendations for teaching one of the most important topic “Convexity and concavity of function” of Mathematical Analysis. Data on convex function and concave function are described. A number of interactive methods that allow students to determine their level of mastery of a topic and feedback on their application were discussed.

Key words: *convex function, concave function, interactive methods, orking in small groups.*

Kirish. Hozirgi kunda ta’lim jarayonida innovatsion pedagogik va axborot texnologiyalaridan keng foydalanib, ta’lim samaradorligini oshirishga bo‘lgan qiziqish kun sayin ortib bormoqda. Ushbu texnologiyalar asosida o‘tkazilgan mashg‘ulotlar yoshlarning muhim hayotiy yutuq va muammolariga o‘z munosabatlarini bildirishlariga, fikrlashga, o‘z nuqtayi nazarlarini asoslashga imkon yaratadi. Innovatsion texnologiyalar pedagogik jarayonga hamda o‘qituvchi va talabalar faoliyatiga yangilik, o‘zgartirishlar kiritish bo‘lib, uni amalga oshirishda asosan faol yoki interfaol metodlardan foydalaniladi. Mazkur maqolada “Funksiyaning qavariqligi va botiqligi” mavzusini o‘qitishda foydalaniladigan asosiy ma’lumotlar hamda bu mavzuni o‘qitishda qo‘llaniladigan interfaol usullar muhokama qilinadi.

Asosiy qism. O‘quvchilarga qulaylik uchun mavzu haqida qisqacha ma’lumot keltiramiz.

Faraz qilaylik, $f(x)$ funksiya $(a,\,b)$ da berilgan bo‘lib, $x_1,\,x_2\in(a,\,b)$ uchun $x_1<x_2$ bo‘lsin. $f(x)$ funksiya grafigining $(x_1,\ f(x_1)),\ (x_2,\ f(x_2))$ nuqtalaridan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqni $y=l(x)$ desak, u quyidagicha

$$l(x)=\frac{x_2-x}{x_2-x_1}f(x_1)+\frac{x-x_1}{x_2-x_1}f(x_2)$$

bo‘ladi.

1-ta’rif. Agar har qanday oraliq $(x_1,\,x_2)\subset(a,\,b)$ da joylashgan $\forall x\in(x_1,\,x_2)$ uchun

$$f(x)\le l(x)\qquad (f(x)<l(x))$$

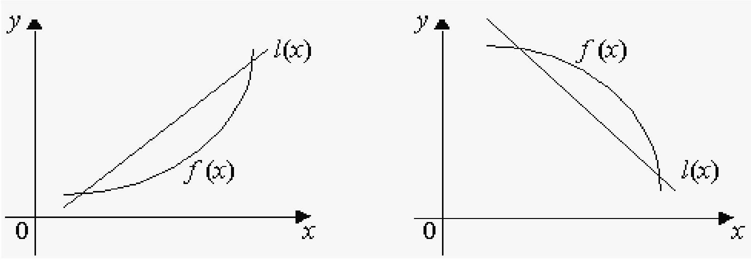
bo‘lsa, $f(x)$ funksiya $(a,\,b)$ da botiq (qat’iy botiq) funksiya deyiladi.

2-ta’rif. Agar har qanday oraliq $(x_1,\,x_2)\subset(a,\,b)$ da joylashgan $\forall x\in(x_1,\,x_2)$ uchun

$$f(x)\ge l(x)\qquad\qquad \left(f(x)>l(x)\right)$$

bo‘lsa, $f(x)$ funksiya $(a,\,b)$ da qavariq (qat’iy qavariq) funksiya deyiladi [1].

Botiq hamda qavariq funksiyalarning grafiklari 1-chizmada tasvirlangan:



1-chizma

1-teorema. Faraz qilaylik, $f(x)$ funksiya (a, b) da berilgan bo‘lib, unda $f'(x)$ hosilaga ega bo‘lsin. $f(x)$ funksiyaning (a, b) da botiq (qat’iy botiq) bo‘lishi uchun $f'(x)$ ning (a, b) da o‘suvchi (qat’iy o‘suvchi) bo‘lishi zarur va yetarli.

2-teorema. $f(x)$ funksiya (a, b) da berilgan bo‘lib, unda $f'(x)$ hosilaga ega bo‘lsin.

$f(x)$ funksiyaning (a, b) da qavariq (qat’iy qavariq) bo‘lishi uchun $f'(x)$ ning (a, b) da kamayuvchi (qat’iy kamayuvchi) bo‘lishi zarur va yetarli.

3-teorema. $f(x)$ funksiya (a, b) intervalda botiq (qavariq) bo‘lishi uchun (a, b) da

$$f''(x) \geq 0 \quad (f''(x) \leq 0)$$

bo‘lishi zarur va yetarli.

Bu teoremaning isboti yuqoridagi hamda funksiyaning monotonligi haqidagi teoremalardan kelib chiqadi [2].

1-misol. Ushbu

$$f(x) = \ln x \quad (x > 0)$$

funksiya qavariq bo‘ladi.

Bu funksiya uchun

$$f''(x) = -\frac{1}{x^2} < 0$$

bo‘ladi. 3-teoremaga ko‘ra berilgan $f(x) = \ln x$ funksiya $(0, +\infty)$ da qat’iy qavariq bo‘ladi.

“Zinama-zina” metodi. Ushbu mashg‘ulot talabalarni o‘tilgan yoki o‘tilishi kerak bo‘lgan mavzu bo‘yicha yakka va kichik jamoaga bo‘lib, fikrlash hamda xotirlash, o‘zlashtirilgan bilimlarni yodga tushirib, to‘plangan fikrlarni umumlashtirish va ularni yozma, rasm, chizma, ko‘rinishida ifodalay olishga o‘rgatadi. Bu metod talabalar bilan bir guruh ichida yakka holda yoki guruhlarga ajratilgan holda yozma ravishda o‘tkaziladi va taqdimot qilinadi. Ushbu metodning maqsadi talabalarni erkin, mustaqil va mantiqiy fikrlashga jamoa bo‘lib ishlashga, izlanishga, fikrlarni jamlab, ulardan nazariy va amaliy tushuncha hosil qilishga, jamoaga o‘z fikri bilan ta’sir eta olishga va uni ma’qullashga, shuningdek, mavzuni tayanch tushunchalariga izoh berishda egallagan bilimlarini qo‘llay olishga o‘rgatish. Ushbu metoddan seminar, amaliy va laboratoriya mashg‘ulotlarida foydalanish mumkin. Buning uchun mashg‘ulot jarayonida quyidagi vositalar: A-3, A-4 formatli qog‘ozlarni tayyorlab (ajratilgan kichik vazifalari soniga mos) chap tomoniga topshiriqlar nomi yozilgan tarqatma materiallar, flomaster kabilar qo‘llaniladi [3].

Qo‘llash texnologiyasi:

• o‘qituvchi talabalarni mavzu qismlar soniga qarab, 5-7 kishidan iborat kichik guruhlarga ajratadi (guruhlarning soni 4 yoki 5 ta bo‘lgani ma’qul);

• talabalar mashg‘ulotning maqsadi va uni o‘tkazish tartibi bilan tanishtiriladi;

• har bir guruhga qog‘ozning chap qismiga topshiriq nomi ko‘rsatilgan varaqlar tarqatiladi;

• o‘qituvchi guruh a’zolarini tarqatma materialda yozilgan topshiriqlar bilan tanishtiradi va shu vazifalar asosida flomaster yordamida qog‘ozdagi bo‘sh joyga jamoa a’zolari birgalikda umumiy fikrlarni yozib chiqishlari kerakligini tushuntiradi hamda vaqt reglamentini belgilaydi;

• kichik guruh a’zolari birgalikda tarqatma materialda ko‘rsatilgan topshiriq bo‘yicha fikrlarni yozma rasm yoki chizma ko‘rinishda ifoda etadilar. Unda guruh a’zolari imkoni boricha to‘laroq ma’lumot berishlari kerak bo‘ladi;

• tarqatma materiallar to‘ldirilgach, guruh a’zolaridan bir kishi taqdimot qiladi, bu jarayonda guruhlar tomonidan tayyorlangan material, albatta, o‘quv xonasidagi pinbord (pinvand) doskasiga yoki sinf doskasiga mantiqan ketma-ketlikda tagma-tag (zina shaklida) ilinadi va kichik guruh vakili tomonidan taqdimot qilinadi;

• o‘qituvchi va guruh talabalari taqdimotni tinglaydi va topshiriq bo‘yicha savol-javob asosida muhokama etadilar, guruhlar tomonidan tayyorlangan materiallarni baholaydi va mashg‘ulotni yakunlaydi.

Muhokamalar va natijalar. Ushbu metodni qo‘llash texnologiyasini “Funksiyaning qavariqligi va botiqligi” mavzusi misolida ko‘rib o‘tamiz. Talabalarga yuqoridagi ma’lumotlar taqdim qilingach, talabalar kichik guruhlarga ajratiladi va ularga topshiriqlar beriladi.

Aytaylik, guruhda 28 nafar talaba tahsil oladi va 4 ta topshiriqlarni taqsimlash uchun 7 nafar talabadan to‘rta kichkina guruhlarga ajratamiz.

Topshiriqlar:

1-guruh. Ushbu

$$f(x) = x^2$$

funksiya R da qat’iy botiq funksiya bo‘ladimi;

2-guruh. Ushbu

$$f(x) = \frac{|x-1|}{x\sqrt{x}}$$

funksiyaning botiq hamda qavariq bo‘ladigan oraliqlari topilsin;

3-guruh. Ushbu

$$f(x) = \frac{2x^2 + x - 2}{x-1}$$

funksiyaning botiq hamda qavariq bo‘ladigan oraliqlari topilsin;

4-guruh. Ushbu

$$f(x) = x^3$$

funksiyaning botiq hamda qavariq bo‘ladigan oraliqlari topilsin.

Kichik guruh a’zolari birgalikda tarqatma materialda ko‘rsatilgan topshiriq bo‘yicha fikrlarni yozma yoki chizma ko‘rinishda ifoda etadilar. Bunda ajratilgan topshiriqlarni o‘zlashtirish darajasini aniqlash maqsadida barcha guruhlarga bitta misolni faqat o‘zlari o‘rgangan metodlari yordamida ishlash talab qilinadi.

Tarqatma materiallar to‘ldiriladi, guruh a’zolaridan bir kishi taqdimot qiladi. Taqdimot vaqtida boshqa guruh talabalari ham yangi metodlarni o‘rganishadi.

Xulosa sifatida shuni ta’kidlash joizki, dars jarayonida “Zinama-zina” metodini qo‘llash orqali talabalarda shaxslararo muomala malakasini shakllantirishga; yozma va og‘zaki nutqni rivojlanishiga; dars jarayonida talabalarni faollashishiga; talabalarda motivatsiya (qiziqish)ni oshirishga hamda nazariy bilimlarni amaliyotda qo‘llay olishga o‘rgatadi [3].

Hozirgi vaqtda matematika fanini rivojlantirish bo‘yicha qabul qilinayotgan qarorlarda asosan matematikani amalga qo‘llanilishiga katta e’tibor qaratilishiga alohida e’tibor berilmoqda. Bu o‘z navbatida olib borilayotgan ilmiy izlanishlarni amaliy ahamiyatini ham yoritishni taqozo etmoqda.

Agar funksiyalarning qavariqligi va botiqligi, o‘sishi va kamayishi, hosilaga ega bo‘lishi va integrallanuvchanligi hamda o‘zgarishi chegaralanganligi mavzularini o‘rgatish borasida olib borilgan ilmiy va ilmiy-uslubiy tadqiqotlarni tahlil qilsak, funksiyalarni o‘rganish keng amaliy ahamiyatga ega ekanligiga alohida e’tibor qaratilgan [4, 9]. Xususan, fizika, biologiya, kimyo, informatika va iqtisodiyotdagi jarayonlarning matematik modellari funksiyalar, uning hosilasi va integrallariga bog‘liq tenglamalar orqali ifodalanadi.

Shuningdek, texnik va tabiiy-ilmiy masalalarni matematik modellari, ularning qonuniyatlarini hamda iqtisodiy, moliyaviy va ijtimoiy sistemalarni holatini aniqlash, murakkab xo‘jalik sistemalar o‘rganish natijalari ham funksiyalarni o‘rganishga olib keladi. Masalan, energetika apparatlarining dinamik holati, ularning texnik jihatlari, energiya uzatish sistemasi, meteorologik vaziyatni o‘zaro bog‘likligi funksiyalar orqali ifodalanadi. Ushbu amaliy masalalar va ularda funksiyalarni o‘rganishga yorqin misollar sifatida [10, 15] da olib borilgan ilmiy va ilmiy-uslubiy izlanishlarni keltirish mumkin.

Har bir o‘tilgan amaliyot mashg‘ulotning so‘ngida o‘rganilgan mavzuning amaliy ahamiyati haqida misollar keltirilishi va olib borilayotgan ilmiy izlanishlar natijalari haqida qisqacha ma’lumotlar berilishi darsning o‘zlashtirilish samaradorligini oshirishga xizmat qiladi.

Adabiyotlar

1. Xudoyberganov G., Vorisov A.K., Mansurov H.T., Shoimqulov B.A. Matematik analizdan ma’ruzalar, 1-qism. -Toshkent, 2010.

2. Xudoyberganov G., Vorisov A.K., Mansurov H.T., Shoimqulov B.A. Matematik analizdan misol va masalalar, 1-qism. Toshkent, 2012.

3. Rasulov T.H., Umarova U.U. Diskret matematika va matematik mantiq fani oʻqitishda zamonaviy pedagogik texnologiyalar, Monografiya. -Buxoro, 2021.
4. Rasulov T.H., Rasulov X.R. Oʻzgarishi chegaralangan funksiyalar boʻlimini oʻqitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1 (2021), p.559-567.
5. Расулов Х.Р., Камариддинова Ш.Р. Об анализе некоторых невольтерровских динамических систем с непрерывным временем // Наука, техника и образование, 72:2-2 (2021) с.27-30.
6. Расулов Т.Х. Инновационные технологии изучения темы линейные интегральные уравнения // Наука, техника и образование. 73:9 (2020), с. 74-76.
7. Boboyeva M.N., Parmonov H.F. Arkfunksiyalar qatnashgan tenglama va tengsizliklar hamda ularni yechish usullari // Scientific progress, 2:1 (2021), 1724-1733 b.
8. Umarova U.U., Sharipova M.Sh. "Bul funksiyalari" bobini oʻqitishda "6x6x6" va "charxpalak" metodi // Scientific progress. 2:1 (2021), 786-793 б.
9. Bahronov B.I. Funksiyaning uzluksizligi va tekis uzluksizligi mavzusini oʻqitishga doir ba'zi metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1 (2021). 1355-1363 б.
10. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках //Проблемы педагогики, 53:2 (2021), с. 7-10.
11. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2, (2021), p.870-879.
12. Шарипова Р.Т., Умарова У.У., Шарипова М.Ш. Использование методов "мозговой штурм" и "case study" при изучении темы "условная вероятность, независимость событий" // Scientific progress. 2:1 (2021), с. 982-988.
13. Хайитова Х.Г. Использование эвристического метода при объяснении темы "Непрерывные линейные операторы" по предмету "Функциональный анализ" // Вестник науки и образования, 94:16-2 (2020), с. 25-28.
14. Курбонов Г.Г. Преимущества компьютерных образовательных технологий в обучении теме скалярного произведения векторов // Вестник науки и образования, 94:16-2 (2020, с. 26-33.
15. Тошева Н.А. Использование метода мозгового штурма на уроке комплексного анализа и его преимущества // Проблемы педагогики, 2:2 (2021), с. 42-46.

Nargiza TOSHEVA
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi o‘qituvchisi

Dildora ISMOILOVA
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi magistranti

IKKI KANALLI MOLEKULYAR-REZONANS MODELI XOS QIYMATLARINING SONINI ANIQLASH

Ushbu maqolada Fok fazosining nol zarrachali va bir zarrachali qism fazolarining to‘g’ri yig’indisida ta’sir qiluvchi ikki kanalli molekulyar-rezonans modeli qaraladi. Bu model ko‘pi bilan 3 ta xos qiymatga ega bo‘lishi hamda ulardan ko‘pi bilan 2 tasi muhim spektrdan chapda, ko‘pi bilan 1 tasi muhim spektrdan o‘ngda joylashganligi isbotlanadi.

Kalit so‘zlar: *molekulyar-rezonans modeli, birinchi va ikkinchi kanallar, Fok fazosi, xos qiymat, yo‘qotish operatori, paydo qilish operatori.*

В этой статье рассматривается двухканальный модель молекулярного резонанса, действующую в прямой сумме нулевого и одночастичного подпространства пространства Фока. Доказывается, что модель имеет не более трех собственных значений и не более двух из них, лежащих в левой части основного спектра, и не более одного из них, лежащего в правой части основного спектра.

Ключевые слова: *модель молекулярного резонанса, первые и вторые каналы, пространство Фока, собственное значение, оператор аннигиляции, оператор создания.*

In this paper we consider two channel molecular-resonance model acting in the direct sum of the zero-particle and one-particle subspace of the Fock space. We prove that this model has at most three eigenvalues and at most two of them lying on the left hand side of the essential spectrum and at most one of them lying on the right hand side of the essential spectrum.

Key words: *molecular-resonance model, first and second channels, Fock space, eigenvalue, annihilation operator, creation operator.*

T^d orqali d o‘lchamli torni, C orqali bir o‘lchamli kompleks fazoni va $L_2(T^d)$ orqali T^d to‘plamda aniqlangan kvadrati bilan integrallanuvchi (umuman olganda kompleks qiymat qabul qiluvchi) funksiyalarning Gilbert fazosini belgilaymiz [1].

Faraz qilaylik, $H_0 := C$ (birinchi kanal), $H_1 := L_2(T^d)$ (ikkinchi kanal) va $H := H_0 \oplus L_2(T^d)$ bo‘lsin.

Ushbu

$$F(L_2(T^d)) := C \oplus L_2(T^d) \oplus L_2((T^d)^2) \oplus \ldots\ldots$$

fazoga Fok fazosi deyiladi.

H_0 va H_1 fazolarga esa Fok fazosining mos ravishda nol zarrachali va bir zarrachali qism fazolari deyiladi. H fazoga esa Fok fazosining qirqilgan ikki zarrachali qism fazosi deyiladi [2, 3].

Ixtiyoriy $f = (f_0, f_1)$, $g = (g_0, g_1) \in H$ elementlar uchun ularning skalyar ko‘paytmasi

$$(f, g) = f_0 \overline{g_0} + \int_{T^d} f_1(t)\overline{g_1(t)}dt$$

funksiyalar yordamida aniqlanadi.

$f = (f_0, f_1)$ ning normasi esa

$$\| f \| = \sqrt{| f_0 |^2 + \int_{T^d} | f_1(t) |^2 dt}$$

kabi aniqlanadi.

Mazkur maqolada H Gilbert fazosidagi quyidagi ikkinchi tartibli blok operatorli matritsani qaraymiz.

$$A_{\mu,\lambda} := \begin{pmatrix} A_{00} & \mu A_{01} \\ \mu A_{01}^* & A_{11}^0 - \lambda V \end{pmatrix}$$

Bunda

$$A_{00}\, f_0 = a f_0, \quad A_{01}\, f_1 = \int_{T^d} v_0(t)\, f_1(t) dt'$$

$$\left(A_{11}^{0} f_1\right)(x) = u(x) f_1(x) \qquad (Vf)(x) = v_1(x) \int_{T^d} v_1(t) f_1(t) dt$$

$A_{\mu,\lambda}$ operatornng parametrlari bo‘lgan a, λ, μ sonlari, $u(\cdot), v_0(\cdot)$ va $v_1(\cdot)$ funksiyalarga quyidagi shartlar qo‘yiladi:

a - fiksirlangan haqiqiy son, μ, λ - fiksirlangan haqiqiy musbat son (ta’sirlashish parametri), $u(\cdot), v_0(\cdot), v_1(\cdot)$ funksiyalar esa T^d da aniqlangan haqiqiy qiymatli uzluksiz funksiyalardir [4, 6].

$A_{\mu,\lambda}$ operator uning parametrlariga qo‘yilgan yuqoridagi shartlarda chiziqli, chegaralangan va o‘z-o‘ziga qo‘shma bo‘ladi.

$A_{\mu,\lambda}$ operatorning chizqili operatorligini ko‘rsatish uchun ixtiyoriy $\alpha, \beta \in C$ va ixtiyoriy $f, g \in H$ elementlar uchun

$$A_{\mu,\lambda}(\alpha f + \beta g) = \alpha A_{\mu,\lambda} f + \beta A_{\mu,\lambda} g$$

tenglik tekshiriladi.

$A_{\mu,\lambda}$ operatorning chegaralangan ekanligini ko‘rsatish uchun avvalo $D(A_{\mu,\lambda}) = H$ ekanligi ko‘riladi hamda shunday $C_{\mu,\lambda} > 0$ soni topilib, ixtiyoriy $f \in H$ uchun

$$\left\| A_{\mu,\lambda} f \right\| \leq C_{\mu,\lambda} \| f \|$$

tengsizlik bajarilishi ko‘rsatiladi.

$A_{\mu,\lambda}$ operatorning o‘z-o‘ziga qo‘shmaligini ko‘rsatish uchun ixtiyoriy $f, g \in H$ elementlar uchun $(A_{\mu,\lambda} f, g) = (f, A_{\mu,\lambda} g)$ tenglik tekshiriladi.

Zamonaviy matematik fizikada A_{01} operator “yo‘qotish operatori” deb ataluvchi maxsus nomga ega. Unga qo‘shma bo‘lgan A_{01}^{*} operatorga esa “paydo qilish operatori” deyiladi. $A_{\mu,\lambda}$ operatorli matritsa ikki kanalli molekulyar-rezonans modeli deyiladi. O‘rganilayotgan $A_{\mu,\lambda}$ operatorli matritsa panjaradagi soni saqlamaydigan chekli sondagi zarrachalar sistemasiga mos keluvchi Gamiltonianni tavsiflaydi. A_{11} operatoriga esa Fridrixs modeli deyiladi va panjaradagi ikki zarrachali sistemaga mos Gamiltonianni tavsiflaydi [7, 8].

Dastlab, $A_{\mu,\lambda}$ operatorning muhim spektrini aniqlash masalasini qaraymiz. Buning uchun, H Gilbert fazosida

$$A_0 := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & A_{11}^{0} \end{pmatrix}$$

kabi aniqlangan ikkinchi tartibli blok operatorli matritsani aniqlaymiz.

$A_{\mu,\lambda} - A_0$ blok operatorli matritsani qaraymiz:

$$A_{\mu,\lambda} - A_0 := \begin{pmatrix} A_{00} & \mu A_{01} \\ \mu A_{01}^{*} & -\lambda V \end{pmatrix}$$

$A_{\mu,\lambda} - A_0$ blok operatorli matritsa chiziqli, chegaralangan, o‘z-o‘ziga qo‘shma va ko‘pi bilan uch o‘lchamli operator bo‘ladi.

Agar $v_0(\cdot)$ va $v_1(\cdot)$ funksiyalar chiziqli bog‘lanmagan bo‘lsa uch o‘lchamli, ular chiziqli bog’langan bo‘lsa ikki o‘lchamli operator bo‘ladi.

Bizga yaxshi ma’lumki, chekli o‘lchamli qo‘zg‘alishlarda muhim spektrning o‘zgarmasligi to‘g‘risidagi mashhur Veyl teoremasiga ko‘ra $A_{\mu,\lambda}$ va A_0 blok operatorli matritsalarning muhim spektrlari ustma-ust tushadi [9, 10].

ndi $A_{\mu,\lambda}$ blok operatorli matritsaning yakkalangan chekli karrali xos qiymatlarini aniqlash masalasini qaraymiz.

Funksional analiz fanidan bizga yaxshi ma'lumki, $A_{\mu,\lambda}$ blok operatorli matritsa o'z-o'ziga qo'shma bo'lganligi boiz, uning barcha xos qiymatlari haqiqiydir.

$A_{\mu,\lambda}$ blok operatorli matritsaning diskret spektrini aniqlashda muhim bo'lgan hamda $C\setminus[m,M]$ sohada

$$\Delta_{\mu}^{(1)}(z) := a - z - \mu^2 \int_{T^d} \frac{v_0^2(t)dt}{u(t)-z} \ ;$$

$$\Delta_{\lambda}^{(2)}(z) := 1 - z \int_{T^d} \frac{v_1^2(t)}{u(t)-z} dt \ ;$$

$$I(z) := \int_{T^d} \frac{v_0(t)v_1(t)dt}{u(t)-z}$$

regulyar funksiyalarni qaraymiz.

Odatda $\Delta_{\mu,\lambda}(z) := \Delta_{\mu}^{(1)}(z)\Delta_{\lambda}^{(2)}(z) - \lambda\mu^2 I^2(z)$ funksiyaga $A_{\mu,\lambda}$ blok operatorli matritsaga mos Fredgolm determinant deyiladi.

$A_{\mu,\lambda}$ blok operatorli matritsaning xos qiymatlari va $\Delta_{\mu,\lambda}(\cdot)$ funksiya nollari orasidagi munosabatni ifodalovchi teoremani bayon qilamiz.

Teorema. Har bir fiksirlangan $\mu,\lambda > 0$ sonlari uchun $z_{\mu,\lambda} \in C\setminus[m,M]$ soni $A_{\mu,\lambda}$ blok operatorli matritsaning xos qiymati bo'lishi uchun $\Delta_{\mu,\lambda}(z) = 0$ bo'lishi zarur va yetarlidir.

Ushbu maqolaning keyingi qismlarida yuqoridagi teoremaga asoslanib xos qiymatni topish maqsadida $\Delta_{\mu,\lambda}(z) := \Delta_{\mu}^{(1)}(z)\Delta_{\lambda}^{(2)}(z) - \lambda\mu^2 I^2(z)$ Fredgolm determinantining $I(z) = 0$ bo'lgan holdagi xos qiymatlar soni va o'rnini topish masalasini qaraymiz.

Xos qiymatlar haqidagi quyidagi teoremani keltiramiz:

Teorema. $z \in C\setminus\sigma_{ess}(A_{\mu,\lambda})$ soni $A_{\mu,\lambda}$ blok operatorli matritsaning xos qiymati bo'lishi uchun z soni $A_{\mu}^{(1)}$ va $A_{\lambda}^{(2)}$ blok operatorli matritsalarning kamida bittasi uchun xos qiymat bo'lishi zarur va yetarlidir.

Isbot. Zaruriyligi $z \in C\setminus\sigma_{ess}(A_{\mu,\lambda})$ soni $A_{\mu,\lambda}$ blok operatorli matritsaning xos qiymati bo'lsin. U holda birinchi teoremaga ko'ra, $\Delta_{\mu,\lambda}(z) = 0$ bo'lishi kerak.

$$\Delta_{\mu,\lambda} = \Delta_{\mu}^{(1)}\Delta_{\lambda}^{(2)} - \lambda\mu^2 I^2(z)$$

hamda

$$I(z) = 0$$

ekanligidan, $\Delta_{\mu,\lambda}(z) = \Delta_{\mu}^{(1)}(z)\Delta_{\lambda}^{(2)}(z)$ tenglikka ega bo'lamiz. $\Delta_{\mu}^{(1)}(z)\Delta_{\lambda}^{(2)}(z) = 0$ bo'lishi uchun ko'paytmalardan kamida bittasi nolga teng bo'lishi kerak. Bundan esa, $\Delta_{\mu}^{(1)}(z) = 0$ yoki $\Delta_{\lambda}^{(2)}(z) = 0$ bo'lishi kerakligi kelib chiqadi. Bu ikki tenglikdan, $z \in C\setminus\sigma_{ess}(A_{\mu,\lambda})$ soni mos ravishda $A_{\mu}^{(1)}$ yoki $A_{\lambda}^{(2)}$ blok operatorli matritsalarning xos qiymati bo'lishi kelib chiqadi.

Yetarliligi. Faraz qilaylik, z soni $A_{\mu}^{(1)}$ va $A_{\lambda}^{(2)}$ blok operatorli matritsalarning kamida bittasi uchun xos qiymat bo'lishi ma'lum bo'lsin. U holda, z soni $A_{\mu,\lambda}$ blok operatorli matritsaning xos qiymati bo'lishini isbotlaymiz.

Farazimizga ko'ra, z soni $A_{\mu}^{(1)}$ va $A_{\lambda}^{(2)}$ blok operatorli matritsalarning kamida bittasi uchun xos qiymat bo'lsa, ular uchun mos ravishda quyidagi tengliklar o'rinli bo'ladi:

$$\Delta_{\mu}^{(1)}(z) = 0, \ \Delta_{\lambda}^{(2)}(z) = 0$$

$\Delta_{\mu,\lambda}(z) = \Delta_{\mu}^{(1)}(z)\Delta_{\lambda}^{(2)}(z)$ tenglik va yuqoridagi ikki tenglikdan $\Delta_{\mu,\lambda}(z) = 0$ bo'lishi kelib chiqadi. Teorema isbotlandi.

Yuqoridagi teoremadan quyidagi tenglik o'rinli ekanligi kelib chiqadi:

$$\sigma_{disc}(A_{\mu,\lambda}) = \sigma_{disc}(A_{\mu}^{(1)}) \cup \sigma_{disc}(A_{\lambda}^{(2)})$$

Ushbu maqolada hozirgacha faqatgina xos qiymatlarning mavjudlik shartlari va ko‘pi bilan nechta xos qiymatga ega bo‘lishini ko‘rib chiqdik. Maqolaning keyingi qismida esa, agar z soni $A_{\mu,\lambda}$ blok operatorli matritsaning xos qiymati bo‘lsa, bu xos qiymatlar qay holatda qayerda joylashishini o‘rganamiz.

Berilishiga ko‘ra, $A_{\lambda}^{(2)}$ blok operatorli matritsaning Fredgolm determinant quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\Delta_{\lambda}^{(2)}(z) := 1 - \lambda \int_{T^d} \frac{v_1^2(t)}{u(t)-z} dt$$

$\Delta_{\lambda}^{(2)}(z)$ kamayuvchi funksiya. Chunki:

$$\frac{d}{dz}\Delta_{\lambda}^{(2)}(z) = \frac{d}{dz}\left(1 - \lambda \int_{T^d} \frac{v_1^2(t)}{u(t)-z} dt\right) = -\int_{T^d} \frac{v^2(t)dt}{(u(t)-z)^2} < 0$$

1-hol: $\Delta_{\lambda}^{(2)}(m) \geq 0$ bo‘lsin. U holda

$$\Delta_{\lambda}^{(2)}(m) = 1 - \lambda \int_{T^d} \frac{v_1^2(t)}{u(t)-m} dt \geq 0$$

tengsizlik o‘rinli bo‘ladi. Quyidagicha belgilash kiritamiz:

$$\int_{T^d} \frac{v_1^2(t)}{u(t)-m} dt = \mu_0^{(l)}$$

$$0 < \lambda < \mu_0^{-(l)}$$

shart bajarilganda $A_{\lambda}^{(2)}$ blok operatorli matritsa xos qiymatga ega emas.

Maqolada xos qiymatlar joylashgan o‘rnining aniq ko‘rsatib berilishi fizik jarayonning to‘liq xususiyatini ochib beradi. Shu o‘rinda aytish joizki, ko‘p hollarda mexanik, kimyoviy va biologik jarayonlarning matematik modeli differensial tenglamalar [11, 15] orqali ifodalanadi. Bu modellarning xos sonlarini joylashishini o‘rganish keng amaliy ahamiyatga ega bo‘lib, jarayonning kelgusidagi holati haqida aniq tasavvur hosil qilishga yordam beradi.

Adabiyotlar

1. Тошева Н.А., Исмоилова Д.Э. Явный вид резольвенты обобщенной модели Фридрихса. Наука, техника и образование. 77:2-2 (2021), с. 39-43.

2. Тошева Н.А., Шарипов И.А. О ветвях существенного спектра одной 3x3-операторной матрицы. Наука, техника и образование. 77:2-2 (2021), с. 44-47.

3. Rasulov T.H., Tosheva N.A. Analytic description of the essential spectrum of a family of 3x3 operator matrices // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 10:5 (2019), pp. 511-519.

4. Rasulov T.H., Dilmurodov E.B. Eigenvalues and virtual levels of a family of 2x2 operator matrices // Methods Func. Anal. Topology, 25:1 (2019), p. 273-281.

5. Rasulov T.H., Dilmurodov E.B. Analysis of the spectrum of a 2x2 operator matrix. Discrete spectrum asymptotics. Nanosystems: Phys., Chem., Math., 11:2 (2020), p. 138-144.

6. Rasulov T.H., Dilmurodov E.B. Threshold analysis for a family of 2x2 operator matrices // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 10:6 (2019), p. 616-622.

7. Расулов Т.Х., Дилмуродов Э.Б. Бесконечность числа собственных значений операторных (2x2)-матриц. Асимптотика дискретного спектра. ТМФ. 205:3 (2020), с. 368-390.

8. Dilmurodov E.B. On the virtual levels of one family matrix operators of order 2. Scientific reports of Bukhara State University. 2019, no. 1, pp. 42-46.

9. Исмоилова Д.Э. О свойствах определителя Фредгольма, ассоциированного с обобщенной модели Фридрихса. Наука и образование сегодня. 60:1 (2021), с. 21-24.

10. Dilmurodov E.B., Rasulov T.H. Essential spectrum of a 2x2 operator matrix and the Faddeev equation. European science. 51 (2), 2020, pp. 7-10.

11. Расулов Х.Р., Яшиева Ф.Я. Икки жинсли популяциянинг динамикаси ҳақида // Scientific progress, 2:1 (2021), p. 665-672.

12. Rasulov X.R., Qamariddinova Sh.R. Ayrim dinamik sistemalarning tahlili haqida // Scientific progress, 2:1 (2021), p. 448-454.

13. Расулов Х.Р., Джўрақулова Ф.М. Баъзи динамик системаларнинг сонли ечимлари ҳақида // Scientific progress, 2:1 (2021), p. 455-462.

14. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2, (2021), p.870-879.

15. Расулов Х.Р., Яшиева Ф.Ю. О некоторых вольтерровских квадратичных стохастических операторах двуполой популяции с непрерывным временем // Наука, техника и образование, 72:2-2 (2021) с.23-26.

Nargiza TOSHEVA
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi o‘qituvchisi

Mirzabek SHODIYEV
Buxoro davlat universiteti
fizika – matematika fakulteti
3-bosqich talabasi

ERMIT MATRITSALARI VA ULARNING XOSSALARINI "BUMERANG" METODI ORQALI O‘RGANISH

Ushbu maqolada Ermit matritsasi haqida tushuncha, uning qo‘llanilishi hamda ayrim xossalari va misollar berilgan. Musbat matritsalarning xossalari keltirilgan. "Bumerang" interfaol metodini qo‘llash va u yordamida musbat matritsalarni o‘rganish usulllari ko‘rsatib o‘tilgan.

Kalit so‘zlar: *ermit, argument, kompleks, vektor, matritsa, transponerlash, musbat matritsa, funksiya, simmetrik.*

В этой статье представлена информация о герметичных матрицах, их применении, а также некоторые их свойства и примеры. Приведены свойства положительных матриц. Показаны способы использования интерактивного метода "Бумеранг" и способы изучения положительных матриц с его помощью.

Ключевые слова: *Отшельник, аргумент, комплекс, вектор, матрица, транспондер, положительная матрица, функция, симметричный.*

This article provides information about sealed matrices, their application, as well as some of their properties and examples. The properties of positive matrices are given. he ways of using and ways of studying positive matrices by interactive "Boomerang" method are shown.

Key words: *hermit, argument, complex, vector, matrix, transponder, positive matrix, function, symmetric.*

Kirish. Maqolada Ermit matrisasi va xossalari o‘qitish hamda ulardan foydalangan holda ayrim matrisalarni musbat matrisa bo‘lishini osonlikcha ko‘rsatish bo‘yicha ilmiy-uslubiy tavsiyalar berilgan. Bu mavzu hozirgi vaqtda dolzarb bo‘lib, olib borilayotgan bir qator ilmiy maqolalarda o‘z aksini [11, 15] topgan.

Asosiy qism. Ermit matritsasini o‘qitishda ilg’or pedagogik texnalogiyalardan keng qo‘llanildi. Xususan, "Bumerang" metodidan foydalanildi. Ushbu metod o‘quvchilarni dars jarayonida, darsdan tashqarida turli adabiyotlar, matnlar bilan ishlash, o‘rganilgan materialni yodida saqlab qolish, so‘zlab berish, fikrini erkin holda bayon eta olish, qisqa vaqt ichida ko‘p ma’lumotga ega bo‘lish hamda dars mobaynida o‘qituvchi tomonidan barcha o‘qivchilarni baholay olishga qaratilgan.

Metodning maqsadi. O‘quv jarayoni mobaynida tarqatilgan materiallarning o‘quvchilar tomonidan yakka va guruh holatida o‘zlashtirib olishlari hamda suhbat-munozara va turli savollar orqali tarqatma materiallardagi matnlar qay darajada o‘zlashtirilganligini nazorat qilish va baholash jarayoni mobaynida har bir o‘quvchi tomonidan o‘z baholarini egallashiga imkoniyat yaratishdan iborat.

Metodning qo‘llanishi. Amaliy mashg’ulotlar hamda suhbat-munozara shaklidagi darslarda yakka tartibda, kichik va jamoa shaklida foydalanilishi mumkin.

C kompleks sonlar to‘plami, $C^n = \underbrace{C \times ... C}_{n}$ - dekart ko‘payma, $M_n(C)$ esa elementlari kompleks sonlar bo‘lgan barcha $n \times n$ matrisalar to‘plami bo‘lsin. Bizga $z = x + iy$ kompleks son berilgan bo‘lsin. $x \in R$ son z ning haqiqiy qismi deyiladi va $Re\, z$ kabi belgilanadi; $y \in R$ soni esa uning mavhum qismi deyiladi va $Im\, z$ kabi belgilanadi; $x - iy$ kompleks songa z ga q01o‘shma kompleks son deyiladi va $\bar{z}$ kabi belgilandi; $\sqrt{x^2 + y^2}$ songa z kompleks sonning absolyut qiymati yoki moduli deyiladi va $|z|$ kabi belgilandi; $\vec{a}(x, y)$ vektor va OX o‘qining musbat yo‘nalishi orasidagi burchakga z kompleks sonning argumenti deyiladi va $\arg z$ kabi belgilanadi [1, 2]. Quyidagi formula o‘rinli:

$$\arg z = \begin{cases} arctg\frac{y}{x}, agar\ x > 0, y \geq 0\ bo'lsa; \\ \frac{\pi}{2}, agar\ x = 0, y > 0\ bo'lsa; \\ \pi + arctg\frac{y}{x}, agar\ x < 0\ bo'lsa; \\ \frac{3\pi}{2}, agar\ x = 0, y < 0\ bo'lsa; \\ 2\pi + arctg\frac{y}{x}, agar\ x > 0, y > 0\ bo'lsa; \end{cases}$$

Nol kompleks soni uchun uning argumenti aniqlanmagan. $(\cdot,\cdot)$ orqali C^n dagi odatdagi skalyar ko‘paymani belgilaymiz, ya’ni $z^{(j)} = \left(z_{j1}, \dots, z_{jn}\right) \in C^n, j = 1,2$ elementlar uchun ularning skalyar ko‘paytmasi

$$\left(z^{(1)}, z^{(2)}\right) = \sum_{k=1}^{n} z_{1k}\, \overline{z_{2k}}$$

kabi aniqlanadi [3].

Agar $A \in M_n(C)$ matritsada istalgan $z \in C^n$ element uchun $(Az, z) \geq 0$ tengsizlik bajarilsa, A ga musbat aniqlangan matritsa (yoki qisqacha musbat matritsa) deyiladi. Agar barcha nolmas $z \in C^n$ elementlar uchun $(Az, z) > 0$ tengsizlik bajarilsa, $A \in M_n(C)$ ga qat’iy musbat aniqlangan matritsa (yoki qisqacha qat’iy musbat matritsa) deyiladi.

Agar $A - B$ musbat matritsa bo‘lsa, u holda $A > B$ deyiladi.

C kompleks sonlar to‘plami, $C^n = C \times C \times \dots C$- dekart ko‘payma, $M_n(C)$ elementlari kompleks sonlar bo‘lgan barcha $n \times n$ matritsalar to‘plami bo‘lsin.

Agar barcha $z \in C^n$ lar uchun $(Az, z) = (z, Az)$ tenglik bajarilsa, $A \epsilon M_n(C)$ ga ermit (yoki o‘z-o‘ziga qo‘shma) matritsa deyiladi [4, 5].

Boshqacha aytganda A Ermitian bo‘lishi uchun quyudagicha $a_{ik} = a_{ki}^*$ bo‘lishi kerak.

Ermit matritsasi - bu transponeri murrakab kompleks matritsasiga teng bo‘lgan murakkab sonlarni kvadrat matritsasi, $A^T = \bar{A}$

Agar A matritsa $(m \times n)$ o‘lchovli bo‘lsa, A ga Ermitan bo‘lgan matritsa A^*esa $(n \times m)$ o‘lchovli bo‘ladi , bunda (i, j) - elementlar uchun quyidagi tenglik o‘rinli $(A^*)_{ij} = \overline{A_{ji}}$.

Ermit matritsasi ko‘p hollarda A^* yoki A^H kabi belgilanadi (Hermitian inglizcha so‘zni bosh harfi). Lekin ba’zi hollarda quyudagicha ham belgilaydilar:

$A^{\dagger}$ - kvant mexanikasida;

A^+ -ba’zi hollarda bunday belgilash bilan matritsani transponerlash belgisini almashtirish mumkin.

Quyudagi ko‘rinishdagi matritsalar

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -i & e^{i\alpha} \\ i & 0 & e^{-i\beta} \\ e^{-i\alpha} & e^{i\beta} & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 2-i \\ 2+i & 3 \end{pmatrix}$$

Ermit matritsalariga misol bo‘ladi.

1-teorema. Agar $A, B, C, \dots -$ ermit matritsasi bo‘lib va ixtiyoriy haqiqiy $a, b, c, \dots$ sonlar bilan hosil qilingan

$$aA + bB + cC + \cdots$$

ifoda ham Ermit matritsasi bo‘ladi [6].

2-teorema. Agar A matritsa Ermit matritsa bo‘lsa u holda A matritsaning ixtiyoriy darajasi ham Ermit matritsa bo‘ladi ya’ni

$$A^S = (A^S)^+$$

Bu teoremaning isbotini oson ko‘rish mumkin

$$(A^S)^+ = (AAA \dots A)^+ = A^+A^+A^+ \dots A^+ = (A^+)^S = A^S$$

3-teorema. Agar A matritsa Ermit bo‘lsa u holda A matritsaning determinant haqiqiy son bo‘ldi

$$detA = det(A^+) = [det(A)] = [det(A)]^*$$

4-teorema. Agar A matritsa Ermit matritsasi bo‘lsa u holda A matritsaga teskari bo‘lgan A^{-1} matritsa mavjud bo‘lib , A^{-1} ham Ermit matritsasi bo‘ladi. Isbot:

$$1 = AA^{-1} = (A^+)^{-1}A^+ = (A)^{-1}A\ ;$$

bu yerda 1 va A ermit matritsasi bo‘lib, $(A^{-1})^+$ ham ermit matritsasi bo‘lishi kerak. Ushbu teoremadan quyidagi teorema kelib chiqadi: Teoremadan oldin quyidagi funksiyaning operatori tushunchasini ko‘rib chiqamiz.

Analitik ko‘rinishda berilgan $F(x)$ funksiya { $F(x) = sinx$, $F(x) = \frac{x}{1-x}$, va boshqalar} va $\hat{A}$ operator berilgan bo‘lsin. Teylor formulasidan foydalanib $F(\hat{A})$ ning kengaytmasini topamiz:

$$F(\hat{A}) = \sum_{0}^{+\infty} \frac{F^{(n)}(0)}{n!} \widehat{A^n}, \qquad (1)$$

5-teorema. Muhim teorema: $F(x)$ funksiyani $F(A)$ matritsa bilan almashtirish mumkin bo‘lgan x haqiqiy o‘zgaruvchining haqiqiy funksiyasi bo‘lsin. Ya’ni, (1) formulaga muofiq A matritsadan tuzilgan funksiya. Agar A ermit matritsa bo‘lsa, u holda $F(A)$ ham ermit matritsa bo‘ladi [7]:

$$F(A)^+ = F(A).$$

Isbot. Haqiqatdan ham F(x) funksiya ketma-ket kengayishi faqat haqiqiy koeffitsentlarni o‘z ichiga oladi va (1) va (2) chi teoremalardan quyudagi kelib chiqadi:

$$F(A)^+ = F(A).$$

6-teorema. A va B – ermit matritsalar bo‘lsin va [A,B]=o bo‘lsin, u holda A va B dan tuzilgan $P = A \cdot B \cdot A \cdot A \cdot B \cdot B$ va shunga o‘xshash A va B dan tuzulgan yoyilma Ermit bo‘ladi:

$$P^+ = P.$$

Muhokamalar va natijalar. Musbat matritsalarni tavsiflovchi bir qator tasdiqlar mavjud. Mavzuga oid tasdiqlarni talabalar o‘zlari isbotlashsa maqsadga muofiq bo‘lardi. Talabalar 5 ta guruhga bo‘linib quyidagi tasdiqlarni isbotlashadi [7].

1-tasdiq. A musbat matritsa bo‘lishi uchun u ermit matritsa bo‘lib, barcha xos qiymatlari nomanfiy bo‘lishi zarur va yetarlidir. A qat’iy musbat bo‘lishi uchun esa barcha xos qiymatlari musbat bo‘lishi zarur va yetarlidir.

2-tasdiq. A musbat matritsa bo‘lishi uchun u ermit matritsa bo‘lib, barcha bosh minorlari nomanfiy bo‘lishi zarur va yetarlidir. A qat’iy musbat bo‘lishi uchun esa barcha bosh minorlari musbat bo‘lishi zarur va yetarlidir.

3-tasdiq. A musbat matritsa bo‘lishi uchun shunday B matritsa topilib, $A = B^*B$ bo‘lishi zarur va yetarlidir. A qat’iy musbat bo‘lishi uchun esa B singulyar bo‘lmagan matritsa bo‘lishi zarur va yetarlidir.

4-tasdiq. A musbat matritsa bo‘lishi uchun shunday B musbat matritsa topilib, $A = B^2$ tenglik bajarilishi zarur va yetarlidir. A matritsa qat’iy musbat bo‘lishi uchun B ning qat’iy musbat bo‘lishi zarur va yetarlidir.

4-tasdiqdagi B matrisa yagona bo‘lib, unga A matritsaning kvadratik ildizi deyiladi va $B = A^{1/2}$ kabi belgilanadi.

Navbatdagi tasdiqni bayon qilish uchun L orqali Yevklid fazosini, ya’ni skalyar ko‘paytma kiritilgan chiziqli fazoni belgilaymiz.

5-tasdiq. $A = (a_{ij}) \in M_n(C)$ musbat bo‘lishi uchun shunday $z_1, z_2, \dots, z_n \in L$ elementlar topilib,

$$a_{ij} = (z_i, z_j), 1 \le i, j \le n$$

tengliklar bajarilishi zarur va yetarlidir. A qat’iy musbat bo‘lishi uchun z_j, $1 \le j \le n$ elementlar chiziqli bog’lanmagan bo‘lishi zarur va yetarlidir.

7-Teorema. Agar A va B matritsalar ermit (musbat) matritsalar bo‘lsa, u holda $A + B$ ham ermit matritsa (musbat matritsa) bo‘ladi. AB ko‘paytma ermit matritsa bo‘lishi uchun A va B matritsalar kommutativ (ya’ni o‘rin almashinish xossasiga ega) bo‘lishi zarur va yetarlidir.

Ushbu $S = AB + BA$ tenglik bilan aniqlangan matritsaga A va Blarning simmetrik ko‘paytmasi deyiladi. Agar A va B ermit matritsalar bo‘lsa, u holda S ham ermit matritsa bo‘ladi. Agar A va B musbat matritsalar bo‘lsa, umuman olganda S musbat matritsa bo‘lishi shart emas.

Har bir guruh a’zolaridan yangi guruh tashkil etiladi. Yangi guruh a’zolarining har bir guruh navbati bilan mustaqil o‘rgangan matnlari bilan axborot almashadilar, ya’ni bir-birlariga so‘zlab beradilar, misolni o‘zlashtirib olishlariga erishadilar [3].

1-misol. Istalgan $\alpha, \beta \in R$ sonlari uchun ushbu

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & \beta \\ \beta & \beta \end{pmatrix}$$

ermit matritsalarni qaraymiz. Ko‘rinib turibdiki, agar $\alpha > 0$ bo‘lsa, u holda A musbat matritsa bo‘ladi. Ixtiyoriy $z = (z_1, z_2) \epsilon C^2$ element uchun

$$(Bz, z) = |z_1|^2 + 2\beta\, Re(z_1\overline{z_2}) + \beta\, |z_2|^2$$

tenglik o‘rinlidir. φ orqali $z_1\overline{z_2}$ kompleks sonning argumentini belgilaymiz. Agarda $0 < \alpha < 1$ bo‘lganda musbatdir. U holda $Re(z_1\overline{z_2}) = |z_1||z_2|cos\varphi$ tenglik o‘rinlidir. Shu sababli (Bz, z) kvadratik formani

$$(Bz, z) = (|z_1| + \beta|z_2|cos\varphi)^2 + \beta(1-\beta)\, |z_2|^2cos^2\varphi$$

kabi tasvirlash mumkin. Shunday qilib, $\beta\epsilon(0,1)$ bo‘lganda B musbat matritsa bo‘lar ekan.

S matritsaning aniqlanishiga ko‘ra

$$S = \begin{pmatrix} 2 & \beta + \alpha\beta \\ \beta + \alpha\beta & 2\alpha\beta \end{pmatrix}$$

tenglik o‘rinli bo‘lib, istalgan $z = (z_1, z_2)\epsilon C^2$ element uchun

$$(Sz, z) = 2|z_1|^2 + 2\beta(1 + \alpha)\, Re(z_1\overline{z_2}) + 2\alpha\beta\,|z_2|^2$$

tenglik o‘rinlidir. Bunda α nolga yaqin, β esa 1 ga yaqin son bo‘lsa, u holda S musbat matritsa bo‘lmaydi [5].

Masalan, $z_0 = (1, -4) \in C^2$ element uchun $(Sz_0, z_0) = 2 - 8\beta(1 + \alpha) + 32\alpha\beta$ tenglik o‘rinlidir. Agar $\alpha = 1/32$ va $\beta = 32/33$ deb olinsa, u holda.

$$(Sz_0, z_0) = -\frac{166}{33} < 0\,.$$

Xulosa. 2019-2020-o‘quv yili va 2020-2021-o‘quv yilida tahsil olgan talabalarning Ermit matritsalar va ularning xossalari o‘rganganlik natijalarini aniqlash bo‘yicha o‘tkazilgan test natijalari tahlil qilinganda va talabalar bilan suhbatlar o‘tkazilganda, mavzuni maqolada keltirilgani kabi o‘qitilishi, misollar yechib ko‘rsatilishi va shu yo‘nalishda chop etilgan ilmiy maqolalar namoyish qilinishi ijobiy baholandi.

Adabiyotlar

1. Pusz W., Woronowicz S.L. Functional calculus for sesqui-linear forms and purification map. Reports on Mathematical Physics. Vol. 8, 1975, P. 159-170.
2. Ando T. Concavity of certain maps on positive definite matrices and applications to Hadamard products. Linear Algebra and Applications. Vol. 26, 1976, P. 203-241.
3. Bhatia R. Matrix analysis. Springer-Verlag, New York, 1997.
4. Bhatia R. Positive definite matrices. In: Princeton Series in Applied Mathematics. Princeton University Press, 1997
5. Nielsen F., Bhatia R. Matrix Information Geometry. Springer, XII, 2013, 454.
6. Худойберганов Г., Ворисов А.К., Мансуров Х.Т. Комплекс анализ. -Т.: “Университет”, 1998.
7. Тошева Н.А., Исмоилова Д.Э. Явный вид резольвенты обобщенной модели Фридрихса // Наука, техника и образование. 77:2-2 (2021), С. 39-43.
8. Тошева Н.А., Шарипов И.А. О ветвях существенного спектра одной 3х3-операторной матрицы // Наука, техника и образование. 77:2-2 (2021), С. 44-47.
9. Rasulov T.H., Tosheva N.A. Analytic description of the essential spectrum of a family of 3x3 operator matrices // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 10:5 (2019), pp. 511-519.
10. Тошева Н.А. Использование метода мозгового штурма на уроке комплексного анализа и его преимущества // Проблемы педагогики № 2 (53), 2021
11. Расулов Х.Р., Камариддинова Ш.Р. Об анализе некоторых невольтерровских динамических систем с непрерывным временем // Наука, техника и образование, 72:2-2 (2021) с.27-30.
12. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2 (2021), p.870-879.
13. Расулов Х.Р. Об одной нелокальной задаче для уравнения гиперболического типа // XXX Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам. Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019, с. 197-199.
14. Rasulov X.R., Qamariddinova Sh.R. Ayrim dinamik sistemalarning tahlili haqida // Scientific progress, 2:1 (2021), p.448-454.
15. Расулов Х.Р., Собиров С.Ж. Задача типа задач Геллерстедта для одного уравнения смешанного типа с двумя линиями вырождения // Scientific progress, 2:1 (2021), p.42-48.

Олимжон АХМЕДОВ
Преподаватель кафедры математического анализа
Бухарский государственный университет

ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫЕ ОСОБЕННОСТЯМИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ НАУКИ

В настоящей статье излагаются задачи для развития математического мышления учащегося и некоторые методы обучения, определяемые особенностями математики. Анализируется преимущества, достигшее в течении многолетнего обучения, а также недостатки современного традиционного обучения. Приводится примеры специфики обучения развитых стран.

***Ключевые слова:** математическое мышление, творческая деятельность, речевой интеллект, педагогический опыт.*

Ushbu maqolada matematikaning o‘ziga xos xususiyatlari bilan belgilanadigan o‘quvchining matematik tafakkuri va ba’zi o‘qitish usullarini rivojlantirish vazifalari ko‘rsatilgan. Maqolada ko‘p yillik o‘qitish jarayonida erishilgan afzalliklar, shuningdek, zamonaviy an'anaviy ta’limning kamchiliklari tahlil qilingan. Rivojlangan mamlakatlarda ta’limning o‘ziga xos xususiyatlariga misollar keltirilgan.

***Kalit so‘zlar:** matematik fikrlash, ijodiy faollik, nutq intellekti, pedagogik tajriba.*

This article sets out the tasks for the development of the student's mathematical thinking and some teaching methods, determined by the peculiarities of mathematics. The article analyzes the advantages achieved over many years of training, as well as the disadvantages of modern traditional education. Examples of the specifics of education in developed countries are given.

***Key words:** mathematical thinking, creative activity, speech intelligence, pedagogical experience.*

Перед преподаванием математики в школе кроме общих целей обучения стоят ещё свои специфические цели, определяемые особенностями математической науки. Одна из них – это формирование и развитие математического мышления. Это способствует выявлению и более эффективному развитию математических способностей школьников, подготавливает их к творческой деятельности вообще и в математике с ее многочисленными приложениями в частности.

Вообще интеллектуальное развитие детей можно ускорить по трём направлениям: понятийный строй мышления, речевой интеллект и внутренний план действий.

Прочное усвоение знаний невозможно без целенаправленного развития мышления, которое является одной из основных задач современного школьного обучения [1].

Хочется обратить внимание на две главные проблемы дидактики математики: модернизация содержания школьного математического образования и совершенствование структуры курса.

Быстрый рост объема научной информации, ограниченность срока школьного обучения и невозможность сокращения объема изучаемых в школе основ науки с целью включения новой информации усложняют проведение реформ по модернизации школьного образования, а поэтому готовить их придется в течение более длительного времени, тщательно и строго на научной основе.

Имеют место успешные эксперименты по модернизации курса начальных классов и изучению в нем начал алгебры и анализа, что позволило дать значительную пропедевтику алгебры и геометрии в I-V классах, позволяющую изучить систематические курсы этих предметов в более быстром темпе и перенести ряд тем из старших классов в средние; включить в программу старших классов элементы высшей математики. Таким образом, улучшение системы курса возможно и в период между реформами, т.е. независимо от модернизации образования.

Взаимосвязь учителя и ученика происходит в виде передачи информации в двух противоположных направлениях: от учителя к ученику (прямая), от учения к учителю (обратная). Надо поставить задачи: сначала исследовать особенности математического мышления школьников, потом исследовать учебные пособия для 5го-11го классов.

Первые сведения об учении детей простейшим вычислениям встречаются в источниках по истории стран Древнего Востока. Большое влияние на развитие школьного математического образования оказала математическая культура Древней Греции, где уже в 5 веке до н.э. в связи с развитием торговли, мореплавания в начальной школе изучались счёт и практическая геометрия.

Содержание учебного предмета математики меняется со временем в связи с расширением целей образования, появления новых требований к школьной подготовке, изменением стандартов образования. Кроме того, непрерывное развитие самой науки, появление новых ее отраслей и направлений влечет за собой также обновление содержания образования: сокращаются разделы, не имеющие практическую ценность, вводятся новые перспективные и актуальные темы. Вместе с тем, не стоят на месте и педагогические науки, новый педагогический опыт вводится в практику работы школы [2, 3].

Учебный предмет математики в школе представляет собой элементы арифметики, алгебры, начал математического анализа, евклидовой геометрии плоскости и пространства, аналитической геометрии, тригонометрии.

Обучение учащихся математике направлено на овладение учащимися системой математических знаний, умений и навыков, необходимых для дальнейшего изучения математики и смежных учебных предметов и решения практических задач, на развитие логического мышления, пространственного воображения, устной и письменной математической речи, формирование навыков вычислений, алгебраических преобразований, решения уравнений и неравенств, инструментальных и графических навыков.

Математика как учебный предмет отличается от математики как науки не только объёмом, системой и глубиной изложения, но и прикладной направленностью изучаемых вопросов. Учебный курс математики постоянно оказывается перед необходимостью преодолевать противоречие между математикой - развивающейся наукой и стабильным ядром математики - учебным предметом. Развитие науки требует непрерывного обновления содержания математического образования, сближения учебного предмета с наукой, соответствия его содержания социальному заказу общества.

Современный этап развития математики как учебного предмета характеризуется: жёстким отбором основ содержания; чётким определением конкретных целей обучения, межпредметных связей, требованиями к математической подготовке учащихся на каждом этапе обучения; усилением воспитывающей и развивающей роли математики, её связи с жизнью; систематическим формированием интереса учащихся к предмету и его приложениям.

Дальнейшее совершенствование содержания школьного математического образования связано с требованиями, которые предъявляет к математическим знаниям учащихся практика: промышленность, производство, военное дело, сельское хозяйство, социальное переустройство и т.д.

Движение за гуманизацию, демократизацию и деидеологизацию среднего образования, характерное для развития отечественной педагогики 90-х годов, оказало определённое влияние и на содержание школьного математического образования. Идея дифференциации обучения проявилась в возникновении в стране относительно нового типа школ (лицеев, гимназий, колледжей и др.) или классов различных направлений (гуманитарного, технического, экономического, физико-математического и др.). В связи с существенными различиями в построении курса математики для школ разного профиля возникает актуальная проблема “математического стандарта”, под которым понимается содержание и уровень математической подготовки.

Слово “методика” в переводе с древнегреческого означает “способ познания”, “путь исследования”. Метод - это способ достижения какой-либо цели, решения конкретной учебной задачи.

Существуют разные точки зрения на содержание понятия “методика”. Одни, признавая методику наукой педагогической, рассматривали ее как частную дидактику с общими для всех предметов принципами обучения. Другие считали методику специальной педагогической наукой, решающей все задачи обучения и развития личности через содержание предмета. Приведем несколько примеров определений.

Методика преподавания математики - наука о математике как учебном предмете и закономерностях процесса обучения математике учащихся различных возрастных групп и способностей.

Методика обучения математике – это педагогическая наука о задачах, содержании и методах обучения математике. Она изучает и исследует процесс обучения математике в целях повышения его эффективности и качества. Методика обучения математике рассматривает вопрос о том, как надо преподавать математику.

Методика преподавания математики - раздел педагогики, исследующий закономерности обучения математике на определенном уровне ее развития в соответствии с целями обучения подрастающего поколения, поставленными обществом. Методика обучения математике призвана исследовать проблемы математического образования, обучения математике и математического воспитания.

Методика преподавания математики в средней школе возникла с целью поиска педагогически целесообразных путей и способов изложения учебного материала. Цель методики обучения математике заключается в исследовании основных компонентов системы обучения математике в школе и связей между ними. Под основными компонентами понимаются: цели, содержание, методы, формы и средства обучения математике. Предмет методики обучения математике отличается исключительной сложностью. Предметом методики обучения математике является обучение математике, состоящее из целей и содержания математического образования, методов, средств, форм обучения математике.

Выделенное ядро школьного курса математики составляет основу его базисной программы, которая является исходным документом для разработки тематических программ. В тематической программе для средней школы, кроме распределения учебного материала по классам, излагаются требования к знаниям, умениям и навыкам учащихся, раскрываются межпредметные связи, даются примерные нормы оценок.

За рубежом, в школах развитых стран, значительное место в программах по математике отводится теории вероятностей и статистике. В программах школ Японии раздел “Статистика” является основным уже в 1-м классе начальной школы. Элементы теории вероятностей на строгой математической основе вводятся в старших классах школ Бельгии и Франции. Геометрия как самостоятельный учебный предмет во многих школах не изучается, отдельные её вопросы включены в курс арифметики, алгебры и начал математического анализа.

В большинстве развитых стран математическое образование на старшей ступени общеобразовательной подготовки дифференцировано в соответствии с определенным профилем специализации. На всех ступенях обучения большую роль играет развитие функциональных представлений, овладение математическими методами, формирование исследовательских навыков.

В качестве недостатков традиционного обучения можно выделить:

- преобладание словесных методов изложения, способствующих распылению внимания и невозможности его акцентирования на сущности учебного материала;
- средний темп изучения математического материала;
- большой объем материала, требующего запоминания;
- недостаток дифференцированных заданий по математике и др.

Недостатки традиционного обучения можно устранить путем усовершенствования процесса ее преподавания.

Метод обучения - упорядоченный комплекс дидактических приемов и средств, посредством которых реализуются цели обучения и воспитания. Методы обучения - это взаимосвязанные способы целенаправленной деятельности учителя и учащихся. Под методами обучения понимают последовательное чередование способов взаимодействия учителя и учащихся, направленных на достижение определенной дидактической цели. “Метод” – по-гречески – “путь к чему-либо” – способ достижения цели. Метод обучения – способ приобретения знаний.

Любой метод обучения предполагает цель, систему действий, средства обучения и намеченный результат. Объектом и субъектом метода обучения является ученик.

Очень редко какой-либо один метод обучения используется в чистом виде. Обычно преподаватель сочетает различные методы обучения [4, 9]. Методы в чистом виде применяют лишь в специально спланированных учебных или исследовательских целях.

Метод обучения - историческая категория. На протяжении всей истории педагогики проблема методов обучения разрешалась с различных точек зрения: через формы деятельности; через логические структуры и функции форм деятельности; через характер познавательной деятельности.

Важно предоставить информацию об эффективном преподавании математики и ее применении на практике, использовании ряда передовых педагогических технологий [10, 13] и интеграции с другими дисциплинами [14, 15].

Литературы

1. Ахмедов О.С. Профессия – учитель математики. Scientific progress. 2:1 (2021), p.277-284.
2. Ахмедов О.С. Необходимость изучения математики и польза этого изучения. Scientific progress. 2:4 (2021), p.538-544.
3. Ахмедов О.С. Актуальные задачи в предметной подготовке учителя математики. Scientific progress. 2:4 (2021), p.516-522.
4. Ахмедов О.С. Преимущества историко-генетического метода при обучении математики. Scientific progress. 2:4 (2021), p.523-530.
5. Ахмедов О.С. Определение предмета и места математики в системе наук. Scientific progress. 2:4 (2021), p.531-537.

6. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar bo‘limini o‘qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress. 2:1 (2021), 559-567 b.
7. Boboeva M.N., Rasulov T.H. The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy. 55:4 (2020), pp. 68-71.
8. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International Journal of Scientific & Technology Research. 9:4 (2020), pp. 3068-3071.
9. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) с.29-32.
10. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International Journal of Scientific & Technology Research. 9:4 (2020), pp. 3068-3071.
11. Mardanova F.Ya., Rasulov T.H. Advantages and disadvantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy. 55:4 (2020), pp. 65-68.
12. Kurbonov G.G. Преимущества компьютерных образовательных технологий в обучении теме скалярного произведения векторов // Вестник науки и образования. 94:2 (2020), часть 2, С. 33-36.
13. Тошева Н.А. Использование метода мозгового штурма на уроке комплексного анализа и его преимущества // Проблемы педагогики № 2:2 (2021), с. 42-46.
14. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках // Проблемы педагогики, 53:2 (2021), с. 7-10.
15. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2, (2021), p.870-879.

Олимжон АХМЕДОВ
Преподаватель кафедры математического анализа
Бухарский государственный университет

СТРАТЕГИИ ПОИСКА И ПОДДЕРЖКИ ТАЛАНТЛИВОЙ МОЛОДЕЖИ, В РАМКАХ ПРОВЕДЕНИЯ ОЛИМПИАД И ДРУГИХ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СОСТЯЗАНИЙ

В настоящей статье изложены некоторые методические указания по выявлению одаренных детей путем проведения интеллектуальных состязаний. Интеллектуальные состязания школьников направлены на достижение ключевой цели обеспечения творческой реализации одаренности в общественно важных сферах науки, бизнеса и государственного управления. Достижение этой цели выводит работу по развитию интеллектуального потенциала одаренного человека на уровень проблемы обеспечения инновационного развития, экономического роста и международной конкурентоспособности государства.

Ключевые слова: *система образования, олимпиады школьников, интеллектуальные соревнования, качество подготовки, информационное сопровождение, личностно-ориентированный подход, методические рекомендации.*

Ushbu maqolada iqtidorli bolalarni intellektual musobaqalar orqali aniqlash bo‘yicha ba’zi ko‘rsatmalar mavjud. Maktab o‘quvchilarining intellektual musobaqalari fan, biznes va davlat boshqaruvining ijtimoiy muhim sohalarida iqtidorni ijodiy amalga oshirishni ta’minlashning asosiy maqsadiga erishishga qaratilgan. Bu maqsadga erishish iqtidorli shaxsning intellektual salohiyatini rivojlantirish ishini davlatning innovatsion rivojlanishi, iqtisodiy o‘sishi va xalqaro raqobatbardoshligini ta’minlash muammosi darajasiga olib chiqadi.

Kalit so‘zlar: *ta’lim tizimi, maktab o‘quvchilari uchun olimpiadalar, intellektual musobaqalar, o‘qitish sifati, axborot ta’minoti, shaxsga yo‘naltirilgan yondashuv, uslubiy ko‘rsatmalar.*

This article provides some guidelines for identifying gifted children through intellectual competitions. Intellectual competitions of schoolchildren are aimed at achieving the key goal of ensuring the creative realization of giftedness in socially important spheres of science, business and public administration. The achievement of this goal brings the work on the development of the intellectual potential of a gifted person to the level of the problem of ensuring innovative development, economic growth and international competitiveness of the state.

Key words: *education system, school Olympiads, intellectual competitions, quality of training, information support, personality-oriented approach, guidelines.*

На современном уровне развития страны роль одаренности и интеллектуального потенциала нации постоянно возрастает, так как развитие новых технологий влечет за собой резкое увеличение потребности общества в людях, обладающих нестандартным мышлением, вносящих новое содержание в производственную и социальную жизнь, умеющих ставить и самостоятельно решать новые задачи инновационного типа. Развитие интеллектуального потенциала страны и образование одаренных детей и талантливой молодежи является одним из общенациональных приоритетов, который во многом определяется ранним выявлением одаренных и талантливых детей и целенаправленной работой с ними.

Система интеллектуальных, творческих, спортивных и иных соревнований обучающихся на конкурсной основе зарекомендовала себя как эффективный инструмент поиска и выявления талантливых детей и молодежи. При том, что обучение по основным программам общего образования нацелено в первую очередь на освоение базовых, стандартных общеобразовательных компетенций, олимпиады, конкурсы и другие состязания создают у детей и подростков стимулы к выходу за пределы обязательной программы, поощряют их к самостоятельному развитию, творчеству. Необходимо развивать систему интеллектуальных соревнований, распространяя ее на как можно большее число школьников, а в перспективе – на всех учащихся [1].

В Бухарском государственном университете накоплен богатый опыт проведения олимпиад по различным дисциплинам и разработаны методические рекомендации по подготовке к олимпиадам школьников и другим интеллектуальным соревнованиям.

В частности, согласно п. 29.2 приложения 1 к Постановлению Президента Республики Узбекистан от 7 мая 2020 г. № ПК-4708 “О мерах по повышению качества образования и исследований в области математики” и совместное постановление Академии наук, Министерства высшего и среднее специального образования и Министерства народного образования от 30 декабря 2020 г. “О порядке систематического отбора талантливой молодежи для обучения в специализированных школах, вузах и научных направлениях математики” планировался прием студентов занявшие 1-3 места по изучению математики без экзаменов за счет этих вузов.

Для обеспечения реализации этих решений в мае был проведен второй этап олимпиады совместно с кафедрами “Математический анализ” и “Дифференциальные уравнения” физико-математического факультета Бухарского государственного университета и Бухарским филиалом института математики им. В.И. Романовского Академии наук. По результатам конкурса 3 победителям были вручены сертификаты на обучение в Бухарском государственном университете за счет средств вуза.

Научно-методическая база по подготовке олимпиадных заданий творческого характера постоянно совершенствуется, проводится независимая экспертиза олимпиадных и конкурсных заданий, особое внимание уделяется развитию творческой составляющей олимпиадных и конкурсных заданий. Важную роль в процессе выявления и отбора талантливых школьников играет система объективной оценки, которая варьируется в зависимости от предмета (комплекса предметов) и в то же время строится по единым параметрам и критериям [2-3].

При разработке примеров методических заданий, следует обратить особое внимание по каждому предмету (комплексу предметов) с разбором правильных решений, объяснением выбранных критериев оценки, а также рекомендации по развитию умений и навыков самостоятельного приобретения знаний на основе работы с научно-популярной, учебной и справочной литературой.

Система поиска и выявления талантливых детей и молодежи может быть работоспособной и эффективной только в случае, если ее будут органично дополнять механизмы привлечения юных талантов к получению профессиональной подготовки, а также меры по сопровождению и поддержке талантливых молодых людей в течение всего периода обучения и их формирования как высококвалифицированных специалистов. Поэтому необходимо создать оптимальные условия для участия школьников в олимпиадах и других интеллектуальных соревнованиях. Поставленная цель предусматривает осуществление личностно-ориентированного подхода и обеспечивает необходимые предпосылки для развития способностей у талантливой молодежи и одаренных детей, участвующих в олимпиадном движении в широком его понимании.

Личностно-ориентированный подход предусматривает совершенствование системы целенаправленного выявления и раннего отбора одаренных школьников, их социально-психологической поддержки, разработку и поэтапное внедрение новых содержательных образовательных блоков и прогрессивных технологий через олимпиадные задания. Личностно-ориентированный подход предполагает постоянную работу с одаренными детьми, привлечение их к проектной деятельности в научных студенческих обществах факультетов.

Научно-образовательный коллектив в качестве одной из центральных задач предусматривает дальнейшее развитие электронного портала олимпиад, включая систему электронной регистрации и организации дистанционных этапов олимпиад школьников, принимая во внимание, что повышение доступности информационных образовательных ресурсов для одаренных школьников и специалистов, работающих с одаренными детьми, а также оперативная информация об этапах и формах проведения интеллектуальных соревнований способствуют поддержанию высокого мотивационного уровня и соревновательного духа участников.

Важным аспектом является разработка механизмов привлечения студентов и докторантов к проведению олимпиад школьников, к педагогической работе со школьниками и пропаганде олимпийского движения в школах, что предполагает подготовку серии информационных материалов по истории олимпиадного движения и размещение в средних школах соответствующих материалов, разъясняющих широкой аудитории необходимость организации поддержки участников из числа детей с ограниченными возможностями здоровья, детей-сирот и детей из семей, оказавшихся в трудной жизненной ситуации; обеспечение информированности общественности об олимпиадном движении посредством социальной рекламы и публикаций в региональных СМИ в целях формирования позитивного имиджа олимпийского движения и пропаганды принципов гуманизма, толерантности, интеллектуального, морального и эстетического развития подрастающего поколения.

Важным элементом общенациональной системы поиска и поддержки талантливых детей и молодежи является проведение интеллектуальных состязаний. Развитая система интеллектуальных состязаний позволяет вести поиск и отбор юных дарований для последующей работы с ними в специализированных школах, кружках с целью выращивания интеллектуального потенциала нации, создания базы для подготовки будущих успешных ученых. Интеллектуальные состязания содействуют раннему приобщению школьников к творческой мыслительной деятельности, поддерживают интерес учащихся к обучению и познавательной деятельности, развивают интерес к научным знаниям.

Ведущие университеты страны проводят для школьников различные интеллектуальные соревнования: олимпиады, конференции, конкурсы проектных и учебно-исследовательских работ. Олимпиады ведущих университетов позволяют заметить юные таланты с момента появления первых результатов в школе и сопровождать таких ребят от школьной скамьи до докторантуры. Возможность построения сквозной системы выявления и сопровождения талантливой молодежи в университетский и постуниверситетский периоды отличает олимпиады ведущих университетов для школьников от других форм работы с юными дарованиями.

Олимпиады школьников содержательно объединяют общее и высшее образование, обеспечивая реализацию индивидуальных проблемно-познавательных программ учащихся и приводя на студенческую скамью наиболее подготовленных к обучению школьников. Результаты олимпиад, содержание заданий, их типы и характер требований, предъявляемых в ходе состязаний, отслеживаются педагогами, методистами, родителями учащихся и самими школьниками. Поэтому олимпиадное движение все в большей степени становится информационным каналом, через который вузы предъявляют свои требования к подготовленности абитуриента для поступления и обучения (содержательная интеграция общего и высшего образования).

Лучшие школьники, ставшие дипломантами вузовских олимпиад, получают преференции при зачислении в высшие учебные заведения. В этой связи вузовские олимпиады являются хорошим дополнением к вступительным экзаменам и средством формирования контингента студентов вузов.

Участие в олимпиадах стимулирует переход школьников к более высокой форме учебной деятельности, мотивирует личностное и интеллектуальное развитие подрастающего поколения. Важно не потерять ни одного талантливого школьника и предложить им разные формы последующей научно-образовательной работы:

- обучение в “детских” университетах, созданных как центры дополнительного образования одаренных детей на базе ведущих вузов страны (очная форма);
- участие в предметных летних и зимних школах для одаренных детей, предоставляющих талантливым ребятам возможность в неформальной обстановке прикоснуться к настоящей науке;
- обучение в специализированных школах, школах-интернатах, кружках, индивидуальное руководство;
- заочное обучение, Интернет-обучение и т.п.

Обсуждение проблемы подготовки к участию в олимпиаде необходимо начать с того, что представляют собой олимпиадные задания и чем они отличаются от стандартных школьных задач. Главным образом, настоящие олимпиадные задания отличает творческий характер, отсутствие шаблонного подхода как к постановке задания, так и к его решению. Вместо стандартных школьных формулировок вида “решите уравнение” или “упростите выражение”, зачастую участникам олимпиады предлагаются вопросы, которые уже сами по себе являются для школьника необычными. В такой ситуации подобрать готовую формулу, чтобы подставить в нее данные задания и получить ответ, невозможно, и участнику приходится самостоятельно искать подход и строить решение задачи [4].

Основная цель олимпиад школьников состоит в выявлении из числа всех участников самых сильных, способных, талантливых и одаренных именно в данной области. Поэтому собственно знание школьником конкретных разделов программы проверяется на олимпиадах в меньшей степени: на первый план выходят умение нестандартно, творчески мыслить, а также наличие у школьника “спортивных” качеств и воли к победе. В отличие от вступительных, темы олимпиадных заданий обычно держатся в секрете и, какие именно разделы элементарной математики будут затронуты на предстоящей олимпиаде, участникам заранее неизвестно. В связи с этим можно сказать, что на олимпиаде действуют и случайные факторы:

- впервые ли участник сталкивается именно с такой постановкой вопроса;
- применял ли он раньше тот или иной подход к решению задачи;
- догадался ли до определенного нестандартного алгебраического преобразования или дополнительного геометрического построения и т.д.

Кроме того, программа олимпиады весьма вольна, ее границы очерчены не так четко, как на вступительных экзаменах. Она может затрагивать даже высшую математику (конечно, только на уровне идей и в форме, адаптированной для школьников) или такие разделы элементарной математики, которые не проходятся в школе и требуют либо дополнительной подготовки, либо хорошей сообразительности. Отметим, однако, что задачи школьных математических олимпиад обычно все же не выходят за рамки школьной программы, но зачастую решение даже первой (самой простой) задачи может требовать нестандартного приема: например, в ней нельзя найти искомого значения, без применения некоторой остроумной идеи. Подчеркнем также, что наряду с прямым, зачастую громоздким решением олимпиадные задачи нередко имеют также элегантное и короткое решение, скажем, с использованием геометрической интерпретации движения, введением дополнительных переменных, рассмотрением свойств функции и т.д.

В заключение отметим, что целесообразно использовать интерактивные методы при подготовке талантливой молодежи к олимпиаде [5, 12]. Эксперименты показывают, что если во время уроков дается краткая информация о научных трудах по практическому применению математики (на примере предмета биологии) [13, 15], что приводит к повышению интереса к науке и расширению мировоззрений.

Литературы

1. Ахмедов О.С. Профессия – учитель математики. Scientific progress, 2:1, (2021), p.277-284.
2. Ахмедов О.С. Необходимость изучения математики и польза этого изучения. Scientific progress, 2:4, (2021), p.538-544.
3. Ахмедов О.С. Актуальные задачи в предметной подготовке учителя математики. Scientific progress, 2;4, (2021), p.516-522.
4. Ахмедов О.С. Преимущества историко-генетического метода при обучении математики. Scientific progress, 2;4, (2021), p.523-530.
5. Ахмедов О.С. Определение предмета и места математики в системе наук. Scientific progress, 2:4, (2021), p.531-537.
6. 6. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar bo‘limini o‘qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1 (2021), 559-567 b.
7. Умарова У.У. Роль современных интерактивных методов в изучении темы «Множества и операции над ними» // Вестник науки и образования. 94:16 (2020), часть 2, с. 21-24.
8. Boboyeva M.N., Parmonov H.F. Arkfunksiyalar qatnashgan tenglama va tengsizliklar hamda ularni yechish usullari // Scientific progress, 2:1 (2021), 1724-1733 b.
9. Марданова Ф.Я. Использование научного наследия великих предков на уроках математики // проблемы педагогики № 51:6 (2021), с. 40-42.
10. Хайитова Х.Г., Рустамова Б.И. Метод обобщения при обучении математике в школе // проблемы педагогики № 51:6 (2020), с. 45-47.
11. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International Journal of Scientific & Technology Research. 9:4 (2020), pp. 3068-3071.
12. Mardanova F.Ya., Rasulov T.H. Advantages and disadvantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy. 55:4 (2020), pp. 65-68.
13. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках //Проблемы педагогики, 53:2 (2021), с. 7-10.
14. Rasulov X.R., Yaxshiyeva F.Y. Ikki jinsli populyasiyaning dinamikasi haqida // Scientific progress, 2:1 (2021), p. 665-672.
15. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2, (2021), p.870-879.

Feruza MARDANOVA
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi o‘qituvchisi

PREDIKATLAR HAQIDA AYRIM MULOHAZALAR

Ushbu maqolada “Diskret matematika va matematik mantiq” fani asosiy bo‘limlaridan biri Predikatlar mantiqiga bag‘ishlangan bo‘lib, mavzu materiali elementar misol va tushunchalar yordamida oson va qiziqarli qilib yoritilgan. Predikatlar ustida logik amallar chizma, rasmlar orqali tushuntirilgan. Kvantorli amallar - umumiylik va mavjudlik kvantorlari ta’riflangan hamda unga doir misollar bajarilgan.

Kalit so‘zlar: *predikat, logik amallar, predikatlar logikasi, kvantorlar, umumiylik va mavjudlik kvantorlari.*

Данная статья посвящена логике предикатов, одному из основных разделов предмета “Дискретная математика и математическая логика”, материал темы раскрывается простым языком, с использованием элементарных примеров и понятий. Логические операции над предикатами разъясняются рисунками, картинками. Описаны кванторные операции - кванторы общности и существования, приведены примеры.

Ключевые слова: *предикаты, логические операции, логика предикатов, кванторы, общность и кванторы существование.*

This article is devoted to the logic of predicates, one of the main sections of the subject “Discrete mathematics and mathematical logic”, the material of the topic is revealed easily and interestingly using elementary examples and concepts. Logical operations on predicates are illustrated by figures and pictures. Quantum operations are described - quantifiers of generality and existence, examples are given.

Key words: *predicates, logical operations, predicate logic, quantifiers, generality and existence quantifiers.*

Kirish. Yuksak malakali mutaxassislar taraqqiyot omili ekanligini qalban anglagan holda, ham jismoniy, ham aqliy mehnatga layoqatli xalq xo‘jaligida, ijtimoiy va iqtisodiy hayotning turli jabhalarida samarali faoliyat ko‘rsatishga qodir muhandis-pedagoglarni tayyorlash davrimizning ustuvor vazifalaridan biri deb qaralmoqda. Zamonaviy ta’limni tashkil etishga qo‘yiladigan muhim talablardan biri ortiqcha ruhiy va jismoniy kuch sarf etmay, qisqa vaqt ichida yuksak natijalarga erishishdir. Qisqa vaqt orasida muayyan nazariy bilimlarni o‘quvchilarga yetkazib berish asosida ma’lum faoliyat ko‘nikma va malakalarni shakllantirish, faoliyatini nazorat qilish, ular tomonidan egallangan nazariy va amaliy bilimlar darajasini baholash o‘qituvchidan yuksak pedagogik mahoratni, ta’lim jarayoniga nisbatan yangicha yondashuvni talab etadi [1,3].

Asosiy qism. Predikat haqida tushuncha. Matematika va boshqa fanlarda fikrlar bilan bir qatorda grammatik jihatdan fikrlar formasida, lekin predmet o‘zgaruvchilar (yoki argumentlar) deb ataladigan o‘zgaruvchilarni o‘z ichiga oladigan ifodalarga duch kelamiz. Masalan, “x - tub son” degan gap fikr emas, lekin undagi x simvolni konkret qiymat - konkret o‘zgarmas bilan almashtirilgandan so‘ng bu gap fikrga aylanadi. Yuqorida biz “x - tub son” tipidagi ifodalarni fikriy formalar (yoki predikatlar) deb atalishi bizga ma’lum. **Predikat** deb, “U to‘plamga tegishli x element $p(x)$ xossaga ega” ko‘rinishidagi da’volarni ataymiz.

Predmetlar o‘zgaruvchilar soniga bog‘liq ravishda bir o‘rinli, ikki o‘rinli, ... n o‘rinli predikatlar qaraladi.

Masalan, $x = 5$ haqiqiy sonlar to‘plamida aniqlangan bir o‘rinli predikatdir, $x^2 \leq y$ esa shu to‘plamda aniqlangan ikki o‘rinli predikatdir.

Fikrlar logikasiga o‘xshash qilib, aynan chin va aynan yolg‘on predikatlar bir-biridan farq qilinadi (ularning aniqlanishi ularning nomlaridan ham tushunarli).

$(x-y)(x+y) = x^2 - y^2$ predikat haqiqiy sonlar to‘plamida aynan chindir, $x + 1 = x$ predikat esa o‘sha to‘plamda aynan yolg‘ondir [1, 3].

To‘plamning berilish usullaridan biri, ma’lumki, uning barcha elementlarini va faqat shu elementlarini xarakterlaydigan alomatini ko‘rsatishdan iborat edi. Sonlar o‘qining biror intervaliga tegishli haqiqiy sonlar to‘plami, masalan, $M = \{x|5 < x < 7\}$; doirani tashkil qiladigan nuqtalar to‘plami (tekislikning aylana bilan chegaralangan nuqtalari va aylananing o‘zining nuqtalari to‘plami): o‘g‘il bolalar – maktab matematika to‘garagi a’zolari to‘plami va hokazolar ana shunday berilar edi. Ko‘rish qiyin emaski, to‘plamlarni bunday berish (tavsifiy) usulida biz biror U (universal to‘plam deb ataladi) to‘plamning (haqiqiy sonlar to‘plami, tekislik nuqtalari to‘plami, o‘g‘il bolalar – maktab o‘quvchilari to‘plami va hokazo) elementlariga taalluqli bo‘lgan biror da’volarni (predikatlarni)ni ta’riflaymiz, U to‘plamning berilgan talabni qanoatlantiradigan (uni chin fikrga aylantiradigan) elementlarini tanlab olamiz. Shunday qilib, har bir predikatga U to‘plamning biror qism-to‘plami mos keladiki, bu qism to‘plamning elementlari uchun bu fikr chindir:

$$M = \{x \in U \,|p(x) = 1\}$$

bu qism-to‘plam *predikatning chinlik to‘plami* deyiladi. Ma’lumki, berilgan predikatning chinlik to‘plami bo‘sh bo‘lishi ham mumkin (aynan yolg‘on predikat bo‘lgan holda) yoki U to‘plam bilan ustma-ust tushishi mumkin (aynan chin predikat bo‘lgan holda).

Agar ikki predikat bitta U to‘plamda aniqlangan va ularning chinlik to‘plamlari (M_1) va (M_2) ustma-ust tushsa, bu predikatlar *ekvivalent* deb ataladi.

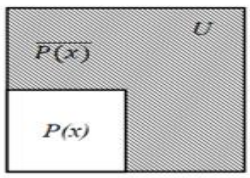
Masalan, $3x - 6 = 0$ ва $3x = 6$ predikatlar ekvivalentdir, chunki $M_1 = \{2\}$ va $M_2 = \{2\}$ shu bilan birga bu ikkala predikat bitta U to‘plamda (haqiqiy sonlar to‘plamida) aniqlangan.

$3x - 6 = 0$ ва $x^2 - 5x + 6 = 0$ predikatlar ekvivalent emas, chunki $M_1 = \{2\}$, $M_2 = \{2; 3\}$; bu yerda $M_1 \neq M_2$.

Predikatlar ustida logik amallar. Predikatlar ustidagi eng sodda amallar (fikrlar ustidagi amallar kabi) inkor, konyunksiya, dizyunksiya, implikatsiya, ekvivalentlik bo‘lib, ular bizga ma’lum simvollar bilan belgilanadi. Bunda bu amallarni bajarish jarayonida predikatlarning mazmunini e’tiborga olmasdan, bu predikatlarni ularning qiymatlari nuqtai nazaridan qaraladi (ya’ni ekvivalent predikatlar bir-biridan farq qilinmaydi). Predikatlar ustidagi logik amallarning ta’riflari bu amallarning fikrlar ustidagi ta’riflariga o‘xshashdir.

Masalan U to‘plamda aniqlangan $p(x)$ predikatning inkori deb, o‘sha to‘plamda aniqlangan va $p(x)$ predikat 0 qiymat (yolg‘on) qabul qiladigan x larda va faqat shu x larda 1 (chin) qiymat qabul qiladigan $p(x)$ predikatga aytiladi.

$p(x)$ predikatning chinlik to‘plami $p(x)$ predikatning U to‘plamgacha to‘ldirmasidan iborat bo‘ladi (1-chizma). Bu xossani predikat inkorini ta’rifi sifatida qabul qilish mumkin. Masalan, haqiqiy sonlar to‘plamida aniqlangan $x > 2$ predikat uchun uning inkori o‘sha to‘plamda aniqlangan $x \leq 2$ predikat bo‘ladi. $\sqrt{3}$ soni $x > 2$ predikat qanoatlantirmaydi, uning inkorini esa qanoatlantiradi. Bu xossani predikat inkorini ta’rifi sifatida qabul qilish mumkin. Masalan, haqiqiy sonlar to‘plamida aniqlangan $x > 2$ predikat uchun uning inkori o‘sha to‘plamda aniqlangan $x \leq 2$ predikat bo‘ladi. $\sqrt{3}$ soni $x > 2$ predikat qanoatlantirmaydi, uning inkorini esa qanoatlantiradi.



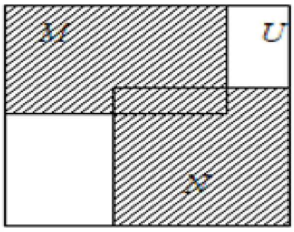
(1-чизма)

Predikatning inkorini tuza olish malakasidan matematikada ko‘p foydalaniladi. Masalan, “$y = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$ funksiyaning aniqlanish sohasini toping”, -degan masalani yechishda biz $x^2 - 5x + 6 \neq 0$ tengsizlikni yechish o‘rniga $x^2 - 5x + 6 = 0$ tenglamani yechamiz va natijada, $x = 2$ va $x = 3$ ni hosil qilganimizdan so‘ng, uning inkorini olamiz: $x \neq 2$, $x \neq 3$.

Predikatlar ustidagi qolgan logik amallar ham shunga o‘xshash aniqlanadi. Bu amallarning hammasi fikrlar logikasidagi ma’nosini saqlab qoladi. To‘g‘ri, bu yerda chinlik jadvallarini tuzish yoki mumkin emas (predikatlarning aniqlanish sohalari cheksiz bo‘lsa), yoki juda murakkabdir. Biz bu yerda amallarni to‘plamlar tilida talqin etilishiga doir ba’zi izohlar berish va maktab matematika kursidan ayrim misollar keltirish bilan cheklanamiz.

M orqali $p(x)$ predikatning chinlik to‘plamini, N orqali esa $Q(x)$ predikatning chinlik to‘plamini belgilaymiz. U holda $p(x) \vee Q(x)$ dizyunksiyaning chinlik to‘plami $M \cup N$ to‘plami bo‘ladi (2-chizma*)*.

Ikki fikrning dizyunksiyasiga biz, masalan $x^2 - 8x + 15 > 0$ tengsizlikni yechishda duch kelamiz. Yechish natijasida $x > 5$ yoki $x < 3$ qiymatlarni hosil qilib, biz mazkur tengsizlikning yechimini uzil-kesil dizyunksiya ko‘rinishida hosil qilamiz: $(x < 3) \vee (x > 5)$



(2-чизма)

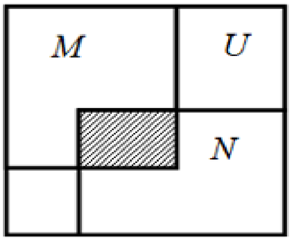
Predikatlar dizyunksiyasiga to‘plamlarni birlashtirish amali mos kelishini bu misol yaqqol ko‘rsatib turibdi.

Bizning misolda

$$M = \{x \in R | (x < 3) \vee (x > 5)\}$$

to‘plam $A = \{x \in R | x < 3\}$ va $B = \{x \in R | x > 5\}$ to‘plamlarning birlashmasidan iboratdir [6, 8].

Ikki predikatning konyunksiyasi $P(x) \wedge Q(x)$ ga chinlik to‘plami $M \cap N$ mos keladi *(3-chizma).*



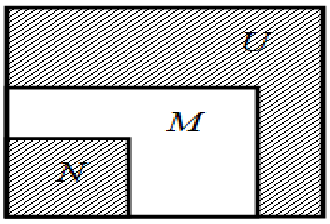
(3-чизма)

Ikki predikatning konyunksiyasiga biz, masalan, $x^2 - 8x + 15 < 0$ tengsizlikni yechishda duch kelamiz. Tengsizlikni yechish natijasida $x > 3$ va $x < 5$ qiymatlarni hosil qilib, tengsizlikning uzil-kesil yechimini konyunksiya ko‘rinishida hosil qilamiz: $(x > 3) \wedge (x < 5)$.

Ikki fikrning konyunksiyasiga to‘plamlarning kesishma amali mos kelishini bu misol yaqqol ko‘rsatib turibdi. Bizning misolda $M = \{x \in R | 3 \wedge x < 5\}$ to‘plam $A = \{x \in R | x > 3\}$ va $B = \{x \in R | x < 5\}$ to‘plamlarning kesishmasidan iboratdir.

Ikki predikatning implikatsiyasi $P(x) => Q(x)$ implikatsiyaning chinlik to‘plami $U \backslash (M|N)$ mos keladi *(4-chizma).*

Agar $P(x) => Q(x)$ implikatsiyaning chinlik to‘plamlari M va N uchun $M \subset N$ bo‘lsa *(5-chizma),* u holda $P(x)$ dan $Q(x)$ logik kelib chiqadi, yoki xuddi shuning o‘zi $P(x)$ va $Q(x)$ orasida *logik kelib chiqish munosabati* o‘rinli deyiladi.



(4-chizma) *(5-chizma)*

5-chizmadan, shuningdek, logik kelib chiqish aynan chin predikat ekanligi kelib chiqadi (uning chinlik to‘plami U to‘plamdir).

Yana misolga murojat qilaylik. Ushbu implikatsiyani qaraymiz:

$$x - 3 = 0 => 2x = 8$$

Bu yerda $M = \{3\}, N = \{4\}, M \backslash N = \{3\} \backslash \{4\} = \{3\}$ bo‘lgani uchun

$$U \backslash (M \backslash N) = \{x \in R / x \neq 3\}.$$

To‘plam berilgan implikatsiyaning chinlik to‘plamidir. Haqiqatdan ham, $x = 3$ bo‘lsa, u holda ushbu fikrlar implikatsiyasiga egamiz:

$$3 - 3 = 0 => 6 = 8.$$

Bu implikatsiya yolg’on; agar $x = 5$ $(x \neq 3)$ bo‘lsa, u holda ushbu implikatsiyaga: $5 - 3 = 0 => 10 = 8$ (bu implikatsiya chin); agar $x = 4$ $(4 \neq 3)$ bo‘lsa, u holda ushbuga egamiz: $4 - 3 = 0 => 8 = 8$ (bu implikatsiya chin).

Masalan, $(x - 1 = 3) => [(x - 1)^2 = 9]$ implikatsiyani ko‘rib chiqish bilan $(x - 1)^2 = 9$ predikat $x - 1 = 3$ predikatning (tenglamaning) logic natijasi ekanligini osongina aniqlay olamiz:

Bu yerda $M = \{4\}, N = \{-2{,}4\}, M \subset N$.

Nihoyat, predikatlar ekvivalentligi $P(x) <=> Q(x)$ uchun ularning chinlik to‘plamlari ustma-ust tushishi, ya’ni $M = N$ bo‘lishi lozim (ikkala to‘plam bo‘sh bo‘lishi ham mumkin).

Masalan: $4x - 2 = 6 <=> x - 2 = 0$ $\frac{1}{x} = 0 <=> x + 1 = x$.

Kvantorlar. Predikatlar logikasida fikrlarga tatbiq etib bo‘lmaydigan muhim amal - kvantorlar kiritish amali mavjud. Bu amalni predikatlarga tatbiq etish natijasida yoki yana predikatlar hosil bo‘lishi, yoki fikrlar hosil bo‘lishi mumkin.

Bu amalning formalaridan biri ma’no jihatidan biz “barcha”, “istalgan”, “har bir” so‘zlaridan tushunadigan ma’noga, ikkinchisi esa “mavjud”, “ba’zi bir”, “biror” so‘zlari ma’nosiga muvofiq keladi.

1) $P(x)$ biror predikat bo‘lsin. Bunday fikr tuzaylik: “Barcha x lar $P(x)$ xossaga ega”; u simvolik yoziladi: $(\forall x \epsilon U)P(x)$ yoki oddiygina qilib $\forall x P(x)$, bunday o‘qiladi: barcha $x$lar uchun $P(x)$ bajariladi.

Amal simvoli $\forall$ *umumiylik kvantori* deb ataladi. $\forall x P(x)$ fikr umumiylik kvantori ma’nosiga muvofiq ravishda, $P(x)$ predikat aynan chin bo‘lgan holdan tashqari doimo (barcha $P(x)$ predikatlar uchun) *yolg’ondir*.

Masalan, agar U haqiqiy sonlar to‘plami bo‘lsa, u holda $x^2 \geq 0$ predikat bu to‘plamda aynan chin, $x^2 + 1 = 0$ predikat esa aynan yolg‘on bo‘ladi. Shu sababli $(\forall x \epsilon R) x^2 \geq 0$ chin fikr, $(\forall x \epsilon R) x^2 + 1 = 0$ esa yolg’on fikrdir.

2) endi bunday fikr tuzaylik: “$P(x)$ xossaga ega bo‘lgan x mavjud”. Bu fikr simvolik bunday yoziladi: $\exists (x \epsilon U) P(x)$ yoki oddiygina $\exists x P(x)$ bunday o‘qiladi: ba’zi x lar uchun $P(x)$ bajariladi.

Amal simvoli $\exists$ *mavjudlik kvantori* deyiladi. $\exists x P(x)$ fikr, mavjudlik kvantorining ma’nosiga muvofiq, $P(x)$ - aynan yolg‘on bo‘lgan holatdan tashqari (istalgan $P(x)$ predikatlar uchun) chin.

Masalan, agar U haqiqiy sonlar to‘plami bo‘lsa, u holda $x^2 < 0$ predikatga $\exists$ kvantori kiritish $(\exists x \epsilon R) x^2 < 0$ fikrni hosil qiladi. Bu fikr yolg‘ondir [9, 10].

O‘quv moduli doirasida tinglovchilar innovatsion ta’lim texnologiyalarining mohiyati, muhim asoslari bilan tanishadi, kasbiy faoliyatda pedagogik texnologiyalarni samarali, maqsadli qo‘llash malakalariga ega bo‘ladi, ta’lim jarayonini oqilona loyihalashtirishga doir tajribalarini yanada boyitadi. Shuningdek, tinglovchilar pedagogik innovatsiyalarni asoslash, yaratish va amaliyotga samarali tadbiq etish yo‘llaridan xabaror bo‘ladi, innovatsion xarakterga ega mualliflik dasturlarini ishlab chiqish malakalarini muvaffaqiyatli o‘zlashtiradi. Bu esa o‘z navbatida o‘qitish jarayonida talabalarning faolliklarini ta’minlash, ta’lim sifatini yaxshilash, samaradorlikni oshirishda muhim ahamiyat kasb etadi.

Xulosa. Diskret matematika va matematik mantiq fanining “Predikatlar va ular ustida logik amallar” mavzusini o‘qitishda talabalarga qiziqarli, sodda ma’lumot orqali yoritilgan bo‘lib, [4, 7] ishlarda ushbu fan mavzularini ayrim interfaol metodlar yordamida o‘qitish bo‘yicha metodik tavsiyalar berilgan. Maqolada keltirilgan ilg‘or pedagogik texnologiyalarning tahlili shuni ko‘rsatadiki, bayon qilingan usullarni matematikaning boshqa sohalarida ham qo‘llanilishi ijobiy natijalar beradi. Bunga misol sifatida [8, 15] ilmiy izlanishlarni keltirish mumkin.

Adabiyotlar

1. Марданова Ф.Я. Использование научного наследия великих предков на уроках математики // Проблемы педагогики 51:6 (2020), С. 40-43.
2. Шарипова И.Ф., Марданова Ф.Я. Преимущества работы в малых группах при изучении темы первообразной функции // Проблемы педагогики. 50:5 (2020), с. 29-32.
3. Mardanova F.Ya., Rasulov T.H. Advantages and disadbantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy. 55:4 (2020), p. 65-68.
4. Умарова У.У. Применение триз технологии к теме “Нормальные формы для формул алгебры высказываний” // Наука, техника и образование. 73:9 (2020), с. 32-35.
5. Умарова У.У. Роль современных интерактивных методов в изучении темы “Множества и операции над ними” // Вестник науки и образования. 94:16-2 (2020), с. 21-24.
6. Умарова У.У. Отамуродов Ф.Р. Алгоритм работы с приёмом «Корзина идей» и применение к теме “Полином жегалкина” // Наука, техника и образование. 77:2 (2021),
7. Umarova U.U., Sharipova M.Sh. “Bul funksiyalari” bobini o‘qitishda “6x6x6” va “Charxpalak” metodi. Scientific progress, 2:1 (2021), p. 786-793.
8. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar bo‘limini o‘qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress. 2:1 (2021), 559-567 b.
9. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) с.29-32.
10. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках //Проблемы педагогики, 53:2 (2021), с. 7-10.
11. Расулов Х.Р., Собиров С.Ж Модуль қатнашган баъзи тенглама, тенгсизлик ва тенгламалар системаларини ечиш йўллари //Science and education. Scientific journal. 2:9 (2021), p. 7-20.
12. Курбонов Г.Г., Зокирова Г.М., Проектирование компьютерно-образовательных технологий в обучении аналитической геометрии. Science and education. 2:8(2021), p. 505-513.
13. Rashidov A.Sh. Development of creative and working with information competences of students in mathematics. European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences, 8:7 (2020), Part II, p. 10-15.
14. Ахмедов О.С. Актуальные задачи в предметной подготовке учителя математики. Scientific progress. 2:4 (2021), p.516-522.
15. Mardanova F.Y., Rasulov T.H. Advantages and disadvantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy, 55:4 (2020), p. 65-68.

Shuhrat JO‘RAYEV
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi o‘qituvchisi

Gavhar SAIDOVA
Buxoro davlat universiteti
boshlang’ich ta’lim metodikasi kafedrasi
o‘qituvchisi

BOSHLANG’ICH SINF O‘QUVCHILARINI SODDA ARIFMETIK MASALALAR YECHISHGA O‘RGATISH

Maqolada boshlang’ich sinf o‘quvchilariga sodda arifmetik masalalarni yechishga o‘rgatish, uning vazifalari, yo‘llari, usullari to‘g’risida fikr yuritilgan. Masalalar, asosan, sonlar va tushunchalar asosida ijtimoiy hayotdan real voqea va hodisalarga asoslangan holda amalga oshiriladi. Sodda arifmetik masalalarni yechishda soddadan murakkabga o‘tish tamoyili asosida ma’lum bir tizim bo‘yicha, o‘quvchilarning qobiliyatiga ko‘ra bajariladi.

***Kalit so‘zlar:** sodda, arifmetik masala, qo‘shish, ayirish, bosqich, guruhlash,*
oddiy, murakkab, amallar, taqqoslash, umumlashtirish.

В статье рассматривается обучение учащихся начальной школы решению простых арифметических задач, способы и средства ее решения. Задачи решаются в основном на основе чисел и концепций, основанных на реальных событиях и событиях в общественной жизни.

***Ключевые слова:** простое, арифметическая задача, сложение, вычитание, этап, группировка, простое, сложное, операции, сравнение, обобщение.*

The article discusses teaching elementary school students to solve simple arithmetic problems, methods and means of solving it. Problems are solved mainly on the basis of numbers and concepts based on real events and events in public life.

***Key words:** simple, arithmetic problem, addition, subtraction, stage, grouping, simple, complex, operations, comparison, generalization.*

Kirish. Boshlang’ich sinf o‘quvchilariga matematika darsligidagi arifmetik masalalar va ularning yechimlarini topish haqidagi ma’lumotlarni biz 1-sinfdan boshlab o‘rgatishimiz, ulardagi bilish va fikrlash qobiliyatini o‘stirib borish juda ham muhim. Masala yechishga o‘rgatishning muhimligi shundan iboratki, o‘qituvchi o‘zining asosiy e’tiborini matnli masalalar mazmunini matematika tiliga ko‘chirishga qaratmog’i lozim. Avvalo, mukammal matematik tushunchalani shakllantirish, ularning dasturda belgilab berilgan nazariy bilimlarni o‘zlashtirishlarida favqulodda muhim ahamiyatga ega. Masalan, biz o‘quvchilarda qo‘shish haqida to‘g’ri tushuncha shakllantirishni xohlasak, buning uchun bolalar yig’indini topishga doir yetarli miqdorda sodda masalalarni deyarli har gal to‘plamlarni birlashtirish amalini bajarib borishi lozim. 1-sinfda bir va ikki amalli masalalar o‘rgatiladi. Masalalar yechishdagi hisoblash ishlari sonli masalalarni yechish malakalarini shakllantirishni mashq qilishga nisbatan kamroq vaqtni talab qiladi.

Masalalalarni yechishning jadval usuli, masalalar va ularni taqqoslash ikkinchi sinfda o‘rgatiladi. Bu davrda o‘quvchilarning fikrlash doirasi yanada kengayadi, ularni jadvalga qarab masala tuzishga, o‘zaro teskari sodda masalalar tuzishga va ularni taqqoslashga undaladi. Sodda masalalar o‘quvchilarga matematik munosabatlar bilan tanishtirishning muhim vositalaridan biri bo‘lib xizmat qiladi. Sodda masalalardan ulushlar, qator geometrik tushunchalar va algebra elementlarini o‘rganishda ham foydalaniladi. Sodda masalalar o‘quvchilarda murakkab masalalarni yechish uchun zarur bo‘ladigan bilim, malaka va ko‘nikmalarni tarkib toptirish uchun asos bo‘lib xizmat qiladi

Asosiy qism. Boshlang’ich sinflar uchun matematika dasturida bolalarni masala yechishga o‘rgatishga katta ahamiyat bergan. Bu dasturda bolalarga masalani yechishda ular oldindan o‘rgangan arifmetik amallarning xossalaridan foydalanishi va o‘zlariga ma’lum bo‘lgan usullardan eng ratsionalini tanlay olishga o‘rgatish zarurligi ta’kidlangan. Shunday qilib, masala yechish uchun berilgan sonlar va izlanayotgan son orasidagi qator bog’lanishlarni aniqlash va ularga muvofiq ravishda arifmetik amallarni tanlash, so‘ngra bu amallarni bajarish zarur. Shuning uchun boshlang’ich sinflarda matematikadan sodda masalalarni yechishda quyidagi vazifalarga diqqatni jalb etish lozim.

1. Boshlang’ich sinflarda zamonaviy texnologiyalar asosida matematika darslarini tashkil etish .
2. Matematika darslarida zamonaviy pedagogik texnologiyalarni tashkil etishda obyektiv va subyektiv omillarni inobatga olish.
3. Matematika darslarini zamonaviy texnologiyalar asosida tashkil etishga xizmat qiluvchi maqbul shakl, metod va vositalarni belgilash.
4. Boshlang’ich sinf matematika darslarini ta’limning zamonaziy interfaol metodlari asosida tashkil etishda maxsus metodlar asosida ularning fikrlash qobiliyatini o‘stirish.

Turmushda sonlar bilan bog’liq bo‘lgan cheksiz ko‘p hayotiy vaziyatlar vujudga keladiki, bu sonlar ustida turli arifmetik amallar bajarish talab qilinadi. Yechilishi uchun bitta arifmetik amal bajarilishi zarur bo‘lgan masala *sodda masala* deyiladi.

Bular quyidagilardir:

1. Yosh tabiatshunoslarga 15 tup olma ko‘chati va 10 tup olxo‘ri ko‘chati ajratildi. Yosh tabiatshunoslarga qancha ko’chat ajratilgan?

2. Yengil mashina yo‘lda 4 soat bo‘ldi va soatiga 56 km tezlik bilan yurdi. Mashina qancha masofani bosib o‘tdi?

3. Do‘konda 2 bo‘lak chit sotildi. Birinchi bo‘lak uchun 180 so‘m, ikknchi bo‘lak uchun ikki marta ko‘p pul berishdi, ikkinchi bo‘lak uchun qancha pul berishgan?

Ta’lim maqsadlarida ko‘pincha abstrakt vaziyatlardan foydalaniladi va muhim masalalar deb ataluvchi masala hosil qilinadi. Masalan: 8 ni hosil qilish uchun 12 dan qaysi sonni ayirish kerak? Biz ko‘p marta arifmetik masalalarni ko’rib chiqdik. Ularda qanday umumiylik bor?

Avvalo, har bir masala berilgan va noma’lum sonlarni o‘z ichiga oladi. Masaladagi son to‘plamlar sonini yoki miqdorlarning qiymatini xarakterlaydi, munosasbatlarini ifodalaydi yoki berilgan mavhum sonlar bo‘ladi. Masalan 1-masalada 15 soni olma ko‘chatlari to‘plamining sonini xaraterlaydi. 2-masalada 56 soni miqdor uzunlikning qiymatidir. 3-masalada 2 soni ikki sonning munosabatini 2- va 1-bo‘lakdagi chitning bahosini ifodalaydi. 4-masalada 12, 8 mavhum sonlar berilgan bo‘lib, bular mos ravishda kamayuvchi va ayirmadir. Har bir masalada shart va savol bo‘ladi. Masala shartida berilgan sonlar orasidagi va berilgan sonlar bilan izlanayotgan sonlar orasidagi bog’lanish ko‘rsatiladi, bu bog’lanishlar tegishli arifmetik amallarni tanlashni belgilab beradi. Savol esa qaysi son izlanayotgan son ekanligini bildiradi.

Masalan, 2-masalaning sharti: yengil mashina yo‘lda 4 soat bo‘ldi va soatiga 56 km tezlik bilan bosib o‘tdi? Masalani yechish bu masala shartida berilgan sonlar va izlanayotgan son orasidagi bog’lanishni ochib berish va bu asosda arifmetik amallarni tanlash, keyin esa ularni bajarish hamda masala savoliga javob berish demakdir.

Yuqorida keltirilgan masalaning yechilishini ko‘ramiz. 1-masala sharti olma va olxo‘ri ko‘chatlari to‘plamlar birlashmasi amalini aniqlaydi. Masala savoli mazkur to‘plamlar birlashmasi amali masala yechilishi uchun zarur bo‘lgan berilgan sonlarni qo‘shish amaliga mos keladi. 15+10=25 masala savoliga javob: yosh tabiatshunoslarga 25 tup ko‘chat ajratilgan.

2-masala shartidan mashinaning tezligi va uning harakaty vaqti ma’lum. Mashina bosib o‘tgan yo‘lni topish talab etiladi. Bu kattaliklar orasidagi mavjud bog’lanishdan foydalanib masalani yechamiz: 56*4=224 masala savoliga javob: mashina 224 km yo‘l bosgan.

3-masalani yechishimiz uchun 2 marta ko‘p ifodaning ma’nosini bilishdan foydalaniladi. 180*2=360 masala savoliga javob: 2-bo‘lak 36 so‘m turadi.

Ko‘rib turibmizki, hayotiy vaziyatdan arifmetik amallarga o‘tish turli masalalarda berilgan sonlar va izlanayotgan son orasidagi turli bog’lanishlar bilan belgilanar ekan.

Masalalarning turlari haqidagi masalaga to‘xtalamiz: hamma arifmetik masalalar ularni yechish uchun bajariladigan amallar soniga qarab sodda va nurakkab masalalarga bo‘linadi. Yechilishi uchun bitta arifmetik amal bajarilishi zarur bo‘lgan masala sodda masala deyiladi. Yechilishi uchun bir-biri bilan bog’liq bo‘gan bir nechta ular bir xil amal bo‘lishidan qat’iy nazar amaliy bajarish zarur bo‘lgan masala murakkab masaladir.

Sodda masalalarni qanday amal yordamida yechilishiga qarab (qo‘shish, ayirish, ko‘paytirish, bo‘lish bilan yechiladigan sodda masalalar) yoki ularning yechilishi davomida shakllantiriladigan tushunchalarga bog’liq ravishda turlarga ajratish mumkin.

Masala yechish jarayonining o‘zi o‘quvchilarning aqliy rivojlanishiga ijobiy ta’sir ko‘rsatadi, chunki u aqliy operatsiyalarni analiz va sintez, konkretlashtirish va abstraklashtirish, taqqoslashi, umumlashtirilishi talab etiladi. Masalan, o‘quvchi istalgan masalani yechayotganida analiz qiladi, savolni masala shartida ajratadi, yechish planini tuzayotganida sintez qiladi, bunda konkretlashtirishdan (masala shartini hayolan chizadi) so‘ngra abstraklashdan foydalanadi (konkret situatsiyadan kelib chiqib arifmetik amalni tanlaydi) biror bir turdagi masalalarni ko‘p marta yechish natijasida o‘quvchi bu turdagi masalalarda berilgan va izlanayotgan sonlar orasidagi bog’lanishlar haqidagi bilimni umumlashtiradi, buning natijasida bu turdagi masalalarni yechish usuli umumlashtiriladi.

O‘quvchilarni masala yechishga o‘rgatish - bu berilgan va izlanayotgan sonlar orasidagi bog’lanishni aniqlash va buning asosida arifmetik amallarni bajarishni o‘rganish demakdir.

Muhokamalar va natijalar. Masala yechishda o‘quvchilar egallashi lozim bo‘lgan markaziy masala berilgan sonlar va izlanayotgan son orasidagi bog’lanishni o‘zlashtirishdir. Bolalarning masalalar yecha olish uquvlari va bu bog’lanishlarni qanchalik yaxshi o‘zlashtirganliklariga bog’liqdir. Shuni hisobga olgan holda boshlang’ich sinflarda yechilishi berilgan sonlari va noma’lumlar orasidagi bir xil bog’lanishlarga asoslangan konkret, mazmuni va soni berilganlari bilan esa farq qiluvchi masalalar guruhi bilan ish ko‘riladi. Bunday masalalar guruh bir turdagi masalalar deb ataymiz.

Masalani yechishga o‘rgatishning asosiy bosqichlarini o‘rgatishda masalalar yechish jarayonida quyidagi bosqichlarga rioya qilish maqsadga muvofiqdir.

1. Masala mazmuni bilan tanishtirish.
2. Masala yechimini izlash.
3. Masalani yechish.
4. Masala yechimini tekshirish.

Ajratilgan etaplar bir-biri bilan uzviy bog’langan va bu bosqichning har bir etapida ish, asosan, o‘qituvchining rahbarligida olib boriladi.

Har bir etapda ishlash metodikasini batafsil ko‘rib chiqamiz.

1. Masala mazmuni bilan tanishtirish. Masala mazmuni bilan tanishtirish uni o‘qib, masalada aks ettirilgan hayotiy vaziyatni ko‘z oldiga keltirish demakdir. Masalani odatda bolalar o‘qiydilar.

Masala matni bolalarda bo‘lmagan taqdirda yoki ular hali o‘qishni bilamagan holda, masalani o‘qituvchi o‘qiydi. Bolalarni masalani to‘g’ri o‘qishga o‘rgatish juda muhimdir. Amalni tanlashni belgilab beradigan “bor edi”, “jo‘nab ketdi”, “qoldi”, “baravardan bo‘ldi” kabi so‘zlarga va sonli ma’lumotlarga urg’u berib o‘qish masala savolini intonatsiya bilan ajratib o‘qish. Agar masala matnida tushunarsiz so‘zlar uchrasa ularni tushuntirish yoki masalada gap ketayotgan predmetni, masalan, buldozer, o‘rish mashinasi va hokazoni ko‘rsatish mumkin.

Masalani bolalar bir-ikki marta, ba'zan bir necha marta o‘qiydilar, biroq masalani bitta o‘qiganda esda qolishga ularni asta-sekin o‘rgatib borish kerak, chunki bu holda ular masalani ko‘proq diqqat bilan o‘qiydilar.

Masalani o‘qiganda, bolalar masalada aks ettirilgan hayotiy vaziyatni tasavvur qila olishlari lozim. Shu maqsadda bolalar masalani o‘qib bo‘lishganidan keyin masalada nima to‘g’risida gap ketayotganini tasavvur qilib ko‘rishlari va hikoya qilib berishlarini taklif qilish maqsadga muvofiq bo‘ladi.

2. Masala yechimini izlash. Masala mazmuni bilan tanishgandan so‘ng uning yechimini izlashga o‘tish mumkin o‘quvchilar masalaga kirgan kattaliklar, berilgan sonlar va izlanayotgan sonni ajratib ko‘rsatishlari, berilgan sonlar va izlanayotgan son orasidagi bog’lanishni aniqlashlari va buning asosida tegishli arifmetik amalni tanlashlari kerak.

O‘quvchilar masala yechimini og’zaki yoki yozma ravishda bajarishi mumkin. Og’zaki yechishda tegishli arifmetik amallar, tushuntirishlar og’zaki bajariladi. Boshlang’ich sinflarda yechiladigan masalalarning deyarli yarmi og’zaki bajarilishi kerak. Bunda bolalarni bajarilayotgan masalalarning deyarli amallarga doir to‘g’ri va qisqa tushuntirishlar berishga o‘rgatish kerak.

Xulosa. Boshlang’ich sinf o‘quvchilarini sodda arifmetik masalalarni yechishga o‘rgatish orqali ularning matematik tushunchalarini hamda tasavvurlarini kengaytirishga erishish mumkin [1, 8].

Adabiyotlar

1. Alixonov S. Boshlang’ich sinflarda matematika o‘qitish metodikasi // Maruzalar to‘plami. – Namangan, 2010-yil
2. Jumayev M.E. Matematika o‘qitish metodikasidan praktikum. -Toshkent: “O‘qituvchi”, 2004. -328 bet.
3. Jumayev M.E., Tadjiyeva Z. Boshlang’ich sinflarda matematika o‘qitish metodikasi. -Toshkent: “Fan va texnologiya”, 2005. -312 bet.
4. Jumayev M. Boshlang’ich sinflarda matematika o‘qitish metodikasidan labaratoriya mashg’ulotlari. -Toshkent: “Yangi asr avlodi”, 2006. -256- bet.
5. Levenberg L.Sh., Axmadjonov L.G. Boshlang’ich sinflarda matematika o‘qitish metodikasi. – Toshkent: “O‘qituvchi”, 1985-yil.
6. Saidova G. E. The situation of free choice in mathematics lessons in primary school // Bulletin of science and education. - 2019. - No. 7-3 (61).
7. Sayfullaeva N.B., Saidova G.E. Improving the effectiveness of classes using interactive methods in primary education // Scientific journal. - 2019.
8. Saidova G.E. Sanokulova S.F. Efficiency of using the technology of didactic game education in primary grades // European research. - 2020. 118-120.

Anvarjon RASHIDOV
Buxoro davlat universiteti
tayanch doktoranti

YOSHLAR INTELLEKTUAL KAMOLOTIDA IJODIY TAFAKKUR VA KREATIVLIKNING O‘RNI

Maqola o‘quv jarayonlarida muammoli ta’lim texnologiyalarini tashkil etish va boshqarish, muammoli ta’lim usullari - o‘quvchilarning muammoni to‘liq tushunib yetishiga erishish, ularni hal eta olishga o‘rgatish, ijodiy tafakkuri va ijodiy qobiliyatlarini o‘stirishga bag’ishlangan.

Kalit so‘zlar: *ijodiy tafakkur, kreativlik, ijodiy jarayon, ijodiy salohiyat.*

Статья посвящена организацию и управление проблемными технологиями обучения, проблемными методами обучения – как достижению студентами полного понимания проблемы, обучения их решению, развитию творческого мышления и творческих способностей.

Ключевые слова: *творческое мышление, творчество, творческий процесс, творческий потенциал.*

The organization and management of problem-based learning technologies in the learning process, problem-based learning methods - to achieve a full understanding of the problem, to teach students to solve them, to develop creative thinking and creative abilities.

Key words: *creative thinking, creativity, creative process, creative potential.*

Kirish. Mamlakatni innovatsion rivojlantirish strategiyasi va mexanizmlari unda yaratilgan intellektual va ilmiy-texnikaviy salohiyatdan samarali foydalanish bilan chambarchas bog’liq bo‘lib, ta’lim tizimi negizida kelajak avlod taqdiri, davlat va xalq manfaatlari mujassam. Har qanday davlatning jahon hamjamiyatida tutgan nufuzi uning intellektual kamoloti bilan belgilanadi. O‘zbekiston Respublikasi Konstitutsiyasining 42-moddasida “Har kimga ilmiy va texnikaviy ijod erkinligi, madaniyat yutuqlaridan foydalanish kafolatlanadi. Davlat jamiyatning madaniy, ilmiy va texnikaviy rivojlanishiga g’amxo‘rlik qiladi” deyilgan. Mamlakat ijtimoiy-iqtisodiy taraqqiyotida iste’dodli, fidoyi ijodkor yoshlar muhim o‘rin tutadi. Yoshlar muammoni o‘rtaga tashlash, uni har tomonlama o‘rganish, muammoning kelib chiqish sabab va oqibatlarini mushohada qilish, muammo ustida mustaqil fikr yuritish, muammoni yechishning turli imkoniyatlarini tahlil qilish va uni yechishning eng maqbul yo‘lini topishga qodir bo‘lishlari uchun ularda ijodiy tafakkur va kreativlikni kamol toptirish muhim ahamiyat kasb etadi [1, 2].

Asosiy qism. Inson ijodning qaysi sohasida faoliyat olib borishidan qat’iy nazar, ijodiy tafakkurga ehtiyoj sezadi. Yuzaga kelgan muayyan savol yoki masalaning yechimini topish jarayonida ijodiy tafakkur namoyon bo‘lib, muammoning yechimi birdan yoki kutilmaganda “yarq” etib paydo bo‘ladi. Bu jarayonda sifat jihatidan yangi moddiy yoki ma’naviy qadriyat yaratiladi. Insonning ijodiy imkoniyati kreativlik, ya’ni yaratuvchanlik, yangi g’oyalarni o‘ylab topishga moyillik va izlanuvchanlikda namoyon bo‘ladi.

Ijodiy jarayon insondan bilim, tajriba va iste’dod bilan birga, shijoat, qat’iyat, chidam, mulohazakorlik, aniqlikni talab etadi. Ijodiy tafakkur va kreativlik mushtarakligi ilmiy muvaffaqiyat garovidir.

Ijodiy tafakkur va kreativlikka to‘sqinlik qiladigan omillar:

1. Ijodiy salohiyatdan ishonchsizlik, muvaffaqiyatsizlikdan qo‘rqish. Bu jarayon ijodkorning hayoli, ijodiy tafakkuri, tashabbuskorligiga xalaqit beradi. Ayrim ijodkorlar g’oyalarini amalga oshirishda sustkashlikka yo‘l qo‘yib, boshlagan ishlarini oxiriga yetkazishmaydi.
2. O‘z-o‘zini tanqid, o‘z ilmiy salohiyatiga past baho berish. Iste’dod bilan o‘z-o‘ziga tanqid o‘rtasida muvozanatning bo‘lishi kerak. O‘z-o‘ziga bahoning pastligi ijodiy to‘siqqa olib keladi. Inson xatolaridan saboq oladi, xatolar uni yangilikka va ijodiy tafakkurga chorlaydi.
3. Dangasalik, yalqovlik, erinchoqlik. Bugungi kunda ijodkor uchun barcha sharoit muhayyo. Kompyuter texnologiyasi asosida har qanday tajribani modellashtirish imkoni bor, lekin Beruniylar, Ibn Sinolar, Forobiylar, Xorazmiylar yo‘q. Vaholanki, buyuk mutafakkirlar mashaqqat va qiyinchilikka qaramay, intilishdan, izlanishdan, o‘qish-o‘rganishdan, ijoddan to‘xtamaganlar.
4. Ijodiy jarayonda yuzaga kelgan masalaning yechimini darhol topish istagi, tafakkur sustligi, tafakkurning “egiluvchan” emasligi. Ijodkor an’anaviy tafakkur yo‘lidan borsa, ijodiy to‘siqqa uchraydi, tafakkur sustligi natijasida “ fikr” kelmaydi.

Buning uchun ijodkor nostandart fikrlashi hamda vaziyatdan chiqishning yangi yo‘lini topishi lozim.

5. Qadrsizlik, e’tiborsizlik, sun’iy to‘siqlar qo‘yilishi. Yuksak ma’naviyatli jamiyat ma’naviy darajasi iste’dodli, ziyoli, ijodkor shaxslarning qadrlanishi hamda ularning ilmiy-ijodiy ishlariga har tomonlama yordam berilishi bilan belgilanadi.

Har qanday ijod turini ijodiy tafakkursiz tasavvur etib bo‘lmaydi. Ijodiy tafakkurni evristika (lotincha “evrica” - topayapman, kashf qilayapman) tadqiq etadi. Evristika ijodiy faoliyat va ijodiy jarayonni tashkil etish usullari va qonuniyatlari bilan shug’ullanadi. Evristikaning ildizi qadimgi yunon falsafasiga borib taqaladi. Qadimdan yunon olimlari, keyinroq mutafakkir ajdodlarimiz ham insonlarni tafakkur qilishga, ijodkorlikka hamda yaratuvchilikka undaganlar. Evristika psixologiya, oliy asab faoliyati fiziologiyasi, kibernetika kabi fanlar bilan yaqin aloqada bo‘lgan fan tarmog’idir [3, 5].

Yuzaga kelgan muayyan savolning javobini inson o‘zi qidirib topsa, qo‘yilgan vazifalarni o‘zi hal qilsa, uning ongida yangi hukm va tushunchalar paydo bo‘lsa, bunday hollarda ijodiy tafakkur namoyon bo‘la boshlaydi. Ijodiy jarayonda sifat jihatidan yangi moddiy yoki ma’naviy qadriyat yaratiladi. Ijod - ilgari mavjud bo‘lmagan yangilikni yaratish. Bu yangilik faqat ijodkorning o‘zi uchungina emas, balki boshqalar uchun ham ahamiyatli bo‘lishi kerak. Ijodiy tafakkur murakkab aqliy jarayon hisoblanib, u bir necha bosqichlardan iborat. Ijodiy tafakkurda qo‘yilgan savol ketidan savolning murakkabligiga qarab, dastlab vazifa ifodalanadi, so‘ngra vazifani, masalani yechish jarayoni, ya’ni qo‘yilgan savollarga javob qidirish jarayoni boshlanadi. Shu o‘rinda, rus olimi L.S.Vigotskiy ijod muammosi haqida shunday yozgan: “Ijodiy faoliyat orqali biz yangi bir narsa yaratadigan odamning faoliyatini tushunamiz, u nimani yaratishining farqi yo‘q, balki dunyoda biron-bir narsani ongi yoki his qilishi orqali o‘zini namoyon qilishida aks etadi”.

Muhokamalar va natijalar. Jamiyat hayotining barqaror tarzda kechishini ta’minlashda tashabbus ko‘rsata oladigan yoshlar - kadrlar sinfi shakllanadi. Bu murakkab ichki struktura, faollik komponentlarining funksional aloqadorligi bilan bevosita bog’liq bo‘lib, tibbiy bo‘lmagan psixodiagnostika va psixokorreksiya qilishni taqozo etadi. Buning uchun birinchi bosqichda (diagnostika bosqichida) faollikning darajalarini aniqlab olish lozim bo‘ladi. Agarda faollik samarasiz mujassamlashgan bo‘lsa, uning korreksiyasini amalga oshirish lozim. Faollikni ifoda etishni nazariy jihatdan quyidagilarga ajratish mumkin:

reproduktiv o‘xshatuvchi - faollik (shaxsiy tajriba yetarli emasligi natijasida, tajriba orttiruvchi vosita sifatida ifodalanadi);

izlanuvchi - ta’minlovchi faollik (amaliyotda yuqori faollik va erkinlik kuzatiladi);

ijodiy faollik (bilish faolligining oliy darajasi). Fikrimizcha, faollik darajalari tizimida qadriyatlarga yo‘naltirilganlik, ijtimoiy faoliyatga ehtiyojlarning yaqqol ifodalanganligi hamda ularga oid bilim va ko‘nikmalar, aniq faoliyat turi bilan shug’ullanish uchun maqsadning shakllanganligi muhim hisoblanadi.

Yoshlar intellektual kamolotini yuksaltirish uchun istiqbolda qaysi omillarga e’tibor qaratish maqsadga muvofiq?

Birinchidan, yoshlarning erkin fikrlashiga ahamiyat berish, ularni qiziqqan fan sohalariga ilmiy-ijodiy yo‘naltirish;

ikkinchidan, yoshlarning bo‘sh vaqtlarini samarali tashkil etish, ilmiy salohiyatli yoshlarni turli tanlov, olimpiada, ko‘rik-tanlovlarda qatnashishlariga ko‘maklashish;

uchinchidan, talabalarda yangicha tahlil qilish qobiliyatini, tizimli tahlil va falsafiy tafakkur ko‘nikmalarini rivojlantirish maqsadida o‘qitishning innovatsion tizimiga o‘tish, o‘quv jarayonida olingan bilimlarni mustahkamlash va amaliyotda qo‘llashga sharoit yaratish;

to‘rtinchidan, talabalarni faol yaratuvchanlik faoliyatiga keng jalb etish, respublika va xalqaro miqyosda o‘tkaziladigan tanlovlarda dolzarb va istiqbolli innovatsion loyihalar bilan ishtirok etishlariga yordamlashish;

beshinchidan, kadrlar tayyorlash Milliy dasturining tajriba va yutuqlarini umumlashtirgan holda iste’dodli, qobiliyatli va iqtidorli yoshlarni ham ma’naviy, ham moddiy taqdirlash va rag’batlantirish;

oltinchidan, ta’lim va tarbiyani mushtarak olib borish. Yosh avlod tarbiyasi hamma zamonlarda ham muhim va dolzarb ahamiyatga ega bo‘lib kelgan. Ammo biz yashayotgan XXI asrda bu masala haqiqatan ham hayot-mamot masalasiga aylanib bormoqda;

yettinchidan, bo‘lajak olim bir zumda paydo bo‘lmaydi. Talabalar ilk bosqichlaridanoq mutaxassislikka doir manbalar bilan tanishishi, lozim bo‘lsa, muayyan manba ustida ilmiy tadqiqot ishi olib borishi maqsadga muvofiqdir. Bularning barchasi ta’lim sohasida olib borilayotgan oqilona siyosatning ijobiy natijasi, ya’ni mamlakatimizda ta’lim islohotlarining bosqichma-bosqich amalga oshirilayotganining yorqin ifodasi bo‘ladi. Yoshlarning puxta bilim olishi, jismoniy va ma’naviy jihatdan yetuk insonlar bo‘lib ulg’ayishini ta’minlash, ularning qobiliyat va iqtidorini, intellektual salohiyatini yuzaga chiqarish, ular qalbi, ongi va shuurida Vatanga sadoqat va fidoyilik tuyg’ularini rivojlantirish ziyolilar oldiga katta mas’uliyat yuklaydi. Ajdodlari buyuk yurtning avlodlari ham buyuklikka loyiq. Yoshlar nafaqat ishonchimiz va kelajagimiz, balki bugungi va ertangi kunimizni hal qiluvchi kuchidir.

Hozirgi kunda Buxoro davlat universiteti talabalari bilan ishlar ham aynan shu yo‘ldan bormoqda. Matematika ta’lim yo‘nalishi talabalarini fanlardan (Matematik analiz fani misolida) mustaqil ta’limni tashkil etishning tizimli tashkil etilganligi hamda o‘zlashtirilgan bilimlarni amaliyotga tadbiq etishga harakat qilinayotganlilgi bunga yaqqol misol bo‘la oladi. Jumladan, [6, 15] maqolalarda mazkur yo‘nalishga bag’ishlangan ilmiy izlanishlarning ayrim jihatlari yoritilgan.

Mustaqil ish

Mavzu: Funksiya differensiali

Mustaqil ish maqsdi: funksiya differensialining mazmunini tushunish, funksiya differensiallanuvchanligi va hosilasining mavjudligi orasidagi bog’lanishni tushunish, funksiya differensialini taqribiy hisoblashlarda tadbiq qilishni o‘rganish.

Ajratilgan vaqt: 6 soat.

Hisobot shakli: referat.

Topshiriqlar

1. Funksiya differensialiga ta’rif bering va differensialni hisoblash formulalarini keltiring.
2. Funksiyaning differensiallanuvchanligi va hosilasining mavjudligi orasidagi bog’lanishni tushuntiring.
3. Funksiya differensialining tatbiqlarini keltiring.

Ishlab chiqilgan ushbu tavsiyalar asosida bu jarayonning natijalari iqtidorli talabalarning erishgan yutuqlarida namoyon bo‘ladi.

Xulosa sifatida shuni aytish mumkinki, jamiyatning ma’naviy darajasi unda iste’dodli, ziyoli, ijodkor shaxslarning qadrlanishi hamda ularning ilmiy-ijodiy ishlariga har tomonlama yordam berilishi bilan belgilanadi. Yuksak ma’naviyatli jamiyatlarda iste’dod egalari bo‘lgan ijodkor shaxslar millatning iftixori va kelajagi hisoblanadi.

Adabiyotlar

1. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining “Iqtidorli yoshlarni aniqlash va yuqori malakali kadrlar tayyorlashning uzluksiz tizimini tashkil etish chora-tadbirlari to‘g‘risida”gi PQ-4306-sonli Qarori. 3.05.2019.

2. Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligining 1998-yil 10-iyundagi 185-sonli buyrug’i bilan tasdiqlangan “Iqtidorli talabalarni izlash, aniqlash va ularni maqsadli tayyorlash to‘g’risida”gi Nizom. -Toshkent, 1998.

3. Barakayev M., Shamshiyeva A., G’oyibnazarova G., O‘rinovH., Halimov O‘. Matematika o‘qitish metodikasi (mustaqil ta’lim). -Toshkent, 2009.

4. Rasulov T.H., Dilmurodov E.B. Iqtidorli talabalarni ilmiy-tadqiqot ishlariga jalb qilishga doir tavsiyalar. Pedagogik mahorat. BuxDU. 2019- yil, 5- son, 123- bet.

5. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) с.29-32.

6. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar bo‘limini o‘qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1, (2021), p.559-567.

7. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках //Проблемы педагогики, 53:2 (2021), с. 7-10.

8. Rasulov X.R., Yaxshiyeva F.Y. Ikki jinsli populyatsiyaning dinamikasi haqida // Scientific progress, 2:1 (2021), p. 665-672.

9. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2, (2021), p.870-879.

8. Rasulova. Z.D. Pedagogical peculiarities of developing socio-perceptive competence in learners. European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences. Vol. 8, No. 1, 2020, pp. 30-34.

9. Ахмедов О.С. Метод “диаграммы венна” на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020), с.40-43.

10. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics. International journal of scientific & technology research. 9 (2020), no. 4, 3068-3071.

11. Rasulov T.H., Rasulova Z.D. Organizing educational activities based on interactive methods on mathematics subject. Journal of Global Research in Mathematical Archives, 6 (2019), No. 10, pp. 43-45.

12. Умарова У.У. Роль современных интерактивных методов в изучении темы “Множества и операции над ними” // Вестник науки и образования. 94:16 (2020), часть 2, с. 21-24.

13. Ахмедов О.С. Преимущества историко-генетического метода при обучении математики. Scientific progress. 2:4 (2021), p.523-530.

14. Ахмедов О.С. Определение предмета и места математики в системе наук. Scientific progress. 2:4 (2021), p.531-537**.**

15. Курбонов Г.Г. Интерактивные методы обучения аналитической геометрии: метод case study // Наука, техника и образование, 72:8 (2020), с. 44-47.

Anvarjon RASHIDOV
Buxoro davlat universiteti
tayanch doktoranti

Hakimboy LATIPOV
Buxoro davlat universiteti
matematik analiz kafedrasi o‘qituvchisi

AMALIY MASHG'ULOT DARSLARDA TO'LIQ O'ZLASHTIRISH TEXNOLOGIYASINI JORIY ETISH

Maqolada matematikadan amaliy mashg'ulotlarda to'la o'zlashtirish texnologiyasini joriy etishning ayrim imkoniyatlari va maqsadlari hamda olingan natijalarni baholash mezonlari bayon etilgan.
Kalit so'zlar: *matematika, amaliy mashg'ulot, to'la o'zlashtirish, ta'lim natijasi, baholash.*
В статье описаны некоторые возможности и цели внедрения полноценных технологий в практическую подготовку математиков, а также критерии оценки полученных результатов.
Ключевые слова: *математика, практические занятия, усвоение знаний, результаты обучения, оценивание.*
The article describes some of the opportunities and objectives of the introduction of full-fledged technology in the practical training of mathematics, as well as the criteria for evaluating the results obtained.
Key words: *mathematics, practical training, mastery, learning outcomes, assessment.*

Kirish. Matematikani o'qitishning qiyin muammolari - talabalarning matematikaga bo'lgan qiziqishining pasayishi, yetishmovchilikning o'sishi, bilim, ko'nikma sifatining pasayishi va o'qituvchilarning o'z ishlarining natijalaridan noroziligidir. O'quv jarayonining muvaffaqiyati ko'plab omillarga bog'liq bo'lib, ular orasida talabalarning qobiliyatlarini hisobga olgan holda o'rganish katta rol o'ynaydi. "To'liq assimilyatsiya" texnologiyasi ushbu shartga maksimal darajada javob beradi [1, 2].

Asosiy qism. Turli talabalarning intellektual qobiliyatlariga qarab, bir xil o'quv materialini o'zlashtirish uchun har xil vaqt talab etiladi. Biroq, an'anaviy ravishda tashkil etilgan o'quv jarayoni ushbu haqiqatni e'tiborsiz qoldiradi va barcha tinglovchilardan ma'lum vaqt davomida barcha materiallarni, hamma uchun bir xil o'rganishni talab qiladi. Ma'lum bo'lishicha, har birini o'zlashtirish darajasi o'ziga xos xususiyatga ega bo'lishi kerak, bu esa bilimdagi tafovutlarni yo'q qilishga va bilimlarni to'liq o'zlashtirishga imkon beradi. Ko'p hollarda o'zlashtirish texnologiyasi bir fanni o'qitishda qo'llaniladi. Bunda qo'shimcha zarur vaqt darsdan tashqari o'tkaziladigan mashg'ulotlar hisobidan qoplanishi mumkin. Agar bu texnologiya bir necha fanlarning o'qitilishida qo'llaniladigan bo'lsa, o'zlashtirish sur'ati past bo'lgan talabalar anchagina qiyin ahvolda qoladilar. Bunday talabalarga yordam berish maqsadida qo'shimcha mashg'ulotlar o'tkazishdan tashqari bir necha o'qituvchilar o'zaro kelishib, uy vazifasining maxsus dasturini ishlab chiqishlari lozim. Tanlab olinadigan fanlardan bir-ikkitasi bekor qilinadi – bular hammasi asosiy fanlarning talabalar tomonidan to'la o'zlashtirilishiga imkoniyat yaratiladi [3].

Bilimlarni to'liq o'zlashtirish texnologiyasini amalga oshirish bosqichlari:

1. Tayyorgarlik:
a) tematik rejalashtirish;
b) mos yozuvlar standartini ishlab chiqish;
d) diagnostik va didaktik materiallarni ishlab chiqish.
2. O'qituvchining tayyorgarligi:
a) tashkiliy hissasi;
b) o'qituvchi ma'lumotlarni kiritish;
d) yangi materialni o'rganish:
1) aktuallashtirish. Yangi materialni tushuntirish;
2) qo'llab-quvvatlash vazifalarini hal qilish (minimal daraja);
3) aloqa (ishning jamoaviy shakli, juftlikda, mustaqil ish);
4) umumlashtirish;
d) diagnostik tekshiruvni tashkil etish.
3. Tuzatuvchi - rivojlanayotgan darslarni tashkil etish.

Tashxisni o'tkazgandan so'ng, talabalar to'liq assimilyatsiya qilinmaganlarga (90-100% bajarilgan test) erishilganlarga bo'linadi. Tuzatish va chuqurlashtirish guruhi paydo bo'ladi. Ishning asosiy shakli bu guruh ishi hisoblanadi. O'qituvchi kelgusi ishning maqsad va vazifalarini tushuntiradi, talabalarni guruhlarga ajratadi va didaktik materialni tarqatadi. Guruhlarga ishlarning ketma-ketligi to'g'risida ko'rsatma beradi, ish jadvalini (jamoaviy muhokama qilish va javoblarni himoya qilish vaqti), jamoaviy tahlil va baholashni belgilaydi. Ish natijasini qanday chiqarishni tushuntiradi, baholash mezonlarini hisobot qiladi, guruh ishining borishini nazorat qiladi. Shu bilan bir qatorda guruhlar ishida qatnashadi, o'zlarini majburlamaydi, balki ularni izlashga undaydi. Amalga oshirilgan ishlar bo'yicha guruh hisobotini tashkil qiladi, guruh yoki uning alohida a'zolari ishining samaradorligi baholaydi. Guruhlarni ajratishda ta'lim yutuqlarining bir xilligi, shaxslararo munosabatlarning mohiyati, optimal soni va boshqalarni hisobga olish kerak. Rivojlanish guruhi (5 kishi) qo'shimcha materiallar bilan yoki individual dastur asosida ishlaydi. Yordam guruhi talabalari kechikuvchilarga minimal darajaga erishishda yordam berishadi. Yordam ko'rsatilgandan so'ng ular rivojlanish guruhiga o'tkaziladi. Rivojlanish guruhi talabalari materialni mustaqil ravishda o'rganishadi (boyitilgan) va taklif qilingan vazifalarni bajaradilar. Har bir guruhda tashkilotchi tayinlanadi. Vazifa bajarilgandan so'ng guruhlar o'qituvchi rahbarligida javoblar va natijalarni muhokama qilishni boshlaydilar, oqilona yechimlarni aniqlaydilar. O'qituvchi qiziqarli bayonotlarni, ularning topilmalarini rag'batlantiradi, talabalarning xatolarini, ularning sabablarini tushunishga undaydi, ularni yo'q qilish choralarini muhokama qiladi. Guruhlarning ishlashi uchun majburiy talab har bir talaba tomonidan topshiriqlarning bajarilishi hisoblanadi. Demak, kim javob berishi oldindan ma'lum emas. Hamma yaxshi tayyor bo'lishi kerak [4, 6].

To'liq o'zlashtirishga erishgan talabalar o'z-o'zini tarbiyalash uchun vaqt sarflab, individual reja asosida ishlashlari mumkin.

Tuzatish guruhi bilan ishlash. Rivojlanish guruhi mustaqil ish olib borar ekan, o'qituvchi tuzatish guruhiga vaqt sarflaydi. Diagnostik test natijalariga ko'ra, o'quvchilarning aksariyati tomonidan yo'l qo'yilgan odatiy xatolar aniqlanadi. Materialning ushbu qismi uchun o'qituvchi butun guruh bilan mashg'ulotlar olib boradi: material taqdimoti yangidan takrorlanadi, ammo topshirish usuli o'zgartiriladi. Tez-tez uchraydigan bo'shliqlar va qiyinchiliklarni bartaraf etishda o'qituvchining talaba bilan individual ishi yoki talaba maslahatchisi bilan tez-tez ishlatiladi. Ishning asosiy shakli talabalarni kichik guruhlarda (2 dan 3 tagacha) yoki qo'llab-quvvatlash guruhining maslahatchi talabasi ishtirokida o'zaro o'rganishdir. Yordamchi ish qayta tashxis qo'yish bilan yakunlanadi [7].

Tuzatish guruhi bilan ishlashni quyidagicha tashkil etish mumkin:

1) tushuntirish;
2) so'rovnoma;
3) model ustida ishlash;
4) takroriy diagnostika ishlari.

Birinchi qadamda o'qituvchi qayta tushuntiradi, yoki talaba-maslahatchi yoki talaba ma'lumotnomani mustaqil ravishda o'rganadi.

Ikkinchi bosqichda talaba - maslahatchi talabadan nazariy masalalar bo'yicha so'roq o'tkazadi.

Uchinchi bosqichda talaba mustaqil ravishda yoki talaba - maslahatchi bilan birgalikda "O'zingizni tekshiring" mashqlarini bajaradi.

To'rtinchi bosqichda talaba mustaqil ravishda "O'zingizni hal qiling" bo'limining vazifalarini bajaradi. Qayta diagnostika vazifalarini muvaffaqiyatli uddalagan talabalar ilg'or materiallar bilan ishlashni davom ettirishi mumkin.

Talabalarning o'quv ishlarini to'g'rilash bo'yicha keyingi chora-tadbirlar tizimi:

bo'shliqlarni bartaraf etish bo'yicha ishlar uyga berilgan individual topshiriqlar tizimi orqali amalga oshiriladi. Ular aniq xatolarni bartaraf etishga qaratilgan bo'lishi mumkin va ularni baholash kerak;

yordam xizmati - o'zini o'zi boshqarishda o'ylash. Kuchli talabalar qo'shimcha ravishda kechikuvchilar bilan shug'ullanishadi;

- o'qituvchi talabalarning asosiy qiyinchiliklarini qayd etib boradi;

mustaqil ish - ushbu turdagi mashg'ulotlarni tashkil etishning asosiy shakli - o'quv jarayonining muvaffaqiyatli o'tishi uchun asosdir. Barcha vaqtning 80%i talabalarning mustaqil ishlariga sarflanadi;

talabalarni kuzatish va baholash tizimi. Bilimlarni nazorat qilish va baholash o'qituvchi talabalarning dastur materialini qanday o'rganganligini ochib beradigan asosiy vositadir. Nazoratning ikki turi mavjud - tashqi va ichki. Tashqi nazorat o'qituvchi tomonidan amalga oshiriladi, ichki nazorat - bu talabalar o'zaro (o'zaro nazorat, o'zini o'zi boshqarish). Baholash jarayoni har doim ikki marotaba amalga oshiriladi - avval talabalarning o'zi, keyingina o'qituvchining nazorati. Bu baholashning asosiy talabi. Joriy va yakuniy taxminlarni taqsimlang. Talaba materialni o'rganishning dastlabki bosqichlarida oladi. Ko'pincha ular bilimlarning haqiqiy darajasini aks ettirmaydi, balki quyidagi funksiyalarni bajaradilar: o'quv jarayonini rag'batlantirish, o'quv jarayonini to'g'rilash. Talabalarga o'z bilimlari darajasiga ishonch hosil qilishlarini uchun imkoniyat bering. Joriy baholash talabani o'zini takomillashtirishga undaydi. Yakuniy baho o'qituvchi tomonidan faoliyat natijalarini aniqlash bosqichida amalga oshiriladi. Baholash birdamlikda bo'lishi kerak, aks holda ular o'quvchining tarbiyaviy xatti-harakatlarini tartibga solishni to'xtatadi [8].

O'quv materialini o'zlashtirishning turli bosqichlarida talabalarni baholash:

1. Yangi materialni o'rganayotganda markalanmaslik uslubiga ustuvor ahamiyat beriladi; bu yerda ishni akvalativ baholash - maqtash, tasdiqlash, muvaffaqiyatsizlikka uchragan taqdirda rag'batlantirish

mavjud. Amaldagi o’z-o’zini baholash quyidagilar ustuvor ahamiyatga ega - o’rganilgan, o’rganilmagan va nima uchun?

2. Diagnostik test natijalarini baholash.

3. Baholash. Belgi standart bilan belgilanadi:

- agar talaba majburiy darajadagi vazifalarni uddalagan bo’lsa, unda uning ishi “yaxshi” belgisi bilan baholanadi;

- agar u hatto yuqori darajadagi vazifalarni bajargan bo’lsa – “5” baho bo’ladi;

- agar siz chuqur darajadagi vazifani bajargan bo’lsangiz, qo’shimcha “5” belgisi ko’rsatiladi yoki agar ahamiyatsiz bo’lsa, ballni 1 ballga oshirishingiz mumkin. Oldingi vazifalardagi xatolar bo’lmagan bo’lsa.

To’la o’zlashtirish nazariyasi va texnologiyasi oliy ta’limda yangicha nazar tashlashga da’vat etadi. Bunday o’quv maqsadlariga erishish uchun talaba ulardan oldingi materiallarni ham egallagan bo’lishi lozim. To’la o’zlashtirish asosida o’qitish barcha fanlarni o’zlashtirishning ideal shakli bo’lishi bilan birga, bir necha muammolarni hal etishni ham taqozo qiladi.

Xulosa. Yuqoridagilarni xulosalab shuni aytish mumkinki, to’la o’zlashtirish asosida oliy o’quv yurti bitiruvchilari egallagan kasbiy ko’nikmalarining to’la-to’kis o’zlashtirishini, ya’ni ularning kelajagini ham to’la-to’kis loyihalashni ta’minlaydi. Bundan tashqari, amaliy mashg’ulot darslarida to‘liq o‘zlashtirish usullarini joriy etish bilan bir qatorda boshqa ilg’or pedagogik texnologiyalarni qo‘llash [8, 12] va matematikani amaliyotga tadbiqlarini [13, 15] o‘rganish bo‘yicha ham tavsiyalar berilishi samarali natijalar beradi.

Adabiyotlar

1. Tolipov O’., Usmonbayeva M. Pedagogik texnologiyalarining tatbiqiy asoslari. –Toshkent: “Fan”, 2006-y.

2. Barton B. The language of mathematics. Springer Science+Business Media, LLC, 2008.

3. Hiehler. R, Scholz R.W., Straesser R., Winkelmann B. Didactics of mathematics as a scientific discipline. Kluwer Academic Publishers, New York, 2002.

4. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics. International journal of scientific & technology research. 9 (2020), no. 4, pp. 3068-3071.

5. Rashidov A.Sh. Development of creative and working with information competences of students in mathematics. European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences, 8:7 (2020), Part II, pp. 10-15.

6. Rashidov A.Sh. Use of differentiation technology in teaching mathematics. European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences, 8:3 (2020), Part II, pp. 163-167.

7. Rashidov A.Sh. Interactive methods in teaching mathematics: CASE STUDY method. XXXIX Международной научно - практической заочной конференции “Научные исследования: ключевые проблемы III тысячелетия” (Москва, 2-3 августа, 2020 года) сс.18-21

8. Рашидов А.Ш. Интерактивные методы при изучении темы определенный интеграл и его приложения. XXXIX Международной научно- практической заочной конференции “Научные исследования: ключевые проблемы III тысячелетия” (Москва, 2-3 августа, 2020 года) сс.21-24

9. Rasulov T.H., Rasulova Z.D Organizing educational activities based on interactive methods on mathematics subject. Journal of Global Research in Mathematical Archives, 6 (2019), No. 10, pp. 43-45.

10. Mardanova F.Y, Rasulov T.H. Advantages and disadbantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics. Academy. 55 (2020), no. 4, pp. 65-68.

11. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) с.29-32.

12. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar bo‘limini o‘qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1, (2021), p.559-567.

13. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках //Проблемы педагогики, 53:2 (2021), с. 7-10.

14. Rasulov X.R., Yaxshiyeva F.Y. Ikki jinsli populyatsiyaning dinamikasi haqida // Scientific progress, 2:1 (2021), p. 665-672.

15. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2, (2021), p.870-879.

G‘ulomjon QURBONOV
Buxoro davlat universiteti
tayanch doktoranti

ANALITIK GEOMETRIYA FANINI KOMPYUTERLI TA’LIM TEXNOLOGIYALARI ASOSIDA O‘QITISHNING DIDAKTIK IMKONIYATLARI

Ushbu maqola analitik geometriya fanini o‘qitish uslublari va umumiy didaktik o‘qitish usullarini takomillashtirishning yondashuvlariga mos ravishda amalga oshirishga bag‘ishlangan. Talabalarning geometrik masalalarni yechishda kompyuter texnologiyalaridan foydalanish orqali masalani to‘liq tushunib yetishiga erishish va ularni mustaqil hal eta olishga o‘rgatishga qaratilgan.

Kalit so‘zlar: *konstruktiv, kompyuterli ta’lim texnologiyalari, geometrik forum, modellashtirish, dinamik muhit.*

Эта статья посвящена реализации аналитической геометрии в соответствии с подходами к совершенствованию методики обучения и общедидактическим методам обучения. Он направлен на то, чтобы научить студентов полностью понимать проблему с помощью компьютерных технологий при решении геометрических задач и уметь решать их самостоятельно.

Ключевые слова: *конструктив, компьютерные технологии обучения, геометрический форум, моделирование, динамическая среда.*

Annotation. *This article is devoted to the implementation of analytical geometry in accordance with the approaches to improving teaching methods and general didactic teaching methods. It aims to teach students to fully understand the problem through the use of computer technology in solving geometric problems and to be able to solve them independently.*

Keywords: *constructive, computer learning technologies, geometric forum, modeling, dynamic environment.*

Kirish. Hozirgi kunda analitik geometriyani o‘qitish va uning oliy ta’lim tizimidagi o‘rni haqida turli fikrlar bildirilmoqda. Bizning fikrimizcha, oliy ta’limda analitik geometriya nafaqat asosiy matematik intizom, balki inson madaniyatining eng muhim tarkibiy qismlaridan biridir. Analitik geometriyani rivojlantirishdagi yutuqlar ham moddiy, ham ma’naviy jihatdan butun dunyoqarashning jiddiy rivojlanishiga olib kelmoqda.

Asosiy qism. Analitik geometriya kursini ongli va chuqur o‘zlashtirish tekislikka nisbatan fazoda geometrik munosabatlarning ancha murakkabligi tufayli talabalar uchun bir qator qiyinchiliklarni keltirib chiqaradi. Talabalarning mantiqiy fikrlashi va fazoviy tasavvurlarga bo‘lgan talablar oshib bormoqda. Analitik geometriyani o‘rganishda muayyan geometrik tasvirni yaratish ko‘pincha chizilgan chizma bilan ta’minlanadi; analiik geometriyani o‘rganishda ham chizish, ham o‘qish uch o‘lchovli jismlarni tekislikda tasvirlashning odatiyligi tufayli talabalar uchun katta qiyinchilik keltirib chiqaradi.

Ayrim o‘qituvchilar bu qiyinchiliklarni yetarli darajada ko‘rib chiqmaydilar va talabalarning abstrakt qobilyatlariga ortiqcha baho beradilar. Bu esa faol fazoviy tafakkur, ayrim talabalar bilimida formalizm paydo bo‘lishiga olib keladi. Analitik geometriyani yuzaki o‘zlashtirishning xarakterli xususiyati geometrik tasavvurning cheklangan zaxirasi, ongda paydo bo‘lgan tasvirlarni konstruktiv ravishda o‘zgartira olmaslik hisoblanadi. Matematik teorema, ta’rifda darslikning chizmasi yoki o‘qituvchining darsda ko‘rsatgan modeliga nisbatan maxsus hol sifatada o‘rganiladi.

Masalalarni yechishda talaba kam rivojlangan fazoviy tasavvur tufayli o‘rganilayotgan chizmalarni ko‘rmaydi, ularni elementlarning o‘zaro joylashuvi darslik chizmasiga yoki o‘qituvchi tomonidan dars jarayonida doskaga chizilgan chizmaga o‘xshash bo‘lmagan yangi o‘zgargan sharoitda qo‘llay olmaydi [1].

Analatik geometriya kursida o‘qituvchi talabalarning fazoviy tasavvurlari va faol fazoviy tafakkurini rivojlantirishni tezlashtirishga yordam beradigan mashg‘ulotlarni olib borishi kerak. Bu mashg‘ulotlar o‘z navbatida kompyuterli texnologiyalardan mohirona foydalanishni va geometrik shakllarni ko‘rib chiqishning rivojlanishdagi zaruriy shartlarni o‘z ichiga olishi kerak. Geometrik forumni bevosita ko‘rib chiqish fazoviy tasavvurni rivojlantirish uchun zarur qadamdir. Biroq, kompyuterli ta’lim texnologiyalardan foydalanish ko‘p elementlarni talab qiladi. Ushbu turdagi kompyuterli texnologiyalardan foydalanishning afzalliklarini inkor qilmasdan, shuni ta’kidlash kerakki, ular bilan tanishish ko‘pincha passiv tafakkur xususiyatiga ega bo‘lib, talabalarni geometrik obyektlar orasidagi muayyan munosabatlarni mustaqil ravishda izlashga undaydi.

Kompyuterli texnologiyalarni darsda yangi tushunchalarni rivojlantirish va geometrik tasvirni qurish vositasi sifatida yoki boshqa harakatlanuvchi modellar ko‘rinishida ishlatilishi mumkin. Talabalarning fazoviy tasavvurlari va konstruktiv qobiliyatlarini rivojlantirish uchun ularning mustaqil ravishda modellarni ishlab chiqishi muhim ahamiyatga ega. Modellashtirish jarayonida talaba geometrik tasvirlarning o‘zaro joylashishini, ma’lum bir geometrik strukturaning xususiyatlarini, kerakli hisob-kitoblarni amalga oshirib, u o‘rganilgan nazariy bilimlarni amalda qo‘llash mahoratiga ega bo‘ladi.

Mantiqiy fikrlashning rivojlanishiga har qanday muammolarni, ayniqsa, isbotlash muammolarini hal qilishga katta yordam beradi. Shunday ekan, to‘g‘ri tanlangan mashqlar tizimi talabalar tomonidan analitik geometriyani ongli va chuqur o‘zlashtirishda muhim ahamiyatga ega.

Ta’lim jarayonida kompyuterli texnologiyalaridan keng foydalanish o‘quv va tarbiyaviy ishlarning samaradorligini oshirish, pedagogik jarayon samaradorligini yanada oshirishga imkon beradi. Shu bilan birga, barcha turdagi ta’lim faoliyatining fikrlash uslubi, shakllari va usullarining o‘zgarishi muqarrar va shuning uchun ma’lum afzalliklar va shu bilan birga muayyan muammolar mavjud. Ushbu muammolarni hal qilish hozirgi paytda o‘qitish nazariyasi va amaliyotida markaziy o‘rinlardan birini egallaydi. Shu munosabat bilan, ta’lim jarayonida kompyuter texnologiyalarini o‘qitish vositasi sifatida foydalanish strategiyasida, shuningdek, ulardan foydalanish uchun tegishli o‘quv dasturlari va metodikasini ishlab chiqishda muayyan tuzatishlarni kiritishni talab qiladi [2].

Kompyuterli texnologiyalaridan ta’limning ajralmas tizimini har bir bosqichida o‘qitish (tarbiyalash, rivojlantirish) vositasi sifatida foydalanish ehtiyojlari va imkoniyatlarini aniq farqlash zarur.

Bugungi ta’lim tizimining amaldagi bosqichida va ushbu tizimni boshqarish kompyuterli texnologiyalaridan foydalanmasdan tasavvur qilib bo‘lmaydi. Ta’lim jarayonida kompyuterli texnologiyalaridan foydalanish zamonaviy jamiyat uchun dolzarb talab hisoblanadi.

Kompyuterli texnologiyalaridan o‘quv jarayonida foydalanish o‘qituvchiga tushadigan yukni kamaytirishga, o‘qitish sifatini oshirishga imkon beradi, o‘quv jarayonini yanada ijodiy va o‘zaro qiziqarli qiladi.

Ta’lim jarayonida kompyuterli texnologiyalardan foydalanish uch shakldа amalga oshiriladi: simulyator sifatida, o‘qituvchi uchun ma’lum funksiyalarni bajaruvchi repetitor sifatida, ma’lum bir muhit va undagi mutaxassislarning harakatlarini simulyatsiya qiluvchi qurilma sifatida. Kompyuterli texnologiyalari yordamida o‘qitishda simulyatsiya maqsadlarida foydalanishda eng katta istiqbollar ochiladi, bu fikrlashni rivojlantirish, qaror qabul qilish qobiliyatlarini shakllantirish uchun sharoit yaratadi. Kompyuter vositalari bilan ishlash mashg‘ulotlarni ta’minlaydigan interaktiv rejimda sodir bo‘lganda samaraliroq bo‘ladi. Analitik geometriya darslarida kompyuter o‘quv dasturlaridan foydalanish ayniqsa samaralidir.

Kompyuterli texnologiyalaridan foydalanishning didaktik imkoniyatlari hal qiluvchi darajada talabalarning o‘quv ishlarini to‘g‘ri tashkil etishiga bog‘liq. Dasturiy-pedagogik vositalardan foydalangan holda o‘qituvchi har bir aniq holatda talabalarning aqliy faoliyatini rag‘batlantirish uchun dars paytida ulardan qaysi tartibda foydalanish maqsadga muvofiqligini aniqlashga majburdir. Shu munosabat bilan kompyuterli texnologiyalaridan foydalanish bo‘yicha didaktik talablarga rioya qilish kerak bo‘lgan shartlarni keltirib o‘tamiz:

- kompyuter versiyasida taqdim etish uchun o‘quv materialini (mavzusini) to‘g‘ri tanlashi (axborotlashtirishga stereometriyaning har bir ketma-ketligi taqdim etilmaydi);
- analitik geometriya kursining ko‘plab mavzulari keng qamrovli taqdimotni talab qilishi;
- o‘qituvchining dastlabki tushuntirishlari, darslik bilan ishlash, o‘quv qo‘llanmalari (modellar, jadvallar va boshqalar) bilan ishlash talab qilinishi;
- kompyuterli o‘qitish dasturlari bilan har qanday ishdan oldin o‘qituvchining batafsil kirish suhbati bo‘lishi;
- talabalar kompyuterda ishlash tartibini aniqlab olishlari, klaviatura bilan ishlash uchun kerakli fon ma’lumotlarini doskaga yozishlari;
- o‘rganilayotgan materialning asosiy masalalariga e’tibor berishlari;
- kompyuter darslari jarayonida o‘qituvchi talabalarning ishini kuzatishi;
- o‘qituvchi tomonidan talabalardan o‘rganilayotgan mashqlarni qanday tushunganligini so‘rashi hamda agar ba’zi birlari qiyinchiliklarga duch kelsa, ularga yordam berishi;
- uni o‘qitishning ta’limning boshqa shakllari va usullari bilan birlashtirishi;
- kompyuterli texnologiyalaridan foydalangan holda talabalarning yangi materialni mustaqil anglash va o‘zlashtirish qobiliyatini rivojlantirishga jiddiy e’tibor qaratish;
- o‘qituvchi kompyuter - o‘quv qo‘llanmalari bilan ishlashni oldindan aniq belgilasa, shunda talabalarning “izlanish” harakatlari o‘rganilayotgan mavzuning asosiy savollarini hal qilishga yordam beradi.

Muhokamalar va natijalar. Elektron ta’lim resurslarini ta’lim tizimining axborot makoniga kiritish bilan bog‘liq bo‘lgan menejment muammosini hal qilish, ularni o‘qitishda foydalanish usullarini soddalashtirishni talab qiladi. Darhaqiqat, rahbarlar va o‘qituvchilar tegishli boshqaruv qarorlarini qabul qilishda o‘z harakatlari bilan asoslashlari darkor. Buning uchun ma’lum bir dasturiy ta’minotdan foydalanishda talabalar va o‘qituvchilar tomonidan amalga oshiriladigan harakatlar mazmuniga qarab elektron ta’lim resurslarining turlari tanlanadi, hamda elektron ta'lim resurslarining turlari o'qituvchining boshqaruv harakatlarini soddalashtirishga imkon beradi. "Resurs turi – o'quvchining harakatlari – o'qituvchining boshqaruv harakatlar" havolasi 1-jadvalda keltirib o'tildi [4, 5].

1-jadval. O'qituvchi va talabalarning har xil turdagi elektron resurslardan foydalanishdagi harakatlari

Elektron resurs turi	Dasturiy mahsulotdan foydalanish bo'yicha talabalarning harakatlari	O'qituvchining boshqaruv harakatlari
Axborot ma'lumotnoma	Idrok haqida ma'lumot. An'anaviy o'quv (sinfdan tashqari) vazifalarni hal qilish uchun yordamchi ma'lumot (matn, rasm, musiqa).	Elektron resurslarni tanlash maydonini yaratish, ularni qidirishni tashkil qilish, ma'lumotni idrok etish jarayonida talabalarga maslahat berish.
Instrumental-amaliy	Axborot obyektlarini amaliy loyihalash, real jarayonlar modellarini yaratish va tahlil qilish.	Talabalarning dasturiy mahsulotlar bilan o'zaro aloqalarida maslahat va pedagogik yordam berish.
O'quv-baholash	Kompyuter buyrug'i bilan harakatlarni bajarish. Kompyuter natijalari asosida amalga oshirilgan harakatlarni aks ettirish va boshqarish.	Raqamli elektron resursdan pedagogik jihatdan maqsadga muvofiq foydalanishni tashkil etish.
Kompleks	Ta'lim (sinfdan tashqari) vazifalarni hal qilish uchun har xil turdagi raqamli elektron resurslarning kombinasiyasiga asoslangan o'z-o'zini o'rganish	O'quv dasturlari va qo'shimcha ta'lim dasturlarini ishlab chiqish bilan elektron resurslardan foydalanishni sinxronlashtirish.

Xulosa. Mamlakatimizda matematika 2020-yildagi ilm-fanni rivojlantirishning ustuvor yo'nalishlaridan biri sifatida belgilandi. Shu munosabat bilan matematika ilm-fani va ta'limini yangi sifat bosqichiga olib chiqishga qaratilgan me'yoriy-huquqiy hujjatlar qabul qilindi. Ular jumlasiga 2019-yil 9-iyulgi PQ-4387-sonli "Matematika ta'limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qo'llab-quvvatlash, shuningdek, O'zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasining V.I. Romanovskiy nomidagi matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to'g'risida" va 2020-yil 7-maydagi PQ-4708-sonli "Matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida" O'zbekiston Respublikasi Prezidentining Qarorilarini aytib o'tish mumkin.

Ushbu qarorlar ijrosini ta'minlash maqsadida o'quv jarayonlarini sifatini oshirish bo'yicha universitetning "Matematik analiz" kafedrasi professor-o'qituvchilari tomonidan ilmiy izlanishlar olib borilmoqda. Ushbu tadqiqotlarda asosiy e'tibor maktab o'quvchilari va universitetlar talabalarini o'qitish samaradorligini oshirishda zamonaviy interfaol usullarni qo'llashga qaratilgan [6].

Yuqoridagilar bilan bog'liq holda ta'kidlash lozimki, interaktiv geometrik muhit yordamida o'rganilayotgan geometrik chizmalarni o'zgartirish jarayonini modellashtirish va kuzatish ularning o'ziga xos xususiyatlarini ajratib ko'rsatish, chizmalarni o'rnatish, umumlashtirish va hattoki o'z-o'zidan farazlarni ilgari surish imkonini beradi. Analitik geometriyani o'qitish jarayonida interaktiv muhitdan foydalanish, matematik modelini hisoblash, grafikli tajribalarni o'tkazish, talabalarning motivatsiyasini oshirish, asosiy qobiliyat va ko'nikmalarni tarbiyalash, matematik nazariyani tizimlashtirish, matematik amaliyotni kengaytirish innovatsion texnologiyasi sifat jihatidan yangi didaktik imkoniyatlarni beradi.

Adabiyotlar

1. С.Авдеева. Учебные материалы нового поколения в проекте ИСО. Народное образование. № 9, 2007, С. 187-194.

2. Белайчук О.А., Лебедева Н.А. Математический конструктор – интерактивная творческая среда для создания учебных моделей по математике. Вопросы информатизации образования. №9, 2010, С. 212.

3. Боровкова О.А. Живая геометрия в действии: компьютер на уроке. Математика в школе. №4, 2007, С. 37.

4. Боровкова О.А. “Живая геометрия” в действии: компьютер на уроке // Математика в школе. 2007. № 5. С. 44.
5. Кузибецкий А, Смыковская Т. Информационно-коммуникационные технологии в управлении образованием. Народное образование. № 8, 2008, С. 105-112.
6. Qurbonov G‘.G‘. Analitik geometriyaning vektorlar mavzusini o‘qitishda kompyuterli ta’lim texnologiyalaridan foydalanish. Pedagogik mahorat. Maxsus son. -Buxoro. 2020-yil, dekabr.
7. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках //Проблемы педагогики, 53:2 (2021), с. 7-10.
8. Rasulov X.R., Djo‘raqulova F.M. Ba'zi dinamik sistemalarning sonli yechimlari haqida // Scientific progress, 2:1 (2021), p. 455-462.
9. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // Scientific progress, 2:2 (2021), p.870-879.
10. Boboeva M.N., Rasulov T.H. The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy. 55:4 (2020), pp. 68-71.
11. Rasulov T.H., Rasulov X.R. O‘zgarishi chegaralangan funksiyalar bo‘limini o‘qitishga doir metodik tavsiyalar // Scientific progress, 2:1 (2021), p.559-567.
12. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020) c.29-32.
13. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International Journal of Scientific & Technology Research. 9:4 (2020), pp. 3068-3071.
14. Kurbonov G.G. Преимущества компьютерных образовательных технологий в обучении теме скалярного произведения векторов // Вестник науки и образования. 94:2-2 (2020), С. 33-36.
15. Курбонов Г.Г. Интерактивные методы обучения аналитической геометрии: метод case study // Наука, техника и образование, 72:8 (2020), с. 44-47.

“ПЕДАГОГИК МАҲОРАТ” ЖУРНАЛИ УЧУН МАҚОЛАЛАРНИ РАСМИЙЛАШТИРИШ ТАЛАБЛАРИ

1. Мақола бошланишида Универсал ўнлик кўрсаткич (ЎУК) берилади.

Қуйидагилар алоҳида қатордан бошлаб киритилади:

1) мақола сарлавҳаси (оддий ҳарфларда, масалан: Абдулла Қодирийнинг тасвирлаш маҳорати);

2) муаллиф(лар)нинг фамилияси (тўлиқ), исми ва отаси исмининг бош ҳарфлари;

3) мақоланинг аннотацияси (пробеллар билан бирга 500 белгидан иборат), аннотация курсив билан берилади ва бир қатор ташлаган ҳолда асосий матндан ажратилади;

4) калит сўзлар (5–10 та).

2. Мақола матни “Microsoft Word” дастурида тайёрланиб, “Times New Roman” 14 ўлчамли шрифтда, сатрлар ораси бир интервал, саҳифа четлари чапдан 3 см, юқоридан ва пастдан 2 см, ўнгдан 1,5 см, хатбоши 1,25 см қолдирган ҳолда терилади ва электрон варианти билан (флешка ёки CDда) топширилади.

Мақола матнида бошқа шрифтлардан фойдаланилган тақдирда бундай шрифтлар муаллиф томонидан электрон вариантда таҳририятга тақдим этилиши лозим.

3. Мақоланинг умумий ҳажми (расм, жадвал ва диаграммалар билан биргаликда) 8 саҳифадан кам бўлмаслиги (аннотациялар, калит сўзлар ва адабиётлар рўйхати бу ҳисобга кирмайди) талаб қилинади. Журнал учун энг мақбул ҳажм 8-10 саҳифа оралиғида.

4. Агар мақолага расм, жадвал, диаграмма, схема, чизма, турли график белгилар киритилган бўлса, улар оқ-қора рангларда чизилган бўлиши, аниқ ва равшан тасвирланиши, қисқартмаларнинг тўлиқ изоҳи ёзилиши лозим. Мақолада матнида ранг воситасида маъно фарқлашга хизмат қиладиган расм, чизма ва диаграммаларнинг бўлиши мумкин эмас.

Формулалар матнга махсус компьютер дастурларида киритилиши керак.

Адабиётлар рўйхати лотин алифбосига транслитерация қилинади.

Мақолага муаллифлар ҳақида маълумот илова қилинади.

Муаллиф(лар) ҳақидаги маълумот қуйидагиларни ўз ичига олади:

– муаллиф(лар)нинг фамилияси, исми ва отасининг исми (тўлиқ)

– илмий даражаси (агар бўлса)

– иш жойи, бўлим, вазифаси (қисқартирмаган ҳолда).

Муаллиф ҳақида инглиз тилидаги маълумотлар қуйидагиларни ўз ичига олади:

1) муаллиф(лар)нинг фамилияси, исми ва отаси исмининг инглиз тилидаги варианти, мақола номи ва муаллиф иш жойининг инглиз тилига таржимаси, масалан: *Dilmurod H. Quronov*, Andijan State University (Andijan, Usbekistan). E-mail: kuronov@rambler.ru

COMPOSITIONOF LYRICAL WORK

2) калит сўзларнинг инглиз тилига таржимаси;

Фойдаланилган адабиётларнинг инглиз тилидаги варианти (References) APA-2010 стандарти бўйича тайёрланиши зарур.

1. Китобларни бериш тартиби:

Esin, A.B. (2000) *Printsipy i priyemy analiza literaturnogo proizvedeniya* [Principles and techniques of analyzing literary work]. Moscow: Flinta.

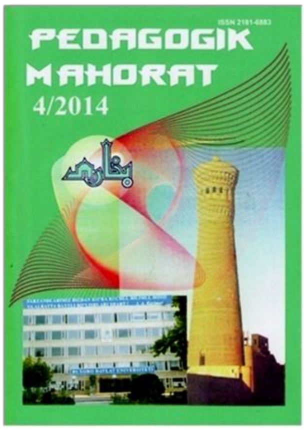
Rakhimzhonov, N. (2012) *Intellektual sheriyatning tabiati* [Nature of intellectual Poetry] In: *Istiqlol va bugungi adabiyot* [Independence and Modern Literature]. Toshkent: Teacher. pp. 145–155.

2.Мақолаларни бериш тартиби:

Suyarov, M. (2008) Peyzazh she’riyatida kompozitsiya [Composition in landscape poetry]. *O‘zbek tili va adabiyoti* [*Uzbek language and literature]*. 1. pp. 72–75 (In Uzb.).

3. Интернет манбаларини бериш тартиби:

Belova, E. A., Kilkeeva, Yu. A., & Trenogina, A. A. (2014). *Tendencies of the world market of transportation and logistics services development.* Retrieved from http://pnu.edu.ru/media/ejournal/articles-2014/TGU_5_336.pdf *(in Russ.)*



Buxoro davlat universiteti muassisligidagi
“PEDAGOGIK MAHORAT”
ilmiy-nazariy va metodik jurnali
barcha ta’lim muassasalarini
hamkorlikka chorlaydi.

Pedagoglarning sevimli nashriga aylanib ulgurgan “Pedagogik mahorat” jurnali maktab, kollej, institut va universitet pedagogik jamoasiga muhim qo‘llanma sifatida xizmat qilishi shubhasiz.

Mualliflar uchun eslatib o‘tamiz, maqola qo‘lyozmalari universitet tahririy-nashriyot bo‘limida qabul qilinadi.

Manzilimiz: Buxoro shahri, M.Iqbol ko‘chasi 11-uy
Buxoro davlat universiteti, 1-bino 2-qavat, 208-xona

Tahririyat rekvizitlari:
Moliya vazirligi g‘aznachiligi
23402000000100001010
MB BB XKKM Toshkent sh. MFO 00014 INN 201504275
BuxDU 400110860064017950100079002

Pedagogik mahorat: rivojlanamiz va rivojlantiramiz!

PEDAGOGIK MAHORAT **Ilmiy-nazariy va metodik jurnal** **2021-yil maxsus son** **2001-yil iyul oyidan chiqa boshlagan.** **OBUNA INDEKSI: 3070**	**Buxoro davlat universiteti nashri** Jurnal oliy o‘quv yurtlarining professor-o‘qituvchilari, ilmiy tadqiqotchilar, ilmiy xodimlar, magistrantlar, talabalar, akademik litsey va kasb-hunar kollejlari hamda maktab o‘qituvchilari, shuningdek, keng ommaga mo‘ljallangan. Jurnalda nazariy, ilmiy-metodik, muammoli maqolalar, fan va texnikaga oid yangiliklar, turli xabarlar chop etiladi. **Nashr uchun mas’ul:** **Alijon HAMROYEV.** **Musahhih: Muhiddin BAFAYEV.** **Muharrir: O‘g‘iljon Olloqova**	Jurnal tahririyat kompyuterida sahifalandi. Chop etish sifati uchun bosmaxona javobgar. Bosishga ruxsat etildi 28.12.2018 Bosmaxonaga topshirish vaqti 30.12.2018 Qog‘oz bichimi: 60x84. 1/8 Tezkor bosma usulda bosildi. Shartli bosma tabog‘i – 20,6 Adadi – 100 nusxa Buyurtma № 21 Bahosi kelishilgan narxda. “Sadriddin Salim Buxoriy” MCHJ bosmaxonasida chop etildi. Bosmaxona manzili: Buxoro shahri M.Iqbol ko‘chasi 11-uy.