Бухоро давлат университети
ўқув-методик кенгаш 1-сонли
йиғилишининг баённомасидан
К Ў Ч И Р М А С И

27.08.2020 **Бухоро шаҳри**

К У Н Т А Р Т И Б И:

4. Турли масалалар.

Математика кафедраси ўқитувчиси Ғ.Қурбоновнинг “Аналитик геометриядан мисол ва масалалар (1-қисм)” деб номланган методик қўлланмасини нашрга тавсия этиш.

Э Ш И Т И Л Д И:

Г.Тоирова (кенгаш котибаси) - Математика кафедраси ўқитувчиси Ғ.Қурбоновнинг “Аналитик геометриядан мисол ва масалалар (1-қисм)” деб номланган методик қўлланмасини нашрга тайёрлаганлигини маълум қилди. Ушбу қўлланмага: БухМТИ доцент, т.ф.н. Ғ.Юнусов ва ўқитувчи З.Ҳамдамовлар томонидан ижобий баҳо берилганлигини таъкидлади. Методик қўлланма муҳокамаси ҳақидаги Физика-математика факультети (2020 йил 20 август) ва Математика кафедрасининг (2020 йил 12 июнь) йиғилиш қарори билан таништирди.

Юқоридагиларни инобатга олиб ўқув-методик кенгаш

Қ А Р О Р Қ И Л А Д И:

1. Математика кафедраси ўқитувчиси Ғ.Қурбоновнинг “Аналитик геометриядан мисол ва масалалар (1-қисм)” деб номланган методик қўлланмаси нашрга тавсия этилсин.

Ўқув-методик кенгаш раиси **Даминов М.И.**
Ўқув-методик кенгаш котибаси **Тоирова Г.И.**

Кўчирма аслига тўғри

Ўқув-методик кенгаш котибаси **Тоирова Г.И.**

O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi
Buxoro davlat universiteti

G‘.G‘.QURBONOV

ANALITIK GEOMETRIYADAN MISOL VA MASALALAR

I qism

o‘quv-metodik qo‘llanma

“Durdona” nashriyoti
Buxoro – 2020

UO'K 514.122(072)
22.151.5ya73
Q-80
Qurbonov, G‘.G‘.
Analitik geometriyadan misol va masalalar [Matn] Q. I : o‘quv-metodik qo‘llanma / G‘.G‘.Qurbonov. - Buxoro : "Sadriddin Salim Buxoriy" Durdona nashriyoti, 2020. - 124 b.

KBK 22.151.5ya73

Ushbu o‘quv-metodik qo‘llanma Oliy ta’lim muassasalarining ”Matematika” ta’lim yo‘nalishida tahsil olayotgan talabalar uchun mo‘ljallab yozilgan. Qo‘llanmada asosan Analitik geometriya faniga kirishning dastlabki tushunchalari, vektorlar va ular ustida chiziqli amallar, vektorning koordinatalari, moduli, yo‘naltiruvchi kosinuslari va koordinatalari bilan berilgan vektorlar ustida amallar, vektorlarning skalyar, vektor va aralash ko‘paytmalari, tekislikda to‘g‘ri chiziqlarning turli tenglamalari, fazoda tekislik va to‘g‘ri chiziq tenglamalari kabi tushunchalar batafsil yoritilgan. Barcha mavzularda nazariy ma’lumotlar, namunaviy masalalar yechimlari va talabalar mustaqil bajarishlari uchun mo‘ljallangan topshiriqlar keltirilgan. Bundan tashqari, qo‘llanmada keltirilgan mavzular bo‘yicha egallangan bilimlarni mustahkamlash uchun test topshiriqlari ham o‘z aksini topgan.

Taqrizchilar:

Yunusov G‘anisher G‘afirovich, Buxoro muhandislik texnologiya instituti “Oliy matematika” kafedrasi mudiri, dotsent
Hamdamov Zikrullo Nutfulloyevich, Buxoro davlat universiteti “Matematika” kafedrasi o‘qituvchisi

Mazkur o‘quv-metodik qo‘llanma Buxoro davlat universiteti o‘quv-metodik Kengashining 27 avgust 2020-yildagi 1-sonli qarori bilan nashrga tavsiya etilgan.

ISBN 978-9943-6707-3-0

MUNDARIJA

KIRISH

”Analitik geometriya” fani oliy matematikaning asosiy bo‘limlaridan biri hisoblanadi. Mazkur fanning 1-modulida vektorlar, tekislikda to‘g‘ri chiziq tenglamalari, fazoda to‘g‘ri chiziq va tekisliklar hamda ularning tenglamalari, o‘zaro joylashishlari, tekislikda ikkinchi tartibli chiziqlar, fazoda ikkinchi tartibli sirtlarning tenglamalari va xossalarini o‘zrganish ko‘zda tutilgan.

Ushbu o‘quv metodik qo‘llanma Analitik geometriya fani dasturida keltirilgan ”Vektorlar” va ”Fazoda tekislik va to‘g‘ri chiziq” bo‘limlari bo‘yicha barcha mavzularga doir nazariy ma’lumotlar hamda misol va masalalarini qamrab olgan bir qo‘llanmadir. U Oliy ta’lim muassasalarining “Matematika” ta’lim yo‘nalishlarida tahsil olayotgan talabalar uchun mo‘ljallab yozilgan.

Mazkur qo‘llanmada yuqorida sanab o‘tilgan mavzularga oid qisqacha nazariy ma’lumotlar bayon qilingan. Ularga doir misol va masalalar dastlab sodda va muayyan tasavvur hosil qilinadigan, so‘ngra murakkabroq masalalarni yechishga alohida e’tibor qaratilgan. Misol va masalalarni sharhlab, ularni yechib ko‘rsatishdan ko‘zlangan maqsad Analitik geometriya kursidan olingan nazariy bilimlardan misol va masalalarni yechishda foydalana olish ko‘nikmasini shakllantirishdir. Talabalar namuna sifatida yechib ko‘rsatilgan masalalarda qo‘llanilgan usullardan foydalanib mustaqil bajarishlari uchun ko‘plab misol va masalalar keltirilgan.

Ma’lumki, vektorlar hamda fazoda tekislik va to‘g‘ri chiziqlarning turli tenglamalari orasida o‘xshash va farqli jihatlari mavjud. Qo‘llanmada keltirilgan ma’lumotlarda Analitik geometriyaga xos bo‘lgan usullar alohida ta‘kidlab o‘tilgan.

Qo‘llanmani o‘qish jarayonida talabalar o‘zlarining Analitik geometriya, Chiziqli algebra va analitik geometriya fanlaridan olgan bilimlarini to‘ldiradilar. Undan matematikaning ko‘plab sohalari bo‘yicha ilmiy-tadqiqot ishlari olib borayotgan magistrantlar, tayanch doktorantlar va mustaqil izlanuvchilar ham foydalanishlari mumkin.

1-MODUL. VEKTORLAR.

1-MAVZU: ANALITIK GEOMETRIYA FANIGA KIRISH.

Reja:

1. Geometriyaning rivojlanish tarixidan.
2. Ikki nuqta orasidagi masofa.
3. Kesmani berilgan nisbatda bo'lish.

Tayanch iboralar: nuqta, kesma, kesmani berilgan nisbatda bo'lish, ikki nuqta orasidagi masofa.

1.1.Geometriyaning rivojlanish tarixidan.

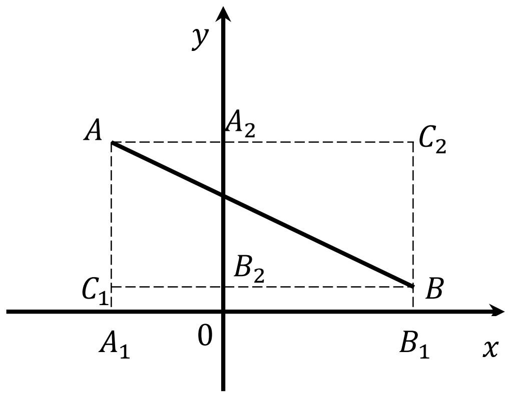
Geometriya fani qadimiy tarixga ega bo'lib, unga oid boshlang'ich tushunchalar bundan 4000 yil muqaddam Misr va Bobilda vujudga kelgan. Geometrik bilimlarning vujudga kelishi odamlarning amaliy faoliyati bilan bog'liq. Bu ko'pgina geometrik figuralarning nomlarida o'z aksini topgan. Masalan, trapesiya nomi yunoncha trapezion – so'zidan olingan bo'lib, "stolcha" ni bildiradi. "Chiziq" termini lotincha limem – "zig'irip" so'zidan hosil bo'lgan. Qadimdayoq geometriya aksiomalar sistemasiga asosan tuzilgan qat'iy mantiqiy fanga aylangan. U uzluksiz rivojlanib yangi teoremalar, g'oyalar va usullar bilan boyib borgan. Eramizdan avvalgi III asrda yunon olimi Yevklid "Negizlar" nomli asarini yozadi. Yevklid shu davrgacha bo'lgan geometrik bilimlarni jamladi va bu fanning tugallangan aksiomatik bayonini berishga harakat qildi. Yevkliddan so'ng yashagan olimlar uning "Negizlar"iga ba'zi mavzularni qo'shdilar, aniqliklar kiritdilar. Geometriyaning hozirgi zamon fizikasi bilan bog'lanishini kuzatish g'oyat qiziqarli. Ko'pincha matematikani boyitgan yangi tushunchalar fizika hamda kimyo va tabiatshunoslikning boshqa bo'limlaridan keladi. Masalan, vektor mexanikadan olinganligi misol bo'la oladi.

Geometriyaning kelgusi rivojlanishida esa matematikaning ichki talabi va o'ziga xos mantiqiy rivojlanishi natijasida uning ichida vujudga kelgan, yangi geometrik tushunchalar yangi zamonaviy fizikani yaratishga yo'l ochdi. Masalan, Lobachevskiy geometriyasi nisbiylik nazariyasini ochishga asos bo'lib xizmat qildi.

Hozirgi zamon geometriyasi juda ko'p yo'nalishlarga ega. Ulardan biri geometriyani sonlar nazariyasi bilan, ikkinchisi kvant fizikasi bilan, uchinchisi esa matematik tahlil bilan yaqinlashtiradi. Hozirgi zamon matematikasi bo'limlari shundayki unda geometriya ko'proqmi, algebrami yoki tahlil(analiz) aytish qiyin. Geometriyaning rivojlanishida Markaziy Osiyodan chiqqan matematiklar Muhammad ibn Muso al-Xorazmiy, Abu Rayhon Beruniy, Abu Ali ibn Sino, Abdurahmon al-Xaziniy, Abul Vafo Buzmoniy, Umar Xayyom, Mirzo Ulug‘bek, G‘iyosiddin al-Koshiy va boshqalarning xizmati kattadir. XVII asrda fransuz matematigi va filosofi Rene Dekart ishlari tufayli, butun matematikani, xususan geometriyani inqilobiy qayta qurgan koordinatlar usuli(metodi) vujudga keldi. Algebraik tenglik(tengsizlik) larni geometrik obraz(grafik)lar orqali talqin qilish va aksincha geometrik masalalarni yechishni analitik, formulalar, tenglamalar sistemalari yordamida izlash imkoniyatini paydo qildi. Matematika fanining yangi tarmog‘i analitik geometriya vujudga keldi. Analitik geometriyaning mohiyati, geometrik ob’yektlarga uning algebraik(analitik) ifodasini mos qo‘yib, ularning xususiyatlarini o‘rganishni, unga mos algebraik ifodalarni tekshirish orqali amalga oshiriladi.

1.2. Ikki nuqta orasidagi masofa.

$A(x_1, y_1)$ va $B(x_2, y_2)$ nuqtalardan o‘tuvchi hamda Ox va Oy o‘qlariga paralel bo‘lmagan to‘g‘ri chiziq berilgan bo‘lsin: A va B nuqtalardan Ox va Oy o‘qlariga paralel hamda ular bilan A_1 , A_2, B_1, B_2 nuqtalarda kesishguncha to‘g‘ri chiziqlar o‘tkazamiz.



1.2.1-chizma

Tekislikda hosil bo‘lgan $A_1C_1BC_2$ to‘g‘ri to‘rtburchakni qaraylik. Undagi A_1C_1B to‘g‘ri burchakli uchburchakdan Pifagor teoremasiga asosan,

$$|AB|^2 = |AC_1|^2 + |C_1B|^2 \qquad (1.1)$$

bundan, $|C_1B| = |A_1B_1| = |x_2 - x_1|$,

$$|AC_1| = |A_2B_2| = |y_2 - y_1|. \qquad (1.2)$$

$|AB| = d$ belgilash kiritamiz. U holda (1.1) va (1.2) lardan:

$$d^2 = |AB|^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

yoki

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad (1.3)$$

(1.3) formula ikki nuqta orasidagi masofani(kesma uzunligini) topish formulasidir. Bu formula umumiy formula bo‘lib, A va B nuqtaning tekislikdagi har qanday holatida ham quyidagicha bo‘ladi:

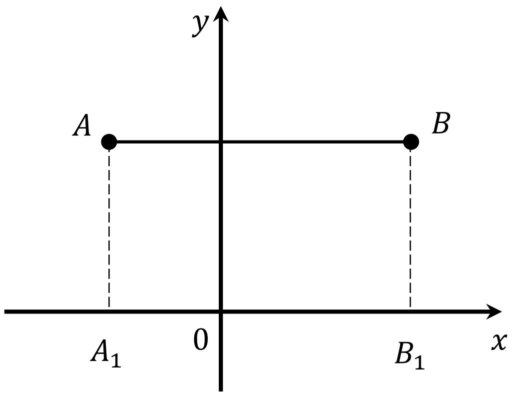
$|AC_2| = |C_1B| = |x_2 - x_1|$ va

$$|AC_1| = |C_2B| = |y_2 - y_1|. \qquad (1.4)$$

Agar ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq absissa yoki ordinata o‘qlaridan biriga paralel bo‘lsa, masalan Ox o‘qqa paralel bo‘lsa,

$$|AB| = |A_1B_1| = |x_2 - x_1| \qquad (1.5)$$

dan iborat bo‘ladi. Bunda $y_2 - y_1 = 0$, chunki $y_2 = y_1$.



1.2.2-chizma

Agar $A(x_1, y_1)$ nuqta $O(0;0)$ nuqta (koordinatalar boshi) bilan ustma-ust tushsa, (1.1) formulani quyidagicha yozish mumkin:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(x_2 - 0)^2 + (y_2 - 0)^2} =$$
$$= \sqrt{{x_2}^2 + {y_2}^2},$$

bundan

$$d = \sqrt{{x_2}^2 + {y_2}^2} \qquad (1.6)$$

1-misol. $M(4;-1)$ va $N(-2;5)$ nuqtalar berilgan bo‘lsa MN kesmaninig uzunligini toping.

Yechish. Berilganlarga ko‘ra: $x_1 = 4$, $y_1 = -1$, $x_2 = -2$, $y_2 = 5$. Bu qiymatlarni (1.3) formulaga qo‘ysak:

$$d = |MN| = \sqrt{(-2-4)^2 + \left(5 - (-1)\right)^2} = \sqrt{36+36} = \sqrt{72} =$$
$$= 6\sqrt{2}$$

Demak, MN kesmaning uzunligi $6\sqrt{2}$ o‘lchov birligiga teng ekan.

2-misol. $M(5;3)$ va $N(2;-1)$ nuqtalar orasidagi masofani toping.

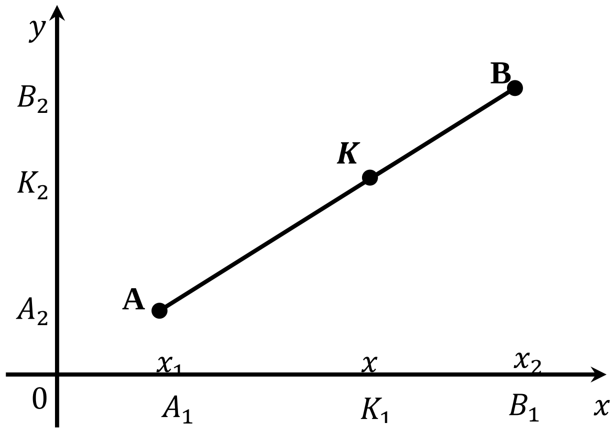
Yechish. Shartga ko‘ra: $x_1 = 5,\ y_1 = 3, x_2 = 2,\ y_2 = -1$. Bu qiymatlarni (1.3) formulaga qo‘ysak:

$MN = \sqrt{(2-5)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ bo`ladi.

1.3. Kesmani berilgan nisbatda bo‘lish

Uchlari $A(x_1, y_1)$ va $B(x_2, y_2)$ nuqtalardan iborat AB kesma berilgan bo‘lsin. Shu kesmada yotgan hamda uni ixtiyoriy nisbatda bo‘luvchi biror $K(x, y)$ nuqtaning koordinatalarini topish talab qilinsin.

Koordinatalari izlangan nuqtani AB kesmaning ixtiyoriy nuqtasiga joylashtiramiz. Natijada, $\frac{|AK|}{|KB|}$ nisbat hosil bo‘ladi. Bu nisbatni λ bilan belgilasak, $\frac{|AK|}{|KB|} = \lambda$ bo‘ladi. Bunda $\lambda > 0$. Agar K nuqta AB kesmadan tashqarida yotsa $\lambda < 0$ bo‘lar edi.



1.3.1-chizma

AB kesma absissa yoki ordinata o‘qlaridan hech biriga parallel bo‘lmagan holni qaraymiz. A, K, B nuqtalardan Ox va Oy o‘qlarga ular bilan kesishguncha perpendikulyar to‘g‘ri chiziqlar o‘tkazamiz. Kesishish nuqtalarini mos ravishda A_1, K_1, B_1, A_2, K_2 va B_2 harflar bilan belgilaymiz. U holda Fales teoremasiga asosan:

$$\frac{|AK|}{|KB|} = \frac{|A_1K_1|}{|K_1B_1|} = |\lambda|. \qquad (1.7)$$

Bundan $|A_1K_1| = x - x_1$ va $|K_1B_1| = x_2 - x$. Bularni (1.7) ga qo‘ysak quyidagi tenglama hosil bo‘ladi:

$\frac{x-x_1}{x_2-x}=\lambda$ yoki

$$x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda} \tag{1.8}$$

(1.8) -izlanayotgan K nuqtaning absissasini topish formulasidir. Shuningdek, K ning ordinatasi quyidagi formula yordamida topiladi:

$$y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda} \tag{1.9}$$

Demak, kesmani berilgan nuqtada bo‘luvchi ixtiyoriy nuqtaning koordinatalari

$$K(\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda};\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}) \tag{1.10}$$

formula orqali topiladi. Bunda $\lambda\neq-1$.

Agar $\lambda=1$ bo‘lsa (1.10) dagi K nuqtaning koordinatalari quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$K(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2}) \tag{1.11}$$

bunda K nuqta AB kesmaning o‘rtasida yotadi.

3-misol. Tekislikda A$(5;3)$ va $B(2;1)$ nuqtalar berilgan. AB kesmani $\frac{AC}{CB}=\lambda=0{,}2$ nisbatda bo‘luvchi $C(x,y)$ nuqtaning koordinatlarini toping.

Yechish. Shartga ko‘ra $x_1=5, y_1=3, x_2=2, y_2=1, \lambda=0{,}2$. (1.4) formulaga asosan:

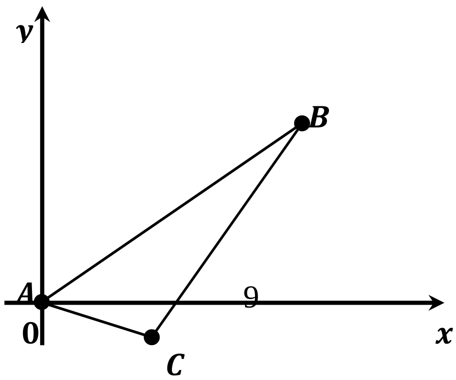
$$x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}=\frac{5+0,2\cdot 2}{1+0,2}=\frac{5,4}{1,2}=\frac{54}{12}=\frac{27}{6}=\frac{9}{2},$$

$$y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}=\frac{3+0,2\cdot 1}{1+0,2}=\frac{3,2}{1,2}=\frac{32}{12}=\frac{8}{3}$$

Shunday qilib, $C(4{,}5;\frac{8}{3})$ bo‘ladi.

4-misol. Uchlari $A(0;0)$, $B(12;5)$ va $C(4;-3)$ nuqtalarda yotgan uchburchak berilgan. A burchagidan chiqqan bissektrisa va shu burchak qarshisidagi tomonnning kesishish nuqtasi $D(x,y)$ ning koordinatalarini toping.

Yechish. Berilgan nuqtalarning koordinatalari yordamida ABC uchburchakni yasaymiz.



1.3.2-chizma

Ma'lumki, $D(x,y)$ nuqta BC tomonni $\lambda > 0$, $\lambda = \frac{|BD|}{|CD|}$ nisbatda bo'ladi. Buni quyidagicha ham yozish mumkin:

$$\frac{|BD|}{|CD|} = \frac{|AB|}{|AC|} = \lambda.$$

AB va AC kesmalarning uzunliklarini topamiz.

$|AB| = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$ va $|AC| = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$.

Bulardan $\lambda = \frac{13}{5}$,

$$x = \frac{12 + \frac{13}{5} \cdot 4}{1 + \frac{13}{5}} = 6\frac{2}{9} \quad \text{va} \quad y = \frac{5 + \frac{13}{5} \cdot (-3)}{1 + \frac{13}{5}} = -\frac{7}{9}$$

demak, izlanayotgan nuqtaning koordinatalari $D(6\frac{2}{9}; -\frac{7}{9})$ dan iborat bo'ladi.

Mustahkamlash uchun topshiriqlar

1.2. Ikki nuqta orasidagi masofaga doir misollar

1.2.1. Quyidagi hollarning har birida A, B nuqtalar orasidagi d masofa topilsin:

1) $A(4;3)$, $B(7;7)$ 3) $A(12;-1)$, $B(0;4)$
2) $A(3;1)$, $B(-2;4)$ 4) $A(3;5)$, $B(4;6)$

1.2.2. Koordinatalar boshidan quyidagi nuqtalargacha bo'lgan masofalar topilsin:

1) $A(11;4)$ 3) $A(-11;0)$
2) $A(-3;-4)$ 4) $A(5;12)$

1.2.3. Koordinata tekisligida $A(1;1)$ va $B(3;7)$ nuqtalardan teng uzoqlikda yotgan $C(2;y)$ joylashgan nuqtalar topilsin.

1.2.4. Koordinata tekisligida $A(-2;2)$ va $B(4;8)$ nuqtalardan teng uzoqlikda yotgan $C(3;y)$ joylashgan nuqtalar topilsin.

1.2.5. Koordinata tekisligida $A(-3;2)$ va $B(9;3)$ nuqtalardan teng uzoqlikda yotgan $C(x;6)$ joylashgan nuqtalar topilsin.

1.2.6. Oy o'qida koordinatalar boshidan va $A(-8;-4)$ nuqtadan teng uzoqlikda joylashgan nuqta topilsin.

1.2.7. Oy o'qida koordinatalar boshidan va $B(6;4)$ nuqtadan teng uzoqlikda joylashgan nuqta topilsin.

1.2.8. Ox o‘qida koordinatalar boshidan va $C(-3;1)$ nuqtadan teng uzoqlikda joylashgan nuqta topilsin.
1.2.9. Ox o‘qida koordinatalar boshidan va $D(5;8)$ nuqtadan teng uzoqlikda joylashgan nuqta topilsin.
1.2.10. $A(4;5)$ va $B(3;2)$ nuqtalardan teng uzoqlikda yotgan $C(5;y)$ nuqtani toping.
1.2.11. ABC uchburchak uchlarining koordinatalari berilgan: $A(3;1)$, $\mathrm{B}(7;5)$, $\mathrm{C}(5;-1)$. U o‘tkir burchaklimi, to‘g‘ri burchaklimi yoki o‘tmas burchaklimi?
1.2.12. Koordinata o‘qlarida $A(-5;9)$ nuqtadan 15 birlik uzoqlikda joylashgan nuqtalar topilsin.
1.2.13. Koordinata o‘qlarida $B(-2;11)$ nuqtadan 10 birlik uzoqlikda joylashgan nuqtalar topilsin.
1.2.14. Markazi $C(6;7)$ nuqtada va radiusi $r=5$ bo‘lgan aylana berilgan. $A(7;14)$ nuqtadan bu aylanaga urinmalar o‘tkazilgan. A nuqtadan urinish nuqtalargacha bo‘lgan masofalar topilsin.
1.2.15. Radiusi $r=10$ bo‘lgan aylana markazi $C(-4;-6)$ nuqtada. Koordinata burchaklar bissektrisalari bilan aylananing kesishish nuqtalari topilsin.
1.2.16. ABC uchburchak uchlari berilgan: $A(2;-3)$, $\mathrm{B}(1;3)$, $\mathrm{C}(-6;-4)$. $A(2;-3)$ nuqtaga BC tomonga nisbatan simmetrik bo‘lgan M nuqta topilsin.
1.2.17. Uchlari $A(2;2)$, $\mathrm{B}(-5;1)$, $\mathrm{C}(3;-5)$ nuqtalarda bo‘lgan ABC uchburchakka tashqi chizilgan aylana markazi va radiusi topilsin.
1.2.18. Rombning ikkita qarama-qarshi uchi $A(8;-3)$, $\mathrm{C}(10;11)$ berilgan. AB tomon 10 ga teng. Qolgan uchlarining koordinatalari topilsin.
1.2.19. $A(-4;2)$ nuqtadan o‘tib Ox o‘qiga $B(2;0)$ nuqtada urinadigan aylana markazi topilsin.
1.2.20. $A(2;-1)$ nuqtadan o‘tgan va ikkala koordinata o‘qlariga urinadigan aylana tenglamasi tuzilsin.
1.2.21. $B(3;1)$ nuqtadan o‘tgan va ikkala koordinata o‘qlariga urinadigan aylana tenglamasi tuzilsin.
1.2.22. Koordinatalar boshidan $A(-3;4)$ nuqtagacha bo‘lgan masofani toping.
1.2.23. Koordinatalar boshidan $A(2;-5)$ nuqtagacha bo‘lgan masofani toping.

1.2.24. Uchlari $A(4;3)$, $B(0;0)$ va $C(10;5)$ nuqtalarda bo‘lgan uchburchakning perimetrini toping.
1.2.25. $A(5;4)$ nuqta va AB kesmaning o‘rtasi $C(0;3)$ berilgan. Kesmaning ikkinchi $B(x;y)$ uchini toping.
1.2.26. Uchlari $A(3;4)$, $B(7;7)$ va $\mathrm{C}(4;3)$ nuqtalarda bo‘lgan uchburchakning teng yonli ekanligini ko‘rsating.
1.2.27. $A(2;8)$ va $\mathrm{B}(6;-4)$ nuqtalar bilan chegaralangan AB kesma C, D, E nuqtalar bilan 4 ta teng bo‘laklarga bo‘lingan. C, D va E nuqtalarni toping.
1.2.28. AB kesma $C(-1;-2)$ va $D(2;0)$ nuqtalar orqali teng uch bo‘laklarga bo‘lingan. A va B nuqtalarni toping.
1.2.29. Uchlari $A(2;5)$, $B(6;3)$ va $C(4;0)$ nuqtalarda bo‘lgan uchburchakning yuzi hisoblansin.
1.2.30. Uchlari $A(3;1)$, $B(4;6)$, $C(6;3)$ va $D(5;-2)$ nuqtalarda bo‘lgan to‘rtburchakning yuzi hisoblansin.

1.3. Kesmani berilgan nisbatda bo‘lishga doir misollar

1.3.1. $A(-3;8)$, $B(4;-6)$ nuqtalar bilan chegaralangan AB kesmani $\lambda=\frac{3}{4}$ nisbatda bo‘luvchi C nuqtaning koordinatalari topilsin.
1.3.2. $M(-1;3)$, $N(4;-7)$ nuqtalar bilan chegaralangan AB kesmani $\lambda=\frac{2}{3}$ nisbatda bo‘luvchi P nuqtaning koordinatalari topilsin.
1.3.3. $A(4;-5)$, $B(-2;7)$ nuqtalar bilan chegaralangan AB kesmani $\lambda=\frac{1}{5}$ nisbatda bo‘luvchi C nuqtaning koordinatalari topilsin.
1.3.4. $M(1;-4)$, $N(-7;12)$ nuqtalar bilan chegaralangan AB kesmani $\lambda=\frac{3}{5}$ nisbatda bo‘luvchi P nuqtaning koordinatalari topilsin.
1.3.5. $A(-2;-3)$, $B(3;7)$ nuqtalar bilan chegaralangan AB kesmani $\lambda=\frac{3}{2}$ nisbatda bo‘luvchi C nuqtaning koordinatalari topilsin.
1.3.6. Quyidagi hollarning har birida AB kesma o‘rtasining koordinatalari topilsin:
1) $A(2;3)$, $B(-4;7)$;
2) $A(-2;4)$, $B(2;-4)$;
3) $A(0;0)$, $B(1;1)$.
1.3.7. $A(3;4)$ va $B(2;-1)$ nuqtalar berilgan. AB to‘g‘ri chiziqning koordinata o‘qlari bilan kesishish nuqtalari topilsin.

1.3.8. Uchlari $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$,$C(x_3, y_3)$ nuqtalarda joylashgan uchburchakning og'irlik markazi topilsin.
1.3.9. Uchburchak tomonlarining o'rtalari $M_1(2; 4)$, $M_2(-3; 0)$, $M_3(2; 1)$ berilgan. Uning uchlari topilsin.
1.3.10. Uchburchakning uchlari $A(1; 1)$, $B(7; 1)$, $C(1; 7)$ berilgan. Uchburchak tomonlarining o'rtalari topilsin.
1.3.11. AB kesmaning bir uchi $A(2; 3)$ nuqtada joylashgan. $M(1; -2)$ nuqta uning o'rtasi. Kesmaning ikkinchi uchi topilsin.
1.3.12. MN kesmaning bir uchi $K(-2; 1)$ nuqtada joylashgan. $M(2; 5)$ nuqta uning o'rtasi. Kesmaning ikkinchi uchi topilsin.
1.3.13. AB kesmaning bir uchi $A(-4; 2)$ nuqtada joylashgan. $M(4; -1)$ nuqta uning o'rtasi. Kesmaning ikkinchi uchi topilsin.
1.3.14. Parallelogrammning qo'shni uchlari $A(-4; -7)$, $B(2; 6)$ va diagonallari kesishgan $M(3; 1)$ nuqta berilgan. Uning qolgan ikki uchining koordinatalari topilsin.
1.3.15. Ox, Oy o'qlariga mos ravishda $OA = 8$, $OB = 4$ kesmalar joylashgan. Koordinatalar boshidan AB to'g'ri chiziqqa perpendikular tushirilgan. Perpendikular asosi AB kesmani qanday nisbatda bo'ladi?(Dekart koordinatalar sistemasi).
1.3.16. $A(-3; 1)$, $B(2; -3)$ nuqtalar orqali o'tgan to'g'ri chiziqqa shunday M nuqta topilsaki, $\overline{AM} = 3\overline{AB}$ tenglik bajarilsin.
1.3.17. Trapetsiyaning uchta ketma-ket joylashgan $A(-2; -3)$, $B(1; 4)$, $C(3; 1)$ uchlari berilgan. Agar AD asosi BC asosidan 5 marta katta bo'lsa, trapetsiyaning to'rtinchi D uchi topilsin.
1.3.18. $A(-4; 2)$ va $B(8; -7)$ nuqtalar berilgan. AB kesmani uchta teng bo'lakka bo'luvchi C, D nuqtalar topilsin.
1.3.19. $A(3; 4)$ va $B(-6; 11)$ nuqtalar berilgan. AB kesmani uchta teng bo'lakka bo'luvchi C, D nuqtalar topilsin.
1.3.20. $C(2; 2)$, $D(1; 5)$ nuqtalar AB kesmani uchta teng bo'lakka bo'lsa, uning A, B uchlari topilsin.
1.3.21. $C(-2; 4)$, $D(1; 8)$ nuqtalar AB kesmani uchta teng bo'lakka bo'lsa, uning A, B uchlari topilsin.
1.3.22. $A(2; 4)$ nuqta berilgan. AB to'g'ri chiziq ordinata o'qini C nuqtada, abssissa o'qini D nuqtada kesib o'tadi. C nuqta AB kesmani $\frac{2}{3}$ nisbatda va D nuqta $-\frac{3}{4}$ nisbatda bo'lishini bilgan holda B nuqtaning koordinatalari topilsin.

1.3.23. Kesmaning uchlari $M(3;-2)$ va $N(10;-9)$ nuqtalarda yotadi. C nuqta kesmani $\lambda = \frac{2}{5}$ nisbatda bo‘lsa, shu nuqtaning koordinatalarini toping.
1.3.24. $B(-3;4)$ nuqta AC kesmani $\lambda = \frac{2}{3}$ nisbatda bo‘lsa, $A(1;2)$ ni bilgan holda $C(x;y)$ni koordinatalarini toping.
1.3.25. $C(-5;4)$ nuqta AB kesmani $\frac{3}{4}$ nisbatda, $D(6;-5)$ nuqta esa $\frac{2}{3}$ bo‘lsa, A, B nuqtalarning koordinatalari topilsin.
1.3.26. Uchlari $A(5;-4)$, $B(-1;2)$, $C(5;1)$ nuqtalarda bo‘lgan uchburchakning AD medianasining uzunligini topilsin.
1.3.27. $(4;2)$, $(0;-1)$ nuqtalardan o‘tadigan to‘g‘ri chiziqda $(-4;-4)$ nuqtadan 5 birlik masofada joylashgan nuqtalar topilsin.
1.3.28. $(4;8)$, $(-1;-4)$ nuqtalardan o‘tadigan to‘g‘ri chiziqda $(-1;-4)$ nuqtadan 4 birlik masofada joylashgan nuqtalar topilsin.
1.3.29. $ABC: A(4;1), B(7;5), C(-4;7)$ uchburchakning AD bissektrisasining uzunligi hisoblansin.
1.3.30. Trapetsiyaning uchta ketma-ket $A(-1;-2), B(1;3), C(9;9)$ uchlari berilgan. Trapetsiyaning asosi $AD = 15$ bo’lsa, uning to‘rtinchi D uchi topilsin.

2- MAVZU: VEKTORLAR VA ULAR USTIDA CHIZIQLI AMALLAR.

Reja:

1. Ta’rif va tushunchalar.
2. Vektorlar ustida amallar. Vektorni qo‘shish, ayirish va songa ko‘paytirish.
3. Berilgan vektorni bazis vektorlar bo‘yicha yoyish.

Tayanch iboralar: nol vektor, kollinear, birlik vektor, teng vektor, vektorning yig‘indisi, vektorlarning ayirmasi, chiziqli bog‘liq, komplanar, yoyilgan, bazis.

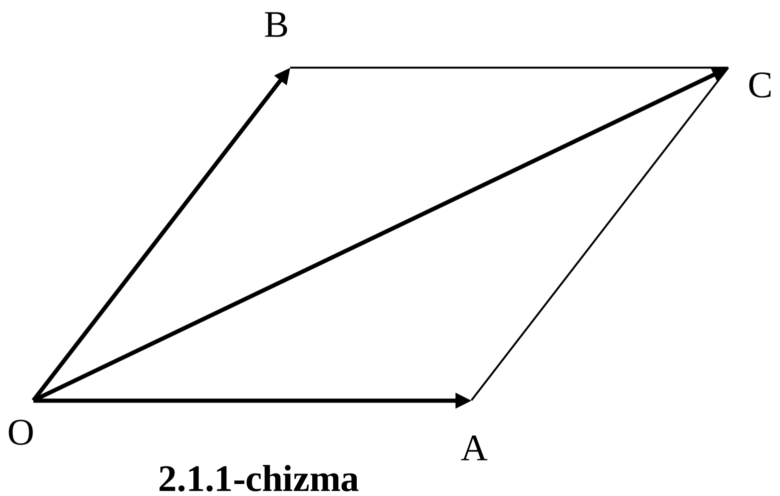
2.1. Ta’rif va tushunchalar.

Yo‘naltirilgan kesmaga vektor deyiladi. Ma’lumki kesma ikki nuqtani tutashtirishdan hosil bo‘ladi. Birinchi nuqta vektorning – **boshi**, ikkinchisi – **oxiri** deyiladi. Boshi bilan ustma-ust tushgan vektor **nol** vektor deyiladi. Nol vektordan farqli har qanday vektor yo‘nalgan kesma bilan tasvirlanadi.

Vektorlar **AB, CD,** $\overline{AB}, \overline{CD}$ yoki $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ kabi belgilanadi.

AB, CD to‘g‘ri chiziqlar parallel yoki ustma-ust tushsa, ikkita nol bo‘lmagan $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ vektorlar **kollinear** deyiladi. Nol vektor har qanday vektorga kollinear hisoblanadi.

Noldan farqli $\overrightarrow{AB},$ vektorning uzunligi deb, $\boldsymbol{AB}$ kesmaning uzunligiga aytiladi va $|\overrightarrow{AB}|$ kabi belgilanadi. Ta’rif bo‘yicha nol vektorning uzunligi (moduli) nolga teng. Uzunligi birga teng bo‘lgan vektor **birlik vektor** deyiladi.



2.1.1-chizma

Nol bo‘lmagan ikkita $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ vektorlarning uzunliklari teng va bir xil yo‘nalgan bo‘lsa, bunday vektorlar **teng vektorlar** deyiladi.

Noldan farqli $\vec{a}$ vektor uchun $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \vec{a}^0$ dan iborat vektor $\vec{a}$ bilan bir xil yo‘nalgan birlik vektor bo‘ladi, bu yerda: $\vec{a} = |\vec{a}| \cdot \vec{a}^0$.

1-misol. $A(3; -1; 2)$ nuqta $\overrightarrow{AB}$ vektorning boshi $B(-1; 2; 1)$ nuqta esa oxiri bo‘lsa, $\overrightarrow{AB}$ vektorning koordinatalarini toping.

Yechish: $\overrightarrow{AB}$ vektorning koordinatalarini topish uchun mos ravishda B nuqtaning koordinatalaridan A nuqtaning koordinatalarini ayiramiz.

$$\overrightarrow{AB}(-1-3; 2-(-1); 1-2)$$
$$\overrightarrow{AB}(-4; 3; -1).$$

2-Misol. $\vec{a}(3; -6; -2)$ vektorga yo‘nalishdosh bo‘lgan birlik vektorni toping.

Yechish: Birlik vektorni quyidagicha yozish mumkin.

$$\vec{a}^0 = \vec{\imath}\,\vec{a}_x^0 + \vec{\jmath}\ \vec{a}_y^0 + \vec{k}\ \vec{a}_z^0$$

endi $\vec{a}_x^0,\ \vec{a}_y^0,\ \vec{a}_z^0$ larni topamiz.

$$\vec{a}_x^0=\frac{\vec{a}_x}{|a|};\ \ \vec{a}_y^0=\frac{\vec{a}_y}{|a|};\ \vec{a}_z^0=\frac{\vec{a}_z}{|a|}$$

$|a|=\sqrt{6^2+(-2)^2+(-3)^2}=\sqrt{49}=7$ bo‘lgani uchun. Bundan $\vec{a}_x^0=\frac{3}{7}$;

$\vec{a}_y^0=-\frac{6}{7}$; $\vec{a}_z^0=-\frac{2}{7}$ ga ega bo‘lamiz. Demak, berilgan vektorga yo‘nalishdosh birlik vektor quyidagicha $\vec{a}^0=\left(\frac{3}{7},-\frac{6}{7},-\frac{2}{7}\right)$ bo‘ladi.

2.2. Vektorlar ustida amallar. Vektorni qo‘shish, ayirish va songa ko‘paytirish.

Ikki vektorni qo‘shish deb, birinchi vektorning oxiriga ikkinchi vektorning boshi keltirib qo‘yilganda birinchi vektorning boshidan chiqib ikkinchi vektorning oxiriga tomon yo‘nalgan vektorga aytiladi. $\vec{a},\vec{b},\vec{c},\dots,\vec{k}$ vektorlarning yig‘indisi deb, quyidagicha yasaladigan $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\dots+\vec{k}$ vektorga aytiladi.

Ixtiyoriy O nuqtaga $\vec{a}$ vektor qo‘yiladi, uning oxiriga $\vec{b}$ vektorning boshi qo‘yiladi va hokazo. Olingan O nuqta $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\dots+$ $+\vec{k}$ vektorning boshi, eng so‘ngi vektorning oxiri esa, yig‘indining oxiri deyiladi.

Vektorlarning yig‘indisi O nuqtani tanlab olishga bog‘liq emas.

Kollinear bo‘lmagan ikkita $\vec{a},\vec{b}$ vektorlarning yig‘indisi quyidagicha ham yasalishi mumkin (parallelogramm qoidasi): ikkala $\vec{a},\vec{b}$ vektorni bitta O nuqtadan boshlab $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ vektorlar qo‘yiladi; tomonlari OA, OB bo‘lgan $OBCA$ parallelogramm yasaladi, u holda $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{OB}=\vec{a}+\vec{b}$ hosil bo‘ladi.

$$\vec{x}+\vec{b}=\vec{a} \qquad (2.1)$$

shartni qanoatlantiruvchi $\vec{x}$ vektorga $\vec{a},\vec{b}$ vektorlarning ayirmasi deyiladi.

$\vec{a},\vec{b}$ vektorlarning $\vec{a}-\vec{b}$ ayirmasini yasash uchun quyidagicha ish ko‘riladi: $\vec{a},\vec{b}$ vektorlar bitta nuqtadan qo‘yiladi $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$. U hol $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ da $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\vec{a}+\vec{b}$.

$\vec{a}\neq 0$ vektorga qarama-qarshi vektor deb $\vec{a}$ vektorga kollinear, moduli shu vektor moduliga teng, yo‘nalishi esa $\vec{a}$ vektor yo‘nalishiga qarama-qarshi bo‘lgan vektorga aytiladi. Ravshanki, qo‘shish amalining xossalari quyidagicha bo‘ladi:

$$\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)=(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c} \quad \text{(assotsiativlik)}$$

$$\vec{a}+0=\vec{a}$$

$$\vec{a}+(-\vec{a})=0$$

$$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a} \qquad \text{(kommutativlik)} \qquad (2.2)$$

λ son bilan $\vec{a}\neq 0$ vektorning ko‘paytmasi deb, $\vec{a}$ vektorga kollinear, moduli $|\lambda|\,|\vec{a}|$ bo‘lgan $\vec{a}$ vektor bilan bir xil, $\lambda<0$ holda unga qarama-qarshi yo‘nalgan $\lambda\vec{a}$ vektorga aytiladi. Agar $\lambda=0$ yoki $\vec{a}=0$ bo‘lsa $\lambda\vec{a}=0$ bo‘ladi. Vektorni songa ko‘paytirish amalining xossalari:

$$1\cdot\vec{a}=\vec{a}$$

$$\lambda(\mu\vec{a})=(\lambda\mu)\cdot\vec{a}$$

$$\lambda\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=\lambda\cdot\vec{a}+\lambda\cdot\vec{b}$$

$$(\lambda+\mu)\cdot\vec{a}=\lambda\cdot\vec{a}+\mu\cdot\vec{a} \qquad (2.3)$$

Agar $\vec{a}$, $\vec{b}$ vektorlar kollinear va $\vec{b}\neq 0$ bo‘lsa, $\frac{\vec{a}}{\vec{b}}$ nisbat deb shunday λ songa aytiladiki, unda $\vec{a}=\lambda\cdot\vec{b}$ bo‘ladi.

3-Misol. $\vec{a}(-2;3;1)$ va $\vec{b}(8;-4;-6)$ vektorlar berilgan. Quyidagi $3\vec{a}-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\vec{b}$ vektorning koordinata o‘qlaridagi proeksiyalarini aniqlang.

Yechish: Endi $3\vec{a}$ va $\frac{1}{2}\vec{b}$ vektorlarni aniqlaymiz. $3\vec{a}=\{-6;9;3\}$,

$\frac{1}{2}\vec{b}=\{4;-2;-3\}$. Demak,

$$3\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}=\{-6-4;9-(-2);3-(-3)\}$$

$$3\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}=\{-10;11;6\}.$$

4-Misol. $\vec{a}=\vec{\imath}+3\vec{\jmath}-2\vec{k}$ va $\vec{b}=2\vec{\imath}+\vec{\jmath}+4\vec{k}$ vektorlar berilgan $2\vec{a}+3\vec{b}$ vektorlar yig‘indisini toping.

Yechish: $\vec{a}$ vektorni koordinatalari, $\vec{a}(1;3;-2)$ xuddi shuningdek $\vec{b}(2;1;4)$. Endi $2\vec{a}$ va $3\vec{b}$ vektorlarni aniqlaymiz. $2\vec{a}=\{2;6;-4\}$, $3\vec{b}=\{6;3;12\}$. Demak,

$$2\vec{a}+3\vec{b}=\{2+6;6+3;-4+12\}$$

$$2\vec{a}+3\vec{b}=\{8;9;8\}.$$

2.3. Berilgan vektorni bazis vektorlar bo‘yicha yoyish.

Vektorlar uchun bir vaqtning o‘zida nolga teng bo‘lmagan $\alpha, \beta, \gamma, \dots, x$ sonlar mavjud bo‘lib, $\alpha \cdot \vec{a} + \beta \cdot \vec{b} + \gamma \cdot \vec{k} = 0$ tenglik bajarilsa, $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \dots, \vec{k}$ vektorlar **chiziqli bog‘liq** deb ataladi.

Ikki vektorning kollinear bo‘lishi uchun ular chiziqli bog‘liq bo‘lishi zarur va yetarlidir.

Agar uchta $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorni bitta nuqtaga keltirgandan keyin ular bitta tekislikda yotsa, $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorlar **komplanar** deyiladi. Uchta vektorning komplanar bo‘lishi uchun ular chiziqli bog‘liqli bo‘lishi zarur va yetarli.

Agar $\vec{a}, \vec{b}$ vektorlar kollinear bo‘lmasa va $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorlar esa komplanar bo‘lmasa, u holda $\vec{c}$ vektor yagona usulda $\vec{a}, \vec{b}$ vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi ko‘rinishida ifodalanishi mumkin:

$$\vec{c} = \alpha \cdot \vec{a} + \beta \cdot \vec{b} \tag{2.4}$$

Bu holda $\vec{c}$ vektor $\vec{a}, \vec{b}$ vektorlar orqali **yoyilgan** deyiladi.

Agar $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorlar komplanar bo‘lmasa, u holda ixtiyoriy $\vec{d}$ vektorni $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorlarning kombinatsiyasi ko‘rinishida yagona ravishda ifodalash mumkin:

$$\vec{d} = \alpha \cdot \vec{a} + \beta \cdot \vec{b} + \gamma \cdot \vec{c} \tag{2.5}$$

Bu holda ham $\vec{d}$ vektor $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorlar yo‘nalishilari bo‘yicha **yoyilgan** deyiladi. M nuqtaning radius vektori $\vec{r}$ deb $\overrightarrow{OM}$ vektorga aytiladi, bu yerda O – tayin bir nuqta.

Agar M nuqta M_1, M_2 kesmani λ nisbatda bo‘lsa, u holda M nuqtaning $\vec{r}$ radius-vektori, M_1, M_2 nuqtalarning $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ radius-vektorlari orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$\vec{r} = \frac{\vec{r}_1 + \lambda \vec{r}_2}{1 + \lambda}$$

Xususan, M nuqta M_1, M_2 kesmaning o‘rtasi bo‘lsa, $\vec{r} = \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2}$ tartiblangan nokomplanar uchta $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ vektor fazo **bazisi** deb ataladi, agar $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ vektorlar birlik va jufti-jufti bilan ortogonal bo‘lsa, u holda bazis **ortonormallangan** deyiladi. Ortonormallangan bazis vektorlari ko‘pincha $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ bilan belgilanadi.

$\vec{a}$ vektorning $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ bazisdagi koordinatalari deb shunday x, y, z sonlarga aytiladiki, bunda

$$\vec{a} = x \cdot \vec{e}_1 + y \cdot \vec{e}_2 + z \cdot \vec{e}_3 \qquad (2.6)$$

koordinatalari x, y, z dan iborat $\vec{a}$ vektor $\vec{a} = \{x, y, z\}$ ko‘rinishda yoziladi. Mos koordinatalarigina teng bo‘lgan ikki vektor o‘zaro teng bo‘ladi:

$$x = x'; \ y = y'; \ z = z' \Rightarrow \vec{a}(x, y, z) = \vec{b}(x', y', z').$$

Ikki $\vec{a}(x, y, z) \neq 0$, $\vec{b}(x', y', z') \neq 0$ vektorning kollinear bo‘lishligining zaruriy va yetarli sharti ularning mos koordinatalarining proporsionalligidan iborat:

$$x' = \lambda \cdot x; \ y' = \lambda \cdot y; \ z' = \lambda \cdot z \qquad (2.7)$$

bunda λ son $\vec{b}$ vektorning $\vec{a}$ vektorga nisbatini bildiradi.

$\vec{a} = \{x, y, z\}$, $\vec{b} = \{x', y', z'\}$ vektorlar uchun quyidagi munosabatlar o‘rinli:

$$\vec{a} + \vec{b} = \{x + x', y + y', z + z'\}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \{x - x', y - y', z - z'\}$$

$$\lambda \cdot \vec{a} = \{\lambda \cdot x, \lambda \cdot y, \lambda \cdot z\}$$

Uchta $\vec{a} = \{x, y, z\}$, $\vec{b} = \{x', y', z'\}$, $\vec{c} = \{x'', y'', z''\}$ vektorlar komplanar bo‘lishining zarur va yetarli sharti ushbu

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \end{vmatrix} = 0$$

tenglikning bajarilishidan iborat.

5-Misol. Tekislikda ikkita vektorlar $\vec{b}(-1; 4)$, $\vec{c}(3; -2)$ berilgan. $\vec{a}(-11; 14)$ vektorning $\vec{b}$, $\vec{c}$ bazisi bo‘yicha yoyilmasini toping.

Yechish. $\vec{a}$ vektorni $\vec{b}$ va $\vec{c}$ vektorlar bo‘yicha yoyish, $\vec{a}$ vektorni chiziqli kombinatsiya ko‘rinishida ifodalash demakdir. $\vec{a} = \lambda\vec{b} + \mu\vec{c}$, bu yerda λ va μ topilishi kerak bo‘lgan sonlar.

Koordinata ko’rinishida bu quyidagicha bo‘ladi.

$$-11\vec{i} + 14\vec{j} = (-\lambda + 3\mu)\vec{i} + (4\lambda - 2\mu)\vec{j}$$

Natijada quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

$$\begin{cases} -\lambda + 3\mu = -11 \\ 4\lambda - 2\mu = 14 \end{cases}$$

Bu sistemani yechib, $\lambda = 2$; $\mu = -3$ ekanligini topamiz. Demak, $\vec{a} = 2\vec{b} - 3\vec{c}$.

6-Misol. $\vec{a}(4;2;0)$ vektorni $\vec{p}(1;-1;2)$, $\vec{q}(2;2;-1)$ va $\vec{r}(3;7;-7)$ vektorlar bo‘yicha yoying.

Yechish. $\vec{a}$ vektorni $\vec{p}$, $\vec{q}$ va $\vec{r}$ vektorlar bo‘yicha yoyish, $\vec{a}$ vektorni chiziqli kombinatsiya ko‘rinishida ifodalash demakdir. $\vec{a} = c_1\vec{p} + c_2\vec{q} + c_3\vec{r}$, bu yerda c_1, c_2va c_3 - topilishi kerak bo‘lgan sonlar.

Koordinata ko’rinishida bu quyidagicha bo‘ladi.

$4\vec{i} + 2\vec{j} + 0 \cdot \vec{k} = (c_1 + 2c_2 + 3c_3)\vec{i} + (-c_1 + 2c_2 + 7c_3)\vec{j} +$
$+(2c_1 - c_2 - 7c_3)\vec{k}$

Natijada quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

$$\begin{cases} c_1 + 2c_2 + 3c_3 = 4 \\ -c_1 + 2c_2 + 7c_3 = 2 \\ 2c_1 - c_2 - 7c_3 = 0 \end{cases}$$

Bu sistemani yechib, $c_1 = 3$; $c_2 = -1$; $c_3 = 1$ ekanligini topamiz. Demak,

$$\vec{a} = 3\vec{p} - \vec{q} + \vec{r}.$$

Mustaqil yechish uchun topshiriqlar

2.1. Ta’rif va tushunchalarga doir misollar

2.1.1. $A(5;7)$ nuqta $\overrightarrow{AB}$ vektorning boshi $B(-2;4)$ nuqta esa oxiri bo‘lsa, $\overrightarrow{AB}$ vektorning koordinatalarini toping.

2.1.2. $C(-3;4;-2)$ nuqta $\overrightarrow{CD}$ vektorning boshi $D(5;-6;3)$ nuqta esa oxiri bo‘lsa, $\overrightarrow{CD}$ va $\overrightarrow{DC}$ vektorlar koordinatalarini toping.

2.1.3. $A(8;-7;-3)$ nuqta $\overrightarrow{AB}$ vektorning boshi $B(-4;-9;4)$ nuqta esa oxiri bo‘lsa, $\overrightarrow{AB}$ va $\overrightarrow{BA}$ vektorlar koordinatalarini toping.

2.1.4. $\overrightarrow{AB}(6;-8)$ vektorning boshi $A(8;-7)$ ekanligi ma’lum bo‘lsa, vektorning oxiri $B(x;y)$ nuqtani toping.

2.1.5. $\overrightarrow{AB}(-2;3;-7)$ vektorning boshi $A(-3;5;6)$ ekanligi ma’lum bo‘lsa, vektorning oxiri $B(x;y;z)$ nuqtani toping.

2.1.6. $\overrightarrow{AB}(5;4;-2)$ vektorning boshi $A(2;-5;6)$ ekanligi ma’lum bo‘lsa, vektorning oxiri $B(x;y;z)$ nuqtani toping.

2.1.7. $\overrightarrow{AB}(-5;7)$ vektorning oxiri $B(4;-1)$ ekanligi ma’lum bo‘lsa, vektorning boshi $A(x;y)$ nuqtani toping.

2.1.8. $\overrightarrow{AB}(-2;-1;4)$ vektorning oxiri $B(-6;7;-3)$ ekanligi ma’lum bo‘lsa, vektorning boshi $A(x;y;z)$ nuqtani toping.
2.1.9. $\overrightarrow{AB}(1;7;-9)$ vektorning oxiri $B(1;-3;-2)$ ekanligi ma’lum bo‘lsa, vektorning boshi $A(x;y;z)$ nuqtani toping.
2.1.10. $\vec{a}(-4;3)$ vektorga yo‘nalishdosh bo‘lgan birlik vektorni toping.
2.1.11. $\vec{b}(-8;-6)$ vektorga yo‘nalishdosh bo‘lgan birlik vektorni toping.
2.1.12. $\vec{c}(9;-12)$ vektorga qarama-qarshi yo ‘nalgan birlik vektorni toping.
2.1.13. $\vec{d}(6;-2;-3)$ vektorga yo‘nalishdosh bo‘lgan birlik vektorni toping.
2.1.14. $\vec{a}(-4;3;12)$ vektorga yo‘nalishdosh bo‘lgan birlik vektorni toping.
2.1.15. $\vec{b}(2;-6;-9)$ vektorga yo‘nalishdosh bo‘lgan birlik vektorni toping.
2.1.16. $\vec{c}(3;4;-12)$ vektorga qarama-qarshi yo ‘nalgan birlik vektorni toping.
2.1.17. $\vec{d}(-1;12;-12)$ vektorga qarama-qarshi yo ‘nalgan birlik vektorni toping.
2.1.18. $\vec{b}(2;-10;11)$ vektorga qarama-qarshi yo ‘nalgan birlik vektorni toping.
2.1.19. $\vec{a}(6;-8)$ vektor berilgan. $\vec{a}$ ga kolinear va; 1) $\vec{a}$ bilan bir xil yo‘nalgan;
2) $\vec{a}$ bilan qarama-qarshi yo‘nalgan birlik vektor topilsin.
2.1.20. $\vec{b}(-0{,}9;0{,}1)$ vektor berilgan. $\vec{b}$ ga kollinear va; 1) $\vec{b}$ bilan bir xil yo‘nalgan; 2) $\vec{b}$ bilan qarama-qarshi yo‘nalgan birlik vektor topilsin.
2.1.21. $\vec{c}(11;-7;3)$ vektor berilgan. $\vec{c}$ ga kollinear va; 1) $\vec{c}$ bilan bir xil yo‘nalgan; 2) $\vec{c}$ bilan qarama-qarshi yo‘nalgan birlik vektor topilsin.
2.1.22. $\vec{d}(-8;4;1)$ vektor berilgan. $\vec{d}$ vektor bilan bir xil yo‘nalgan birlik vektor topilsin.
2.1.23. $\vec{a}(9;-2;6)$ vektor berilgan. $\vec{a}$ vektor bilan bir xil yo‘nalgan birlik vektor topilsin.
2.1.24. $\vec{b}(10;2;-11)$ vektor berilgan. $\vec{b}$ vektor bilan qarama-qarshi yo‘nalgan birlik vektor topilsin.

2.1.25. $\vec{a}(3;-5)$ vektorga yo‘nalishdosh, uzunligi 3 ga teng bo‘lgan vektorni toping.
2.1.26. $\vec{b}(-2;4;-3)$ vektorga yo‘nalishdosh, uzunligi 5 ga teng bo‘lgan vektorni toping.
2.1.27. $\vec{c}(-6;1)$ vektorga qarama-qarshi, uzunligi 4 ga teng bo‘lgan vektorni toping.
2.1.28. $\vec{d}(-6;1;-3)$ vektorga qarama-qarshi, uzunligi 6 ga teng bo‘lgan vektorni toping.
2.1.29*. Bitta nuqtadan $\vec{a}(-12;16)$, $\vec{b}(12;5)$ vektorlar o‘tkazilgan. $\vec{a}$ bilan $\vec{b}$ vektorlar orasidagi burchakni teng ikkiga bo‘ladigan va shu nuqtadan chiqqan birlik vektorning koordinatalari topilsin.
2.1.30*. Bitta nuqtadan $\vec{a}(-3;0;4)$, $\vec{b}(5;-2;-14)$ vektorlar o‘tkazilgan. $\vec{a},\vec{b}$ vektorlar orasidagi burchakni teng ikkiga bo‘ladigan birlik vektor topilsin.

2.2. Vektorlar ustida amallar. Vektorni qo‘shish, ayirish va songa ko‘paytirishga doir misollar

2.2.1. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ berilgan vektorlardan foydalanib, quyidagi vektorlarni har birini bo‘yicha har bir vektorlarni yasang:
1) $\vec{a}+\vec{b}$; 2) $\vec{a}-\vec{b}$; 3) $\vec{b}-\vec{a}$; 4) $-\vec{a}-\vec{b}$.
2.2.2. Berilgan $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar bo‘yicha quyidagi har bir vektorlarni yasang:
1) $3\vec{a}$; 2) $-\frac{1}{2}\vec{b}$; 3) $2\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$; 4) $\frac{1}{2}\vec{a}-3\vec{b}$.
2.2.3. $\vec{a}(12;-3)$ va $\vec{b}(-3;6)$ vektorlar berilgan. Quyidagi vektorlarning koordinata o‘qlaridagi proeksiyalarini aniqlang:
1) $2\vec{a}+\vec{b}$; 2) $\vec{a}-2\vec{b}$; 3) $-3\vec{a}$; 4) $-\frac{1}{3}\vec{b}$; 5) $4\vec{a}+3\vec{b}$;
6) $\frac{1}{3}\vec{a}-2\vec{b}$.
2.2.4. $\vec{a}(-4;1)$ va $\vec{b}(6;-8)$ vektorlar berilgan. Quyidagi vektorlarning koordinata o‘qlaridagi proeksiyalarini aniqlang:
1) $\vec{a}+\vec{b}$; 2) $\vec{a}-\vec{b}$; 3) $2\vec{a}$; 4) $-\frac{1}{2}\vec{b}$; 5) $2\vec{a}+3\vec{b}$; 6) $\frac{1}{4}\vec{a}-\vec{b}$.
2.2.5. $\vec{a}(8;-4)$ va $\vec{b}(-9;-3)$ vektorlar berilgan. Quyidagi vektorlarning koordinata o‘qlaridagi proeksiyalarini aniqlang:
1) $3\vec{a}-2\vec{b}$; 2) $\vec{a}+2\vec{b}$; 3) $-2\vec{a}$; 4) $\frac{1}{3}\vec{b}$; 5) $-3\vec{a}+2\vec{b}$

6) $\frac{1}{4}\vec{a} - 2\vec{b}$.

2.2.6. $\vec{a}(-2;3;-4)$ va $\vec{b}(0;-2;6)$ vektorlar berilgan. Quyidagi vektorlarning koordinata o‘qlaridagi proeksiyalarini aniqlang:

1) $-\vec{a} + 2\vec{b}$; 2) $\vec{a} - 3\vec{b}$; 3) $-4\vec{a}$; 4) $-\frac{2}{3}\vec{b}$; 5) $4\vec{a} + \vec{b}$;

6) $\frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$.

2.2.7. $\vec{a}(-1;5;-6)$ va $\vec{b}(4;-9;-3)$ vektorlar berilgan. Quyidagi vektorlarning koordinata o‘qlaridagi proeksiyalarini aniqlang:

1) $3\vec{a} - 2\vec{b}$; 2) $\vec{a} + 2\vec{b}$; 3) $-2\vec{a}$; 4) $\frac{1}{3}\vec{b}$; 5) $-3\vec{a} + 2\vec{b}$

6) $\frac{1}{4}\vec{a} - 2\vec{b}$.

2.2.8. $\vec{a}(3;-1;5)$ va $\vec{b}(-2;4;-6)$ vektorlar berilgan. Quyidagi vektorlarning koordinata o‘qlaridagi proeksiyalarini aniqlang:

1) $3\vec{a} + \vec{b}$; 2) $\vec{a} - 2\vec{b}$; 3) $-4\vec{a}$; 4) $\frac{1}{2}\vec{b}$; 5) $3\vec{a} + 4\vec{b}$;

6) $\frac{1}{3}\vec{a} + \vec{b}$.

2.2.9. $\vec{a}(3;-2;6)$ va $\vec{b}(-2;1;0)$ vektorlar berilgan. Quyidagi vektorlarning koordinata o‘qlaridagi proeksiyalarini aniqlang:

1) $\vec{a} + \vec{b}$; 2) $\vec{a} - \vec{b}$; 3) $2\vec{a}$; 4) $-\frac{1}{2}\vec{b}$; 5) $2\vec{a} + 3\vec{b}$; 6) $\frac{1}{3}\vec{a} - \vec{b}$.

2.2.10. Uchta $\vec{a} = \{2;4\}$, $\vec{b} = \{-3;1\}$, $\vec{c} = \{5;-2\}$ vektor berilgan.

1) $2\vec{a} + 3\vec{b} - 5\vec{c}$; 2) $\vec{a} - 14\vec{b} + 14\vec{c}$ vektorlar topilsin.

2.2.11. Uchta $\vec{a} = \{7;-1\}$, $\vec{b} = \{2;-3\}$, $\vec{c} = \{4;-1\}$ vektor berilgan.

1) $3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$; 2) $5\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}$ vektorlar topilsin.

2.2.12. Uchta $\vec{a} = \{-3;1\}$, $\vec{b} = \{6;-2\}$, $\vec{c} = \{-4;-7\}$ vektor berilgan.

1) $2\vec{a} - 4\vec{b} + 7\vec{c}$; 2) $5\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$ vektorlar topilsin.

2.2.13. Uchta $\vec{a} = \{5;7;2\}$, $\vec{b} = \{3;0;4\}$, $\vec{c} = \{-6;1;-1\}$ vektor berilgan.

1) $3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$; 2) $5\vec{a} + 6\vec{b} + 4\vec{c}$ vektorlar topilsin.

2.2.14. Uchta $\vec{a} = \{-4;2;-1\}$, $\vec{b} = \{2;-1;0\}$, $\vec{c} = \{3;-2;5\}$ vektor berilgan.

1) $2\vec{a} + 4\vec{b} - 3\vec{c}$; 2) $5\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$ vektorlar topilsin.

2.2.15. Uchta $\vec{a} = \{6;-3;-2\}$, $\vec{b} = \{-1;4;-3\}$, $\vec{c} = \{-4;3;-6\}$ vektor berilgan.

1) $2\vec{a}-3\vec{b}+5\vec{c}$; 2) $\vec{a}+9\vec{b}-7\vec{c}$ vektorlar topilsin.

2.2.16. $\vec{a}(2;4)$ va $\vec{b}(2;-1)$ vektorlar yig‘indisi va ayirmasi toping.

2.2.17. $\vec{a}(-2;3)$ va $\vec{b}(-4;5)$ vektorlar yig‘indisi va ayirmasi toping.

2.2.18. $\vec{a}(8;6)$ va $\vec{b}(4;3)$ vektorlar yig‘indisi va ayirmasi toping.

2.2.19. $\vec{a}(3;-5;8)$ va $\vec{b}(-1;1;-4)$ vektorlar yig‘indisi va ayirmasi toping.

2.2.20. $\vec{a}(-3;-1;4)$ va $\vec{b}(1;7;5)$ vektorlar yig‘indisi va ayirmasi toping.

2.2.21. $\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}-3\vec{k}$ va $\vec{b}=\vec{i}+3\vec{j}+2\vec{k}$ vektorlar berilgan. $2\vec{a}-5\vec{b}$ vektorlar ayirmasini toping.

2.2.22. $\overline{AB}=\{2;6;-4\}$ va $\overline{AC}=\{4;2;-2\}$ vektorlar ABC uchburchakning yon tomonlariga mos keladi. Uchburchakning medianalariga to‘g‘ri keluvchi $\overline{AM}$, $\overline{BN}$, $\overline{CP}$ vektorlarning koordinatalarini aniqlang.

2.2.23. ABC uchburchakda AD mediana o‘tkazilgan. $\overrightarrow{AD}$ vektorni $\overrightarrow{AB}$**,** $\overrightarrow{AC}$ vektorlar orqali ifodalang.

2.2.24. ABC uchburchakda $AD,\ BE,\ CF$ medianalar o‘tkazilgan. $\overrightarrow{AD}+$ $+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CF}$ vektorlar yig‘indisi topilsin.

2.2.25. $\overrightarrow{AB}=\vec{p}$, $\overrightarrow{AF}=\vec{q}$ vektorlar muntazam $ABCDEF$ oltiburchakning ikkita qo‘shni tomonlari. Bu oltiburchakning tomonlari bo‘ylab qo‘yilgan $\overrightarrow{BC},\ \overrightarrow{CD},\ \overrightarrow{DE},\ \overrightarrow{EF}$ vektorlarni $\vec{p},\ \vec{q}$ vektorlar orqali ifodalang.

2.2.26. Uchburchak tekisligida shunday nuqta topilsinki, shu nuqtadan uchburchak uchlariga yo'nalgan vektorlar yig'indisi nolga teng bo'lsin.

2.2.27. $\overrightarrow{AB}=\vec{m}$ va $\overrightarrow{AC}=\vec{n}$ vektorlardan tashkil topgan ABC uchburchakda quyidagi vektorlarni yasang:

1) $\dfrac{\vec{m}+\vec{n}}{2}$, 2) $\dfrac{\vec{m}-\vec{n}}{2}$, 3) $\dfrac{\vec{n}-\vec{m}}{2}$, 4) $-\dfrac{\vec{m}+\vec{n}}{2}$

2.2.28. O nuqta ABC uchburchakning og‘irlik markazi hisoblanadi. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=0$ ekanligini isbotlang.

2.2.29. $ABCDE$ to‘g‘ri burchakli beshburchakda uning tomonlariga to‘g‘ri keladigan vektorlar berilgan: $\overrightarrow{AB}=\vec{m}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{n}$, $\overrightarrow{CD}=\vec{p}$, $\overrightarrow{EA}=\vec{r}$. Quyidagi vektorlarni yasang:

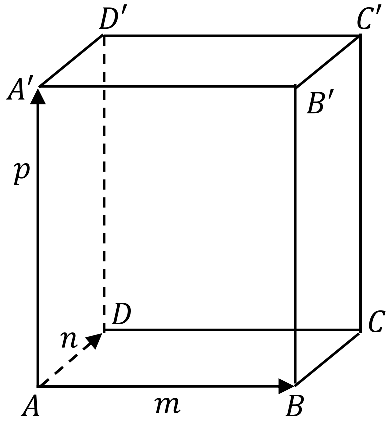
1) $\vec{m}-\vec{n}+\vec{p}-\vec{q}+\vec{r}$; 2) $\vec{m}+2\vec{p}+\frac{1}{2}\vec{q}+\vec{r}$; 3) $2\vec{m}+\frac{1}{2}\vec{n}-3\vec{m}-$
$-\vec{q}+2\vec{r}$.

2.2.30. $ABCDA'B'C'D'$ parallelopipedning qirralariga mos vektorlar berilgan: $\overrightarrow{AB}=\vec{m}, \overrightarrow{AD}=\vec{n}$, va $\overrightarrow{AA}=\vec{p}$ (2.2.1-chizma). Quyidagi har bir vektorni yasang:

1) $\vec{m}+\vec{n}+\vec{p}$; 2) $\vec{m}+\vec{n}+\frac{1}{2}\vec{p}$;

3) $\frac{1}{2}\vec{m}-\frac{1}{2}\vec{n}+\vec{p}$;

4) $\vec{m}+\vec{n}-\vec{p}$ 5) $-\vec{m}-\vec{n}+\frac{1}{2}\vec{p}$.



2.2.1-chizma

2.3. Berilgan vektorni bazis vektorlar bo‘yicha yoyishga doir misollar

2.3.1. $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ bazis boyicha vektorlar yoyilmasi berilgan: $\vec{c}=16\vec{i}-$
$-15\vec{j}+12\vec{k}$. Shu bazis bo‘yicha $\vec{c}$ vektorga parallel va qarama-qarshi $\vec{d}$ vektorning yoyilmasini aniqlang, bunda $|\vec{d}|=75$ ga teng.

2.3.2. Tekislikda $\vec{p}(2;-3)$, $\vec{q}(1;2)$ vektorlar berilgan bo‘lsin. $\vec{a}(9;4)$ vektorni $\vec{p}\,,\vec{q}$ bazis bo‘yicha yoyilmasini toping.

2.3.3. Tekislikda $\vec{p}(-4;1)$, $\vec{q}(3;-5)$ vektorlar berilgan bo‘lsin. $\vec{a}(11;-7)$ vektorni $\vec{p},\vec{q}$ bazis bo‘yicha yoyilmasini toping.

2.3.4. Tekislikda $\vec{p}(3;-2)$, $\vec{q}(-4;1)$ vektorlar berilgan bo‘lsin. $\vec{a}(17;-8)$ vektorni $\vec{p},\vec{q}$ bazis bo‘yicha yoyilmasini toping.

2.3.5. Tekislikda $\vec{a}(3;-2)$, $\vec{b}(-2;1)$ va $\vec{c}(7;-4)$ vektorlar berilgan. Har bir vektorni, qolgan 2 vektorni bazis sifatida qabul qilib, yoyilmasini aniqlang.

2.3.6. $\vec{p}(3;-2;1)$, $\vec{q}(-1;1;-2)$, $\vec{r}(2;1;-3)$ va $\vec{c}(11;-6;5)$ vektorlar berilgan. $\vec{p},\vec{q},\vec{r}$ bazis bo‘yicha $\vec{c}=\alpha\vec{p}+\beta\vec{q}+\gamma\vec{r}$ vektorning yoyilmasini toping.

2.3.7. $\vec{p}(3;-2;1)$, $\vec{q}(-1;1;-2)$, $\vec{r}(2;1;-3)$ va $\vec{c}(11;-6;5)$ vektorlar berilgan. $\vec{c},\vec{q},\vec{r}$ bazis bo‘yicha $\vec{p}=\alpha\vec{c}+\beta\vec{q}+\gamma\vec{r}$ vektorning yoyilmasini toping.

2.3.8. $\vec{p}(3;-2;1)$, $\vec{q}(-1;1;-2)$, $\vec{r}(2;1;-3)$ va $\vec{c}(11;-6;5)$ vektorlar berilgan. $\vec{p},\vec{c},\vec{r}$ bazis bo‘yicha $\vec{q}=\alpha\vec{p}+\beta\vec{c}+\gamma\vec{r}$ vektorning yoyilmasini toping.

2.3.9. $\vec{p}(3;-2;1)$, $\vec{q}(-1;1;-2)$, $\vec{r}(2;1;-3)$ va $\vec{c}(11;-6;5)$ vektorlar berilgan. $\vec{p},\vec{q},\vec{c}$ bazis bo‘yicha $\vec{r}=\alpha\vec{p}+\beta\vec{q}+\gamma\vec{c}$ vektorning yoyilmasini toping.

2.3.10. $\vec{p}(1;-2;1)$, $\vec{q}(-1;5;3)$, $\vec{r}(7;1;-1)$ vektorlar berilgan. $\vec{p},\vec{q},\vec{r}$ bazis bo’yicha $\vec{c}(12;-9;6)$ vektorning yoyilmasini toping.

2.3.11. $\vec{a}(3;-1)$, $\vec{b}(1;-2)$, $\vec{c}(-1;7)$ vektorlar berilgan. $\vec{a},\vec{b}$ bazis bo’yicha $\vec{p}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ vektorning yoyilmasini aniqlang.

2.3.12. $\vec{a}(2;1;0)$, $\vec{b}(1;-1;2)$, $\vec{c}(2;2;-1)$ va $\vec{d}(3;7;-7)$ vektorlar berilgan bo‘lsin. Har bir vektorning yoyilmasini qolgan uchta vektorni bazis sifatida qabul qilib aniqlang.

2.3.13. $\vec{a}(2;-1;3)$ va $\vec{b}(-6;3;-9)$ vektorlar kollinearligini tekshiring. Ularning qaysi biri necha marta uzunligini, qanday yo’nalganligini, bir tomonga yoki qarama-qarshi ekanligini ko’rsating.

2.3.14. α,β ning qanday qiymatida $\vec{a}=-2\vec{i}+3\vec{j}+\beta\vec{k}$ va $\vec{b}=\alpha\vec{i}-$ $-6\vec{j}+2\vec{k}$ vektorlar kollinear bo‘ladi?

2.3.15. $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}+\beta\vec{k}$ va $\vec{b}=\alpha\vec{i}+6\vec{j}-2\vec{k}$ vektorlar kollinear bo‘lsa, α va β ni toping.

2.3.16. $\vec{a}(2;-1;3)$, $\vec{b}(-6;3;-9)$, $\vec{c}(1;2;3)$, $\vec{d}(-6;12;18)$ vektorlar berilgan. Ulardan qaysilari o’zaro kollinear?

2.3.17. $\vec{a}(\lambda n; n-2; n+1)$ va $\vec{b}(n-3; \mu n; n-1)$ vektorlar λ va μ parametrlarning qanday qiymatlarida kollinear bo‘lishini aniqlang.

2.3.18. Berilgan $\vec{a}(n; 2n+1; 1-n)$, $\vec{b}(n+1; n-1; \lambda)$ va $\vec{c}(n-1; 3n; 1)$ vektorlar λ parametrning qanday qiymatida komplanar bo‘ladi?

2.3.19. Quyidagi hollarning har birida $\vec{c}$ vektorni $\vec{a}$, $\vec{b}$ vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi shaklida ifodalang:

a) $\vec{a}=\{4;-2\}$, $\vec{b}=\{3;5\}$, $\vec{c}=\{1;-7\}$;

b) $\vec{a}=\{5;4\}$, $\vec{b}=\{-3;0\}$, $\vec{c}=\{19;8\}$;

c) $\vec{a}=\{-6;2\}$, $\vec{b}=\{4;7\}$, $\vec{c}=\{9;-3\}$.

2.3.20. Quyidagi hollarning har birida $\vec{a}$ vektorni $\vec{b}$, $\vec{c}$ vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi shaklida ifodalang:

a) $\vec{a}=\{-8;7\}$, $\vec{b}=\{-2;3\}$, $\vec{c}=\{-4;1\}$;

b) $\vec{a}=\{14;-16\}$, $\vec{b}=\{2;-1\}$, $\vec{c}=\{-4;5\}$;

c) $\vec{a}=\{-1;2\}$, $\vec{b}=\{-2;4\}$, $\vec{c}=\{-1;3\}$.

2.3.21. Quyidagi hollarning har birida $\vec{b}$ vektorni $\vec{a},\ \vec{c}$ vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi shaklida ifodalang:

a) $\vec{a}=\{-1;2\},\ \vec{b}=\{3;-4\},\ \vec{c}=\{2;-3\}$;

b) $\vec{a}=\{3;-4\}, \vec{b}=\{-13;13\},\ \vec{c}=\{-4;1\}$;

c) $\vec{a}=\{6;-2\}, \vec{b}=\{-3;1\},\ \vec{c}=\{9;-3\}$.

2.3.22. Quyidagi hollarning har birida $\vec{d}$ vektorni $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$ vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi shaklida ifodalang:

a) $\vec{a}=\{2;3;1\},\ \vec{b}=\{5;7;0\},\ \vec{c}=\{3;-2;4\},\ \vec{d}=\{4;12;-3\}$;

b) $\vec{a}=\{5;-2;0\},\ \vec{b}=\{0;-3;4\},\ \vec{c}=\{-6;0;1\}$,
$\vec{d}=\{25;-22;16\}$ **;**

c) $\vec{a}=\{3;5;6\},\ \vec{b}=\{2;-7;1\},\ \vec{c}=\{12;0;6\},\ \vec{d}=\{0;20;18\}$.

2.3.23. Quyidagi hollarning qaysi birida uchta $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ vektor chiziqli bog‘liq bo‘lishini va basharti ular chiziqli bog‘liq bo‘lgan holda $\vec{c}$ vektorni $\vec{a},\vec{b}$ vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi sifatida ifodalang:

a) $\vec{a}=\{5;2;1\},\ \vec{b}=\{-1;4;2\},\ \vec{c}=\{-1;-1;6\}$;

b) $\vec{a}=\{6;4;2\},\ \vec{b}=\{-9;6;3\},\ \vec{c}=\{-3;6;3\}$;

c) $\vec{a}=\{6;-18;12\},\ \vec{b}=\{-8;24;-16\},\ \vec{c}=\{8;7;3\}$.

2.3.24. Uchta $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$ vektor va uchta $\lambda,\ \mu,\ \nu$ son qanday bo‘lmasin, siz $\lambda\vec{a}-\mu\vec{b},\ \ \nu\vec{b}-\lambda\vec{c},\ \mu\vec{c}-\nu\vec{a}$ vektorlarning komplanar ekanligini isbotlang.

2.3.25. $\vec{a}(m;-12;-2)$**,** $\vec{b}(0;m;1)$ va $\vec{c}(1;2;3)$ vektorlar *m* parametrning qanday qiymatlarida komplanar bo‘lishini toping .

2.3.26. Berilgan $\vec{a}(n;2n+1;1-n), \vec{b}(n+1;n-1;\lambda)$ va $\vec{c}(n-1;3n;1)$ vektorlar λ parametrning qanday qiymatida komplanar bo‘ladi ?

2.3.27. λ parametrning qanday qiymatida $\vec{a}(\lambda n;\ n-2;\ n+1)$ va $\vec{b}(n-3;\ \lambda n;\ n-1)$ vektorlar ortogonal bo‘lishini aniqlang.

2.3.28. $\vec{x}(n;n+4;n-1)$ vektorni $\vec{e}_1(1;1;0), \vec{e}_2(1;0;1)$ va $\vec{e}_3(0;1;1)$ bazisdagi yoyilmasini toping .

2.3.29. $\boldsymbol{\vec{a}(2n;n+3;n-1)}$, $\boldsymbol{\vec{b}(n;2n-13;4n)}$ *va* $\boldsymbol{\vec{c}(2n;13-5n;-13n-3)}$ vektorlar chiziqli bog‘liq ekanligini ko‘rsating va bu bog‘lanishni toping.

2.3.30. $\vec{e}_1(n; n-1; 2n)$, $\vec{e}_2(n+1; 0; n+2)$ va $\vec{e}_3(1; n; n-3)$ vektorlar bazis tashkil etishini ko‘rsating.

3-MAVZU. KOORDINATALAR SISTEMASI.

Reja:

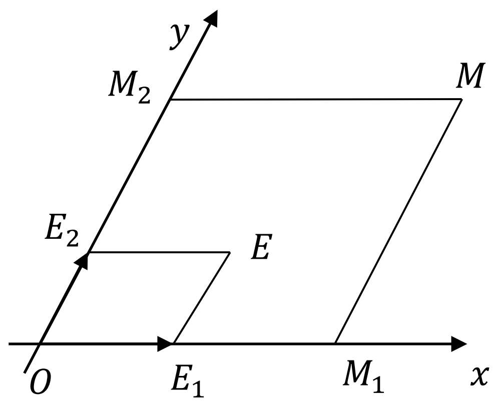
1. Vektorning koordinatalari. Vektorning moduli va yo‘naltiruvchi kosinuslari.

2. Koordinatalari bilan berilgan vektorlar ustida amallar.

Tayanch iboralar: masshtab vektor, birlik nuqta, vektorning koordinatalari, vektorning moduli, yo‘naltiruvchi kosinuslar, vektorlarni qo‘shish va ayirish.

3.1. Vektorning koordinatalari. Vektorning moduli va yo‘naltiruvchi kosinuslari.

Ma’lum tartibda olingan va kesishadigan ikkita Ox, Oy o‘qlar jufti tekislikda umumiy dekart yoki affin koordinatalar sistemasi deb ataladi. Koordinatalar sistemasining boshi sifatida Ox, Oy o‘qlarning umumiy nuqtasi olinadi. Ox o‘qi- absissalar o‘qi, Oy -o‘qi ordinatalar o‘qi deb ataladi(3.1.1-chizma). $OE_1 = \vec{l}_1$, $OE_2 = \vec{l}_2$ vektorlar Ox, Oy o‘qlarning masshtab vektorlari deyiladi.
E_1E_2 nuqtalar Ox, Oy o‘qlarning birlik nuqtalari deb ataladi.



3.1.1-chizma

Ixtiyoriy M nuqtadan Ox, Oy o‘qlariga parallel to‘g‘ri chiziqlar o‘tkazamiz. M_1 va M_2 nuqtalar bu to‘g‘ri chiziqlarning mos ravishda Ox va Oy o‘qlari bilan kesishish nuqtalari bo‘lsin. M nuqtaning Ox o‘qidagi koordinatasini x va M_2 nuqtaning Oy o‘qdagi koordinatasini y bilan belgilaymiz. x va y sonlari mos ravishda M nuqtaning absissasi va ordinatasi deyiladi va $M(x,y)$ ko‘rinishda yoziladi. $E(1,1)$ nuqta birlik nuqta deb ataladi .

Ox, Oy nuqtalar orasidagi burchak $\frac{\pi}{2}$ ga teng bo‘lib, masshtab vektorlari bir xil uzunlikka ega bo‘lsa, umumiy dekart sistemasi to‘g‘ri burchakli deyiladi. O‘qlardagi masshtab vektorlarining uzunliklari teng bo‘lib, o‘qlar orasidagi burchak $\frac{\pi}{2}$ dan farqli bo‘lsa, sistema qiyshiq burchakli deyiladi.

Ushbu mavzudagi masalalarni yechish uchun zarur bo‘lgan formulalarni keltiramiz.

$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ nuqtalarning bir to‘g‘ri chiziqda yotishi uchun

$$\begin{vmatrix} x_1 - x_3 & y_1 - y_3 \\ x_2 - x_3 & y_2 - y_3 \end{vmatrix} = 0 \qquad (3.1)$$

yoki

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \qquad (3.2)$$

shartning bajarilishi zarur va yetarlidir.

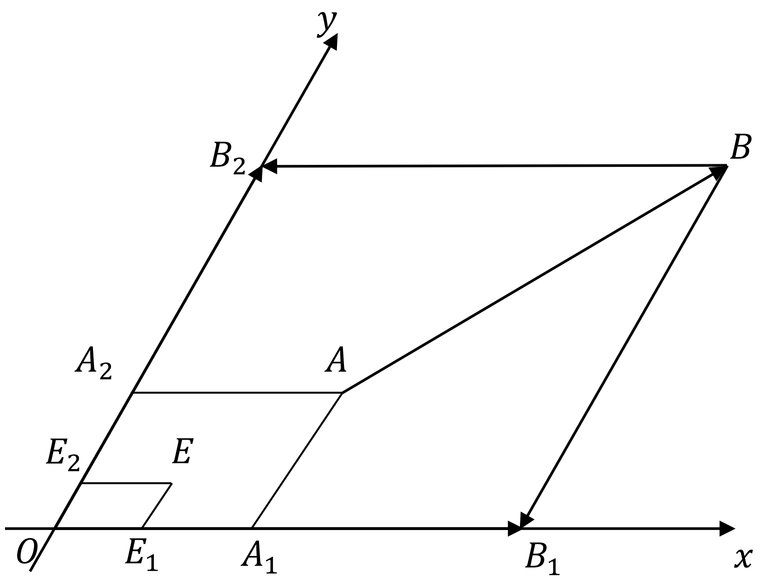
Uchlari $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ nuqtalarda bo‘lgan AB kesmani $\lambda \neq -1$ nisbatda bo‘luvchi $C(x, y)$ nuqtaning koordinatalari quyidagi munosabatlardan aniqlanadi:

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, \; y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}. \qquad (3.3)$$

AB kesmani teng ikkiga bo‘luvchi nuqta koordinatalari kesma uchlariga tegishli koordinatalar yig‘indisining yarmiga teng.

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \; y = \frac{y_1 + y_2}{2}. \qquad (3.4)$$

(3.1) va (3.4) formulalar affin koordinatalar sistemasida ham o‘rinlidir. $\overrightarrow{AB}$ vektorlarning koordinatalari quyidagicha aniqlanadi: AB nuqtalardan Ox, Oy o‘qlarga parallel to‘g‘ri chiziqlar o‘tkazamiz. Bu to‘g‘ri chiziqlarning Ox o‘qi bilan kesishish nuqtalarini A_1, B_1 bilan, Oy o‘qi bilan kesishish nuqtalarini A_2, B_2 orqali belgilaymiz. $\overrightarrow{A_1B_1}$ vektorning Ox o‘qdagi koordinatasi x va $\overrightarrow{A_2B_2}$ vektorning Oy o‘qdagi koordinatasi y bilan birgalikda $\overrightarrow{AB}$ vektorning umumiy dekart Oxy sistemasidagi koordinatalari deb ataladi **(**3.1.2-chizma).



3.1.2-chizma

Agar $(x_1, y_1) - A$ nuqtaning va $(x_2, y_2) - B$ nuqtaning koordinatalari bo‘lsa, u holda $\overrightarrow{AB}$ vektorning koordinatalari quyidagicha bo‘ladi:

$$x = x_2 - x_1,\ y = y_2 - y_1 \tag{3.5}$$

Agar $x, y - \overrightarrow{AB}$ vektorning koordinatalari bo‘lsa,

$$\overrightarrow{AB} = \{x, y\}$$

shaklida yoziladi.

$A(x_1, y_1)$ va $B(x_2, y_2)$ nuqtalar orasidagi masofa quyidagi formula bo‘yicha hisoblanadi:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \tag{3.6}$$

yoki

$$d = \sqrt{X^2 + Y^2} \tag{3.7}$$

bu yerda $X,\ Y$ sonlar $\overrightarrow{AB}$ vektorning koordinatalari.

Uchlari $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ nuqtalardagi uchburchakning yuzi to‘g‘ri burchakli koordinatalar sistemasida quyidagicha topiladi:

$$S = \frac{1}{2} mod \begin{vmatrix} x_1 - x_3 & y_1 - y_3 \\ x_2 - x_3 & y_2 - y_3 \end{vmatrix} \tag{3.8}$$

yoki

$$S = \frac{1}{2} mod \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} \tag{3.9}$$

O‘zlarining son qiymati va yo‘nalishi bilan aniqlanadigan miqdorlar vektorlar deb ataladi.$M_1(x_1, y_1, z_1)$ va $M_2(x_2, y_2, z_2)$ nuqtalar mos ravishda $\vec{a}$ vektorning boshi va oxiri bo‘lsin. U holda $\vec{a}$ vektorning koordinatalari quyidagicha aniqlanadi.

$$\vec{a} = \overrightarrow{M_1M_2} = \{x_2 - x_1;\ y_2 - y_1;\ z_2 - z_1\}$$

$\vec{a}$ vektorning uzunligiga teng bo‘lgan son uning moduli deyiladi va quyidagicha aniqlanadi.

$$|\vec{a}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Agar $\vec{a}$ vektor koordinata o‘qlari bilan mos ravishda $\alpha,\ \beta$ va γ burchaklar hosil qilsa, u holda $\cos\alpha, \cos\beta$ va $\cos\gamma$, $\vec{a}$ vektorning yo‘naltiruvchi kosinuslari deyiladi va quyidagicha aniqlanadi:

$$\cos\alpha = \frac{X}{|\vec{a}|};\quad \cos\beta = \frac{Y}{|\vec{a}|};\quad \cos\gamma = \frac{Z}{|\vec{a}|} \tag{3.10}$$

bu yerda: $X = x_2 - x_1,\quad Y = y_2 - y_1,\quad Z = z_2 - z_1$

Vektorning o‘qqa proyeksiyasi. $\vec{a}$ vektorning Y o‘qqa proyeksiyasi, uning moduli va Y o‘q bilan tashkil qilgan burchagi φ orqali quyidagicha aniqlanadi.

$$pr_Y\vec{a} = |\vec{a}|\cos\varphi$$

Ixtiyoriy $\vec{a}$ vektorning berilgan koordinatalar sistemasiga proyeksiyasini X, Y, Z orqali belgilaylik. U holda $\vec{a} = \{X, Y, Z\}$ va $|\vec{a}| = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ bo’ladi.

1-Misol. $\vec{a}(-3; 6; -2)$ vektorning modulini toping.

Yechish: Modulni topish formulasiga asosan

$$\vec{a} = \sqrt{(-3)^2 + 6^2 + (-2)^2} = \sqrt{9 + 36 + 4} = \sqrt{49} = 7$$

2-Misol. $\vec{a}(15, -12, -16)$ vektorning yo‘naltiruvchi kosinuslarini aniqlang.

Yechish: $|\vec{a}| = \sqrt{15^2 + (-12)^2 + (-16)^2} =$

$= \sqrt{225 + 144 + 256} = 25.$

Endi $x = 15;\ y = -12;\ z = -16$ ekanligini e’tiborga olib yo‘naltiruvchi kosinuslarni aniqlaymiz.

$$\cos\alpha = \frac{15}{25}; \cos\beta = -\frac{12}{25};\ \cos\gamma = -\frac{16}{25}.$$

3.2. Koordinatalari bilan berilgan vektorlar ustida amallar.

Vektorlarni qo‘shish va ayirish: Agar $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar koordinatalari berilgan bo‘lsa, ya’ni

$$\vec{a}(x_1, y_1, z_1) \text{ va } \vec{b}(x_2, y_2, z_2)$$

u holda

$$\vec{a} + \vec{b} = \{x_1 + x_2;\ \ y_1 + y_2;\ \ z_1 + z_2\},$$

$\vec{a} - \vec{b} = \{x_1 - x_2;\ \ y_1 - y_2;\ \ z_1 - z_2\}$ ko‘rinishida bo‘ladi.

Agar $\vec{a}(x_1, y_1, z_1)$ bo‘lsa, u holda har qanday α son uchun quyidagi formula o’rinli

$$\alpha\vec{a} = \{\alpha x_1, \alpha y_1, \alpha z_1\}. \tag{3.11}$$

Bir to‘g‘ri chiziqda yoki parallel to‘g‘ri chiziqlarda yotuvchi vektorlar kollinear vektorlar deb ataladi. $\vec{a}(x_1, y_1, z_1)$ va $\vec{b}(x_2, y_2, z_2)$ vektorlarning kollinearlik sharti quyidagicha bo‘ladi:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

$\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$ uchlik vektorlar bazis koordinatalari deyiladi, agar quyidagi uchta shart bajarilsa,

1) $\vec{\imath}$ vektor $0X$ o‘qida, $\vec{\jmath}$ vektor $0Y$ o‘qida, $\vec{k}$ vektor OZ o‘qida yotadi.

2) har bir $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$ vektorlar o‘z o‘qlarida musbat tomonga yo‘nalgan bo‘ladi.

3) $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$ vektorlar, birlik vektorlar, ya’ni $|\vec{\imath}| = 1$, $|\vec{\jmath}| = 1$, $|\vec{k}| = 1$, $\vec{a}$ vektor qanday bo‘lishidan qat’iy nazar uni har doim $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$ bazislar bo‘yicha yoyish mumkin, ya’ni $\vec{a} = x_1\vec{\imath} + y_1\vec{\jmath} + z_1\vec{k}$. Bu yerda $x_1, y_1, z_1 - \vec{a}$ vektorning koordinatalari.

3-Misol. $\vec{a}(3; 2; -1)$, $\vec{b}(-2; -3; 4)$ va $\vec{c}(5; 4; -6)$ vektorlar berilgan bo‘lsa $\vec{d} = 4\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$ vektorni $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$ vektor bo‘yicha yoying.

Yechish: Endi $4\vec{a}$, $3\vec{b}$ va $2\vec{c}$ vektorlarni aniqlaymiz.

$4\vec{a} = \{12; 8; -4\}$, $3\vec{b} = \{-6; -9; 12\}$ va $2\vec{c} = \{10; 8; -12\}$.

Demak,

$$\vec{d} = 4\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{a} =$$

$$= \{12 + (-6) - 10;\ 8 + (-9) - 8; -4 + 12 - (-12)\}$$

$$\vec{d} = 4\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c} = \{-4; -9; 20\}.$$

$$\vec{d} = -4\vec{\imath} - 9\vec{\jmath} + 20\vec{k}$$

4-Misol. Uchlari $A(2; -3; 1)$ va $B(16; 11; 15)$ nuqtalarda joylashgan AB kesmani $\lambda = 2 : 5$ nisbatda bo‘luvchi nuqtaning koordinatasini toping.

Yechish: AB kesmani $\lambda = 2:5$ nisbatda bo‘luvchi nuqtaning koordinatasini, yuqorida berilgan (3.3) formula asosan topimiz:

$$x_0 = \frac{2 + \frac{2}{5}\cdot 16}{1 + \frac{2}{5}} = 6, \quad y_0 = \frac{-3 + \frac{2}{5}\cdot 11}{1 + \frac{2}{5}} = 1, \quad z_0 = \frac{1 + \frac{2}{5}\cdot 15}{1 + \frac{2}{5}} = 7$$

Natijada, AB kesmani $\lambda = 2:5$ nisbatda bo‘luvchi $C(6;1;7)$ nuqtaning koordinatasini topdik.

Mustaqil yechish uchun topshiriqlar

3.1. Vektorning koordinatalari. Vektorning moduli va yo‘naltiruvchi kosinuslariga doir misollar.

3.1.1. $\vec{b}(8;-6)$ vektorning modulini toping.

3.1.2. $\vec{d}(-2;3;-6)$ vektorning modulini toping.

3.1.3. $\vec{a}(9;-2;6)$ vektorning modulini toping.

3.1.4. $\vec{c}(-4;12;-3)$ vektorning modulini toping.

3.1.5. $\vec{d}(12;-1;12)$ vektorning modulini toping.

3.1.6. $\vec{c}(12;-9)$ vektorning yo‘naltiruvchi kosinuslarini aniqlang.

3.1.7. $\vec{b}(-10;2;11)$ vektorning yo‘naltiruvchi kosinuslarini aniqlang.

3.1.8. $\vec{a}(12;-15;16)$ vektorning yo‘naltiruvchi kosinuslarini aniqlang.

3.1.9. $\vec{c}(1;-12;12)$ vektorning yo‘naltiruvchi kosinuslarini aniqlang.

3.1.10. $\overrightarrow{OP}(3;-6;2)$ vektorning yo‘naltiruvchi kosinuslarini toping.

3.1.11. $\vec{a}(12;-15;-16)$ vektorning yo‘naltiruvchi kosinuslarini toping.

3.1.12. Boshi $A(-3;5)$ oxiri $B(5;-1)$ nuqtalarda bo‘lgan $\overrightarrow{AB}$ vektorning yo‘naltiruvchi kosinuslari va uzunligi topilsin.

3.1.13. Boshi $C(4;-9;6)$ oxiri $D(-8;3;5)$ nuqtalarda bo‘lgan $\overrightarrow{CD}$ vektorning yo‘naltiruvchi kosinuslari va moduli topilsin.

3.1.14. Boshi $M(-2;1;-3)$ oxiri $N(0;-1;2)$ nuqtalarda bo‘lgan $\overrightarrow{MN}$ vektorning yo‘naltiruvchi kosinuslari va moduli topilsin.

3.1.15. $\overrightarrow{AK}$ vektorning yo‘naltiruvchi kosinuslari $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{6}{7}$ ekanini bilgan holda, $A(0;0;12)$ nuqtadan 7 birlik masofada joylashgan K nuqtaning koordinatalari topilsin.

3.1.16. $\overrightarrow{CD}$ vektorning yo‘naltiruvchi kosinuslari $-\frac{12}{13}, \frac{4}{13}, -\frac{3}{13}$ ekanini bilgan holda, $C(2; -1; 4)$ nuqtadan 13 birlik masofada joylashgan D nuqtaning koordinatalari topilsin.
3.1.17. *A*gar vektor koordinata o‘qlari bilan bir xil burchaklar hosil qilsa va uning moduli 3 ga teng bo‘lsa, shu vektorning koordinatalarini toping.
3.1.18. *A*gar vektor koordinata o‘qlari bilan bir xil burchaklar hosil qilsa va uning moduli 17 ga teng bo‘lsa, shu vektorning koordinatalarini toping.
3.1.19. Bitta nuqtadan $\vec{a}(-12; 16)$, $\vec{b}(12; 5)$ vektorlar o‘tkazilgan. $\vec{a}$ bilan $\vec{b}$ vektorlar orasidagi burchakni teng ikkiga bo‘ladigan va shu nuqtadan chiqqan birlik vektorning koordinatalari topilsin.
3.1.20. Vektor Ox va Oz o’qlari bilan $\alpha = 120^0$, $\gamma = 45^0$ burchaklar tashkil qiladi. Shu vektor Oy o‘qi bilan qanday burchak hosil qiladi?
3.1.21. Vektor Oy va Oz o’qlari bilan $\beta = 45^0$, $\gamma = 60^0$ burchaklar tashkil qiladi. Shu vektor Ox o‘qi bilan qanday burchak hosil qiladi?
3.1.22. Vektorning 2 ta koordinatasi $x = 4$, $y = -12$ berilgan. $|\vec{a}| = 13$ bo‘lgan holda vektorning uchinchi z o‘qining koordinatasini aniqlang.
3.1.23. Vektorning 2 ta koordinatasi $x = -16$, $z = 15$ berilgan. $|\vec{a}| = 25$ bo‘lgan holda vektorning uchinchi y o‘qining koordinatasini aniqlang.
3.1.24. Birinchi koordinatalari mos ravishda $x = 7$, $y = 6$ ga teng bo‘lib, uzunligi 11 ga teng vektorning boshi $A(2; -1; 5)$ nuqtada joylashgan bo‘lsa, bu vektor oxirining koordinatalari topilsin.
3.1.25. Birinchi koordinatalari mos ravishda $y = -3$, $z = 4$ ga teng bo‘lib, uzunligi 13 ga teng vektorning oxiri $B(-5; 3; -2)$ nuqtada joylashgan bo‘lsa, bu vektor boshining koordinatalari topilsin.
3.1.26. Birinchi koordinatalari mos ravishda $x = 4$, $z = 12$ ga teng bo‘lib, uzunligi 13 ga teng vektorning boshi $A(4; -2; -3)$ nuqtada joylashgan bo‘lsa, bu vektor oxirining koordinatalari topilsin.
3.1.27. Vektor 2 ta koordinata o’qlari bilan quyidagi burchaklarni hosil qilib biladimi:
1) $\alpha = 30^0$, $\beta = 45^0$;
2) $\beta = 60^0$, $\gamma = 60^0$;
3) $\alpha = 150^0$, $\gamma = 30^0$

3.1.28. Vektor koordinata o‘qlari bilan quyidagi burchaklarni hosil qilib biladimi: 1) $\alpha = 45^0,\ \beta = 60^0,\ \gamma = 120^0$;
2) $\alpha = 45^0,\ \beta = 135^0,\ \gamma = 60^0$;
3) $\alpha = 90^0,\ \beta = 150^0,\ \gamma = 60^0$

3.1.29. Boshi $A(n; 2n+3; 5-2n)$, oxiri esa $B(2n+3; 2n-1; n)$ nuqtada joylashgan $\overrightarrow{AB}$ vektorning koordinatalarini toping.

3.1.30. Boshi $C(n-2; n+3; n)$ va oxiri $D(n+1; n-3; n-1)$ nuqtada joylashgan $\overrightarrow{CD}$ vektorning koordinatalarini toping.

3.2. Koordinatalari bilan berilgan vektorlar ustida amallarga doir misollar.

3.2.1. $\vec{a}(4; -1; 6)$ va $\vec{b}(-1; 4; -5)$ vektorlar berilgan bo‘lsa, $\vec{c} = 5\vec{a} - 2\vec{b}$ vektorni $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ vektorlar bo‘yicha yoying.

3.2.2. $\vec{a}(-9; 7; -5)$ va $\vec{b}(2; -1; 3)$ vektorlar berilgan bo‘lsa, $\vec{c} = 2\vec{a} + 6\vec{b}$ vektorni $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ vektorlar bo‘yicha yoying.

3.2.3. $\vec{a}(3; -4; 2)$, $\vec{b}(-4; 6; -3)$ va $\vec{c}(-5; 4; 7)$ vektorlar berilgan bo‘lsa, $\vec{d} = 5\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ vektorni $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ vektorlar bo‘yicha yoying.

3.2.4. $\vec{a}(-5; 2; -3)$, $\vec{b}(1; -6; 4)$ va $\vec{c}(4; -1; 7)$ vektorlar berilgan bo‘lsa, $\vec{d} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 6\vec{c}$ vektorni $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ vektorlar bo‘yicha yoying.

3.2.5. Agar $\vec{b}(3; -1; 4)$ vektorning boshi $M(1; 2; -3)$ nuqta bilan boshlansa, vektorning oxiri N nuqtani toping.

3.2.6. Agar $\vec{a}(2; -3; -1)$ vektorning oxiri $N(1; -1; 2)$ nuqta bilan tugasa, vektorning boshini toping.

3.2.7. Vektor Ox va Oz o‘qlari bilan $\alpha = 120^0$ va $\gamma = 45^0$ burchaklar tashkil qiladi. Shu vektor Oy o‘qi bilan qanday burchak hosil qiladi?

3.2.8. $|\vec{a}| = 2$ vektorning moduli va $\alpha = 45^0,\ \beta = 60^0,\ \gamma = 120^0$ burchaklar berilgan. $\vec{a}$ vektorning koordinata o‘qiga proyeksiyasini toping.

3.2.9. Ox va Oy koordinata o‘qlari bilan $\vec{a}$ vektor $\alpha = 60^0, \beta = 120^0$ burchaklar hosil qiladi. $|\vec{a}| = 2$ bo‘lganda uning koordinatalarini hisoblang.

3.2.10. Koordinatalarning to‘g‘ri burchakli sistemasida quyidagi nuqtalar yasalsin:
$A(2; 3), B(0; 4), C(-2; 1), D(-3; -5), F(6; -2), G(5; 0), K(0; -1),$
$S(-3; 0), T(0; 7)$.

3.2.11. Parallelogrammning ketma-ket keluvchi uchta $A(-2;1)$, $B(1;3), C(4;0)$ uchlari berilgan, uning to‘rtinchi uchini toping.
3.2.12. Parallelogrammning ketma-ket keluvchi uchta $A(2;2)$, $B(-1;3), C(-2;0)$ uchlari berilgan, uning to‘rtinchi uchini toping.
3.2.13. Parallelogrammning ketma-ket keluvchi uchta $A(-3;0)$, $C(1;-1)$, $D(-1;-3)$ uchlari berilgan, uning to‘rtinchi uchini toping.
3.2.14. Parallelogrammning uchta A, B, C uchlari berilgan, uning to‘rtinchi uchini toping(Masala nechta yechimga ega).
3.2.15. Berilgan $\vec{a}(n-2,\ n+3,\ n-1)$ va $\vec{b}(n,\ n-4,\ n+2)$ vektorlar bo‘yicha $n\vec{a}$, $\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{a}-\vec{b}$ va $3\vec{a}+n\vec{b}$ vektorlarni toping.
3.2.16. Uchlari $A(2;-3;1)$ va $B(16;11;15)$ nuqtalarda joylashgan AB kesmaning o‘rta nuqtasining koordinatasini toping.
3.2.17. Uchlari $A(-5;8;-2)$ va $B(13;-4;12)$ nuqtalarda joylashgan AB kesmaning o‘rta nuqtasining koordinatasini toping.
3.2.18. Uchlari $A(-3;4;-1)$ va $B(7;-8;5)$ nuqtalarda joylashgan AB kesmaning o‘rta nuqtasining koordinatasini toping.
3.2.19. Uchlari $A(4;-5;1)$ va $B(-8;7;9)$ nuqtalarda joylashgan AB kesmani $\lambda = 1:3$ nisbatda bo‘luvchi nuqtaning koordinatasini toping.
3.2.20. Uchlari $A(-1;9;-13)$ va $B(-5;1;-5)$ nuqtalarda joylashgan AB kesmani $\lambda = 3:5$ nisbatda bo‘luvchi nuqtaning koordinatasini toping.
3.2.21. $\vec{a}(m;3;2)$ va $\vec{b}(4;6;n)$ vektorlar m va n parametrlarning qanday qiymatlarida kollinear bo‘lishini aniqlang.
3.2.22. $\vec{c}(6;l;2)$ va $\vec{d}(k;-8;4)$ vektorlar l va k parametrlarning qanday qiymatlarida kollinear bo‘lishini aniqlang.
3.2.23. $\vec{a}(-2;3)$, $\vec{b}(4;-5)$ va $\vec{c}(3;-6)$ vektorlar berilgan bo‘lsa, $5\vec{a}-3\vec{b}$ va $2\vec{a}+3\vec{c}$ vektorlarning uzunligini taqqoslang.
3.2.24. $\vec{a}=3\vec{i}-5\vec{j}$, $\vec{b}=-6\vec{i}+5\vec{j}$ va $\vec{c}=-\vec{i}+2\vec{j}$ vektorlar berilgan bo‘lsa, $2\vec{a}+3\vec{c}$ va $4\vec{b}-\vec{c}$ vektorlarning uzunligini taqqoslang.
3.2.25. $\vec{a}(4;-3;5)$, $\vec{b}(-2;1;-1)$ va $\vec{c}(1;-6;4)$ vektorlar berilgan bo‘lsa, $2\vec{a}+5\vec{b}$ va $6\vec{b}-3\vec{c}$ vektorlarning uzunligini taqqoslang.
3.2.26. $\vec{a}(-3;2;-4)$, $\vec{b}(4;-5;-1)$ va $\vec{c}(-3;6;-4)$ vektorlar berilgan bo‘lsa, $3\vec{a}+2\vec{b}-4\vec{c}$ va $2\vec{b}-3\vec{c}-\vec{a}$ vektorlarning uzunligini taqqoslang.

3.2.27. $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{b} = 4\vec{i} - \overrightarrow{5j} + 3\vec{k}$ va $\vec{c} = -2\vec{i} + 6\vec{j} + \vec{k}$ vektorlar berilgan bo‘lsa, $3\vec{a} + 5\vec{b} - 4\vec{c}$ va $2\vec{b} - 3\vec{c} - \vec{a}$ vektorlarning uzunligini taqqoslang.
3.2.28. Uchlari $A(n-2,\ n+3,\ n)$ va $B(n+1,\ n-3,\ n-1)$ nuqtalarda joylashgan AB kesmani $\lambda = (n-1) : (n+2)$ nisbatda bo‘luvchi $C(x, y, z)$ nuqta koordinatalarini aniqlang.
3.2.29. Fazoda uchlari $M_1(-3; 2;\ 4)$, $M_2(6; 0; 1)$ nuqtalarda bo‘lgan M_1M_2 kesmani $\lambda = 2$ nisbatda bo‘luvchi nuqta topilsin.
3.2.30. Fazoda uchlari $N_1(-1; 4;\ -7)$, $N_2(5; 4; 7)$ nuqtalarda bo‘lgan N_1N_2 kesmani $\lambda = \frac{3}{4}$ nisbatda bo‘luvchi nuqta topilsin.

4-MAVZU: VEKTORLARNI SKALYAR, VEKTOR VA ARALASH KO‘PAYTMALARI

Reja:
1. Vektorlarning skalyar ko‘paytmasi.
2. Vektorning vektor va aralash ko‘paytmasi.

Tayanch iboralar: skalyar ko‘paytma, vektor va aralash ko‘paytma

4.1. Vektorlarning skalyar ko‘paytmasi.

Berilgan ikki vektorning uzunligi va ular orasidagi burchak kosinusinig ko‘paytmasiga shu ikki vektorning **skalyar ko‘paytmasi** deyiladi.

Demak, $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning **skalyar ko‘paytmasi**

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot cos\varphi \qquad (4.1)$$

ko‘rinishida bo‘ladi. Bu yerda φ burchak $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar orasidagi burchakdir.

$\vec{a} = 0$ yoki $\vec{b} = 0$ holda ta’rifga ko‘ra $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. $\vec{a} \perp \vec{b}$ yoki $\vec{a} = 0$, yoki $\vec{b} = 0$ holdagina $\vec{a} \cdot \vec{b}$ **skalyar ko‘paytma** nolga teng.

Skalyar ko‘paytirish amalining xossalari:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

$$\lambda(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (\lambda \cdot \vec{a})\vec{b} \qquad \text{(kommutativlik)} \qquad (4.2)$$

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{a}=\vec{a}^2\geq 0 \qquad \text{(distributivlik)} \qquad (4.3)$$

ammo faqat $\vec{a}=0$ holdagina $\vec{a}\cdot\vec{a}=0$ bo‘ladi.

Fazodagi Dekart koordinatalar sistemasida

$$\vec{a}(x;y;z),\quad \vec{b}(x';y';z')$$

berilgan bo‘lsa, skalyar ko‘paytmaning xossalaridan foydalanamiz:

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left(x\vec{\imath}+y\vec{\jmath}+z\vec{k}\right)\left(x'\vec{\imath}+y'\vec{\jmath}+z'\vec{k}\right)=xx'\vec{\imath}^2+xy'\vec{\imath}\vec{\jmath}+$$
$$+xz'\vec{\imath}\vec{k}+x'y\vec{\imath}\vec{\jmath}+yy'j^2+yz'\vec{\jmath}\vec{k}+x'z\vec{\imath}\vec{k}+y'z\vec{\jmath}\vec{k}+zz'\vec{k}^2=$$
$$=xx'\cdot 1+xy'\cdot 0+xz'\cdot 0+x'y\cdot 0+yy'\cdot 1+yz'\cdot 0+x'z\cdot 0+$$
$$+y'z\cdot 0+zz'\cdot 1=xx'+yy'+zz'$$

Skalyar ko‘paytmaning xossalaridan, ortlar uchun ushbu tengliklar o‘rinli ekanligini ko‘ramiz:

$$\vec{\imath}^2=\vec{\imath}\cdot\vec{\imath}=|\vec{\imath}|\cdot|\vec{\imath}|\cdot cos\varphi=1\cdot 1\cdot cos0^0=1,\ \vec{\jmath}^2=1, \vec{k}^2=1.$$
$$\vec{\imath}\cdot\vec{\jmath}=|\vec{\imath}|\cdot|\vec{\jmath}|\cdot cos\varphi=1\cdot 1\cdot cos90^0=0,\ \ \vec{\imath}\cdot\vec{k}=0,\ \ \vec{\jmath}\cdot\vec{k}=0.$$

Demak,

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=xx'+yy'+zz', \qquad (4.4)$$
$$|\vec{a}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

vektorlarning skalyar ko‘paytmasi ularning mos koordinatalari ko‘paytmalarining yig‘indisiga teng bo‘ladi.

$|\vec{a}|=0,\ |\vec{b}|=0$ shartlarida $\vec{a},\ \vec{b}$ vektorlar orasidagi burchak kosinusi quyidagi formula bo‘yicha topiladi.

(4.1) va (4.4) formulalardan,

$$cos\varphi=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$$

$$cos\varphi=\frac{xx'+yy'+zz'}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}\cdot\sqrt{x'^2+y'^2+z'^2}} \qquad (4.5)$$

kelib chiqadi. $\vec{a}(x;y;z)$, $\vec{b}(x';y';z')$ vektorlar ortogonal (perpendikulyar) bo‘lishligining zarur va yetarli sharti ushbu tenglikdan iborat (fazoda):

$$xx'+yy'+zz'=0. \qquad (4.6)$$

1-Misol. $\vec{a}(3;6)$ va $\vec{b}(5;-2)$ vektorlarning skalyar ko‘paytmasini toping.

Yechish: $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning skalyar ko‘paytmasi ularning mos koordinatalari ko‘paytmalarining yig‘indisiga tengligidan,

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=xx'+yy'=3\cdot 5+6\cdot(-2)=3$$

kelib chiqadi. Demak, berilgan $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning skalyar ko'paytmasi 3 ga teng bo'ladi.

2-Misol. Koordinatalari bilan berilgan quyidagi $\vec{a}(4;3)$ va $\vec{b}(1;7)$ vektorlar orasidagi φ burchakni toping.

Yechish: $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning orasidagi φ burchakni topish formulasidan,

$$cos\varphi = \frac{xx' + yy'}{\sqrt{x^2+y^2}\cdot\sqrt{x'^2+y'^2}} = \frac{4\cdot 1 + 3\cdot 7}{\sqrt{16+9}\cdot\sqrt{1+49}} = \frac{25}{5\cdot 5\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ kelib chiqadi, hamda $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning orasidagi burchak $\varphi = \frac{\pi}{4}$ ni tashkil qiladi.

4.2. Vektorning vektor va aralash ko'paytmasi.

Ikki vektor $\vec{a}$ va $\vec{b}$ ning **vektor ko'paytmasi** deb quyidagi xossalarga ega bo'lgan $\vec{c}$ vektorga aytiladi:

1. $\vec{c}$ vektorning uzunligi $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlardan yasalgan parallelogrammning yuziga teng, ya'ni

$$|\vec{c}| = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\,\sin\varphi \qquad (\varphi = \vec{a}\wedge\vec{b}) \qquad (4.7)$$

2. $\vec{c}$ vektor shu parallelogramm tekisligiga perpendikulyar, ya'ni u ham $\vec{a}$ vektorga, ham $\vec{b}$ vektorga perpendikulyardir:

$$\vec{a}\cdot\vec{c} = 0 \text{ va } \vec{b}\cdot\vec{c} = 0 \qquad (4.8)$$

3. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorlar ko'rsatilgan tartibda olinganda vektorlarning o'ng uchligini tashkil etadi.

Fazoda berilgan

$$\vec{a}(x;y;z), \quad \vec{b}(x';y';z')$$

vektorlar uchun

$$[\vec{a},\vec{b}] = \left\{\begin{vmatrix} y & z \\ y' & z'\end{vmatrix}; \begin{vmatrix} z & x \\ z' & x'\end{vmatrix}; \begin{vmatrix} x & y \\ x' & y'\end{vmatrix}\right\} \qquad (4.9)$$

yoki

$$[\vec{a},\vec{b}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ x' & y' & z'\end{vmatrix} \qquad (4.10)$$

tenglik o‘rinli.

Fazoda uch vektorning **aralash ko‘paytmasi** deb, birinchi ikki vektorning vektor ko‘paytmasiga uchinchi vektorni skalyar ko‘paytirishga aytiladi.

$$\vec{a}\vec{b}\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}]\vec{c} \qquad (4.11)$$

Fazoda $\vec{a}(x; y; z)$, $\vec{b}(x'; y'; z')$ va $\vec{c}(x''; y''; z'')$ vektorlar koordinatalar bilan berilgan bo‘lsin. Ularning aralash ko‘paytmasi formulasini keltirib chiqaraylik. Buning uchun $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarni vektor ko‘paytiramiz.

$$[\vec{a}, \vec{b}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ x' & y' & z' \end{vmatrix}$$

bu vektor ko‘paytmani esa $\vec{c}(x''; y''; z'')$ vektorga skalyar ko‘paytiramiz va

$$[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ x' & y' & z' \end{vmatrix} \cdot (x''\vec{i} + y''\vec{j} + z''\vec{k}) =.$$

$$= \left(\begin{vmatrix} y & z \\ y' & z' \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} x & z \\ x' & z' \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} x & y \\ x' & y' \end{vmatrix} \vec{k} \right) (x''\vec{i} + y''\vec{j} + z''\vec{k}) =$$

$$= \left(\begin{vmatrix} y & z \\ y' & z' \end{vmatrix} x'' - \begin{vmatrix} x & z \\ x' & z' \end{vmatrix} y'' + \begin{vmatrix} x & y \\ x' & y' \end{vmatrix} z'' \right) = \begin{vmatrix} x'' & y'' & z'' \\ x & y & z \\ x' & y' & z' \end{vmatrix} =$$

$$= - \begin{vmatrix} x & y & z \\ x'' & y'' & z'' \\ x' & y' & z' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & y & z \\ x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \end{vmatrix} \qquad (4.12)$$

hosil bo‘ladi.

3-Misol. $\vec{a}(1; -3; 4)$ va $\vec{b}(3; -4; 2)$ vektorlarning vektor ko‘paytmasini toping.

Yechish: Yuqorida berilgan (4.10) formuladan foydalanib,

$$[\vec{a}, \vec{b}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -3 & 4 \\ 3 & -4 & 2 \end{vmatrix} = \left(\begin{vmatrix} -3 & 4 \\ -4 & 2 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} \vec{k} \right) =$$

$$= 10\vec{i} + 10\vec{j} + 5\vec{k}$$

$\vec{c}(10; 10; 5)$ vektorning koordinatasini topdik.

4-Misol. $\vec{a}(3;-4;2)$, $\vec{b}(-1;2;5)$ va $\vec{c}(2;3;-4)$ vektorlarning aralash ko‘paytmasini toping.

Yechish: Yuqorida berilgan (4.12) formuladan foydalanib,

$$[\vec{a},\vec{b}]\cdot\vec{c}=\begin{vmatrix} x & y & z \\ x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & -4 \end{vmatrix}=$$

$$=-24-6-40-8-45+16=-107$$

ya’ni, $\vec{a}$, $\vec{b}$ va $\vec{c}$ vektorlarning aralash ko‘paytmasi -107 ga teng ekan.

Mustaqil yechish uchun topshiriqlar.

4.1. Vektorlarning skalyar ko‘paytmasiga doir misollar.

4.1.1. $\vec{a}(6;-8)$, $\vec{b}(12;9)$ va $\vec{c}(-4;3)$ vektorlar uchun
1) $\vec{a}\vec{b}$; 2) $\vec{a}\vec{c}$; 3) $\vec{b}\vec{c}$ ni hisoblang.

4.1.2. $\vec{a}(3;5;7)$, $\vec{b}(-2;6;1)$ va $\vec{c}(2;-4;0)$ vektorlar uchun
1) $\vec{a}\vec{b}$; 2) $\vec{a}\vec{c}$; 3) $\vec{b}\vec{c}$; 4) $(2\vec{a}-\vec{b})(3\vec{b}+\vec{c})$;
5) $(3\vec{a}+2\vec{c})(2\vec{b}-\vec{c})$ skalyar ko‘paytmasini hisoblang.

4.1.3. Koordinatalari bilan berilgan $\vec{a}(6;-8)$, $\vec{b}(12;9)$, $\vec{c}(2;-5)$, $\vec{d}(3;7)$, $\vec{m}(-2;6)$ va $\vec{n}(3;-9)$ vektorlar orasidagi
1) $\vec{a}$^$\vec{b}$; 2) $\vec{c}$ ^$\vec{d}$; 3) $\vec{m}$ ^$\vec{n}$ ni toping.

4.1.4. Koordinatalari bilan berilgan $\vec{a}(8;4;1)$, $\vec{b}(2;-2;1)$, $\vec{c}(2;5;4)$ va $\vec{d}(6;0;-3)$ vektorlar orasidagi
1) $\vec{a}$^$\vec{b}$; 2) $\vec{c}$ ^$\vec{d}$ ni toping.

4.1.5. $|\vec{a}|=8$, $|\vec{b}|=5$, $(\vec{a}\ ^\wedge\vec{b})=60^0$ berilgan bo‘lsa, $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning skalyar ko‘paytmasini toping.

4.1.6. $\vec{c}$ va $\vec{d}$ birlik vektor va $(\vec{c}\ ^\wedge\vec{d})=135^0$ berilgan bo‘lsa, $\vec{c}$ va $\vec{d}$ vektorlarning skalyar ko‘paytmasini toping.

4.1.7. $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=6$, $\vec{a}\downarrow\downarrow\vec{b}$ berilgan bo‘lsa, $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning skalyar ko‘paytmasini toping.

4.1.8. $|\vec{c}|=3$, $|\vec{d}|=7$, $\vec{c}\downarrow\uparrow\vec{d}$ berilgan bo‘lsa, $\vec{c}$ va $\vec{d}$ vektorlarning skalyar ko‘paytmasini toping.

4.1.9. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar o‘zaro $\varphi=\frac{2\pi}{3}$ burchak tashkil qiladi. $|\vec{a}|=3$ va $|\vec{b}|=4$ bo‘lsa, quyidagilarni hisoblang:
1) $\vec{a}\vec{b}$; 2) $\vec{a}^2$; 3) $\vec{b}^2$; 4) $(\vec{a}+\vec{b})^2$; 5) $(\vec{a}-\vec{b})^2$;

6) $(3\vec{a}+2\vec{b})^2$; 7) $(2\vec{a}-3\vec{b})^2$; 8) $\left(3\vec{a}-2\vec{b}\right)\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)$.

4.1.10. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar o‘zaro perpendikulyar, $\vec{c}$ vektor ularning har biri bilan $\varphi=\frac{\pi}{3}$ burchak hosil qilib, $|\vec{a}|=3$, $\left|\vec{b}\right|=5$, $|\vec{c}|=8$ ga teng bo‘lsa, quyidagilarni hisoblang:

1) $(3\vec{a}-2\vec{b})(\vec{b}+3\vec{c})$; 2) $(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})^2$; 3) $(\vec{a}+2\vec{b}-3\vec{c})^2$;

4) $(\vec{a}+\vec{b}-\vec{c})(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$; 5) $(2\vec{a}-\vec{b}+3\vec{c})(2\vec{a}+\vec{b}-3\vec{c})$

4.1.11. $\vec{a}(5;-6;1)$, $\vec{b}(-4;3;0)$, $\vec{c}(5;-8;10)$ vektorlar berilgan bo‘lsa,

1) $3\vec{a}^2-4\vec{a}\vec{b}+2\vec{c}^2$;

2) $3\vec{a}\vec{b}-4\vec{b}\vec{c}-5\vec{a}\vec{c}$;

3) $2\vec{a}^2+4\vec{b}^2-5\vec{c}^2$ ifodalarni hisoblang.

4.1.12. $\vec{a}(3;1;2)$, $\vec{b}(2;7;4)$, $\vec{c}(1;2;1)$ vektorlar berilgan bo‘lsa,

1) $(\vec{a}\,\vec{b})\,\vec{c}$;

2) $\vec{a}^2(\vec{b}\vec{c})$;

3)$\vec{a}^2\vec{b}+\vec{b}^2\vec{c}+\vec{c}^2\vec{a}$ ifodalarni hisoblang.

4.1.13. $A(-1;3;-7)$, $B(2;-1;5)$ va $C(0;1;-5)$ nuqtalar berilgan bo‘lsa,

1)$\sqrt{\overrightarrow{AB}^2}$; 2) $\sqrt{\overrightarrow{AC}^2}$; 3) 2) $\sqrt{\overrightarrow{BC}^2}$; 4) $(2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB})(2\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA})$;

5) $(3\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{CB})(3\overrightarrow{BC}+2\overrightarrow{AC})$ ifodalarni hisoblang.

4.1.14. $\vec{a}(2;-4;4)$ va $\vec{b}(-3;2;6)$ vektorlar hosil qilgan burchak kosinusini toping.

4.1.15. $\vec{a}(5;2)$, $\vec{b}(7;-3)$ vektorlar berilgan. Bir vaqtning o‘zida ikkita $\vec{a}\vec{x}=38$**,** $\vec{b}\vec{x}=30$ tenglamani qanoatlantiradigan $\vec{x}$ vektor topilsin.

4.1.16. $\vec{a}(3;4)$, $\vec{b}(6;-7)$ vektorlar berilgan. Bir vaqtning o‘zida ikkita $\vec{a}\vec{x}=2$**,** $\vec{b}\vec{x}=19$ tenglamani qanoatlantiradigan $\vec{x}$ vektor topilsin.

4.1.17. $\vec{a}(3;-2;4)$, $\vec{b}(5;1;6)$, $\vec{c}(-3;0;2)$ vektorlar berilgan. Bir vaqtning o‘zida $\vec{a}\cdot\vec{x}=4$, $\vec{b}\cdot\vec{x}=35$, $\vec{c}\cdot\vec{x}=0$ tenglamalarni qanoatlantiradigan $\vec{x}$ vektor topilsin.

4.1.18. $\vec{a}(2;1;-1)$ vektorga kollinear va $\vec{x}\vec{a}=3$ shartni qanoatlantiruvchi $\vec{x}$ vektorni toping.

4.1.19. $\vec{x}$ vektor $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ va $\vec{b} = 18\vec{i} - 22\vec{j} - 5\vec{k}$ vektorlarga perpendikulyar, Oy o‘qi bilan o‘tmas burchak hosil qiladi. $|\vec{x}| = 14$ bo‘lsa, uning koordinatalarini toping.
4.1.20. Uchta $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ va $\vec{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$ vektorlar berilgan. $\vec{x}\vec{a} = -5$, $\vec{x}\vec{b} = -11$ va $\vec{x}\vec{c} = 20$ shartlarni qanoatlantiruvchi $\vec{x}$ vektorni toping.
4.1.21. Tomonlari birga teng bo‘lgan teng tomonli ABC uchburchak berilgan. $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CA} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{c}$ deb $\vec{a}\,\vec{b} + \vec{b}\,\vec{c} + \vec{c}\,\vec{a}$ ifoda hisoblansin.
4.1.22. $\vec{a} = \alpha\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ va $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - \alpha\vec{k}$ vektorlar α ning qanday qiymatida o‘zaro perpendikulyar bo‘ladi?
4.1.23. ABC uchburchak tomonlarining uzunliklari berilgan: $|BC| = 5$, $|CA| = 6$, $|AB| = 7$ bo‘lsa
1) $\overrightarrow{BA}$ va $\overrightarrow{BC}$; 2) $\overrightarrow{AB}$ va $\overrightarrow{BC}$; 3) $\overrightarrow{AB}$ va $\overrightarrow{AC}$;
4) $\overrightarrow{BA}$ va $\overrightarrow{CA}$; 5) $\overrightarrow{CA}$ va $\overrightarrow{BC}$ vektorlarning skalyar ko‘paytmasi topilsin.
4.1.24. $\vec{a}$, $\vec{b}$ va $\vec{c}$ vektorlar, $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ shart bilan quyidagilar $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 1$, $|\vec{c}| = 4$ berilgan bo‘lsa, $\vec{a}\,\vec{b} + \vec{b}\,\vec{c} + \vec{c}\,\vec{a}$ ni hisoblang.
4.1.25. $\vec{a}$, $\vec{b}$ va $\vec{c}$ vektorlar bir-birlari bilan 60^0 ga teng bo‘lgan burchak tashkil qilsa, hamda $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$ va $|\vec{c}| = 6$ berilgan bo‘lsa, $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ vektorning modulini aniqlang.
4.1.26. $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$ berilgan. α ning qanday qiymatida $\vec{a} + \alpha\vec{b}$ va $\vec{a} - \alpha\vec{b}$ vektorlar perpendikulyar bo‘ladi?
4.1.27. $\vec{a} + \vec{b}$ vektor $\vec{a} - \vec{b}$ vektorga perpendikulyar bo‘lishi uchun $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar qanday shartni qanoatlantirishi kerak?
4.1.28. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar $\varphi = \frac{\pi}{6}$ burchak hosil qiladi. $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 1$ bo‘lsa, $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b}$ va $\vec{q} = \vec{a} - \vec{b}$ vektorlar orasidagi α burchakni toping.
4.1.29. $A(-1;-2;4)$, $B(-4;-2;0)$ va $C(3;-2;1)$ uchburchakning uchlari berilgan. Uning B uchidagi ichki burchakni toping.
4.1.30. Uchburchakning $A(3;2;-3)$, $B(5;1;-1)$ va $C(1;-2;1)$ uchlari berilgan. Uning A uchidagi ichki burchakni aniqlang.

4.2. Vektorning vektor va aralash ko‘paytmasiga doir misollar.

4.2.1. Determinantlarni hisoblang.

1) $\begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$; 3) $\begin{vmatrix} \sqrt[4]{5} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt[4]{125} \end{vmatrix}$;

4) $\begin{vmatrix} 3 & x+1 \\ -4 & -21 \end{vmatrix} = 1$; 5) $\begin{vmatrix} cosx & -sinx \\ sinx & cosx \end{vmatrix}$; 6) $\begin{vmatrix} x-1 & 3 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$;

4.2.2. Determinantlarni hisoblang.

1) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix}$; 2) $\begin{vmatrix} 4 & -3 & 5 \\ 3 & -2 & 8 \\ 1 & -7 & -5 \end{vmatrix}$; 3) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 3 \\ 1 & 6 & x+5 \end{vmatrix} = 0$;

4) $\begin{vmatrix} x^2 & 3 & 2 \\ x & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 0$; 5) $\begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$

4.2.3. Quyidagi chiziqli tenglamalar sistemasini Kramer usulida yeching.

1) $\begin{cases} 3y - x = -17 \\ 5x + 3y = -5 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 4x - 5y = 7 \end{cases}$; 3) $\begin{cases} xcos\alpha - ysin\alpha = cos2\alpha \\ xsin\alpha + ycos\alpha = sin2\alpha \end{cases}$

4.2.4. Quyidagi chiziqli tenglamalar sistemasini Kramer usulida yeching.

1) $\begin{cases} x + y + 4z = 1 \\ 2x + y + 6z = 2 \\ 3x + 3y + 13z = 2 \end{cases}$; 2) $\begin{cases} x + 2y - z = -6 \\ 2x - y + z = 7 \\ 3x + 5y + 2z = -1 \end{cases}$;

3) $\begin{cases} x + 2y + 3z - 13 = 0 \\ 3x + 2y + 2z - 16 = 0 \\ 4x - 2y + 5z - 5 = 0 \end{cases}$; 4) $\begin{cases} 2x - 3y + z = 2 \\ 2x + y - 4z = 9 \\ 6x - 5y + 2z = 17 \end{cases}$.

4.2.5. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar o‘zaro $\varphi = \frac{\pi}{6}$ burchak hosil qiladi. Agar $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 5$ bo‘lsa, $|[\vec{a}\vec{b}]|$ ni hisoblang.

4.2.6. $|\vec{a}| = 10$, $|\vec{b}| = 2$ va $\vec{a}\,\vec{b} = 12$ berilgan bo‘lsa, $|[\vec{a}\vec{b}]|$ ni hisoblang.

4.2.7. $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 26$ va $|[\vec{a}\vec{b}]| = 72$ bo‘lsa, $\vec{a}\,\vec{b}$ ni toping.

4.2.8. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar o‘zaro perpendikulyar. $|\vec{a}| = 3$ va $|\vec{b}| = 4$ ni bilgan holda, quyidagilarni hisoblang:

1) $\left|\left[(\vec{a}+\vec{b})(\vec{a}-\vec{b})\right]\right|$;
2) $\left|\left[(3\vec{a}-\vec{b})(\vec{a}-2\vec{b})\right]\right|$.

4.2.9. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar o‘zaro $\varphi=\frac{2\pi}{3}$ burchak hosil qiladi. $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=2$ ni bilgan holda, quyidagilarni hisoblang:
1) $[\vec{a}\,\vec{b}]^2$; 2) $[(2\vec{a}+\vec{b})(\vec{a}+2\vec{b})]^2$; 3) $[(\vec{a}+3\,\vec{b})(3\vec{a}-\vec{b})]^2$.

4.2.10. Ixtiyoriy $\vec{p}$, $\vec{q}$, $\vec{r}$, $\vec{n}$ vektorlar berilgan. $\vec{a}=[\vec{p}\,\vec{n}]$, $\vec{b}=[\vec{q}\,\vec{n}]$ va $\vec{c}=[\vec{r}\,\vec{n}]$ vektorlarni komplanar ekanligini isbotlang.

4.2.11. $\vec{a}(3;-1;-2)$ va $\vec{b}(1;2;-1)$ vektorlar berilgan. Vektor ko‘paytmalar koordinatalarini toping:
1) $[\vec{a}\,\vec{b}]$; 2) $[(2\vec{a}+\vec{b})\vec{b}]$; 3) $[(2\vec{a}-\vec{b})(2\vec{a}+\vec{b})]$.

4.2.12. $A(2;-1;2)$, $B(1;2;-1)$ va $C(3;2;1)$ nuqtalar berilgan. Vektor ko‘paytmalar koordinatalarini toping:
1) $[\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{BC}]$; 2) $[(\overrightarrow{BC}-2\overrightarrow{CA})\overrightarrow{CB}]$.

4.2.13. $A(1;2;0)$, $B(3;0;-3)$ va $C(5;2;6)$ nuqtalar berilgan. ABC uchburchak yuzasini hisoblang.

4.2.14. Uchburchakning $A(1;-1;2)$, $B(5;-6;2)$ va $C(1;3;-1)$ uchlari berilgan. B uchidan AC yon tomonga tushirilgan balandlik uzunligini hisoblang.

4.2.15. $\vec{a}(2;-2;1)$ va $\vec{b}(2;3;6)$ vektorlar orasidagi burchak sinusini hisoblang.

4.2.16. $A(3;-2;5)$, $B(1;4;-3)$ va $C(-6;2;4)$ nuqtalar berilgan bo‘lsa,
1) $[\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{BC}]\overrightarrow{AC}$; 2) $[\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{AC}]\overrightarrow{BC}$; 3) $[\overrightarrow{BC}\,\overrightarrow{AC}]\overrightarrow{AB}$
aralash ko‘paytmasini toping.

4.2.17. $C(-2;4;3)$, $D(1;-5;6)$ va $E(3;7;-4)$ nuqtalar berilgan bo‘lsa,
1) $[\overrightarrow{CD}\,\overrightarrow{DE}]\overrightarrow{CE}$; 2) $(2\overrightarrow{CD}-3\overrightarrow{DE})(\overrightarrow{DC}+3\overrightarrow{CE})(2\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{ED})$;
3) $(3\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{ED})(2\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{EC})(\overrightarrow{DC}+2\overrightarrow{CE})$ aralash ko‘paytmasini toping.

4.2.18. $\vec{a}=\vec{i}+6\vec{j}-4\vec{k}$, $\vec{b}=-3\vec{i}+2\vec{j}+7\vec{k}$ va $\vec{c}=-5\vec{i}-6\vec{j}+2\vec{k}$ vektorlar berilgan bo‘lsa
1) $[\vec{a}\,\vec{b}]\vec{c}$; 2) $[\vec{a}\,\vec{c}]\vec{b}$; 3) $[\vec{b}\,\vec{c}]\vec{a}$;
4) $(\vec{b}+2\vec{a})(\vec{c}+3\vec{b})(2\vec{a}-\vec{c})$; 5) $(3\vec{a}-\vec{c})(2\vec{b}+\vec{a})(4\vec{c}+3\vec{b})$
aralash ko‘paytmasini toping.

4.2.19. $\vec{a}(2;-3;1)$, $\vec{b}(-3;1;2)$ va $\vec{c}(1;2;3)$ vektorlar berilgan bo‘lsa, $\left[[\vec{a},\vec{b}]\vec{c}\right]$ va $\left[\vec{a}[\vec{b}\,\vec{c}]\right]$ ni hisoblang.

4.2.20. $\vec{a}(6;-4;8)$ va $\vec{b}(-2;4;0)$ vektorlar berilgan bo‘lsa:

1) $[(\vec{a}+\vec{b})(\vec{a}-\vec{b})]$;

2) $[\vec{a}(\vec{a}+\vec{b})]$;

3) $\left[\frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}(\vec{b}-\frac{\vec{a}}{2})\right]$ topilsin.

4.2.21. Quyidagi hollarning har birida $[\vec{a}\vec{b}]$ vektor ko‘paytma topilsin:

1) $\vec{a}(2;3;1)$, $\vec{b}(5;6;4)$;

2) $\vec{a}(5;-2;1)$, $\vec{b}(4;0;6)$;

3) $\vec{a}(-2;6;-4)$, $\vec{b}(3;-9;6)$.

4.2.22. $\vec{a}(8;4;1)$ va $\vec{b}(2;-2;1)$ vektorlardan yasalgan parallelogramm yuzi hisoblansin.

4.3.23. $\vec{a}(3;1;2)$, $\vec{b}(2;7;4)$ va $\vec{c}(1;2;1)$ vektorlar berilgan:

1) $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$**;** 2) $\left[[\vec{a}\vec{b}]\vec{c}\right]$ 3) $\left[\vec{a}[\vec{b}\vec{c}]\right]$ topilsin.

4.2.24. Berilganlarga ko‘ra $\vec{a}$, $\vec{b}$ va $\vec{c}$ vektorlarning aralash ko‘paytmasini toping.

1) $\vec{a}=\vec{k},\ \vec{b}=\vec{i},\ \vec{c}=\vec{j}$; 2) $\vec{a}=\vec{i},\ \vec{b}=\vec{k},\ \vec{c}=\vec{j}$;

3) $\vec{a}=\vec{j},\ \vec{b}=\vec{i},\ \vec{c}=\vec{k}$; 4) $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j},\ \vec{b}=\vec{j},\ \vec{c}=\vec{k}$;

5) $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j},\ \vec{b}=\vec{i}-\vec{j},\ \vec{c}=\vec{j}$; 6) $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j},\ \vec{b}=\vec{i}-\vec{j},\ \vec{c}=\vec{k}$.

4.2.25. $\vec{a}$, $\vec{b}$ va $\vec{c}$ vektorlar o‘zaro perpendikulyar hamda $|\vec{a}|=4$, $|\vec{b}|=2$ va $|\vec{c}|=3$ berilgan bo‘lsa, $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ ni toping.

4.2.26. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar o‘zaro $\varphi=\frac{\pi}{6}$ burchak tashkil qiladi va $\vec{c}$ vektor bilan perpendikulyar. $|\vec{a}|=6$, $|\vec{b}|=3$ va $|\vec{c}|=4$ berilgan bo‘lsa, $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ ni toping.

4.2.27. $\vec{a}(1;-1;3)$, $\vec{b}(-2;2;1)$ va $\vec{c}(3;-2;5)$ vektorlar berilgan bo‘lsa, $\vec{a}\vec{b}\vec{c}$ ni toping.

4.2.28. $\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}+4\vec{k}$, $\vec{b}=3\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ va $\vec{c}=\vec{j}-\vec{k}$ vektorlar berilgan bo‘lsa, quyidagilarni toping.

1) $[\vec{a}\vec{b}]$; 2) $[\vec{b}\vec{c}]$; 3) $[\vec{a}\vec{c}]$; 4) $\left[[\vec{a}\vec{c}]\vec{b}\right]$; 5) $\left[[\vec{a}\vec{b}]\vec{c}\right]$;

6) $\left[\vec{a}[\vec{b}\vec{c}]\right]$; 7) $\left([\vec{a}\vec{b}]\vec{c}\right)$; 8) $\left([\vec{a}\vec{c}]\vec{b}\right)$; 9) $\left(\vec{a}[\vec{b}\vec{c}]\right)$;

10) $\left[\left(2\vec{a}-3\vec{b}\right)(4\vec{a}-5\vec{c})\right]$; 11) $\left[(\vec{a}-2\vec{c})\left(3\vec{b}-2\vec{a}\right)\right]$;
12) $\left(\left[\left(2\vec{b}+\vec{c}\right)(3\vec{a}-\vec{c})\right]\left(\vec{b}-2\vec{a}\right)\right)$;
13) $\left(\left[(2\vec{a}-5\vec{c})\left(2\vec{b}+3\vec{c}\right)\right]\left(3\vec{b}-\vec{c}\right)\right)$; 14) $\left(\left(\vec{a}\vec{b}\right)\vec{c}\right)$;
15) $\left(\left(\vec{b}\vec{c}\right)\vec{a}\right)$.

4.2.29. $\vec{a}=-\vec{\imath}+3\vec{\jmath}+\vec{k}$, $\vec{b}=\vec{\jmath}+2\vec{k}$ va $\vec{c}=2\vec{a}-3\vec{b}$ vektorlar berilgan bo‘lsa, quyidagilarni toping:
1) $\left(\vec{a}\left[\vec{c}\vec{b}\right]\right)$; 2) $\left(\vec{c}\left[\vec{a}\vec{b}\right]\right)$; 3) $\left[\vec{a}\left[\vec{b}\vec{c}\right]\right]$; 4) $\left[\vec{b}[\vec{a}\vec{c}]\right]$;
5) $\left(\left[\vec{a}\left[\vec{b}\vec{c}\right]\right]\vec{c}\right)$; 6) $\left([\vec{a}[\vec{a}\vec{c}]]\left[\vec{b}[\vec{a}\vec{c}]\right]\right)$.

4.2.30. Ayniyatni isbotlang:
1) $\left[\vec{a}\left[\vec{b}\vec{c}\right]\right]+\left[\vec{b}[\vec{a}\vec{c}]\right]+\left[\vec{c}\left[\vec{a}\vec{b}\right]\right]=0$;
2) $\left[\vec{a}\vec{b}\right]\left[\vec{c}\vec{d}\right]=(\vec{a}\vec{c})\left(\vec{b}\vec{d}\right)-\left(\vec{a}\vec{d}\right)\left(\vec{b}\vec{c}\right)$;
3) $\left[\vec{a}\vec{b}\right]\left[\vec{c}\vec{d}\right]+[\vec{a}\vec{c}]\left[\vec{d}\vec{b}\right]+\left[\vec{a}\vec{d}\right]\left[\vec{b}\vec{c}\right]=0$;
4) $\left[\left[\vec{a}\vec{b}\right]\left[\vec{c}\vec{d}\right]\right]=\vec{c}\left(\vec{a}\vec{b}\vec{d}\right)-\vec{d}\left(\vec{a}\vec{b}\vec{c}\right)$;
5) $\left[\vec{a}\vec{b}\right]\left[\vec{b}\vec{c}\right][\vec{c}\vec{a}]=\left(\vec{a}\vec{b}\vec{c}\right)^2$;
6) $\left[\vec{a}\left[\vec{a}\left[\vec{a}\left[\vec{a}\vec{b}\right]\right]\right]\right]=\vec{a}^4\vec{b}$ bu yerda, $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar o‘zaro perpendikulyar;
7) $\left[\vec{a}\left(\vec{b}\left[\vec{c}\vec{d}\right]\right)\right]=[\vec{a}\vec{c}]\left(\vec{b}\vec{d}\right)-\left[\vec{a}\vec{d}\right]\left(\vec{b}\vec{c}\right)$;
8) $\left[\vec{a}\left[\vec{b}\left[\vec{c}\vec{d}\right]\right]\right]=\left(\vec{a}\vec{c}\vec{d}\right)\vec{b}-\left(\vec{a}\vec{b}\right)\left[\vec{c}\vec{d}\right]$;
9) $\left[\vec{a}\vec{b}\right]^2[\vec{a}\vec{c}]^2-\left(\left[\vec{a}\vec{b}\right][\vec{a}\vec{c}]\right)=\vec{a}^2\left(\vec{a}\vec{b}\vec{c}\right)^2$;
10) $\left[\left[\vec{a}\vec{b}\right][bc]\right]\left[\left[\vec{b}\vec{c}\right][\vec{c}\vec{a}]\right]\left[[\vec{c}\vec{a}]\left[\vec{a}\vec{b}\right]\right]=\left(\vec{a}\vec{b}c\right)^4$;
11) $\left(\vec{a}\vec{b}\right)\left[\vec{c}\vec{d}\right]+(\vec{a}\vec{c})\left[\vec{d}\vec{b}\right]+\left(\vec{a}\vec{d}\right)\left[\vec{b}\vec{c}\right]=\vec{a}\left(\vec{b}\vec{c}\vec{d}\right)$;
12) $\left(\vec{a}\vec{b}\vec{c}\right)\left(\vec{a}\vec{d}\vec{e}\right)=\begin{vmatrix}\vec{a}\vec{b}\vec{d} & \vec{a}\vec{b}\vec{e}\\ \vec{a}\vec{c}\vec{d} & \vec{a}\vec{c}\vec{e}\end{vmatrix}$.

5-MAVZU: TEKISLIKDA TO‘G‘RI CHIZIQLARNING TURLI TENGLAMALARI.

Reja:

1. To‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsientli tenglamasi. To‘g‘ri chiziq orasidagi burchak.
2. To‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasi. Berilgan ikki nuqtadan o‘tuvchi tenglamasi. To‘g‘ri chiziqning koordinata o‘qlaridan ajratgan kesmalar bo‘yicha tenglamasi.
3. To‘g‘ri chiziqning normal tenglamasi. To‘g‘ri chiziq tenglamasini normal holda keltirish. Berilgan nuqtadan to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofa.
4. Tekislikda to‘g‘ri chiziqlarga doir aralash masalalar.

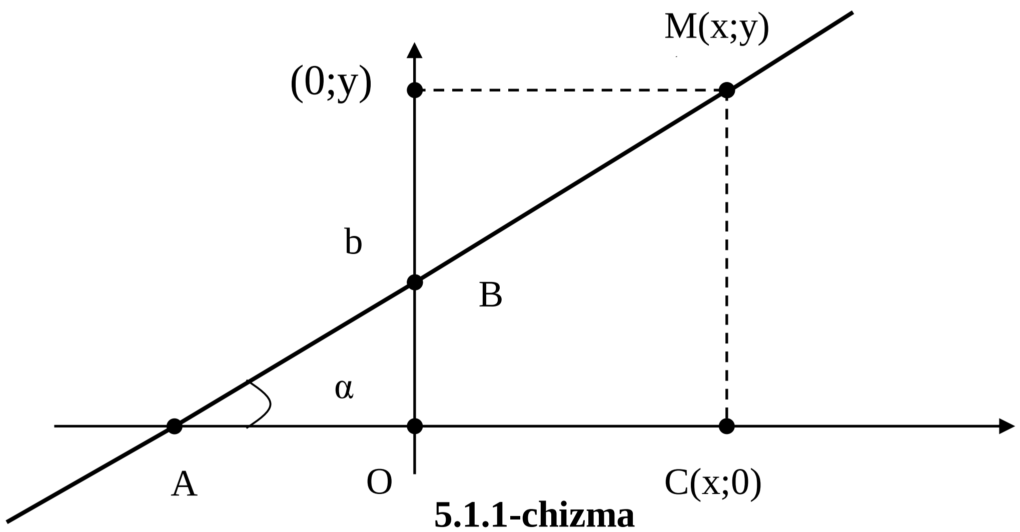
Tayanch iboralar: burchak koeffitsienti, parallellik, perpendukulyarlik, to‘g‘ri chiziqlar dastasi, normal, normal vektor, bissektrisa.

5.1. To‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsientli tenglamasi. To‘g‘ri chiziq orasidagi burchak.

Bizda XOY dekart koordinatalar sistemasida to‘g‘ri chiziqning quyidagi parametrlari berilgan bo‘lsin.

1) To‘g‘ri chiziq bilan absissa o‘qining musbat yo‘nalishi orasidagi burchak α;

2) To‘g‘ri chiziq bilan ordinata o‘qining kesishish nuqtasi(to‘g‘ri chiziqning ordinata o‘qidan ajratgan kesmasi) koordinatalari $(0; b)$.



5.1.1-chizma

Berilganlardan foydalanib, to‘g‘ri chiziq tenglamasini keltirib chiqaramiz, hamda $tg\alpha = \frac{OB}{AO}$, $OB = b$ ekanligidan $AO = \frac{b}{tg\alpha}$ natijaga erishiladi.

1. Ox o‘qining musbat yo‘nalishi bilan to‘g‘ri chiziq orasidagi burchak α va $B(0;b)$ nuqta to‘g‘ri chiziqning ordinata o‘qi bilan kesishgan nuqtasi

2. Ixtiyoriy $M(x;y)$ nuqta tanlaymiz va $\triangle ABO$ va $\triangle AMC$ uchburchaklar o‘xshashligidan

$$\frac{OB}{MC} = \frac{AO}{AC} \Longrightarrow b(\frac{b}{tg\alpha} + x) = \frac{yb}{tg\alpha}$$

$$y = xtg\alpha + b \text{ va } tg\alpha = k$$

deb belgilash kiritsak,

$$y = kx + b \qquad (5.1)$$

to‘g‘ri chiziq tenglamasi kelib chiqadi.

To‘g‘ri chiziqning tenglamasini k va b lar bo‘yicha tahlil qilamiz:

1. $k > 0$ bo‘lsa, $tg\alpha > 0$ bo‘ladi. Bunda $\alpha \in (0;\frac{\pi}{2}) \Rightarrow \alpha$ o‘tkir burchak;
2. $k < 0$ bo‘lsa, $tg\alpha < 0$, bo‘ladi. Bunda $\alpha \in (\frac{\pi}{2};\pi) \Rightarrow \alpha$ o‘tmas burchak;
3. $b > 0$ bo‘lsa, to‘g‘ri chiziqimiz ordinata o‘qini musbat tomoni bilan kesishadi;
4. $b < 0$ bo‘lsa, to‘g‘ri chiziqimiz ordinata o‘qini manfiy tomoni bilan kesishadi.

k va b larni o‘zaro kombinatsiyasidan quyidagilar kelib chiqadi:

1. $k > 0$, $b > 0$ bo‘lsa, to‘g‘ri chiziqimiz koordinatalar sistemasining I, II va III choragidan o‘tadi;
2. $k > 0$, $b < 0$ bo‘lsa, to‘g‘ri chiziqimiz koordinatalar sistemasining I, III va IV choragidan o‘tadi;
3. $k < 0$, $b > 0$ bo‘lsa, to‘g‘ri chiziqimiz koordinatalar sistemasining I, II va IV choragidan o‘tadi;
4. $k < 0$, $b < 0$ bo‘lsa, to‘g‘ri chiziqimiz koordinatalar sistemasining II, III va IV choragidan o‘tadi.

1-Misol. Umumiy tenglamasi $\boldsymbol{4x - 6y + 3 = 0}$ bo‘lgan to‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsiyentli tenglamasini toping.

Yechish: Berilgan to‘g‘ri chiziq tenglamasidan burchak koeffitsienti va boshlang‘ich ordinatasini topamiz:

$$4x - 6y + 3 = 0 \Rightarrow 6y = 4x + 3 \Rightarrow \ y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}$$

hosil bo‘ladi. Bu yerda

$$k = \frac{2}{3}, \qquad b = \frac{1}{2}$$

ga teng bo‘ladi.

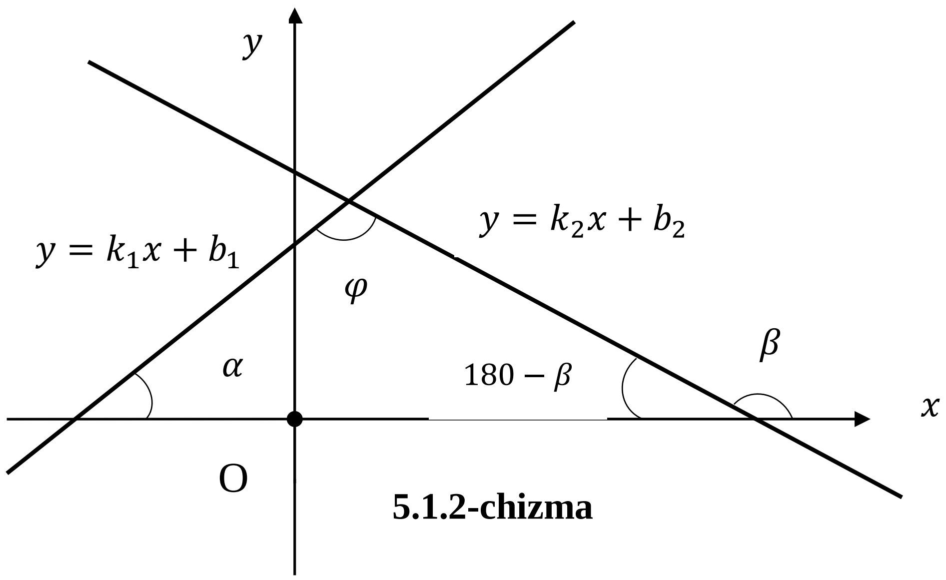
Ikki to‘g‘ri chiziq orasidagi burchak.

Dekart kordinatalar tekisligida $y = k_1x + b_1$ va $y = k_2x + b_2$ tenglamalar bilan ikkita to‘g‘ri chiziq berilgan bo‘lsin.

Biz ikki to‘g‘ri chiziq orasidagi φ burchakni topish uchun:

1) to‘g‘ri chiziqning Ox o‘qining musbat yo‘nalishi orasidagi burchakni α desak, bundan $tg\alpha = k_1$.

2) to‘g‘ri chiziq Ox o‘qining musbat yo‘nalishi orasidagi burchakni β desak, $tg\beta = k_2$ kelib chiqadi.



5.1.2-chizma

Uchburchakning ichki burchaklari yig‘indisi formulasidan

$$\alpha + 180 - \beta + \varphi = 180 \ \Rightarrow \ \varphi = \beta - \alpha \ \Rightarrow \ tg\varphi = tg(\beta - \alpha)$$

$$tg\varphi = \frac{tg\beta - tg\alpha}{1 + tg\beta \cdot tg\alpha}$$

kelib chiqadi. Yuqoridagi belgilashlardan foydalansak,

$$tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \qquad (5.2)$$

ikki to‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsienti topish formulasi kelib chiqadi.

2-Misol. Dekart koordinatalar tekisligida $y = x + 4$ va $y = 2x - -7$ tenglamalar 2 ta to‘g‘ri chiziq berilgan bo‘lsa, ular orasidagi burchakni toping.

Yechish: Bizga berilgan $k_1 = 1$ va $k_2 = 2$ ekanligidan, yuqorida berilgan (5.2) formuladan foydalanib,

$$tg\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} = \frac{2 - 1}{1 + 1 \cdot 2} = \frac{1}{3}$$

ikkita to‘g‘ri chiziq orasidagi burchak $\varphi = arctg\frac{1}{3}$ tengligi kelib chiqadi.

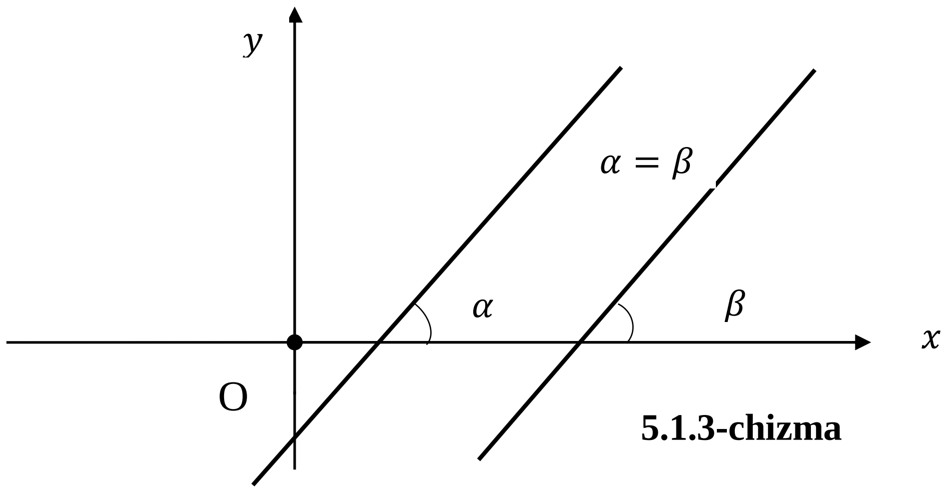
To‘g‘ri chiziqning parallellik alomatlari.

1-usul. $y = k_1x + b_1$ to‘g‘ri chizig‘imiz $y = k_2x + b_2$ ga parallel, ya’ni $\varphi = 0$ bo‘lganda, $tg\varphi = 0$ bo‘lib, $\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}=0$ bo‘ladi. Bu yerda $k_2 - k_1=0$ bo‘lsa, $k_1 = k_2$ bo‘lishi kelib chiqadi.

2-usul. $\alpha = \beta$ bo‘lsa, $tg\alpha = tg\beta$ bo‘ladi. Bundan

$$k_1 = k_2 \qquad (5.3)$$

ekanligi kelib chiqadi. To‘g‘ri chiziqlar parallel bo‘lishi uchun ularning burchak koeffitsienti teng bo‘lishi kerak.



5.1.3-chizma

To‘g‘ri chiziqning perpendikulyarlik alomatlari.

$y = k_1x + b_1$ to‘g‘ri chiziq $y = k_2x + b_2$ ga perpendikulyar bo‘lsa, $tg\varphi = tg90^0$ bo‘ladi. $tg90^0$ mavjud bo‘lmasligi va aniqlanmagan bo‘lishi kerak. Bu uchun $1 + k_1 \cdot k_2 = 0$ bo‘lishi kerakligidan $k_1 \cdot k_2 = -1$ bo‘ladi. Bundan kelib chiqadiki,

$$k_2 = -\frac{1}{k_1} \qquad (5.4)$$

to‘g‘ri chiziqlar perpendikulyar bo‘lishi uchun ularning burchak koeffitsientlari ham teskari ham qarama- qarshi ishorali bo‘lishi kerak.

3-Misol. $y = 4x - 2$ to‘g‘ri chiziqqa parallel va perpendikulyar to‘g‘ri chiziqlarni toping.

Yechish: 1) $y = 4x - 2$ to‘g‘ri chiziqqa parallel to‘g‘ri chiziqni topish uchun yuqoridagi (5.3) formuladan foydalanib, $y = 4x + c$ ekanligi kelib chiqadi.

2) $y = 4x - 2$ to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar to‘g‘ri chiziqni topish uchun yuqoridagi (5.4) formuladan foydalanib, $y = -\frac{1}{4}x + c$ ekanligi kelib chiqadi.

Berilgan nuqtadan o‘tib berilgan to‘g‘ri chiziqqa parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi.

XOY tekisikdagi $l: y = kx + b$ to‘g‘ri chiziq va koordinatalari $M(x_0; y_0)$ nuqtalar berilgan bo‘lsin. M nuqtadan o‘tib l to‘g‘ri chiziqqa parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzaylik.

1-usul. $y = kx + b$ to‘g‘ri chiziqqa parallel bo‘lgan $y = kx + c$ to‘g‘ri chiziq $M(x_1; y_1)$ nuqtadan o‘tishi uchun $y_1 = kx_1 + c$ tenglik o‘rinli bo‘lishi kerak.

$c = y_1 - kx_1$ bu tenglikdan

$$y = kx + (y_1 - kx_1) \qquad (5.5)$$

kelib chiqadi.

2-usul. $M(x_1; y_1)$ nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqlar dastasi

$$y - y_1 = d(x - x_1),$$

$$y = dx + y_1 - dx_1 \qquad (5.6)$$

ko‘rinishida ifodalaniladi.

Bu to‘g‘ri chiziq $y = kx + b$ bilan parallel bo‘lishi uchun $d = k$ bo‘lishi kerak. Bundan kelib chiqib,

$$y = kx + y_1 - kx_1$$

ko‘rinishidagi tenglamamiz **berilgan nuqtadan o‘tib berilgan to‘g‘ri chiziqqa parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi** deyiladi.

4-Misol. Berilgan $M(2; -1)$ nuqtadan $y = 0{,}3x - 7$ to‘g‘ri chiziqqa parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzing.

1-usul. Bu to‘g‘ri chiziq $y = kx + b$ bilan parallel bo‘lishi uchun $N = k$ bo‘lsa, $y = kx + y_0 - kx_0$ ekanligidan $y = 0{,}3x + c$ formuladan

$$0{,}3 \cdot 2 + c = -1 \implies 0{,}6 + c = -1 \implies c = -1{,}6$$

$y = 0{,}3x - 1{,}6$ kelib chiqadi.

2-usul: Bu to‘g‘ri chiziq $y = kx + b$ bilan parallel bo‘lishi uchun $N = k$ bo‘lsa, $y = kx + y_0 - kx_0$ ekanligidan

$$y + 1 = k(x - 2) \implies y = kx - 2k - 1 \implies k = 0{,}3$$

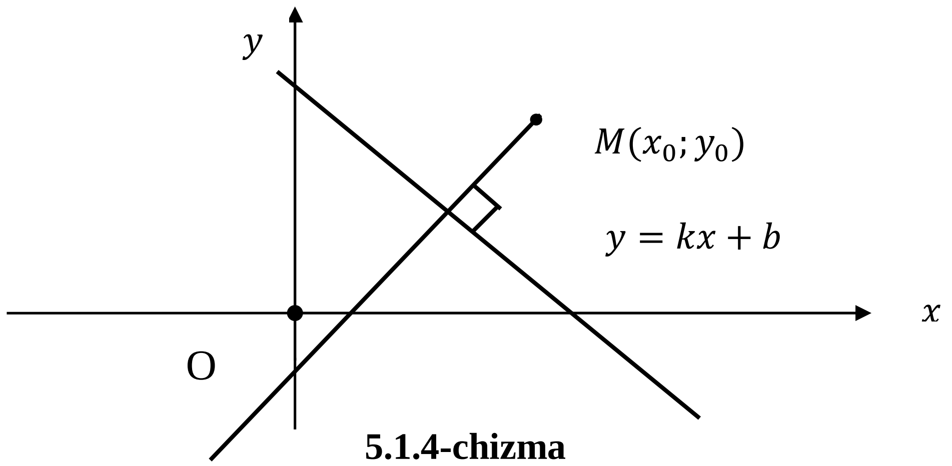
$$y = 0{,}3x - 2 \cdot 0{,}3 - 1$$

$$y = 0{,}3x - 1{,}6$$

kelib chiqadi. $M(2;-1)$ nuqtadan $y = 0{,}3x - 7$ to‘g‘ri chiziqqa parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi $y = 0{,}3x - 1{,}6$ ko‘rinishida bo‘ladi.

Berilgan nuqtadan o‘tib berilgan to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi.

Bizga dekart koordinatalar tekisligida $y = kx + b$ to‘g‘ri chiziq va $M(x_0; y_0)$ nuqta berilgan bo‘lsin. Bu to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar va M nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzamiz.



5.1.4-chizma

1-usul. Berilgan to‘g‘ri chiziqqa parpendikulyar bo‘lgan $y = -\frac{1}{k}x_0 + c$ tenglamamizdan c ni topsak, $c = y_0 + \frac{1}{k}x_0$

$$y = -\frac{1}{k}x + y_0 + \frac{1}{k}x_0$$

ko‘rinishda bo‘ladi.

2-usul. $y - y_0 = d(x - x_0)$ tenglamadan d ni topsak, $y = dx + {}$ $+ y_0 - dx_0$ va $d = -\frac{1}{k}$ ekanligi kelib chiqadi hamda

$$y = -\frac{1}{k}x + y_0 + \frac{1}{k}x_0. \qquad (5.7)$$

to‘g‘ri chiziq tenglamasini topdik.

5-Misol. Berilgan $M(2;-3)$ nuqtadan o‘tib berilgan $y = 0{,}5x - 2$ to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi toping.

Yechish: Yuqorida berilgan (5.7) formuladan, $y = 0{,}5x - 2$ to‘g‘ri chiziq tenglamasiga perpendikulyar bo‘lgan $y = -2x + c$ tenglamasidan, c va d ni topamiz.

$$-3 = -2 \cdot 2 + c \;\Rightarrow\; c = 1$$

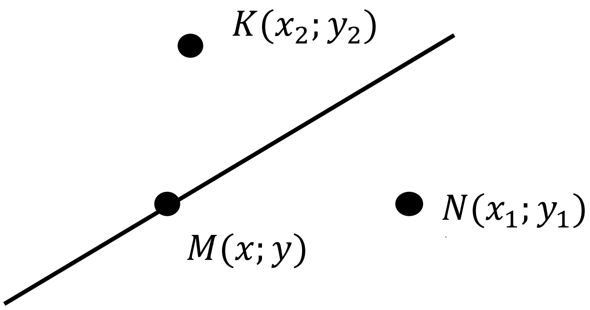
$$(y+3)=d(x-2)$$
$$y+3=dx-2d \;\Rightarrow\; y=dx-2d-3 \;\Rightarrow\; d=-2.$$
$M(2;-3)$ nuqtadan o‘tib berilgan $y=0{,}5x-2$ to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi $y=-2x+1$ bo‘ladi.

5.2. To‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasi. Berilgan ikki nuqtadan o‘tuvchi tenglamasi. To‘g‘ri chiziqning koordinata o‘qlaridan ajratgan kesmalar bo‘yicha tenglamasi.

To‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasi.

Bizda ma’lumki tekislikdagi ixtiyoriy ikkita nuqtadan bir xil uzoqlikda yotgan nuqtalarning geometrik o‘rni to‘g‘ri chiziqni ifodalaydi.

Bizga $N(x_1;y_1)$ va $K(x_2;y_2)$ nuqtalar berilgan bo‘lsin.



5.2.1-chizma

Berilgan ikki nuqtadan teng uzoqlikda yotgan to‘g‘ri chiziqda $M(x;y)$ nuqta olamiz. Bu yerda $|KN|=|NM|$ekanligidan $|NM|=\sqrt{(x-x_1)^2(y-y_1)^2}$ va $|KN|=\sqrt{(x-x_2)^2(y-y_2)^2}$ teng bo‘ladi. Bu tengliklardan

$$\sqrt{(x-x_1)^2(y-y_1)^2}=\sqrt{(x-x_2)^2(y-y_2)^2}$$
$$x^2-2xx_1+{x_1}^2+y^2-2yy_1+{y_1}^2$$
$$=x^2-2xx_2+{x_2}^2+y^2-2yy_2+{y_2}^2$$
$$2xx_2-2xx_1+{x_1}^2-{x_2}^2+2yy_2-2yy_1+{y_1}^2-{y_2}^2=0$$
$$(2x_2-2x_1)x+(2y_2-2y_1)y+{x_1}^2-{x_2}^2+{y_1}^2-{y_2}^2=0$$

kelib chiqib, $2x_2-2x_1=A$, $2y_2-2y_1=B$ va ${x_1}^2-{x_2}^2+{y_1}^2-$ $-{y_2}^2=C$ belgilash keritsak,

$$Ax+By+C=0 \qquad (A^2+B^2\neq 0) \qquad (5.8)$$

to‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasi hosil bo‘ladi.

Endi ayrim xususiy hollarni ko‘ramiz:

1. $A = 0$ va $B \neq 0$ bo‘lsa, $By + C = 0$ bo‘ladi va bundan $y = -\frac{C}{B}$ ekanligi kelib chiqadi. Bu to‘g‘ri chiziq tenglamasi absissa o‘qiga parallel va $(0; -\frac{C}{B})$ nuqtadan o‘tadi;

2. $A \neq 0$ va $B = 0$ bo‘lsa, $Ax + C = 0$ bo‘ladi va bundan $x = -\frac{C}{A}$ ekanligi kelib chiqadi. Bu to‘g‘ri chiziq tenglamasi ordinata o‘qiga parallel va $(-\frac{C}{A}; 0)$ nuqtadan o‘tadi;

3. $A \neq 0,\ B \neq 0$ va $C = 0$ bo‘lsa, $Ax + By = 0$ bo‘ladi va berilgan to‘g‘ri chizig‘imiz koordinata boshidan o‘tadi.

6-Misol. Berilgan $N_1(2; 3)$ va $N_2(4; -2)$ nuqtalardan teng uzoqlikda joylashgan to‘g‘ri chiziq tenglamasini toping.

Yechish: Yuqorida berilgan (5.8) formulada

$|N_1M| = |N_2M|$ ekanligidan

$$\sqrt{(x-2)^2(y-3)^2} = \sqrt{(x-4)^2(y+2)^2}$$

$$(x^2 - 4x + 4)(y^2 - 6y + 9) = (x^2 - 8x + 16)(y^2 + 4y + 4)$$

$$-4x + 4 - 6y + 9 = -8x + 16 + 4y + 4$$

$$4x + 13 = 10y + 20$$

ekanligi ma’lum bo‘ladi. Bundan kelib chiqib, N_1 va N_2nuqtalardan teng uzoqlikda joylashgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi $4x - 10y - 7 =$ $= 0$ ko‘rinishda bo‘ladi.

Tekislikda berilgan ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi.

Dekart koordinatalar sistemasida $M_1(x_1; y_1)$ va $M_2(x_2; y_2)$ nuqtalar berilgan bo‘lsin. Bu nuqtalarning har biridan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzamiz.

Tuzmoqchi bo‘lgan to‘g‘ri chizig‘imizni $Ax + By + C = 0$ ko‘rinishida izlaymiz. Bu to‘g‘ri chiziq $M_1(x_1; y_1)$ nuqtadan o‘tishi uchun tenglamalar sistemasidagi (2^*) tenglamani, $M_2(x_2; y_2)$ nuqtadan o‘tishi uchun esa (3^*) tenglamani qanoatlantiri kerak.

$$\begin{cases} Ax + By + C = 0 & (1^*) \\ Ax_1 + By_1 + C = 0 & (2^*) \\ Ax_2 + By_2 + C = 0 & (3^*) \end{cases}$$

$$(1^*) - (2^*) \Rightarrow A(x - x_1) + B(y - y_1) = 0,$$

$$(3^*) - (2^*) \Rightarrow A(x_2 - x_1) + B(y_2 - y_1) = 0$$

$$A(x - x_1) = -B(y - y_1),$$

$$A(x_2 - x_1) = -B(y_2 - y_1).$$

hosil bo‘ladi.

$$\begin{cases} A(x - x_1) = -B(y - y_1) \\ A(x_2 - x_1) = -B(y_2 - y_1) \end{cases}$$

bundan

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \tag{5.9}$$

kelib chiqadi. Bu tenglama esa tekislikda M_1 va M_2 nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi kelib chiqadi.

7-Misol. $A(-3; 5)$ va $B(2; 1)$ nuqtalar berilgan bo‘lsin. Bu nuqtalarning har biridan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzing.

Yechish. Yuqoridagi (5.9) formuladan foydalanib,

$$\frac{x+3}{2+3} = \frac{y-5}{1-5} \Rightarrow -4(x+3) = 5(y-5) \Rightarrow -4x - 12 = 5y - 25$$

$$-4x - 5y + 13 = 0 \Rightarrow 4x + 5y - 13 = 0$$

A va B nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi kelib chiqardik.

To‘g‘ri chiziqning koordinata o‘qlaridan ajratgan kesmalar bo‘yicha tenglamasi.

Bizda dekart koordinatalar sistemasida to‘g‘ri chiziq berilgan bo‘lsin. To‘g‘ri chizig‘imiz absissa o‘qidan a uzunlikdagi kesmani, ordinata o‘qidan esa b uzunlikdagi kesmani ajratgan bo‘lsin. Demak, to‘g‘ri chizig‘imiz koordinatalari $A(a; 0)$ va $B(0; b)$ bo‘lgan nuqtalardan o‘tar ekan. Bu uchun bizga berilgan $A(a; 0)$ va $B(0; b)$ nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini topish yetarli bo‘ladi.

Berilganlardan foydalansak,

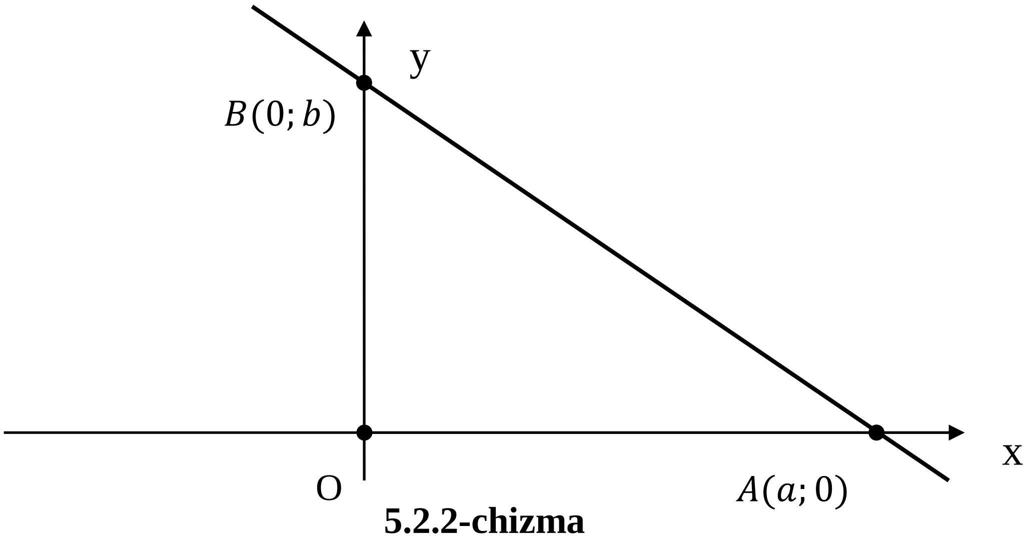
$$\frac{x-a}{0-a} = \frac{y-0}{b-0} \Rightarrow b(x-a) = -a(y-0) \Rightarrow bx - ab = -ay$$

$$bx + ay = ab$$

hosil bo‘ladi. Oxirgi tengligimizni ikkala tomonini ab bo‘lib yuborsak

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \tag{5.10}$$

tenglama kelib chiqadi.



5.2.2-chizma

Ushbu tenglama absissa o‘qini $(a;0)$ va ordinata o‘qini $(0;b)$ nuqtada kesib o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi bo‘ladi va to‘g‘ri chiziqning koordinata o‘qlaridan ajratgan kesmalar bo‘yicha tenglamasi deyiladi.

8-Misol. Berilgan $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}=1$ to‘g‘ri chiziq chizig‘imiz dekart koordinatalar sistemasini qaysi nuqtalarini kesib o‘tadi.

Yechish. (5.10) formuladan foydalansak, berilgan tenglama absissa o‘qini $(2;0)$ va ordinata o‘qini $(0;-3)$ nuqtada kesib o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi bo‘ladi.

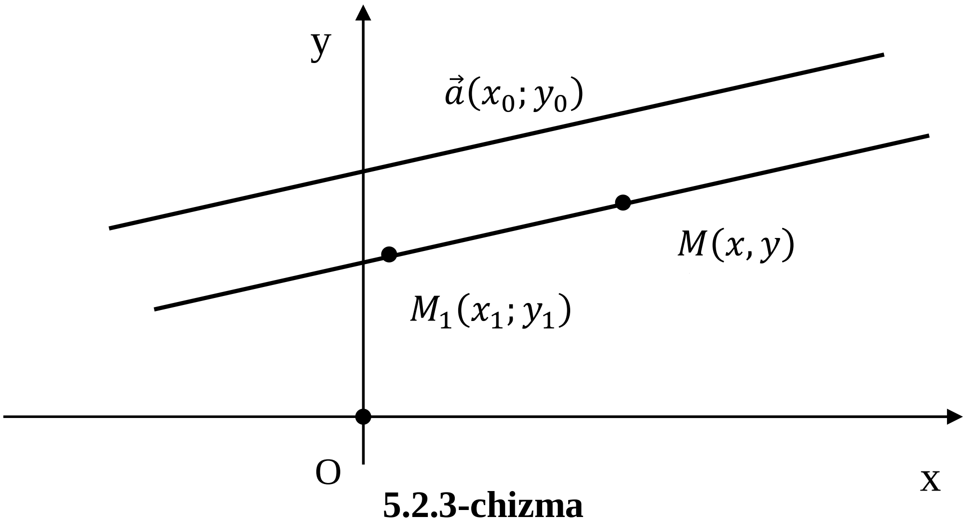
Berilgan nuqtadan o‘tib, berilgan vektor bo‘yicha yo‘nalgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi.

Bizga dekart koordinatalar sistemasida $\vec{a}(x_0;y_0)$ vektor va $M_1(x_1,y_1)$ nuqta berilgan bo‘lsin.

M_1 nuqtadan o‘tib $\vec{a}$ vektor bo‘yicha yo‘nalgan to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzamiz. Bu to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzish uchun berilgan to‘g‘ri chiziqda yotgan ixtiyoriy M nuqtasini olamiz. Bundan x va y bog‘liqligini ko‘rsatib, to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzamiz.

Bu yerda $\overrightarrow{M_1M}=\{x-x_1;\ y-y_1\}$, $\vec{a}=\{x_0;\ y_0\}$. $\overrightarrow{M_1M}$ va $\vec{a}$ vektorlar kollinearligidan

$$\frac{x-x_1}{x_0}=\frac{y-y_1}{y_0}$$



5.2.3-chizma

yoki

$$y_0x - x_0y + x_0y_1 - xy_0 = 0 \qquad (5.11)$$

ko‘rinishida bo‘ladi.

9-Misol. $\vec{a}(1; 2)$ vektor va $N(3; -4)$ nuqta berilgan. N nuqtadan o‘tib $\vec{a}$ vektor bilan bir xil yo‘nalgan to‘g‘ri chiziq tenglamasini toping.

Yechish. Berilgan (5.11) formuladan

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y+4}{2} \Longrightarrow 2x - 6 = y + 4$$

ekanligi kelib chiqadi.

Agar tenglama $y = 2x - 10$ ko‘rinishda bo‘lsa, bu tenglama to‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsienti tenglamasi. To‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasi esa, ushbu $2x - y - 10 = 0$ ko‘rinishida bo‘ladi.

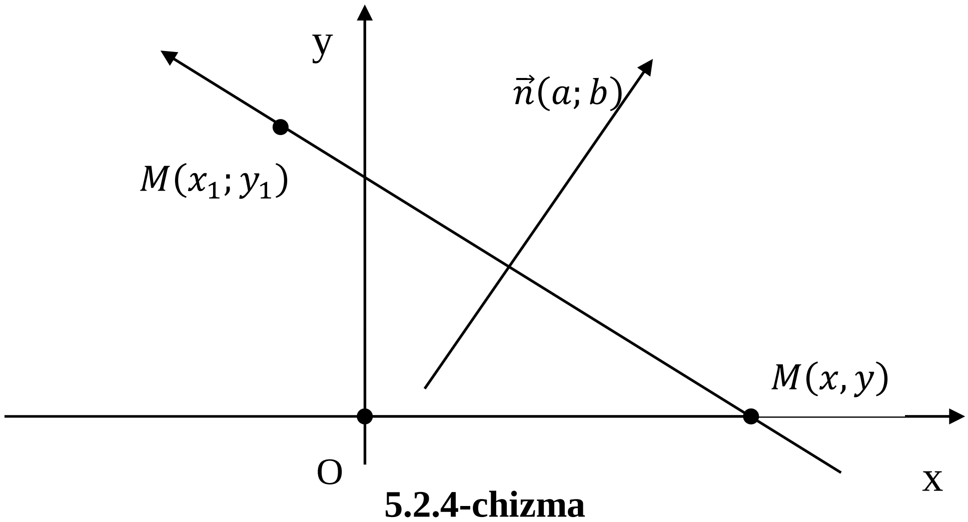
Berilgan nuqtadan o‘tib, berilgan vektorga perpendikulyar to‘g‘ri chiziq tenglamasi.

Dekart koordinatalar sistemasida $\vec{n}(a; b)$ vektor va to‘g‘ri chiziqda yotgan $M_1(x_1; y_1)$ nuqta berilgan bo‘lsin. Buning uchun to‘g‘ri chiziq ustidan ixtiyoriy $M(x, y)$ nuqta olib, $\overrightarrow{M_1M} = \{x - x_1;\ y - y_1\}$ vektorni yasaymiz. $\vec{n}$ va $\overrightarrow{M_1M}$ vektorlar perpendikulyar bo‘lishi uchun skalyar ko‘paytmasi 0 ga teng bo‘lishi kerak.

Ya’ni, $\overrightarrow{M_1M} = \{x - x_1;\ y - y_1\}$ va $\vec{n}(a; b)$, $\overrightarrow{M_1M} \cdot \vec{n} = 0$.

$$a(x - x_1) + b(y - y_1) = 0$$

$$ax + by - ax_1 - by_1 = 0$$



5.2.4-chizma

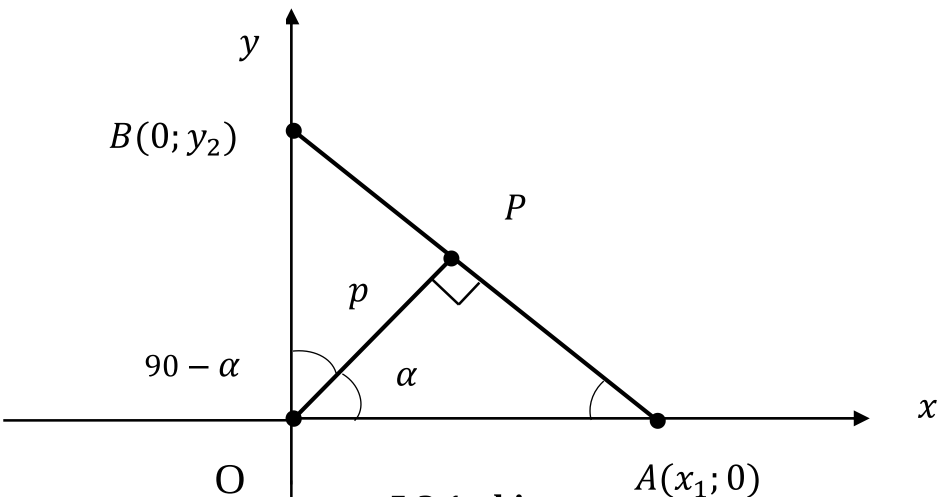
$$ax + by - (ax_1 + by_1) = 0 \qquad (5.12)$$

to‘g‘ri chiziq tenglamasi $\vec{n}(a;b)$ vektorga perpendikulyar bo‘ladi va bu $\vec{n}(a;b)$ vektor to‘g‘ri chiziqning **normal vektori** deyiladi.

5.3. To‘g‘ri chiziqning normal tenglamasi. To‘g‘ri chiziq tenglamasini normal holda keltirish. Berilgan nuqtadan to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofa.

To‘g‘ri chiziqning normal tenglamasi

Dekart koordinatalar sistemasida koordinata boshidan to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofa p berilgan bo‘lsin. Koordinata boshidan to‘g‘ri chiziqqacha tushirilgan perpendikulyar bilan absissa o‘qining musbat yo‘nalishi orasidagi burchak $\boldsymbol{\alpha}$ berilgan bo‘lsin. Berilganlardan foydalanib to‘g‘ri chiziq tenglamasini keltirib chiqaraylik.



5.3.1-chizma

$\triangle\, OPA$ dan $\cos\alpha = \frac{p}{x_1} \Rightarrow x_1 = \frac{p}{cos\alpha}$ topamiz.

$\triangle\, OBP$ dan esa $\cos(90^0 - \alpha) = \frac{p}{y_2} \Rightarrow y_2 = \frac{p}{sin\alpha}$ ekanligi ma’lum bo‘ladi.

Demak, $A(\frac{P}{cos\alpha}; 0)$ va $B(0; \frac{P}{sin\alpha})$ nuqtalarning koordinatalaridan foydalanib, berilgan ikki nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzsak

$$\frac{x - \frac{p}{cos\alpha}}{0 - \frac{p}{cos\alpha}} = \frac{y - 0}{\frac{p}{sin\alpha} - 0}$$

$$\frac{p}{sin\alpha}\left(x - \frac{p}{cos\alpha}\right) = -\frac{p}{cos\alpha}y$$

$$\frac{x}{sin\alpha} - \frac{p}{sin\alpha cos\alpha} + \frac{y}{cos\alpha} = 0$$

kelib chiqadi va tenglikni ikkala tomonini $sin\alpha cos\alpha$ ga ko‘paytirsak,

$$xcos\alpha + ysin\alpha - p = 0 \qquad (5.13)$$

to‘g‘ri chiziqning **normal tenglamasi** kelib chiqadi.

Normal tenglama quyidagi xossalarga ega:

1. x va y o‘zgaruvchi koeffitsientlari oldidagi qiymatlarining kvadratlari yig‘indisi 1 ga teng. $cos^2\alpha + sin^2\alpha = 1$

2. $p > 0$ ya’ni, koordinata boshidan to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofa.

10-Misol. Koordinata boshidan to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofa 5 ga va absissa o‘qining musbat yo‘nalishi bilan 30^0 burchak tashkil qiladi. Berilganlardan foydalanib to‘g‘ri chiziqning normal tenglamasini tuzing.

Yechish. Berilganlarni yuqoridagi (5.13) formulaga qo‘ysak,

$xcos30^0 + ysin30^0 - 5 = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y - 5 = 0$ bo‘ladi.

To‘g‘ri chiziq tenglamasini normal holda keltirish.

Bizga $ax + by + c = 0$ umumiy hol bilan biror to‘g‘ri chiziq tenglamasi berilgan bo‘lsin. Bu tenglamani normal holga keltirish uchun biz tenglamani ikkala tomonini $M \neq 0$ soniga ko‘paytiramiz,

$$aMx + bMy + cM = 0$$

normal tenglamaning xossasiga ko‘ra

$a^2M^2 + b^2M^2 = 1 \Rightarrow M$ ni topib olamiz va

$$M^2 = \frac{1}{a^2+b^2} \Rightarrow \ \mathrm{M} = \pm\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} \Rightarrow$$

$$\pm\frac{ax}{\sqrt{a^2+b^2}} \pm \frac{by}{\sqrt{a^2+b^2}} \pm \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} = 0 \qquad (5.14)$$

natijani olamiz. Bu yerda $+$ yoki – ishorasi ozod hadga qarab olinadi.

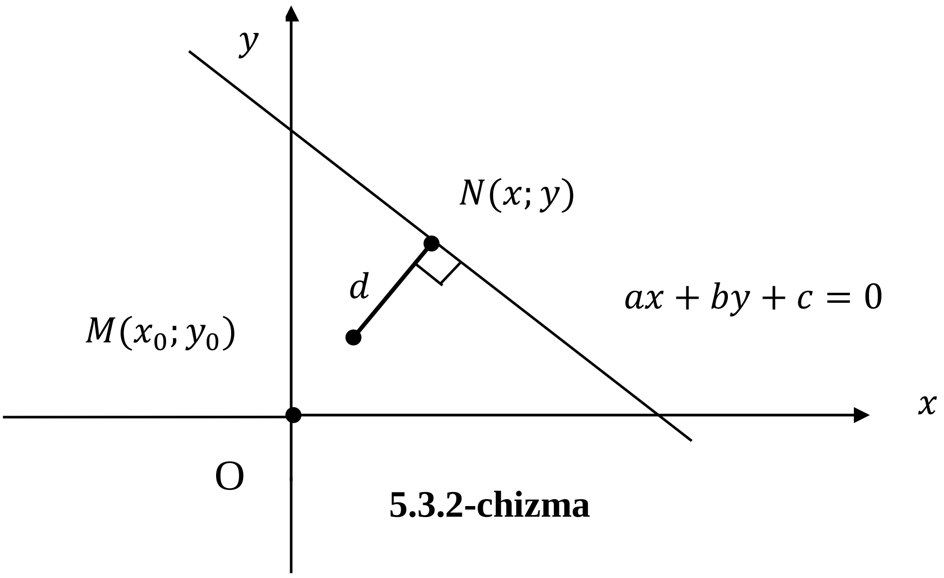
11-Misol. $3x - 4y - 6 = 0$ to‘g‘ri chiziq tenglamasini normal holga keltiring.

Yechish. Normal tenglamaning xossalaridan, $\mathrm{M} = \pm\frac{1}{\sqrt{9+16}} = \pm\frac{1}{5}$ ekanligi topamiz. (5.14) formuladan foydalanib, to‘g‘ri chiziq tenglamasini

$\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y - \frac{6}{5} = 0$ normal holga keltirdik.

Berilgan nuqtadan to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofa .

Dekart koordinatalar sistemasida biror bir $ax + by + c = 0$ to‘g‘ri chiziq tenglamasi va $M(x_0; y_0)$ nuqta berilgan bo‘lsin. $M(x_0; y_0)$ nuqtadan to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan d masofani topishimiz kerak. Bu $M(x_0; y_0)$ nuqta to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar bo‘lishi zarur.



5.3.2-chizma

$ax + by + c = 0$ ga perpendikulyar $M(x_0; y_0)$ nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi

$$bx - ay + c_1 = 0$$
$$bx_0 - ay_0 + c_1 = 0$$
$$c_1 = ay_0 - bx_0$$

$$\begin{cases} bx - ay + ay_0 - bx_0 = 0 \\ ax + by + c = 0 \end{cases}$$

tenglamalar sistemasidagi birinchi tengligimizni b ga, ikkinchi tengligimizni a ga ko‘paytirib qo‘shsak, quyidagi tenglama hosil bo‘ladi.

$$(a^2 + b^2)x - aby_0 - bx_0 = 0$$

Natijada,

$$x = \frac{b^2x_0 - aby_0 - ac}{a^2 + b^2}$$

tenglik hosil bo‘ladi. y ni topish uchun tenglamalar sistemasidagi birinchi tengligimizni $-a$ ga, ikkinchi tengligimizni b ga ko‘paytirib qo‘shsak, quyidagi tenglama hosil bo‘ladi.

$$y = \frac{a^2y_0 - abx_0 - bc}{a^2 + b^2}$$

$N\left(\frac{b^2x_0 - aby_0 - ac}{a^2+b^2}; \frac{a^2y_0 - abx_0 - bc}{a^2+b^2}\right)$ nuqta bilan $M(x_0; y_0)$ nuqtagacha bo‘lgan masofa quyidagicha topamiz:

$$|MN| = \sqrt{\left(\frac{b^2x_0 - aby_0 - ac}{a^2 + b^2} - x_0\right)^2 + \left(\frac{a^2y_0 - abx_0 - bc}{a^2 + b^2} - y_0\right)^2} =$$

$$= \sqrt{-\left(\frac{a^2x_0 - aby_0 - ac}{a^2 + b^2}\right)^2 + \left(\frac{aby_0 - b^2y_0 - bc}{a^2 + b^2}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{a^2\left(\frac{ax_0 + by_0 + c}{a^2 + b^2}\right)^2 + b^2\left(\frac{ax_0 + by_0 + c}{a^2 + b^2}\right)^2} =$$

$$\sqrt{\frac{(a^2 + b^2)(ax_0 + by_0 + c)^2}{(a^2 + b^2)^2}} = \sqrt{\frac{(ax_0 + by_0 + c)^2}{a^2 + b^2}} =$$

$$= \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$M(x_0; y_0)$ nuqtadan $ax + by + c = 0$ to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofa

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \tag{5.15}$$

formula orqali topiladi. Agar to‘g‘ri chiziqning normal tenglamasidan foydalansak, bu formula quyidagicha oson isbot qilinadi.

Berilgan $ax+by+c=0$ to‘g‘ri chiziqni normal holga va $M(x_0;y_0)$ nuqtadan o‘tuvchi paralle bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasini ham normal holga keltiramiz. Koordinata boshidan $N(x;y)$ nuqtagacha bo‘lgan masofani p_1, $M(x_0;y_0)$ nuqtagacha bo‘gan masofani esa p_2 bilan belgilab ayirib tashlasak yetarli bo‘ladi. Ya’ni,

$$\pm\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}x\pm\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}y\pm\frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}=0$$

$$\pm\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}x_0\pm\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}y_0\pm c_1=0\Rightarrow$$

$$c_1=\mp\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}x_0\mp\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}y_0\Rightarrow$$

$$\pm\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}x\pm\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}y\mp\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}x_0\mp\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}y_0=0$$

$$p_1=\left|\mp\frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|,\ p_2=\left|\pm\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}x_0\pm\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}y_0\right|$$

bo‘lsa, $d=|p_2-p_1|=\left|\frac{\pm ax_0\pm by_0\pm c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ ekanligidan (5.15) formulani keltirib chiqariladi.

12-Misol. Koordinatalari $N(3;-2)$ bo‘lgan nuqtadan $y=4x-1$ to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofani toping.

Yechish. Berilgan $y=4x-1$ to‘g‘ri chiziq tenglamasini umumiy $4x-y-1=0$ ko‘rinishga keltirib, (5.15) formulaga qo‘yamiz.

$$\mathrm{d}=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|4\cdot 3-(-2)-1|}{\sqrt{16+1}}=\frac{13}{\sqrt{17}}=\frac{13\sqrt{17}}{17}.$$

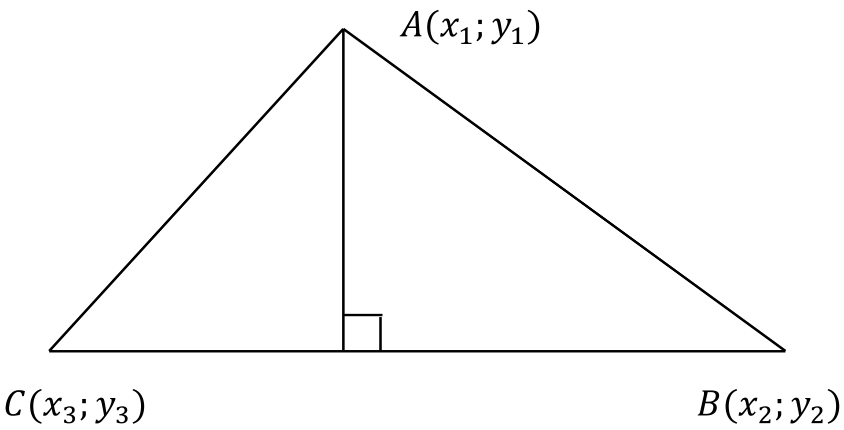
Berilgan nuqtadan to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofa $\frac{13\sqrt{17}}{17}$ ga teng.

5.4. Tekislikda to‘g‘ri chiziqlarga doir aralash masalalar. Uchburchakni uchlariga ko‘ra yuzini topish.

Uchlari $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$ va $C(x_3;y_3)$ nuqtalarda bo‘lgan uchburchakning yuzini topaylik. Buning uchun “Uchburchakning yuzi uning biror tomoni va shu tomonga tushirilgan balandlik ko‘paytmasining yarmiga teng” degan qoidadan foydalanamiz.

Demak, $S=\frac{1}{2}|BC|\cdot|h_{BC}|$,$BC$ tomon uzunligi

$$|BC|=\sqrt{(x_3-x_2)^2+(y_3-y_2)^2}$$



5.4.1-chizma

h_{BC} ni topish uchun A nuqtadan BC to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofani topish yetarli. Buning uchun

$$BC: \quad \frac{x_1 - x_2}{x_3 - x_2} = \frac{y_1 - y_2}{y_3 - y_2}$$

tomon tenglamasini umumiy holga keltiramiz.

$$x_1(y_3 - y_2) - y_1(x_3 - x_2) - x_2(y_3 - y_2) + y_2(x_3 - x_2) = 0$$

$A(x_1;y_1)$ nuqtadan BC tomongacha bo‘lgan masofa esa

$$h_{BC} = \frac{|x_1(y_3 - y_2) - y_1(x_3 - x_2) - x_2(y_3 - y_2) + y_2(x_3 - x_2)|}{\sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}}$$

$$S = \frac{1}{2}\sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2} \cdot$$

$$\cdot \frac{|x_1(y_3 - y_2) - y_1(x_3 - x_2) - x_2(y_3 - y_2) + y_2(x_3 - x_2)|}{\sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}} =$$

$$= \frac{1}{2}|x_1y_3 - x_1y_2 - x_3y_1 + x_2y_1 - x_2y_3 + x_2y_2 + x_3y_2 - x_2y_2| =$$

$$= \frac{1}{2}|x_1y_3 - x_1y_2 - x_3y_1 + x_2y_1 - x_2y_3 + x_3y_2| = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

hosil bo‘ladi.

Demak,

$$S = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}. \qquad (5.16)$$

uchburchakni uchlariga ko‘ra yuzini topish formulasini keltirib chiqardik.

13-Misol. Uchburchakning uchlari $A(4;2)$, $B(-3;3)$ va $C(-2;-5)$ berilgan bo‘lsa uning yuzini toping.

Yechish. Uchburchakni uchlariga ko‘ra yuzini topish formulasidan foydalanamiz.

$$S = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \\ -2 & -5 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2}(4 \cdot 3 + 2 \cdot (-2) + (-5) \cdot (-3) - 3 \cdot (-2) - 4 \cdot (-5) - 2 \cdot$$

$$\cdot (-3)) = \frac{1}{2}(12 - 4 + 15 + 6 + 20 + 6) = \frac{1}{2} \cdot 55 = 27\frac{1}{2}$$

Uchburchakni yuzi $27\frac{1}{2}$ ga teng.

Mustaqil yechish uchun topshiriqlar.

5.1. To‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsientli tenglamasi. To‘g‘ri chiziq orasidagi burchakga doir misollar.

5.1.1. To‘g‘ri chiziq tenglamasini burchak koeffitsienti tenglama ko‘rinishiga keltiring.

1) $3x + 2y - 9 = 0$; 2) $5x - 7y + 8 = 0$;
3) $2x - 6y + 11 = 0$; 4) $4x + 9y - 13 = 0$.

5.1.2. Dekart koordinatalar sistemasida quyidagi tenglamalar bilan berilgan to‘g‘ri chiziqlarni yasang:

1) $y = 3x + 4$; 2) $y = 0{,}5 + 2$; 3) $y = \frac{3}{4}x - 5$;
4) $x + 2 = 0$; 4) $3x + 2y - 9 = 0$; 6) $2y - 5x + 2 = 0$.

5.1.3. $N(2;3)$ nuqtadan o‘tib, burchak koeffitsienti -5 ga teng bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzing.

5.1.4. Quyidagi to‘g‘ri chiziqlar qaysi koordinata choraklaridan o‘tadi.

1) $y = 2x - 5$; 2) $y = 5x + 7$;
3) $y = -3x + 4$; 4) $y = -7x - 3$.

5.1.5. Quyidagi
1) $2x + 3y = 0,\ x - y + 5 = 0$;
2) $x - 3y + 2 = 0, 2x + y = 0$;
3) $2x + 5y - 3 = 0,\ 5x + 2y - 6 = 0$;
4) $3x + 4y - 12 = 0,\ 5x - 12y + 60 = 0$
to‘g‘ri chiziqlar orasidagi burchakning tangensi topilsin.

5.1.6. Dekart koordinatalar sistemasida $N(3;-2)$ nuqtadan o‘tib, koordinata o‘qlariga parallel(perpendikulyyar) bo‘lgan to‘g‘ri chiziqlar tenglamalari tuzilsin.
5.1.7. $A(2;3)$ va $B(-1;0)$ nuqtalar berilgan. B nuqtadan o’tuvchi va AB kesmaga perpendikulyar bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzing.
5.1.8. Uchburchakning $A(-1;2)$, $B(3;-1)$, $C(0;4)$ uchlaridan o‘tuvchi va ular qarshisida yotgan tomonlarga parallel(perpendikulyar) to‘g‘ri chiziqlarning burchak koeffitsiyentli tenglamalari tuzilsin.
5.1.9. $3x-y=0$, $x+4y-2=0$ to‘g‘ri chiziqlarning kesishish nuqtasidan o‘tib, $2x+7y=0$ to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzilsin.
5.1.10. Dekart koordinatalar tekisligida $y=3x-4$ va $y=-2x+3$ to‘g‘ri chiziqlar berilgan bo‘lsa, ular orasidagi burchakni toping.
5.1.11. $x-3y+1=0$ to‘g‘ri chiziqda $M(-3;1)$, $N(5;4)$ nuqtalardan teng uzoqlikda joylashgan nuqta topilsin.
5.1.12. Ikki to‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsientlari $k_1=\frac{1}{3}$, $k_2=-\frac{1}{2}$ ma’lum, ular orasidagi burchakni toping.
5.1.13. Berilgan $K(3;1)$ nuqtadan o‘tib, $2x+3y-1=0$ to‘g‘ri chiziqqa 45^0 burchak ostida og‘ishgan to‘g‘ri chiziqlar tenglamalari tuzilsin.
5.1.14. Koordinatalar boshidan o‘tib, $5x-6y+2=0$ to‘g‘ri chiziq bilan tashkil qilgan burchagining tangensi $\pm\frac{7}{6}$ ga teng bo‘lgan to‘g‘ri chiziqlar tenglamalari tuzilsin.
5.1.15. Ikkita $A(3;3)$, $B(0;2)$ nuqta berilgan. $x+y-4=0$ to‘g‘ri chiziqdagi AB kesma 45^0 burchak ostida ko‘rinadigan nuqtani toping.
5.1.16. m va n ning qanday qiymatida ushbu ikki to‘g‘ri chiziq
$mx+8y+n=0, \qquad 2x+my-1=0$
1) Parallel; 2) ustma-ust; 3) perpendikulyar bo‘ladi .
5.1.17. Ordinata o‘qiga parallel va $P(3;5)$ nuqtadan 7 birlik masofada joylashgan to‘g‘ri chiziq larning tenglamasi tuzilsin.
5.1.18. $A(2;-5)$, $B(0;-3)$ nuqtalardan o‘tgan to‘g‘ri chiziq Ox o‘qi bilan qanday burchak tashkil qiladi?
5.1.19. Berilgan ikki $C(1;4)$, $D(3;5)$ nuqtadan o‘tgan to‘g‘ri chiziq Ox o‘qiga qanday burchak ostida og‘adi?
5.1.20. Koordinatalar boshidan o‘tib, absissa o‘qiga 150^0 burchak ostida og‘ishgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

5.1.21. Uchburchakning uchlari $A(5;-4)$, $B(-1;3)$, $C(-3;-2)$ nuqtalarda bo‘lsa, uning har bir uchidan o‘tib qarshisidagi tomonga parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziqning tenglamasini tuzing.
5.1.22. $x+y-2=0$, $5x+y-14=0$ to‘g‘ri chiziqlardan mos ravishda A, B nuqtalar olingan bo‘lib, AB to‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsienti 3 ga teng va AB kesmaning uzunligi $\sqrt{10}$ ga teng bo‘lsa, A va B nuqtalarning koordinatalari topilsin.
5.1.23. $y=4x+1$ va $y=x-3$ to‘g‘ri chiziqlar orasidagi burchak tangensini toping.
5.1.24. Berilgan 1) $A(2;1)$, 2) $B(-3;4)$, 3) $C(5;-2)$, 4) $D(-2;3)$ nuqtadan o‘tib $y=3x-2$ to‘g‘ri chiziqqa parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzing.
5.1.25. Berilgan 1) $M(-4;3)$, 2) $N(1;5)$, 3) $P(3;-4)$, 4) $Q(-3;-2)$ nuqtadan o‘tib $y=-2x+5$ to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzing.
5.1.26. $B(x;y)$ nuqtadan o‘tib, koordinata o‘qlari bilan S yuzali uchburchak hosil qiluvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzing:
1) $B(5;-5), S=50$ kv birlik;
2) $B(12;6), S=150$ kv birlik;
3) $B(8;6), S=12$ kv birlik.
5.1.27. $2x+5y=0$ to‘g‘ri chiziqqa parallel va koordinata o‘qlaridan yuzasi 5 ga teng bo‘lgan uchburchak ajratuvchi to‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasi tuzilsin.
5.1.28. Uchburchak tomonlari $2x+y-7=0\ (AB)$, $3x-4y-5==0\ (BC)$, $5x-3y-1=0\ (CA)$, tenglamalar bilan berilgan. A uchidagi ichki burchagining kosinusini toping.
5.1.29. Ikkita parallel $x-y+5=0$, $x-y-2=0$ to‘g‘ri chiziqlar orasidagi kesmasi 5 ga teng bo‘lgan va $N(2;-1)$ nuqtadan o‘tadigan to‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasini tuzing.
5.1.30. Uchburchak tomonlarining tenglamalari $x+2y=0$, $3x-y=0$, $x+y-1=0$ berilgan. Uchburchak ichki burchaklarining tangenslari topilsin.

5.2. To‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasi. Berilgan ikki nuqtadan o‘tuvchi tenglamasi. To‘g‘ri chiziqning koordinata o‘qlaridan ajratgan kesmalar bo‘yicha tenglamasiga doir misollar.

5.2.1. Quyidagi $K_1(3;1)$, $K_2(2;3)$, $K_3(6;3)$, $K_4(-3;-3)$, $K_5(3;-1)$, $K_6(-2;1)$ nuqtalardan qaysi biri $2x-3y-3=0$ to’gri chiziqqa tegishli va qaysilari tegishli emas.

5.2.2. $3x-2y-6=0$ to‘g‘ri chiziqqa tegishli nuqtalar P_1, P_2, P_3, P_4, va P_5; uning absissalari quyidagicha bo‘lsa: 4; 0; 2; -2 va -6. Bu nuqtalarning ordinatalarini toping.

5.2.3. $x-3y+2=0$ to‘g‘ri chiziqqa tegishli nuqtalar Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, va Q_5; uning ordinatalari quyidagicha bo‘lsa: 4; 0; 2; -2 va -6. Bu nuqtalarning absissalarini toping.

5.2.4. To‘g‘ri chiziq tenglamasi $5x+3y-3=0$ berilgan:

1) to‘g‘ri chiziqqa parallel;

2) to‘g‘ri chiziqga perpendikulyar bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamalarini tuzing.

5.2.5. $K_1(2;-3)$ nuqtadan o‘tib quyidagi to‘g‘ri chiziqlarga parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasini tuzing:

1) $3x-7y+3=0$; 2) $2x+9y-11=0$; 3) $3x-7y+3=0$; 4) $x+9y-11=0$; 5) $16x-24y-7=0$; 6) $2x+3=0$.

5.2.6. $M(7;4)$ nuqtadan o‘tuvchi va $3x-2y+4=0$ to‘g‘ri chiziqqa parallel (perpendikulyar) to‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasini tuzing.

5.2.7. $x+y+7=0$ to‘g‘ri chiziqqa parallel(perpendikulyar) va $M(-8;1)$ nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasini tuzing.

5.2.8. $M(2;5)$ nuqtadan o‘tuvchi va $P(-1;2)$, $Q(5;4)$ nuqtalardan teng uzoqlikdagi to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

5.2.9. Parallel bo‘lgan $x+y-1=0$, $x+y-13=0$ to‘g‘ri chiziqlardan teng uzoqlikda joylashgan va ularga parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

5.2.10. ABC uchburchakning AB, BC va AC tomonlarining tenglamasi berilgan: $4x+3y-5=0$, $x-3y+10=0$, $x-2=0$.

Uning uchlarining koordinatalarini toping.

5.2.11. $A(-3;1)$, $B(2;-3)$, $C(5;-4)$, $D(-2;4)$, $E(-1;3)$ va $F(-5;-1)$ nuqtalar berilgan bo‘lsin.

a) A va B dan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqning; b) B va C dan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqning; c) A va C dan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqning; d) B va E dan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqning; e) C va F dan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqning; f) D va F dan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqning

1) burchak koeffitsientli; 2) umumiy; 3) Koordinata o‘qlaridan ajratgan kesmalar bo‘yicha tenglamalari tuzilsin.

5.2.12. Umumiy tenglama bilan berilgan ikki to‘g‘ri chiziq orasidagi burchakni toping:

1) $5x - y + 7 = 0, 3x + 2y = 0$; 3)$x - 2y - 4 = 0, 2x - 4y = 0$;
2) $3x - 2y + 7 = 0,$ $2x + 3y - 3 = 0$; 4)$3x + 2y - 1 = 0,$ $5x - 2y + 3 = 0$

5.2.13. $2x + 3y + 4 = 0$ to‘g‘ri chiziq berilgan. $M_1(2; 1)$ nuqtadan o‘tib berilgan to‘g‘ri chiziq bilan 45^0 burchak hosil qiladigan to‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasini tuzing.

5.2.14. $x - 4y - 12 = 0$ tenglama va koordinata o‘qlari bilan chegaralangan uchburchakning yuzini toping .

5.2.15. Koordinatalar sistemasida berilgan $2x - y + 5 = 0$ to‘g‘ri chiziq, boshi $N(5; 4)$ nuqtada va oxiri $M(2; 1)$ nuqtada joylashgan kesmani qanday nisbatda bo‘ladi?

5.2.16. To‘rtta $M_1(5; 3)$, $M_2(1; 2)$, $M_3(3; 0)$, $M_4(2; 4)$ nuqta berilgan. M_1M_2 va M_3M_4 to‘g‘ri chiziqlarning o‘zaro perpendikulyarligi va ularning kesishgan nuqtasi ham M_1 va M_2 ham M_3 va M_4 nuqtalar orasida yotishi isbotlansin.

5.2.17. Quyidagi hollarning har birida M_1M_2 kesmaning $l: 2x - y +$ $+5 = 0$ to‘g‘ri chiziqqa nisbatan vaziyatini aniqlang:

1) $M_1(2; 3), M_2(0; -1)$; 2) $M_1(1; 1), M_2(3; 5)$;
3) $M_1(4; 3), M_2(-2; 2)$; 4) $M_1(0; 2), M_2(5; 0)$;
5) $M_1(-6; 4), M_2(-2; 4)$

va natijalarni chizmada tekshiring.

5.2.18. Uchlari $A(3; 1)$, $B(-2; 4)$, $C(1; 0)$ nuqtalardagi uchburchakning $x - 7y + 5 = 0$ to‘g‘ri chiziqqa nisbatan vaziyatini aniqlang.

5.2.19. Koordinatalar boshidan va ikki $2x + y - 3 = 0,$ $7x - 4y +$ $+2 = 0$ to‘g‘ri chiziqning kesishgan nuqtasi orqalio‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzing.

5.2.20. $7x - y + 3 = 0,$ $3x + 5y - 4 = 0$ to‘g‘ri chiziqlarning kesishgan nuqtasi va $A(2; -1)$ nuqtadan o‘tadigan to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzing.

5.2.21. $3x - 5y + 2 = 0,$ $5x - 2y + 4 = 0$ to‘g‘ri chiziqlarning kesishgan nuqtasidan o’tadigan va $2x - y + 4 = 0$ to‘g‘ri chiziqqa parallel to‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasini tuzing.

5.2.22. Koordinatalar sistemasida $2x - 6y + 3 = 0$, $5x + y - 2 = 0$ to‘g‘ri chiziqlarning kesishish nuqtasidan o‘tuvchi va koordinata o‘qlariga parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasini tuzing.
5.2.23. $x + y - 6 = 0$, $2x + y - 13 = 0$ to‘g‘ri chiziqlarning kesishgan nuqtasidan o‘tib, koordinata o‘qlaridan teng kesmalar ajratadigan to‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasini tuzing.
5.2.24. Ikki juft $2x - y = 0$, $x + 4y - 2 = 0$ va $x + 2y = 0$, $3x - 7y + 4 = 0$ to‘g‘ri chiziqlarning kesishgan nuqtalaridan o‘tadigan to‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasini tuzing.
5.2.25. Ikki $3x - y = 0$, $x + 4y - 2 = 0$ to‘g‘ri chiziqlarning kesishgan nuqtasidan o‘tuvchi va $2x + 7y = 0$ to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar bo‘lgan to‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasini tuzing.
5.2.26. Koordinatalar sistemasida Ox o‘qida 3 ga teng kesma ajratgan va $M(-5; 3)$ nuqtadan o‘tadigan to‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasini tuzing.
5.2.27. Koordinatalar sistemasida koordinata o‘qlaridan 3 va 5 ga teng kesmalar ajratgan to‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasini tuzing.
5.2.28. Koordinata o‘qlaridan teng kesmalar ajratib, $M(-4; 10)$ nuqta orqali o‘tgan to‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasini tuzing.
5.2.29. Koordinatalar sistemasida $C(2; -1)$ nuqtadan o‘tgan, koordinata o‘qlari orasidagi kesmasi shu nuqtada teng ikkiga bo‘linadigan to‘g‘ri chiziqning tenglamasi tuzilsin.
5.2.30. Dekart koordinatalar sistemasida koordinata o‘qlari va $x + 2y - 6 = 0$ to‘g‘ri chiziq bilan chegaralangan uchburchak yuzasi topilsin.

5.3. To‘g‘ri chiziqning normal tenglamasi. To‘g‘ri chiziq tenglamasini normal holda keltirish. Berilgan nuqtadan to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofaga doir misollar.

5.3.1. Berilgan:
1) $5x + 12y - 7 = 0$; 2) $4x - 3y + 9 = 0$;
3) $\frac{x}{6} - \frac{y}{8} = 1$; 4) $\frac{x}{12} + \frac{y}{5} = 1$
to‘g‘ri chiziqlarni normal holga keltiring.
5.3.2. Koordinatalari $M(3; -4)$ bo‘lgan nuqtadan $y = 3x + 10$ to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofani toping.
5.3.3. $A(3; 1)$, $B(2; -4)$, $C(5; -1)$, $D(0; -3)$ va $O(0; 0)$ nuqtalardan $3x + 4y = 0$ to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofalar topilsin.

5.3.4. $M(1;0)$, $N(-1;2)$ nuqtalardan $3x - y + 4 = 0$ to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofalar topilsin.
5.3.5. $A(2;1)$, $B(-3;4)$, $C(5;-2)$ va $D(-2;3)$ nuqtalardan:
1) $3x - y + 9 = 0$; 2) $2x + 4y - 7 = 0$;
3) $7x + 3y - 1 = 0$; 4) $5x - 2y + 4 = 0$
to‘g‘ri chiziqlargacha bo‘lgan masofani toping.
5.3.6. Quyidagi berilgan:
1) $3x - 4y + 8 = 0$, $3x - 4y - 19 = 0$;
2) $6x + y - 11 = 0$, $6x + y + 1 = 0$;
3) $x - 7y + 3 = 0$, $x - 7y - 13 = 0$
Parallel to‘g‘ri chiziqlar orasidagi masofani toping.
5.3.7. Uchburchak tomonlarining tenglamalari: $3x - 4y - 3 = 0$, $5x + 12y + 2 = 0$, $3x + 4y + 390 = 0$ berilgan. Uchburchak balandliklarining uzunliklari topilsin.
5.3.8. $5x + 12y - 1 = 0$ to‘g‘ri chiziqqa parallel va undan 5 birlik masofada joylashgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzilsin.
5.3.9. $7x - 2y + 4 = 0$ to‘g‘ri chiziqqa parallel va undan $\sqrt{53}$ birlik masofadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzilsin.
5.3.10. Ushbu ikki $3x - 7y + 2 = 0$, $3x - 7y + 3 = 0$ to‘g‘ri chiziqning parallelligi isbotlansin va ular orasidagi d masofa topilsin.
5.3.11. Ikki $4x - 3y + 20 = 0$, $3x + 4y - 60 = 0$ to‘g‘ri chiziqning har biridan 5 birlik masofada joylashgan nuqtani toping.
5.3.12. $P(-8;12)$ nuqtaning $A(2;-3)$ va $B(-5;1)$ nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqdagi proyeksiyasini toping .
5.3.13. Ikki $3x + y + 10 = 0$, $4x + 5y + 6 = 0$ to‘g‘ri chiziqlarning kesishgan nuqtasidan o‘tuvchi va koordinatalar boshidan 4 birlik masofada joylashgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzilsin.
5.3.14. Burchak koeffitsienti $k = -\frac{1}{2}$ bo‘lgan va koordinata boshidan $\sqrt{5}$ birlik masofada joylashgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzilsin.
5.3.15. Koordinata boshidan o‘tib $M(3;-2)$ nuqtadan 1 birlik masofada joylashgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzilsin.
5.3.16. $K(3;-1)$ nuqtadan o‘tib, $E(2;-3)$ nuqtadan $\frac{9}{\sqrt{17}}$ birlik masofada joylashgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzilsin.
5.3.17. $\vec{a}(-4;2)$ vektorga parallel, $M(3;-5)$ nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqning parametrik tenglamalari yozilsin.

5.3.18. Dekart koordinatalar sistemasida $M(-6;-4)$ nuqtadan o‘tgan va burchak koeffitsienti $-\frac{3}{7}$ ga teng bo‘lgan to‘g‘ri chiziqning parametrik tenglamalari tuzilsin.
5.3.19. Dekart koordinatalar sistemasida Ox, Oy o‘qlarda mos ravishda 3 va -5 ga teng kesmalar ajratgan to‘g‘ri chiziqning parametrik tenglamalari tuzilsin.
5.3.20. $M(2;3)$, $N(-1;4)$ nuqtalargacha bo‘lgan masofalar yig‘indisi 8 ga teng bo‘ladigan $7x+3y-14=0$ to‘g‘ri chiziq nuqtalarini toping.
5.3.21. $M_2(8;-9)$ nuqtaning $A(3;-4)$ va $B(-1;-2)$ nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqqa nisbatan simmetrik nuqtasi M_1 ni toping .
5.3.22. Uchburchakning $A(4;6)$, $B(-4;0)$, $C(-1;-4)$ uchlari berilgan. Uning A uchidan BC tomoniga tushirilgan balandlik tenglamasini tuzing.
5.3.23. $N(-5;6)$ nuqtaning $7x-13y-105=0$ to‘g‘ri chiziqdagi proyeksiyasi topilsin.
5.3.24. $M(-2;9)$ nuqtaga $2x-3y+18=0$ to‘g‘ri chiziqqa nisbatan simmetrik bo‘lgan nuqta topilsin.
5.3.25. Koordinatalar sistemasida uchburchak tomonlarining tenglamalari $3x-y+4=0$, $2x-y+1=0$, $x-2y=0$ bo‘lsa $2x-y+3=0$ to‘g‘ri chiziqning uchburchakka nisbatan vaziyatini aniqlang.
5.3.26. $M(4;1)$, $N(8;-3)$ nuqtalardan va $5x+12y=0$ to‘g‘ri chiziqdan teng uzoqlikda joylashgan nuqtani toping.
5.3.27. Uchburchakning bir uchi $B(2;-7)$ va boshqa-boshqa uchlaridan chiquvchi balandligi tenglamasi $3x+y+11=0$ hamda medianasi tenglamasi $x+2y+7=0$ berilgan bo‘lsa, uning tomonlarining umumiy tenglamalarini tuzing.
5.3.28. Uchburchakning $A(2;6)$, $B(5;-2)$ va $C(-1;-2)$ uchlari berilgan, uning balandliklari uzuniklarini toping.
5.3.29. Koordinata boshidan to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofa 3 ga va absissa o‘qining musbat yo‘nalishi bilan 45^0 burchak tashkil qiladi. Berilganlardan foydalanib to‘g‘ri chiziqning normal tenglamasini tuzing.

5.3.30. Ikkita parallel $x + y - 3 = 0$, $x + y - 10 = 0$ to‘g‘ri chiziqlar orasidagi kesmasi 5 ga teng bo‘lgan va $M(2; 5)$, $N(3; 1)$ nuqtalardan bir xil uzoqlikdagi to‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasini tuzing.

5.4. Tekislikda to‘g‘ri chiziqlarga doir aralash masalalar.

5.4.1. Uchburchakning tomonlari tenglamalari berilgan: $x + 5y - 7 = 0$, $3x - 2y - 4 = 0$ va $7x + y + 19 = 0$. Uning yuzini toping.

5.4.2. Uchburchakning yuzi $S = 8$ kv bir., uning ikki $A(1; -2)$ va $B(2; 3)$ uchi koordinatalari berilgan bo‘lib, uchinchi uchi $2x + y = 0$ to‘g‘ri chiziqda yotgan bo‘lsa, C uchining koordinatasini toping .

5.4.3. Uchburchakning yuzi $S = 15$ kv bir., uning ikki uchi $A(2; -3)$ va $B(3; 2)$ nuqta; uchburchakning og‘irlik markazi $3x - y - 8 = 0$ to‘g‘ri chiziqda yotadi. Uchinchi uchi C ning koordinatasini toping.

5.4.4. Uchburchakning $A(-6; 2)$, $B(2; -2)$ uchlari va balandliklarining kesishish nuqtasi $H(1; 2)$ berilgan. Uchinchi C uchining koordinatalari topilsin.

5.4.5. Uchburchakning bitta $A(3; -4)$ uchi va ikkita balandliklarinining tenglamalari $7x - 2y - 1 = 0$, $2x - 7y - 6 = 0$ berilgan. Uchburchak tomonlarining tenglamalarini tuzing.

5.4.6. Koordinatalar sistemasida $N_1(0; 0)$, $N_2(2; 1)$, $N_3(-3; 1)$, $N_4(3; -1)$, $N_5(4; 2)$, $N_6(-1; 1)$, $N_7(-6; 4)$, $N_8(1; -1)$ nuqtalarning $2x + 3y = 0$ to‘g‘ri chiziqqa nisbatan vaziyati aniqlansin.

5.4.7. Parallelogramning ikki tomon tenglamasi: $8x + 3y + 1 = 0$, $2x + y - 1 = 0$ va uning bir diagonalining tenglamasi $3x + 2y + 3 = 0$ berilgan. Parallelogramning uchlarining koordinatalarini toping .

5.4.8. To‘g‘ri to‘rtburchakning ikki tomon tenglamasi berilgan : $2x - 3y + 5 = 0$, $3x + 2y - 7 = 0$ va uning $A(2; -3)$ uchi berilgan. To‘g‘ri to‘rtburchakning qolgan ikki tomonining tenglamasini tuzing .

5.4.9. To‘g‘ri to‘rtburchakning ikki tomon to‘g‘ri chiziq tenglamasi $x - 2y = 0$, $x - 2y + 15 = 0$ va uning bir diogonalining tenglamasi ham $7x + y - 15 = 0$ berilgan. To‘g‘ri to‘rtburchakning uchlarining koordinatasini toping.

5.4.10. To‘g‘ri to‘rtburchakni ikki tomoni $5x + y - 7 = 0$, $5x + 2y - 36 = 0$ bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi va uning diagonalining

$3x + 7y - 10 = 0$ tenglamasi berilgan. To‘rtburchakning qolgan ikki tomoni va ikkinchi diagonalining tenglamasini tuzing.

5.4.11. $3x - y - 1 = 0$ to‘g‘ri chiziqdan shunday M nuqta topingki, $A(4;1)$ va $B(0;4)$ nuqtalargacha bo‘lgan masofalar ayirmasi eng katta bo‘lsin.

5.4.12. Uchburchakning $M_1(2;1)$, $M_2(-1;-1)$ va $M_3(3;2)$ uchlari berilgan bo‘lsa, uning balandliklari tenglamasini tuzing .

5.4.13. Uchburchakning tomonlarining tenglamasi berilgan bo‘lsa $4x - y - 7 = 0$, $x + 3y - 31 = 0$, $x + 5y - 7 = 0$. Uning balandliklari kesishgan nuqtasini toping.

5.4.14. m ning qanday qiymatida ushbu ikki to‘g‘ri chiziq

$$(m-1)x + my - 5 = 0,\ \ mx + (2m-1)y + 7 = 0$$

kesishgan nuqtasi absissa o‘qida yotadi.

5.4.15. Koordinatalar sistemasida ikkita $A(-3;1)$, $B(5;4)$ nuqta va $x - 2y = 0$ to‘g‘ri chiziq berilgan. Bu to‘g‘ri chiziq AB kesma bilan B uchi davomida kesishganligi isbotlansin.

5.4.16. Koordinatalar sistemasida ushbu $5x - y - 5 = 0$ to‘g‘ri chiziq $3x - 2y - -6 = 0$ to‘g‘ri chiziqning koordinata o‘qlari orasida joylashgan kesmasi bilan kesishishini isbotlang.

5.4.17. Kvadratning qarama-qarshi $A(-1;3)$ va $C(6;2)$ uchlari berilgan. Uning tomonlari tenglamalarini tuzing.

5.4.18. Ikkita parallel $2x - 5y + 6 = 0$, $2x - 5y - 7 = 0$ to‘g‘ri chiziq tekislikni uch sohaga ajratadi; bu to‘g‘ri chiziqlar orasidagi sohaga va undan tashqaridagi ikki sohaga bo‘ladi. $A(2;1)$, $B(3;2)$, $C(1;1)$, $D(2;8)$, $E(7;1)$ va $F(-4;6)$ nuqtalarning qaysi sohaga tegishliligini aniqlang.

5.4.19. Uchburchak tomonlarining tenglamalari: $2x - y + 2 = 0$, $2x + +y = 0$, $x + y - 4 = 0$. Bu uchburchakka nisbatan $A(3;1)$, $B(7;-6)$, $C(-1;1)$, $D(3;2)$ nuqtalarning vaziyatini aniqlang.

5.4.20. Quyidagi to‘g‘ri chiziqlardan tuzilgan burchak bissektrisalarining tenglamalari tuzilsin:

1) $3x - y + 5 = 0,\ 3x + y - 4 = 0;$

2) $3x - 4y + 2 = 0,\ 5x + 12y - 3 = 0;$

3) $x - y = 0,\ x + y = 0;$

4) $x + 2y = 0,\ 3x + 4y = 0.$

5.4.21. $x + y - 12 = 0$ to‘g‘ri chiziqda $x + y - 5 = 0$, $7x - y +$ $+11 = 0$ to‘g‘ri chiziqlardan teng uzoqlikda joylashgan nuqtalar topilsin.
5.4.22. $C(1;1)$, $D(2;3)$ nuqtalardan mos ravishda 2 va 4 birlik masofada joylashgan to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzilsin.
5.4.23. Kvadratning simmetriya markazi $(-1;0)$ nuqtada joylashgan: uning bir tomonining tenglamasi: $x + 3y - 5 = 0$ qolgan uchta tomonining tenglamalari tuzilsin.
5.4.24. Koordinata o‘qlari va $3x - 4y - 5 = 0$ to‘g‘ri chiziq bilan chegaralangan uchburchakka ichki chizilgan doiraning markazi topilsin.
5.4.25. Uchlari $A(4;4)$, $B(-6;-1)$, $C(-2;-4)$ nuqtalardagi uchburchak berilgan. Uchburchakning C uchidagi ichki burchak bissektrisasi tenglamasi tuzilsin.
5.4.26. Teng yonli trapetsiya asoslari mos ravishda 10 va 6 ga teng, yon tomonlari esa asosi bilan 60^0 li burchak hosil qiladi. Ox o‘q sifatida katta asos, Oy o‘q sifatida trapetsiyaning simmetriya o‘qi olinib, Oy o‘qining musbat yo‘nalishi kichik asos bilan kesishadigan nur yo‘nalishida bo‘lsa, trapetsiya tomonlarining tenglamalari tuzilsin.
5.4.27. Tomonlari:$2x + 3y - 13 = 0, x + 2y - 7 = 0, x + y - 5 = 0$ tenglamalar bilan berilgan uchburchakning yuzi topilsin.
5.4.28. $A(3;5)$, $B(-1;-2)$ nuqtalar berilgan. ABC uchburchakning yuzi 1 ga teng bo‘ladigan $7x - 6y + 1 = 0$ to‘g‘ri chiziqdagi C nuqtani toping.
5.4.29. $A(3;0)$, $B(-1;-2)$, $C(-3;1)$ va $D(7;2)$ nuqtalar berilgan. $5x - 2y - 95 = 0$ to‘g‘ri chiziqda, MAB va MCD uchburchaklar tengdosh (yuzlari teng) bo‘ladigan M nuqtani toping.
5.4.30. Uchburchakning uchlari $A(0;7)$, $B(-2;3)$, uchinchi uchi $x - 7 = 0$ to‘g‘ri chiziqda yotadi, yuzi 3 ga teng. Tomonlarining tenglamalarini tuzing.

6-MAVZU: FAZODA TEKISLIK VA TO‘G‘RI CHIZIQ

Reja:

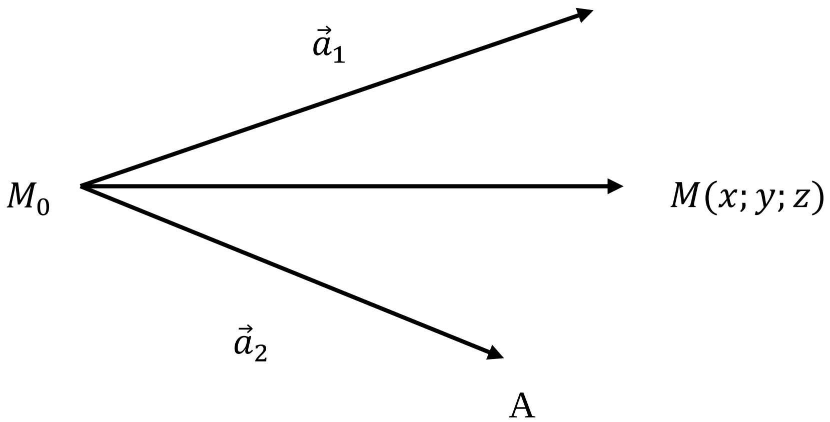
1. Fazoda tekislikning ba’zi tenglamalari.
2. Fazoda to‘g‘ri chiziq tenglamalari.
3. Fazoda tekislik va to‘g‘ri chiziq orasidagi munosabatlar.

Tayanch iboralar: fazo, parallellik, perpendukulyarlik, kanonik, parametrik, normal.

6.1. Fazoda tekislikning ba’zi tenglamalari.

Ikkita kollinear bo‘lmagan vektorlar va berilgan nuqtadan o‘tivchi tekislik tenglamasi.

Fazoda $\vec{a}_1(l_1; m_1; n_1)$ va $\vec{a}_2(l_2; m_2; n_2)$ kollinear bo‘lmagan vektorlar va $M_0(x_0; y_0; z_0)$ nuqta berilgan bo‘lsin. $\vec{a}_1$ va $\vec{a}_2$ vektorlardan hamda M_0 nuqtadan o‘tivchi tekislik tenglamasini tuzaylik. Buning uchun $\vec{a}_1$ va $\vec{a}_2$ vektorlar boshini M_0 nuqtaga keltirib qo‘yamiz.



6.1.1-chizma

tuzmoqchi bo‘lgan tekisligimizdan ixtiyoriy $M(x; y; z)$ nuqtani olamiz. Uchinchi $\overrightarrow{M_0M} = (x - x_0;\ y - y_0; z - z_0)$ vektorni tuzamiz.

$\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ va $\overrightarrow{M_0M}$ vektorlar komplanarligidan ularning aralash ko‘paytmasi nolga teng, ya’ni

$$\overrightarrow{M_1M} \cdot \vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = 0 \qquad (6.1)$$

bo‘lishi kerak. Bundan

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$$

kelib chiqadi.

1-Misol. $\vec{a}(-3;2;1)$, $\vec{b}(2;3;-2)$ vektorlardan va $M_0(2;1;3)$ nuqtadan o‘tivchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzing.

Yechish: Yuqorida berilgan (6.1) formuladan foydalanib,

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-1 & z-3 \\ -3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 0$$

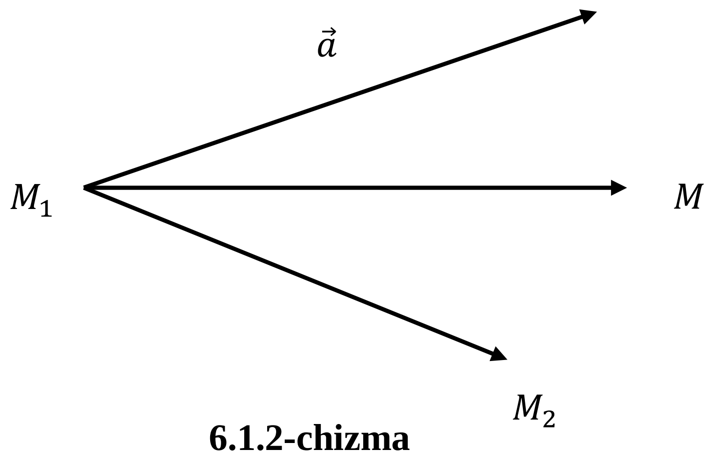
$$-4(x-2)-9(z-3)+2(y-1)-4(z-3)-3(x-2)$$
$$-6(y-1)=0$$
$$-7(x-2)-4(y-1)-13(z-3)=0$$
$$-7x+14-4y+4-13z+39=0$$
$$7x+4y+13z-57=0$$

to‘g‘ri chiziq tenglamasi $7x+4y+13z-57=0$ ko‘rinishida bo‘ladi.

Fazoda berilgan vektordan va berilgan ikki nuqtadan o‘tivchi tekislik tenglamasi.

Fazoda $\vec{a}(l;m;n)$ koordinatali vektor va $M_1(x_1;y_1;z_1)$ va $M_2(x_2;y_2;z_2)$ nuqtalar berilgan bo‘lsin. $\vec{a}$ vektordan hamda M_1 va M_2 nuqtalardan o‘tivchi α tekislik tenglamasini tuzaylik.

Buning uchun $\vec{a}$ vektorning boshini $M_1(x_1;y_1;z_1)$ nuqtaga keltirib qo‘yamiz. Tuzmoqchi bo‘lgan tekisligimizdan ixtiyoriy $M(x;y;z)$ nuqtani olamiz. $\overrightarrow{M_1M}$ va $\overrightarrow{M_1M_2}$ vektorlarni yasaymiz.



6.1.2-chizma

$$\overrightarrow{M_1M}=(x-x_1;\ y-y_1;z-z_1),$$
$$\overrightarrow{M_1M_2}=(x_2-x_1;\ y_2-y_1;z_2-z_1),$$
$$\vec{a}(l;m;n).$$

$\overrightarrow{M_1M}$, $\overrightarrow{M_1M_2}$ va $\vec{a}$ vektorlar bir tekislikda yotishidan ularning aralash ko‘paytmasi 0 ga teng bo‘ladi.

$$\overrightarrow{M_1M} \cdot \overrightarrow{M_1M_2} \cdot \vec{a} = 0 \qquad (6.2)$$

bo‘lishi kerak. Bundan

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l & m & n \end{vmatrix} = 0$$

kelib chiqadi.

2-Misol. $\vec{a}(2;3;-1)$ vektor $M_1(-2;5;4)$ va $M_2(0;0;0)$ nuqtadan o‘tivchi tekislik tenglamasini tuzing.

Yechish: Berilgan vektor va ikki nuqtadan o‘tivchi tekislik tenlamasi

$$\overrightarrow{M_1M} \cdot \overrightarrow{M_1M_2} \cdot \vec{a} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x + 2 & y - 5 & z - 4 \\ 2 & -5 & -4 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$5(x+2) + 6(z-4) - 8(y-5) + 10(z-4) + 12(x+2) +$$

$$+2(y-5) = 0$$

$$17(x+2) - 6(y-5) + 16(z-4) = 0$$

$$17x + 34 - 6y + 30 + 16z - 64 = 0$$

$$17x - 6y + 16z = 0$$

$17x - 6y + 16z = 0$ ko‘rinishida bo‘ladi.

Fazoda berilgan uch nuqtadan o‘tivchi tekislik tenglamasi.

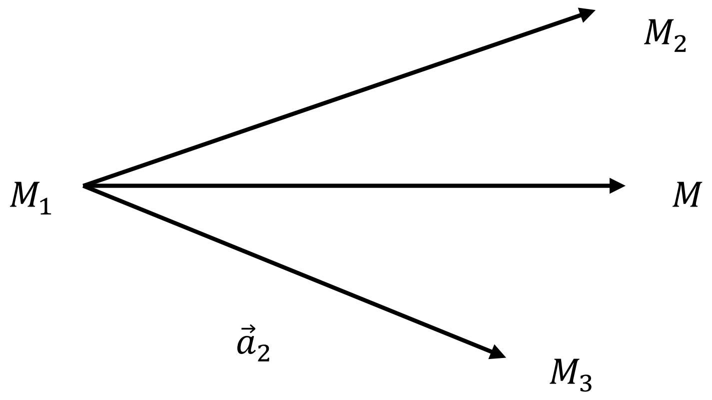
Bizga $M_1(x_1;y_1;z_1)$, $M_2(x_2;y_2;z_2)$ va $M_3(x_3;y_3;z_3)$ nuqtalar berilgan bo‘lsin. Bu nuqtalardan o‘tivchi tekislik tenglamasini tuzish uchun tekislikdan yana bir $M(x;y;z)$ nuqta olamiz va $\overrightarrow{M_1M}$, $\overrightarrow{M_1M_2}$ va $\overrightarrow{M_1M_3}$ vektorlarni yasaymiz.

Bu $\overrightarrow{M_1M} = (x - x_1; y - y_1; z - z_1)$,

$$\overrightarrow{M_1M_3} = (x_3 - x_1;\ y_3 - y_1; z_3 - z_1)$$

va $\overrightarrow{M_1M_2} = (x_2 - x_1;\ y_2 - y_1; z_2 - z_1)$ vektorlar bitta tekislikda yotadi. Bundan kelib chiqadiki, aralash ko‘paytmasi 0 ga teng bo‘lishi kerak.

$$\overrightarrow{M_1M} \cdot \overrightarrow{M_1M_2} \cdot \overrightarrow{M_1M_3} = 0 \qquad (6.3)$$



6.1.3-chizma

hamda,

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0$$

ko‘rinishida bo‘ladi, bu tenglamaning

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

tenglamaga teng kuchli ekanligini ko‘rish murakkab emas.

3-Misol. $M_1(2;3;-2)$ va $M_2(5;6;7)$ va $M_3(1;-2;1)$ nuqtalardan o‘tivchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzing.

Yechish: Berilgan uch nuqtadan o‘tivchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi

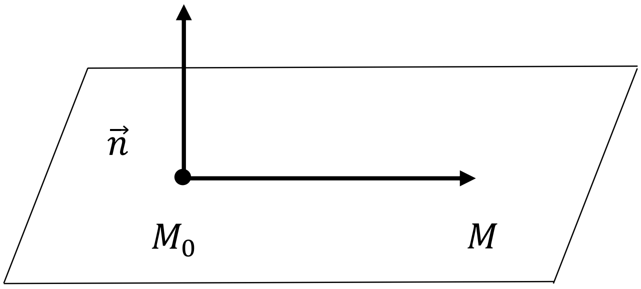
$$\begin{vmatrix} x-2 & y-3 & z+2 \\ 3 & 3 & 9 \\ -1 & -5 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$9(x-2)-15(z+2)-9(y-3)+3(z+2)+45(x-2)-$$
$$-9(y-3)=0$$
$$54(x-2)-18(y-3)-12(z+2)=0$$
$$54x-108-18y+54-12z-24=0$$
$$54x-18y-12z-78=0$$

tenglikni ikkala tomonini 6 ga bo‘lib yuborsak, $9x-3y-2z-13=$ $=0$ ko‘rinishida bo‘ladi.

Berilgan nuqtadan o‘tivchi berilgan vektorga perpendikulyar bo‘lgan tekislik tenglamasi.

Fazoda koordinatalari $M_0(x_0; y_0; z_0)$ nuqta va $\vec{n}(A; B; C)$ vektor berilgan bo‘lsin. M_0 nuqtadan o‘tib $\vec{n}$ vektorga perpendikulyar bo‘lgan tekislik tenglamasini tuzamiz. Buning uchun tekislikdan ixtiyoriy $M(x; y; z)$ nuqtani olamiz. $\vec{n}$ vektorning boshini $M_0(x_0; y_0; z_0)$ nuqtaga keltirib qo‘yamiz.



6.1.4-chizma

$\overrightarrow{M_0M} \perp \vec{n}$ ekanligidan, $\overrightarrow{M_0M} \cdot \vec{n} = 0$ kelib chiqadi hamda ushbu ko‘rinishda

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$
$$Ax + By + Cz - (Ax_0 + By_0 + Cz_0) = 0$$

bo‘ladi. Tekislikga perpendikulyar bo‘lgan $\vec{n}$ vektor tekislikning **normal vektori** deyiladi.

Tekislikning normal tenglamasi

Faraz qilaylik, fazoda tekislikning koordinata o‘qlari bilan uchrashgan nuqtalari A, B va C bo‘lsin. Tekislikning koordinata o‘qlariga nisbatan o‘rni aniq bo‘lishi uchun koordinatalar boshidan unga perpendikulyar qilib tushirilgan OP ning uzunligi va uning koordinata o‘qlari bilan tashkil qilgan burchaklari ma’lum bo‘lsa kifoya qiladi. Faraz qilaylik, $OP = p$ va OP ning Ox, Oy, Oz o‘qlarining musbat yo‘nalishi bilan tashkil qilgan burchaklari tartib bilan α, β, γ bo‘lsin.

Tekislikdagi biror M nuqtaning koordinatalari: $x = OR$, $y = RN$, $z = MN$ bo‘lsin. M va P nuqtalarni o‘zaro tutashtirish natijasida $ORNMP$ siniq chiziq hosil bo‘ladi va bu siniq chiziqning tutashtiruvchisi OP bo‘ladi. Siniq chiziqning o‘qdagi proyeksiyas i to‘g‘risidagi teorema bo‘yicha haligi siniq chiziqning OP ga proyeksiyasi quyidagicha bo‘ladi:

$$ORcos\alpha + NRcos\beta + NMcos\gamma + MPcos\frac{\pi}{2} = p,$$

yoki shaklga asosan

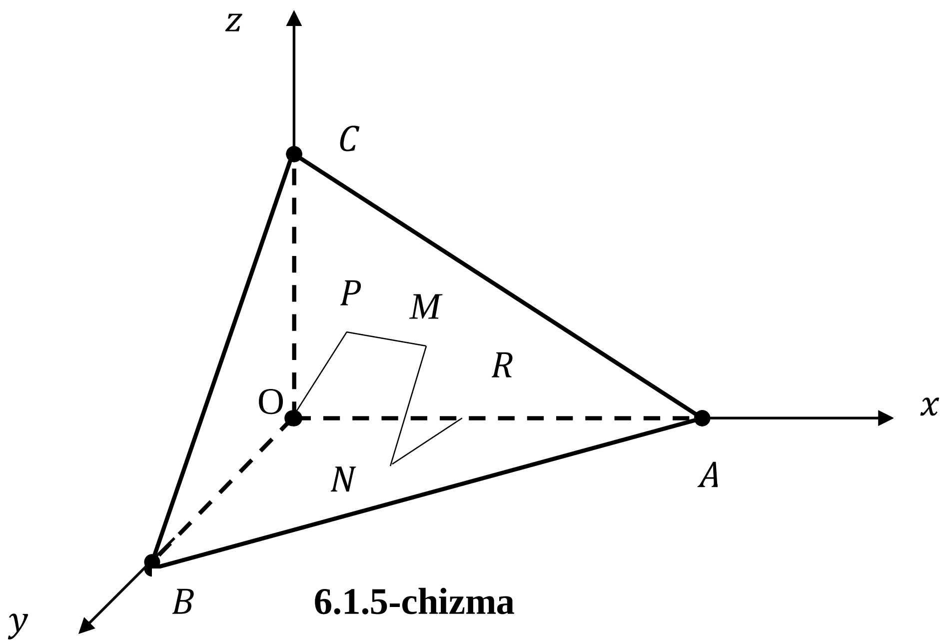
$$OR = x, \qquad NR = y, \qquad NM = z, \qquad cos\frac{\pi}{2} = 0$$

bo‘lgani uchun tekislikning tenglamasi quyidagicha bo‘ladi:

$$xcos\alpha + ycos\beta + zcos\gamma - p = 0 \qquad (6.4)$$

chunki M nuqta tekislikning qaysi yerida bo‘lsada bu tenglama o‘z kuchini saqlaydi.

Bu tenglama tekislikning **normal tenglamasi** deyiladi. Bu tenglama x, y, z ga nisbatan birinchi darajali. Demak: har bir tekislik o‘zgaruvchi x, y, z koordinatalarga nisbatan birinchi darajali tenglama bilan ifoda qilinadi.



6.1.5-chizma

4-Misol. Tekislikning $2x - y + 2z - 5 = 0$ umumiy tenglamasidan normal tenglamasiga o‘ting.

Yechish: Normallashtiruvchi μ ko‘paytuvchini topamiz va berilgan umumiy tenglamani unga ko‘paytirib, normal tenglamani topamiz:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y + \frac{2}{3}z - \frac{5}{3} = 0.$$

Bunda ozod had $D = -5 < 0$ bo‘lgani uchun μ ishorasi musbat qilib olindi va normal tenglamada

$$cos\alpha = \frac{2}{3}, \qquad cos\beta = -\frac{1}{3}, \qquad cos\gamma = \frac{2}{3}, \quad p = \frac{5}{3}$$

bo‘ladi.

Tekislikning umumiy tenglamasi.

Ixtiyoriy tekislik tenglamasi $Ax + By + Cz + D = 0(A^2 + B^2 + +C^2 \neq 0)$ ko‘rinishida tasvirlash mumkin. Buni isbotlash uchun fazoda berilgan $M_1(x_1; y_1; z_1)$, $M_2(x_2; y_2; z_2)$ va $M_3(x_3; y_3; z_3)$ nuqtalardan o‘tivchi tekilik tenglamasini qarasak, ushbu

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

ko‘rinishida bo‘ladi. Determinantni satr bo‘yicha yoyib hisoblaymiz va nolga tenglashtiramiz:

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = (-1)^{1+1} \cdot x \begin{vmatrix} y_1 & z_1 & 1 \\ y_2 & z_2 & 1 \\ y_3 & z_2 & 1 \end{vmatrix} +$$

$$(-1)^{1+2} \cdot y \begin{vmatrix} x_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{1+3} \cdot z \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} +$$

$$+(-1)^{1+4} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$A = \begin{vmatrix} y_1 & z_1 & 1 \\ y_2 & z_2 & 1 \\ y_3 & z_2 & 1 \end{vmatrix}, \; B = -\begin{vmatrix} x_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix}, C = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix},$$

$$D = -\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}.$$

$$Ax + By + Cz + D = 0 \tag{6.5}$$

hosil bo‘ladi.

Istalgan $Ax + By + Cz + D = 0$ ko‘rinishidagi tenglama **tekislik tenglamasi** bo‘ladi.

Ixtiyoriy $M_0(x_0; y_0; z_0)$ nuqta berilgan bo‘lsin. $Ax + By + Cz + +D = 0$ va $Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0$ tekislik tenglamasi berilgan bo‘lsa, tekislik tenglamalarini bir – biridan ayirsak

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) + D - D = 0 \Longrightarrow$$

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0 \Rightarrow$$
$$\begin{vmatrix} x-x_0 & y-y_0 & z-z_0 \\ -B & A & 0 \\ -C & 0 & A \end{vmatrix} = 0 \qquad (6.6)$$
natija hosil bo‘ladi. Bu tenglama $M_0(x_0; y_0; z_0)$ nuqtadan va $\vec{a}(-B; A; 0)$ va $\vec{b}(-C; 0; A)$ vektorlardan o‘tuvchi tekislik tenglamasi hisoblanadi.

Umumiy tenglamaning xususiy hollari.

$Ax+By+Cz+D=0$ tekislik tenglamasi berilgan bo‘lsa uning xususiy hollarini keltiramiz($A^2+B^2+C^2 \neq 0$).

1) $A=0,\ B\neq 0,\ C\neq 0,\ D\neq 0$ bo‘lsa, bu tekislik tenglamamiz Ox o‘qiga parallel Oyz tekisligini $By+Cz+D=0$ to‘g‘ri chiziq bo‘yicha kesib o‘tadi.

2) $B=0,\ A\neq 0,\ C\neq 0,\ D\neq 0$ bo‘lsa, bu tekislik tenglamamiz Oy o‘qiga parallel Oxz tekisligini $Ax+Cz+D=0$ to‘g‘ri chiziq bo‘yicha kesib o‘tadi.

3) $C=0,\ A\neq 0,\ B\neq 0,\ D\neq 0$ bo‘lsa, bu tekislik tenglamamiz Oz o‘qiga parallel Oxy tekisligini $Ax+By+D=0$ to‘g‘ri chiziq bo‘yicha kesib o‘tadi.

4) $D=0,\ A\neq 0, B\neq 0,\ C\neq 0$ bo‘lsa, koordinata boshidan o‘tivchi tekislik tenglamasi hosil bo‘ladi.

5) $B=C=0,\ A\neq D\neq 0$ bo‘lsa, $Ax+D=0$ tekislik tenglamamiz Ox o‘qiga perpendikulyar (Oyz tekisligiga paralel) $x=-\frac{D}{A}$ nuqtadan o‘tivchi tekislik tenglamasi, $D=0$ bo‘lsa $x=0$ va Oyz tekisligi bilan ustma –ust tushadi.

6) $A=C=0,\ B\neq D\neq 0$ bo‘lsa, $By+D=0$ tekislik tenglamamiz Oy o‘qiga perpendikulyar (Oxz tekisligiga paralel) $y=-\frac{D}{B}$ nuqtadan o‘tivchi tekislik tenglamasi, $D=0$ bo‘lsa $y=0$ va Oxz tekisligi bilan ustma –ust tushadi.

7) $A=B=0,\ C\neq 0$ bo‘lsa, $Cz+D=0$ tekislik tenglamamiz Oz o‘qiga perpendikulyar (Oz tekisligiga paralel) $z=-\frac{D}{C}$ nuqtadan o‘tivchi tekislik tenglamasi, $D=0$ bo‘lsa $z=0$ va Oxy tekisligi bilan ustma –ust tushadi.

5-Misol. Berilgan uchta $M_1(1;-2;3)$, $M_2(4;-1;2)$ va $M_3(2;-3;3)$ nuqtalardan o‘tivchi tekislik tenglamasini toping.

Yechish: Berilgan (6.5) va (6.6) formulalardan foydalanib,

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(-1)^{1+1} \cdot x \begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} \cdot y \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} +$$

$$+(-1)^{1+3} \cdot z \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{1+4} \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$A = \begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -3 & 3 & 1 \end{vmatrix}, B = -\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}, C = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix},$$

$$D = -\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 3 \end{vmatrix}.$$

$$A = -1, \ B = -1, \ C = -4, \ \ D = 11.$$

$$-x - y - 4z + 11 = 0 \Longrightarrow \ x + y + 4z - 11 = 0$$

Tekislikning koordinata o‘qlaridan ajratgan kesmalar bo‘yicha tenglamasi.

1.Tekislikning fazodagi o‘rni aniq bo‘lishi uchun uning koordinata o‘qlaridan kesgan kesmalari ma’lum bo‘lsa kifoya qiladi. Faraz qilaylik, tekislikning koordinata o‘qlaridan kesgan kesmalari:

$$OA = a, \ OB = b, OC = c$$

bo‘lsin. Ya’ni tekislik absissa o‘qini $A(a; 0; 0)$ nuqtada, ordinata o‘qini $B(0; b; 0)$, aplikata o‘qini esa $C(0; 0; c)$ nuqtalarda kesib o‘tadi.

Uni quyidagi ikki usul bilan isbot qilamiz:

1-usul: Buning uchun tekislikning berilgan uchta nuqtadan o‘tuvchi tenglamasidan foydalanamiz. Ma’lumki, bu tekislik $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$ va $C(0; 0; c)$ nuqtalardan o‘tadi.

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ a & 0 & 0 & 1 \\ 0 & b & 0 & 1 \\ 0 & 0 & c & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(-1)^{1+1} \cdot x \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ b & 0 & 1 \\ 0 & c & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} \cdot y \begin{vmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & c & 1 \end{vmatrix} +$$

$$+(-1)^{1+3}\cdot z\begin{vmatrix} a & 0 & 1 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{1+4}\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{vmatrix} = 0$$

$$x\cdot bc + y\cdot ac + z\cdot ab - abc = 0$$

tengligimizni ikkala tomonini abc ga bo‘lib yuborsak, quyidagi

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1 \qquad (6.7)$$

natijaga erishamiz.

2-usul: Koordinatalar boshidan tekislikka perpendikulyar qilib OP = p ni o‘tkazamiz. Faraz qilaylik OP ning koordinata o‘qlarining musbat yo‘nalishlari bilan tashkil qilgan burchaklari $\alpha,\ \beta,\ \gamma$ bo‘lsin. Shaklga muvofiq $a,\ b$ va c dan har birining OP dagi proyeksiyasi OP ning o‘zi, ya’ni p bo‘ladi. Shuning uchun

$$p = acos\alpha,\ p = bcos\beta,\ p = ccos\gamma,$$

yoki bulardan:

$$cos\alpha = \frac{p}{a}, \qquad cos\beta = \frac{p}{b}, \qquad cos\gamma = \frac{p}{c};$$

bular tekislikning ushbu

$$xcos\alpha + ycos\beta + zcos\gamma - p = 0$$

tenglamasiga qo‘yilsa:

$$\frac{p}{a}x+\frac{p}{b}y+\frac{p}{c}z-p=0$$

yoki tenglamani ikkala tomonini p bo‘lib, so‘ngra ozod hadini o‘ng tomonga o‘tkazsak, tenglamaning odatdagi ko‘rinishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$$

Tenglamadagi $a,\ b,\ c$ ning qiymatlari algebraik bo‘lib, ular musbat va manfiy bo‘lishlari mumkin.

2.Tengsizlikning umumiy tenglamasi bo‘lgan ushbu (6.5) tenglamaning koeffitsiyentlaridan hech biri nolga teng bo‘lmagan holda u tenglamani hamma vaqt (6.7) shaklga keltirish mumkin.

Buning uchun tenglamaning ozod hadi bo‘lgan D ni o‘ng tomoniga o‘tkazib, so‘ngra tenglamaning ikkala tomonini $-D$ ga bo‘lamiz:

$$-\frac{Ax}{D}-\frac{By}{D}-\frac{Cz}{D}=1.$$

yoki

$$-\frac{x}{\frac{D}{A}}-\frac{y}{\frac{D}{B}}-\frac{z}{\frac{D}{C}}=1,$$

demak,

$$a=-\frac{D}{A},\ \ b=-\frac{D}{B},\qquad c=-\frac{D}{C}$$

bo‘ladi.

6-Misol. Umumiy $2x+3y-5z-7=0$ tenglamasi bilan berilgan tekislikning kesmalardagi tenglamasini toping.

Yechish: Umumiy tenglamani $D=7$ soniga bo‘lib, (6.7) tenglamada

$$a=\frac{D}{A}=\frac{7}{2},\ \ b=\frac{D}{B}=\frac{7}{3},\ \ c=-\frac{D}{C}=-\frac{7}{5}.$$

ekanligini topamiz. Bundan berilgan tekislikning kesmalardagi tenglamasi

$$\frac{2x}{7}+\frac{3y}{7}-\frac{5z}{7}=1$$

yoki

$$\frac{x}{7/2}+\frac{y}{7/3}-\frac{z}{7/5}=1$$

ekanligi kelib chiqadi.

6.2. Fazoda to‘g‘ri chiziq tenglamalari.

Berilgan vektorga parallel va berilgan nuqtadan o‘tivchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi.

Fazoda $M_0(x_0;y_0;z_0)$ nuqtadan o‘tivchi $\vec{a}(l;m;n)$ vektorga parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzaylik. Buning uchun tuzmoqchi bo‘lgan to‘g‘ri chizig‘imiz tenglamasini qanoatlantiradigan ixtiyoriy $M(x;y;z)$ nuqta olamiz va $\overrightarrow{M_0M}(x-x_0;y-y_0;z-z_0)$ vektorni yasaymiz.

$\overrightarrow{M_0M}(x-x_0;y-y_0;z-z_0)$ vektor va $\vec{a}$ vektorimizning kolleniarligidan

$$\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}\qquad(6.8)$$

kelib chiqadi va bu tenglamamiz to‘g‘ri chiziqning berilgan nuqtadan o‘tib berilgan vektorga parallel tenglamasi yoki kanonik tenglamasi deyiladi. $\vec{a}(l;m;n)$ vektor (6.8) to‘g‘ri chiziqning yo‘naltiruvchi vektori deyiladi.

7-Misol. $N(3;-2;4)$ nuqtadan o‘tivchi $\vec{a}(-2;4;-3)$ vektorga parallel bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamasini tuzing.

Yechish: Yuqoridagi (6.8) formuladan foydalanib,

$$\frac{x-3}{-2}=\frac{y-(-2)}{4}=\frac{z-(-3)}{3}\Rightarrow\frac{x-3}{-2}=\frac{y+2}{4}=\frac{z+3}{3}$$

berilgan nuqtadan o‘tib berilgan vektorga parallel tenglamasini keltirib chiqardik.

Fazoda berilgan ikki nuqtadan o‘tivchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi.

Fazoda $M_1(x_1;y_1;z_1)$ va $M_2(x_2;y_2;z_2)$ nuqtalar berilgan bo‘lsin. Bu nuqtalardan o‘tuvchi tekislik tenglamasini tuzaylik. Buning uchun izlanayotgan to‘g‘ra chizig‘imiz $M(x;y;z)$ nuqtani olamiz. $\overrightarrow{M_1M}$ va $\overrightarrow{M_2M}$ vektorlarni tuzamiz.

$$\overrightarrow{M_1M}=(x-x_1;y-y_1;z-z_1),$$
$$\overrightarrow{M_2M}=(x-x_2;y-y_2;z-z_2)$$

bu vektorlar bir to‘g‘ri chiziqda yotadi, ya’ni ular kollinear. Bundan

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{z-z_1}{z_2-z_1} \qquad (6.9)$$

kelib chiqadi.

Bu tenglamalar berilgan $M_1(x_1;y_1;z_1)$ va $M_2(x_2;y_2;z_2)$ nuqtalardan o‘tgan to‘g‘ri chiziqni ifoda qiladi, chunki bular x, y, z ga nisbatan birinchi darajali bo‘lib, har ikki nuqtaning koordinatalarini qanoatlantiradi.

8-Misol. $M_1(-1;3;-5)$ va $M_2(2;1;0)$ nuqtalardan o‘tivchi to‘g‘ri chiziq tenglamasi toping.

Yechish: Yuqoridagi (6.9) formuladan foydalanib,

$$\frac{x+1}{2+1}=\frac{y-3}{1-3}=\frac{z+5}{0+5}\Rightarrow\frac{x+1}{3}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+5}{5}$$

fazoda berilgan M_1 va M_2 nuqtalardan o‘tivchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini topdik.

To‘g‘ri chiziqning parametrik tenglamasi.

Fazoda $\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}$ tenglama bilan to‘g‘ri chiziq berilgan bo‘lsin. Biz uni

$$\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}=t$$

ko‘rinishida yozsak:

$$\begin{cases} x = lt + x_0 \\ y = mt + y_0 \\ z = nt + z_0 \end{cases} \qquad (6.10)$$

ko‘rinishga keladi. Bu tenglama to‘g‘ri chiziqning parametrik tenglamasi deyiladi.

9-Misol. $M(2;-3;5)$ va $N(-1;4;-3)$ nuqtalardan o‘tivchi to‘g‘ri chiziq parametrik tenglamasi toping.

Yechish: Yuqoridagi (6.10) formuladan foydalanib,

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-7} = \frac{z+3}{8}$$

tenglamani tuzamiz. Bu to‘g‘ri chiziqning kanonik tenglamasi. Bu tenglamani parametrik ko‘rinishga

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-7} = \frac{z+3}{8} = t \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \dfrac{x+1}{3} = t \\ \dfrac{y-4}{-7} = t \\ \dfrac{z+3}{8} = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3t - 1 \\ y = -7t + 4 \\ z = 8t - 3 \end{cases}$$

keltirdik.

6.3. Fazoda tekislik va to‘g‘ri chiziq orasidagi munosabatlar. Fazoda berilgan ikki to‘g‘ri chiziq orasidagi burchak.

Faraz qilaylik, berilgan to‘g‘ri chiziqlarning tenglamalari

$$\begin{cases} \dfrac{x-x_1}{l_1} = \dfrac{y-y_1}{m_1} = \dfrac{z-z_1}{n_1} \\ \dfrac{x-x_2}{l_2} = \dfrac{y-y_2}{m_2} = \dfrac{z-z_2}{n_2} \end{cases}$$

bo‘lsin. Ular orasidagi burchakni topmoqchimiz. Ma’lumki, birinchi to‘g‘ri chiziqning yo‘naltiruvchi vektori $\vec{a}_1(l_1;m_1;n_1)$, ikkinchi to‘g‘ri chiziqning yo‘naltiruvchi vektori $\vec{a}_2(l_2;m_2;n_2)$ bo‘ladi. Bu to‘g‘ri chiziqlar orasidagi burchak $\vec{a}_1$ va $\vec{a}_2$ vektorlar orasidagi burchakka teng bo‘ladi va

$$cos\varphi = \frac{\vec{a}_1\,\vec{a}_2}{|\vec{a}_1|\cdot|\vec{a}_2|}$$

$$cos\varphi = \frac{l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2}{\sqrt{{l_1}^2 + {m_1}^2 + {n_1}^2} \cdot \sqrt{{l_2}^2 + {m_2}^2 + {n_2}^2}} \qquad (6.11)$$

bu formula yordamida berilgan ikki to‘g‘ri chiziq orasidagi burchak topiladi.

10-Misol. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-4} = \frac{z+3}{1}$, $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{-1}$ tenglamalar bilan berilgan to‘g‘ri chiziqlar orasidagi φ burchakni toping.

Yechish. Berilganlardan $l_1 = 1$, $m_1 = -4$, $n_1 = 1$, $l_2 = 2$, $m_2 = -2$, $n_2 = -1$. Bularni (6.11) qo‘ysak:

$$cos\varphi = \frac{1 \cdot 2 + (-4) \cdot (-2) + 1 \cdot (-1)}{\sqrt{1^2 + 4^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{9}{\sqrt{18} \cdot \sqrt{9}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

to‘g‘ri chiziqlar orasidagi burchak 45^0 ga teng ekanligi ma’lum bo‘ldi.

Fazoda tekisliklar orasidagi burchak.

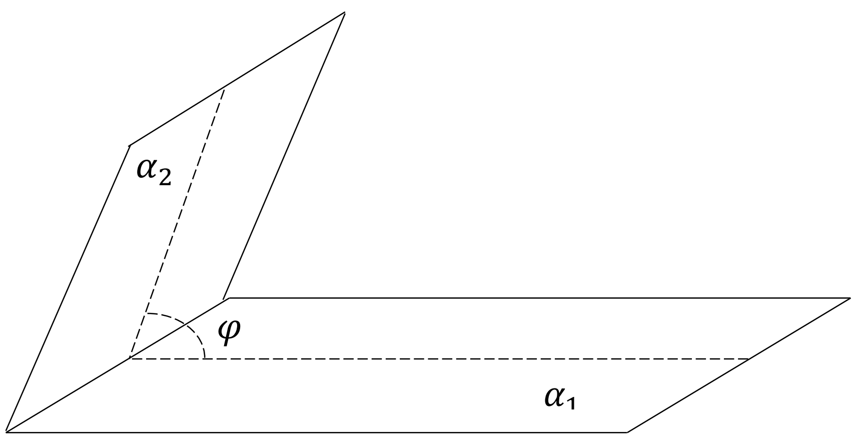
Fazoda bizga

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 & (\alpha_1) \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 & (\alpha_2) \end{cases}$$

tenglamalar bilan berilgan tekisliklar orasidagi burchakni topish uchun α_1 tekislikning normal vektori $\vec{n}_1(A_1; B_1; C_1)$, α_2 tekislikning normal vektori $\vec{n}_2(A_2; B_2; C_2)$ bo‘ladi.Bundan,

$$cos\varphi = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{{A_1}^2 + {B_1}^2 + {C_1}^2} \cdot \sqrt{{A_2}^2 + {B_2}^2 + {C_2}^2}} \qquad (6.12)$$

tekisliklar orasidagi burchak (6.12) formula orqali topiladi.



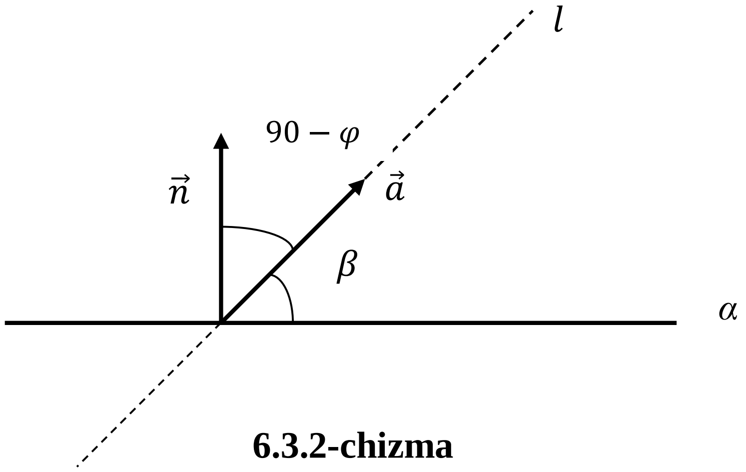
6.3.1-chizma

Berilgan to‘g‘ri chiziq va tekislik orasidagi burchak. Fazoda $Ax + By + Cz + D = 0$ tekislik va $\frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$ to‘g‘ri chiziq berilgan bo‘lsin. Tekislikning normal vektori $\vec{n}(A;B;C)$ va to‘g‘ri chiziqning yo‘naltiruvchi vektori $\vec{a}(l;m;n)$ bo‘lsa,

$$\cos(90-\varphi) = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\cdot\sqrt{l^2+m^2+n^2}} \Longrightarrow$$

$$\sin\varphi = \frac{Al + Bm + Cn}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}\cdot\sqrt{l^2+m^2+n^2}} \qquad (6.13)$$

tenglamasi hosil bo‘ladi.



6.3.2-chizma

11-Misol. Kanonik tenglamasi

$$\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{\sqrt{2}} = \frac{z-1}{1}$$

bo‘lgan l to‘g‘ri chiziq va umumiy tenglamasi $x + \sqrt{2}y - z + 1 = 0$ bo‘lgan P tekislik orasidagi burchakni toping.

Yechish. Yuqorida berilgan (6.13) formuladan foydalanib,

$$sin\varphi = \frac{1\cdot 1 + \sqrt{2}\cdot\sqrt{2} + 1\cdot(-1)}{\sqrt{1^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2 + 1^2}\cdot\sqrt{1^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{2\cdot 2} = \frac{1}{2}$$

tekislik va to‘g‘ri chiziq orasidagi burchak 30^0 ga teng ekanligi ma’lum bo‘ldi.

To‘g‘ri chiziq va tekislikning fazoda joylashishi.

Fazoda $Ax + By + Cz + D = 0$ tekislik va parametrik ko‘rinishdagi

$$\begin{cases} x = lt + x_0 \\ y = mt + y_0 \\ x = nt + z_0 \end{cases}$$

to‘g‘ri chiziq berilgan bo‘lsin.Bularni fazoda qanday joylashganini o‘rganaylik. Buning uchun $A(lt + x_0) + B(mt + y_0) + C(nt + z_0) + +D = 0 \implies$

$$(Al + Bm + Cn)t = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D) \qquad (6.14)$$

bo‘ladi.

Keltirib chiqarilgan tenglamamizni xususiy hollarda qaraymiz:

1.$Al + Bm + Cn \neq 0$ bo‘lsa to‘g‘ri chiziq va tekislik 1 ta nuqtada kesishadi.

$$\mathrm{t} = -\frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{Al + Bm + Cn}$$

2. $\begin{cases} Al + Bm + Cn = 0 \\ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0 \end{cases}$ to‘g‘ri chiziq tekislikning ustida yotgan bo‘ladi.

3. $\begin{cases} Al + Bm + Cn = 0 \\ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D \neq 0 \end{cases}$ to‘g‘ri chiziqlar va tekislik parallel bo‘ladi.

12-Misol. $4x - 3y + 2z - 4 = 0$ tekislik bilan $A(-3; 4; 2)$, $B(1; 2; 3)$ nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqning kesishish nuqtasini toping.

Yechish. $A(-3; 4; 2)$ va $B(1; 2; 3)$ nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqning parametrik tenglamasini tuzamiz. Keyin bu to‘g‘ri chiziq bilan tekislikni kesishish nuqtasini topamiz.

$$\frac{x+3}{1+3} = \frac{y-4}{2-4} = \frac{z-2}{3-2} \implies \frac{x+3}{2} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-2}{1} = k \implies$$

$$\begin{cases} x = 4k - 3 \\ y = -2k + 4 \\ z = k + 2 \end{cases} \implies 4(4k - 3) - 3(-2k + 4) + 2(k + 2) - 4 = 0 \implies$$

$$24k = 24 \implies k = 1 \implies \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

$M(1; 2; 3)$ nuqtada kesishar ekan.

13-Misol. Fazoda $\frac{x-5}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{3}$ va $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}$ to‘g‘ri chiziqlar orasidagi vaziyatni aniqlang.

Yechish. Berilgan to‘g‘ri chiziqlar tenglamalarini ixtiyoriy t va k sonlariga tenglashtirib

$$\begin{cases} \dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{3}=\mathrm{t} \\ A\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{1}=k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2t+5 \\ y=t-1 \\ z=3t \end{cases} \text{ va } \begin{cases} x=5k+1 \\ y=2k-1 \\ z=k+3 \end{cases}$$

oxirgi ikkala tenglamalar sistemasidagi noma’lumlarni tenglashtirsak, quyidagiga

$$\begin{cases} 2t+5=5k+1 \\ t-1=2k-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2t-5k=-4 \\ t-2k=0 \end{cases} \Rightarrow 4k-5k=-4 \Rightarrow k=4, \quad t=8$$

ega bo‘lamiz. Uni tenglamalar sistemasiga eltib qo‘ysak $3\cdot 8 \neq 4+3$ ekanligidan bizga berilgan to‘g‘ri chiziq tenglamalari o‘zaro ayqashligi ma’lum bo‘ladi.

Mustaqil yechish uchun topshiriqlar.

6.1. Fazoda tekislikning ba’zi tenglamalariga doir misollar.

6.1.1. Koordinatalar sistemasida $M_1(2;3;1)$, $M_2(3;1;4)$, $M_3(2;1;5)$ nuqtalar va $\vec{a}_1(4;1;2)$, $\vec{a}_2(-2;3;5)$,$\vec{a}_3(5;-1;3)$ vektorlar berilgan bo‘lsin.
1) M_1 nuqtadan o‘tib, $\vec{a}_1$ va $\vec{a}_2$ vektorlarga;
2) M_1 nuqtadan o‘tib, $\vec{a}_1$ va $\vec{a}_3$ vektorlarga;
3) M_2 nuqtadan o‘tib, $\vec{a}_1$ va $\vec{a}_2$ vektorlarga;
4) M_2 nuqtadan o‘tib, $\vec{a}_2$ va $\vec{a}_3$ vektorlarga;
5) M_3 nuqtadan o‘tib, $\vec{a}_1$ va $\vec{a}_2$ vektorlarga;
6) M_3 nuqtadan o‘tib, $\vec{a}_1$ va $\vec{a}_3$ vektorlarga parallel bo‘lgan tekislik tenglamasini tuzing.

6.1.2. Koordinatalar sistemasida $N_1(2;3;-1)$, $N_2(-2;4;1)$, $N_3(3;2;-1)$ nuqtalar va $\vec{a}_1(-3;-1;2)$, $\vec{a}_2(1;-3;-5)$, $\vec{a}_3(1;2;3)$ vektorlar berilgan bo‘lsin.
1) N_1 va N_2 nuqtalardan o‘tib, $\vec{a}_1$ vektorga;
2) N_1 va N_3 nuqtalardan o‘tib, $\vec{a}_1$ vektorga;
3) N_1 va N_3 nuqtalardan o‘tib, $\vec{a}_2$ vektorga;
4) N_2 va N_3 nuqtalardan o‘tib, $\vec{a}_2$ vektorga;
5) N_1 va N_2 nuqtalardan o‘tib, $\vec{a}_3$ vektorga;
6) N_2 va N_3 nuqtalardan o‘tib, $\vec{a}_3$ vektorga parallel bo‘lgan tekislik tenglamasini tuzing.

6.1.3. Koordinatalar sistemasida $M_1(3;7;-2)$, $M_2(4;1;3)$, $M_3(5;3;-1)$, $M_4(3;-5;1)$ va $M_3(2;3;-5)$ nuqtalar berilgan bo‘lsin.
1) M_1 , M_2 va M_3 nuqtalardan;
2) M_1 , M_2 va M_4 nuqtalardan;
3) M_1 , M_3 va M_5 nuqtalardan;
4) M_2 , M_3 va M_4 nuqtalardan;
5) M_2 , M_4 va M_5 nuqtalardan;
6) M_3 , M_4 va M_5 nuqtalardan
o‘tuvchi tekislik tenglamasini tuzing.
6.1.4. Koordinatalar sistemasida $N_1(-3;2;1)$ va $N_2(2;-4;3)$ berilgan bo‘lsin.
1) N_1 nuqtadan Oxy tekisligiga;
2) N_1 nuqtadan Oyz tekisligiga;
3) N_1 nuqtadan Oxz tekisligiga;
4) N_2 nuqtadan Oxy tekisligiga;
5) N_2 nuqtadan Oyz tekisligiga;
6) N_2 nuqtadan Oxz tekisligiga
parallel bo‘lgan tekislik tenglamasini tuzing.
6.1.5. Koordinatalar sistemasida $M_1(4;3;-1)$, $M_2(-2;4;5)$ va $M_3(3;-2;2)$ berilgan bo‘lsin.
1) M_1 nuqtadan va Ox o‘qidan o‘tuvchi;
2) M_1 nuqtadan va Oz o‘qidan o‘tuvchi;
3) M_2nuqtadan va Ox o‘qidan o‘tuvchi;
4) M_2nuqtadan va Oy o‘qidan o‘tuvchi;
5) M_3 nuqtadan va Oy o‘qidan o‘tuvchi;
6) M_3 nuqtadan va Oz o‘qidan o‘tuvchi tekislik tenglamasini tuzing.
6.1.6. Koordinatalar sistemasida $N_1(1;-2;3)$ va $N_2(2;4;-3)$ berilgan bo‘lsin.
1) N_1 nuqtadan o‘tib, Ox o‘qiga;
2) N_1 nuqtadan o‘tib, Oy o‘qiga;
3) N_1 nuqtadan o‘tib, Oz o‘qiga;
4) N_2 nuqtadan o‘tib, Ox o‘qiga;
5) N_2 nuqtadan o‘tib, Oy o‘qiga;
6) N_2 nuqtadan o‘tib, Oy o‘qiga
perpendikulyar bo‘lgan tekislik tenglamasini tuzing.
6.1.7. Koordinatalar sistemasida $M_1(3;2;-1)$, $M_2(1;3;5)$ va $M_3(2;-4;3)$ berilgan bo‘lsin.

1) M_1va M_2 nuqtalardan o‘tib, Ox o‘qiga;
2) M_2va M_3 nuqtalardan o‘tib, Ox o‘qiga;
3) M_1va M_2 nuqtalardan o‘tib, Oy o‘qiga;
4) M_1va M_3 nuqtalardan o‘tib, Oy o‘qiga;
5) M_1va M_2 nuqtalardan o‘tib, Oz o‘qiga;
6) M_2va M_3 nuqtalardan o‘tib, Oz o‘qiga parallel bo‘lgan tekislik tenglamasini tuzing.

6.1.8. Koordinatalar sistemasida uchta nuqtadan o‘tgan tekislikning kanonik tenglamasi tuzilsin.
1) $M_1(2;3;1)$, $M_2(3;1;4)$, $M_3(2;1;5)$;
2) $M_1(2;0;-1)$, $M_2(-2;4;1)$, $M_3(0;2;-1)$;
3) $M_1(3;7;-2)$, $M_2(4;1;3)$, $M_3(5;3;-1)$;
4) $M_1(4;3;-1)$, $M_2(-2;4;5)$ va $M_3(3;-2;2)$.

6.1.9. Ox va Oy o‘qlaridan mos ravishda 5 va -7 ga teng kesmalar ajratadigan va $N(1;1;2)$ nuqtadan o‘tivchi tekislik tenglamasi tuzilsin.

6.1.10. $A(3;5;-7)$ nuqtadan o‘tivchi va koordinata o‘qlaridan teng kesmalar ajratadigan tekislik tenglamasi tuzilsin.

6.1.11. $A(3;5;1)$ va $B(7;7;8)$ nuqtalardan o‘tib, Ox, Oy o‘qlaridan teng kesmalar ajratgan tekislik tenglamasi yozilsin.

6.1.12. Koordinatalar sistemasi o‘qlaridan mos ravishda $3,\ 5,\ -7$ ga teng kesmalar ajratadigan tekislik tenglamasi tuzilsin.

6.1.13. Koordinatalar sistemasida $x-y+7z-4=0$ tekislikning koordinata o‘qlaridan ajratgan kesmalari aniqlansin.

6.1.14. Uchi $A(2;1;0)$, $B(1;3;5)$, $C(6;3;4)$, $D(0;-7;8)$ nuqtalarda bo‘lgan tetraedr berilgan. AB qirradan va CD qirraning o‘rtasidan o‘tivchi tekislik tenglamasi tuzilsin.

6.1.15. Quyidagi hollarning har biri uchun tekislikning parametrik tenglamalariga ko‘ra umumiy tenglamasi yozilsin:
1) $x=2+3u-4v, y=4-v, z=2+3u$;
2) $x=u+v, y=u-v, z=5+6u-4v$.

6.1.16. Quyidagi tekisliklar juftlarining qaysilari parallel, kesishadi yoki ustma-ust tushishi aniqlansin:
1) $2x+3y+4z-12=0, 3x-6y+1=0$;
2) $3x-4y+6z+9=0, 6x-8y-10z+15=0$;
3) $3x-2y-3z+5=0, 9x-6y-9z-5=0$

6.1.17. $A(-3;3;5)$, $B(0;-7;-14)$, $C(6;5;1)$, $D(-3;-5;2)$, $E(4;-7;10)$, $F(2;6;1)$ nuqtalarning $2x-3y+4z-5=0$

tekislikka nisbatan vaziyatini aniqlang.

6.1.18. $A(3;5;1)$, $B(2;-6;3)$ nuqtalar berilgan, AB kesmani $2x-3y+6z-1=0$ tekislik qanday nisbatda bo‘ladi?

6.1.19. $2x-3y-4z-24=0$ tekislikning koordinata o‘qlari bilan kesishish nuqtasini toping.

6.1.20. Koordinata boshidan $3x-4y-24z+12=0$ tekislikning koordinata o‘qlari bilan kesishgan nuqtasigacha bo‘lgan masofasini toping.

6.1.21. Oxy tekisligi va $5x-6y+3z+120=0$ tekislik kesishishidan hosil bo‘lgan uchburchakning yuzini toping.

6.1.22. $2x-3y+6z-12=0$ tekislik bilan va koordinatalar tekisliklari bilan chegaralangan piramida hajmini toping.

6.1.23. Tekislik $M_1(6;-10;1)$ nuqtadan o ‘tadi va absissa o‘qida $a=-3$ va aplikata o‘qida esa $c=2$ kesmani kesib o‘tadi. Bu tekislik uchun kesmalardagi tenglamasini tuzing.

6.1.24. Quyidagi tekisliklar tenglamasining qaysi biri normal ekanligini aniqlang:

1) $\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}y-\frac{2}{3}z-5=0;$ 2) $\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}y-\frac{1}{3}z-3=0;$

3) $\frac{6}{7}x-\frac{3}{7}y+\frac{2}{7}z+5=0;$ 4) $-\frac{6}{7}x+\frac{3}{7}y-\frac{2}{7}z-5=0;$

5) $\frac{6}{7}x+\frac{4}{5}z-3=0;$ 6) $-\frac{5}{13}y+\frac{12}{13}z+1=0;$

7) $\frac{5}{13}x+\frac{12}{13}z-1=0;$ 8) $\frac{4}{5}x-\frac{3}{5}y+5=0.$

6.1.25. Quyidagi tekislik tenglamalarini normal ko‘rinishga keltiring:

1) $2x-2y+2z-18=0;$
2) $x-y-\sqrt{2}z+16=0;$
3) $4x-6y-12z-11=0;$
4) $-4x-4y+2z+1=0;$
5) $5y-12z+26=0;$
6) $3x-4y-1=0.$

6.1.26. $P(-1;1;-2)$ nuqtadan $M_1(1;-1;1)$, $M_2(-2;1;3)$ va $M_3(4;-5;-2)$ nuqtalardan o‘tadigan tekislikgacha d masofani aniqlang.

6.1.27. Quyidagi holatlarda parallel tekisliklar orasidagi masofani hisoblang:

1) $x-2y-2z-12=0,$ $x-2y-2z-6=0;$
2) $2x-3y+6z-14=0,$ $4x-6y+12z+21=0.$

3) $2x - y + 2z + 9 = 0, \qquad 4x - 2y + 4z - 21 = 0.$

6.1.28. Quyidagi holatlarda 2 parallel tekisliklardan bir xil uzoqlashgan nuqtalarning geometrik o‘rni tenglamasini tuzing:

1) $4x - y - 2z - 3 = 0, \qquad 4x - y - 2z - 5 = 0;$

2) $3x + 2y - z + 3 = 0, \qquad 3x + 2y - z - 1 = 0;$

3) $5x - 3y + 2z + 3 = 0, \qquad 10x - 6y + 2z + 7 = 0.$

6.1.29. $2x - 3y + z - 3 + \lambda(x + 3y + 2z + 1) = 0$ tekislik tenglamasi berilgan, λ ning qanday qiymatlarida:

1) $M_1(1;-2;3)$ nuqtadan o‘tivchi; 2) Ox o‘qiga parallel;

3) Oy o‘qiga parallel; 4) Oz o‘qiga parallel bo‘ladi.

6.1.30. $\begin{cases} 3x - y + 2z + 9 = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases}$ to‘g‘ri chiziqdan o‘tivchi va:

1) $M_1(4;-2;-3)$ nuqtani qanoatlantiruvchi;

2) Ox o‘qiga parallel bo‘lgan;

3) Oy o‘qiga parallel bo‘lgan;

4) Oz o‘qiga parallel bo‘lgan tekislik tenglamasini tuzing.

6.2. Fazoda to‘g‘ri chiziq tenglamalariga doir misollar.

6.2.1. Koordinatalar sistemasida $\vec{a}_1(4;1;2)$, $\vec{a}_2(-2;3;5)$,$\vec{a}_3(5;-1;3)$ vektorlar va $M_1(2;3;1)$, $M_2(3;1;4)$ nuqtalar berilgan bo‘lsin.

1) $\vec{a}_1$ vektorga parallel va M_1 nuqtadan o‘tuvchi;

2) $\vec{a}_1$ vektorga parallel va M_2 nuqtadan o‘tuvchi;

3) $\vec{a}_2$ vektorga parallel va M_1 nuqtadan o‘tuvchi;

4) $\vec{a}_2$ vektorga parallel va M_2 nuqtadan o‘tuvchi;

5) $\vec{a}_3$ vektorga parallel va M_1 nuqtadan o‘tuvchi;

6) $\vec{a}_3$ vektorga parallel va M_2 nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqning;

a) kanonik; b) parametrik tenglamalarini tuzing.

6.2.2. Koordinatalar sistemasida $A(2;3;1)$, $B(3;1;4)$, $C(2;1;5)$ va $D(0;2;-1)$ nuqtalardan

1) A va B; 2) A va C; 3) A va D;

4) B va C; 5) B va D; 6) C va D o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqning:

a) kanonik; b) parametrik tenglamalarini tuzing.

6.2.3. Quyida berilgan to‘g‘ri chiziqning kanonik tenglamasini tuzing.

1) $\begin{cases} 3x - 2y + 5z - 4 = 0 \\ 2x + 3y + z + 12 = 0 \end{cases}$;

2) $\begin{cases} x + 2y - 2z - 2 = 0 \\ 3x - 2y + 6z + 9 = 0 \end{cases}$;

3) $\begin{cases} 12x - 6y + 5z + 1 = 0 \\ 2x + 2y - 7z - 12 = 0 \end{cases}$;

4) $\begin{cases} 4x - y - 2z - 3 = 0 \\ 3x + 2y - z + 3 = 0 \end{cases}$.

6.2.4. Koordinatalar sistemasida $A(2; -3; 1)$, $B(3; 1; -4)$ va $C(-2; 1; 5)$ nuqtalar berilgan bo‘lsin.

1) A nuqtadan o‘tib, Oxy o‘qiga;
2) A nuqtadan o‘tib, Oyz o‘qiga;
3) B nuqtadan o‘tib, Oxz o‘qiga;
4) B nuqtadan o‘tib, Oyz o‘qiga;
5) C nuqtadan o‘tib, Oxy o‘qiga;
6) C nuqtadan o‘tib, Oxz o‘qiga
parallel bo‘lgan to‘g ‘ri chiziq tenglamasini tuzing.

6.2.5. $M_1(-1; 4; -3)$ va $M_2(-8; 2; 5)$ nuqtalar berilgan bo‘lsin.

1) M_1 nuqtadan o‘tib, Oxy tekisligiga;
2) M_1 nuqtadan o‘tib, Oxz tekisligiga;
3) M_1 nuqtadan o‘tib, Oyz tekisligiga;
4) M_2 nuqtadan o‘tib, Oxy tekisligiga;
5) M_2 nuqtadan o‘tib, Oxz tekisligiga;
6) M_2 nuqtadan o‘tib, Oyz tekisligiga perpendikulyar bo‘lgan to‘g ‘ri chiziq tenglamasini tuzing.

6.2.6. Quyidagi nuqtalardan qaysilari bitta to‘g‘ri chiziqda yotadi?

1) $A(3; 0; 1)$, $B(0; 2; 4)$, $C(-3; 4; 7)$;
2) $C(1; 2; 3)$, $D(10; 8; 4)$, $E(3; 0; 2)$;
3) $M(2; 6; 4)$, $N(5; 7; 1)$, $K(3; -7; 2)$.

6.2.7. Ushbu $A(5; 8; 15)$, $B(-1; -1; -3)$, $C(5; 7; 1)$, $D(0; \frac{1}{2}; 0)$, $E(0; 0; 1)$ nuqtalardan qaysilari $x = 1 + 2t,\ y = 2 + 3t,\ z = 3 + 6t$ to‘g‘ri chiziqda yotadi?

6.2.8. Fazoda to‘g‘ri chiziqlarning parametrik tenglamalari tuzilsin:

1) $x - 2y + 4z = 0$, $3x - 2y + 5z = 0$;
2) $x + y - z + 5 = 0$, $2x - y + 2z - 2 = 0$.

6.2.9. 1) $M(3; 5; 1)$ nuqtadan o‘tib, $x = 2 + 4t,\ y = -3t,\ z = -3$ to‘g‘ri chiziqqa parallel;
2)$N(0; -5; 4)$ nuqtadan o‘tib,$x + 2y + 6 = 0$, $z = 5$ to‘g‘ri chiziqqa parallel to‘g‘ri chiziq tenglamalari yozilsin.

6.2.10. Quyidagi hollarning har birida to‘g‘ri chiziqning Oxy tekislikka proyeksiyasi topilsin.

1) $5x+8y-3z+9=0,\quad 2x-4y+z-1=0;$

2) $\frac{x-3}{-5}=\frac{y-4}{6}=\frac{z-6}{8}$.

6.2.11. Quyidagi to‘g‘ri chiziqlarning koordinata tekisliklari bilan kesishish nuqtalari topilsin:

1) $6x+2y-z-9=0,\ 3x+2y+2z-12=0;$

2) $x=6+2t, y=-2+4t, z=-5t.$

6.2.12. To‘g‘ri chiziqning ikkita koordinata tekisliklar bilan kesishish nuqtalari $M(0;y_1;z_1)$, $N(x_2;0;z_2)$ berilgan. Shu to‘g‘ri chiziqning uchinchi koordinata tekisligi bilan kesishish nuqtasini toping.

6.2.13. Quyidagi to‘g‘ri chiziqlarni

1) $\begin{cases}2x+y-z-3=0\\ x+y+z-1=0\end{cases};$

2) $\begin{cases}2x-y+3z-5=0\\ x+2y-z+2=0\end{cases};$

3) $\begin{cases}x+4y-6z-3=0\\ 2x-y+3z+4=0\end{cases}$

koordinata o‘qlari bilan kesishish nuqtasini toping.

6.2.14. $\vec{a}(2;-1;-2)$ vektorga parallel bo‘lgan va

$\begin{cases}2x-y+3z-5=0\\ x+2y-z+2=0\end{cases}$

to ‘g‘ri chiziqdan o‘tivchi tekislik tenglamasini tuzing.

6.2.15. $\vec{a}(7;9;17)$ vektorga parallel bo‘lgan va

$\begin{cases}5x-2y-z-3=0\\ x+3y-2z+5=0\end{cases}$

to‘g‘ri chiziqdan o‘tivchi tekislik tenglamasini tuzing.

6.2.16. Fazoda $N(2;3;1)$ nuqtadan o‘tib $\begin{cases}x+y=0\\ x+3y-1=0\end{cases}$ va $\begin{cases}x-y+z+4=0\\ y+z-2=0\end{cases}$ to‘g‘ri chiziqlar bilan kesishadigan to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

6.2.17. Quyida berilgan to‘g‘ri chiziqlarning qaysi berilgan tekislikda yotadi, qaysi birida unga parallel, qaysi birida u bilan kesishadi? Agar ular kesishishsa kesishish nuqtasi topilsin.

1) $\frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=\frac{z-1}{1}$, $\qquad 3x+5y-z-2=0$

2) $\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{4}=\frac{z}{3}$, $\qquad 3x-3y+2z-5=0$

3) $\frac{x-13}{7}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-4}{3}$, $\qquad x+2y-4z+1=0$

4) $\frac{x-7}{5}=\frac{y-4}{1}=\frac{z-5}{4}$, $\qquad 3x-y+2z-5=0$

6.2.18. To‘g‘ri chiziqlarning yo‘naltiruvchi kosinuslari topilsin:

1) $\frac{x-1}{4}=\frac{y-5}{-3}=\frac{z+2}{12}$; $\qquad$ 2) $\frac{x}{12}=\frac{y-7}{9}=\frac{z+3}{20}$

6.2.19. $\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{6}=\frac{z-5}{2}$ va $\frac{x}{2}=\frac{y-3}{9}=\frac{z+1}{6}$ to‘g‘ri chiziqlar orasidagi burchak topilsin.

6.2.20. Ikki $\begin{cases} 3x-4y-2z=0 \\ 2x+y-2z=0 \end{cases}$ va $\begin{cases} 4x+y-6z-2=0 \\ y-3z+2=0 \end{cases}$ to‘g‘ri chiziqlar orasidagi burchak topilsin.

6.2.21. To‘g‘ri chiziqlar orasidagi burchaklar kosinuslari topilsin:

1) 1) $\begin{cases} x=3+t \\ y=7-2t \\ z=4+3t \end{cases}$ va $\begin{cases} x=2+5t \\ y=1-t \\ z=1 \end{cases}$;

2) $\begin{cases} 3x+y-z+1=0 \\ 3x-y+z=0 \end{cases}$ va $\begin{cases} x-y+1=0 \\ 2x+2y-5z+1=0 \end{cases}$

6.2.22. Kanonik tenglamalari $\frac{x-1}{\alpha}=\frac{y-3}{-3}=\frac{z+4}{\sqrt{2}}$, $\frac{x+2}{2}=\frac{y+13}{\alpha}=\frac{z-6}{\sqrt{2}}$ bo‘lgan to‘g‘ri chiziqlar α parametrning qanday qiymatida o‘zaro perpendikular bo‘ladi?

6.2.23. $\begin{cases} x=5+6t \\ y=1-3t \\ z=2+t \end{cases}$ to‘g‘ri chiziq bilan $7x+2y-3z+5=0$ tekislik orasidagi burchak topilsin.

6.2.24. $x+y-z=0$, $2x-3y+z=0$ to‘g‘ri chiziq bilan $3x+5y-4z+2=0$ tekislik orasidagi burchak topilsin.

6.2.25. $2x+y-z+4=0$, $x+y=0$ to‘g‘ri chiziqning Oxy tekislikdagi proyeksiyasi tenglamasi tuzilsin.

6.2.26. $2x-y+z-8=0$, $4x+3y-z+14=0$ tekisliklarning kesishish chizig‘ida $2x+3y-6z-10=0$ tekislikdan 7 masofada joylashgan nuqtalar topilsin.

6.2.27. Quyida berilgan to‘g‘ri chiziqlar juftlaridan qaysilari ayqash, qaysilari kesishadi, qaysilari parallel yoki ustma-ust tushadi? Agar to‘g‘ri chiziqlar parallel bo‘lsa, ular orqali o‘gan tekislik tenglamasi tuzilsin, agar ular kesishsa, ularni o‘z ichiga olgan tekislik tenglamasi tuzilsin va ularning kesishish nuqtasi topilsin:

1) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 7 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ va $\begin{cases} x = 6 + t \\ y = -1 - 2t; \\ z = -2 + t \end{cases}$

2) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = -t \end{cases}$ va $\begin{cases} x = -2t \\ y = -5 + 3t \\ z = 4 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x = 9t \\ y = 5t \\ z = -3 + t \end{cases}$ va $\begin{cases} 2x - 3y - 3z - 9 = 0 \\ x - 2y + z + 3 = 0 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x = t \\ y = -8 - 4t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$ va $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - y + 2z = 0 \end{cases}$

6.2.28. l to‘g‘ri chiziqning

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{n} = \frac{z+3}{-2}$$

kanonik tenglamasidagi n parametr qanday qiymat qabul etganda u umumiy tenglamasi $x - 3y + 6z + 7 = 0$ bo‘lgan tekislikka parallel bo‘ladi ?

6.2.29. l to‘g‘ri chiziqning

$$\frac{x-2}{m} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-3}$$

kanonik tenglamasidagi m va P tekislikning $3x - 2y + Cz + 1 = 0$ umumiy tenglamasidagi C parametrlarning qanday qiymatida ular o‘zaro perpendikulyar bo‘ladilar?

6.2.30. Fazoda $M(3; -1; -4)$ nuqtadan o‘tib, Oy o‘qni kesib o‘tadigan va $y + 2z = 0$ tekislikka kollinear(parallel) bo‘lgan to‘g‘ri chiziq tenglamalari tuzilsin.

6.3. Fazoda tekislik va to‘g‘ri chiziq orasidagi munosabatlarga doir misollar.

6.3.1. Tekisliklar orasidagi burchaklarning kosinuslari topilsin:

1) $2x - y + 3z = 0, x + 4y - 6z = 0;$

2) $x + 3y - 4z + 5 = 0, 2x + 2y + 2z - 7 = 0.$

6.3.2. $N(1; 3; 5)$ nuqtadan $2x + y + z - 1 = 0$, $3x + y + 2z - 3 = 0$ tekisliklarning kesishish chizig‘iga tushirilgan perpendikulyarning asosi topilsin.

6.3.3. $A(3; -2; 1)$, $B(6; 0; 5)$ nuqtalar berilgan. B nuqtadan o‘tib AB to‘g‘ri chiziqqa perpendikular bo‘lgan tekislik tenglamasi tuzilsin.

6.3.4. Quyidagi hollarning har birida tekisliklarning o‘zaro vaziyati aniqlansin:
1) $2x-4y+5z-21=0; x-3y+18=0;\ 6x+y+z-30=0;$
2) $x+2y-3z=0; 3x+6y-9z+10=0; 2x+4y-6z-1=0;$
3) $3x-y+2z+1=0,\ 7x+2y+z=0, 15x+8y-z-2=0;$
4) $5x-2y+4=0, 3x+z-5=0, 8x-2y+z+7=0;$
6.3.5. Koordinatalar boshidan va $2x+5y-6z+4=0,\ \ 3y+2z+$ $+6=0$ tekisliklarning kesishish chizig‘idan o‘tivchi tekislik tenglamasi tuzilsin.
6.3.6. Fazoda $M(-3;1;0)$ nuqtadan va $x+2y-z+4=0$, $3x-y+2z-1=0$ to ‘g‘ri chiziq orqali o‘tivchi tekislik tenglamasi tuzilsin.
6.3.7. $x+2y+3z-4=0, 3x+z-5=0$ tekisliklarning kesishishi chizig‘idan o‘tivchi va Oy, Oz o‘qlaridan teng kesmalar ajratuvchi tekislik tenglamasi tuzilsin.
6.3.8. $2x-z=0$, $x+y-z+5=0$ tekisliklarning kesishish chizig‘idan o‘tib, $7x-y+4z-3=0$ tekislikka perpendikular bo‘lgan tekislik tenglamasi tuzilsin.
6.3.9. Quyidagi: $x-y=0,\ \ x+y-2z+1=0,\ \ 2x+z-4=0$ tenglamalar bilan berilgan tekisliklarning kesishish nuqtasidan va
1) Ox o‘qi orqali o‘tadigan;
2) Oy o‘qi orqali o‘tadigan;
3) Oz o‘qi orqali o‘tadigan;
4) Oxy tekisligiga parallel;
5) Oxz tekisligiga parallel;
6) Oyz tekisligiga parallel;
7) koordinatalar boshidan va $M(2;1;7)$ nuqtadan o‘tadigan tekislik tenglamasi tuzilsin.
6.3.10. $x=3+5t$, $y=-1+t$, $z=4+t$ to‘g‘ri chiziqning $2x-2y+3z-5=0$ tekislikdagi proyeksiyasining tenglamasi tuzilsin.
6.3.11. $M(3;-2;4)$ nuqtadan $5x+3y-7z+1=0$ tekislikka tushirilgan perpendikulyar to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzilsin.
6.3.12. $M(1;2;-3)$ nuqtaning $6x-y+3z-41=0$ tekisllikka nisbatan simmetrik nuqtasi topilsin.
6.3.13. Koordinata boshidan ushbu $\frac{x+2}{4}=\frac{y-3}{5}=\frac{z-1}{-2}$ to‘g‘ri chiziqqa

perpendikulyar tekislik o‘tkazilsin.
6.3.14. $N(4; 3; 10)$ nuqtaga $x = 1 + 2t,\ \ y = 2 + 4t,\ \ z = 3 + 5t$ to‘g‘ri chiziqqa nisbatan simmetrik bo‘lgan nuqta topilsin.
6.3.15. $N(3; 2; 1)$ nuqtadan Ox, Oy va Oz o‘qlariga tushirilgan perpendikulyar tekislikning tenglamasi tuzilsin.
6.3.16. $M(-1; 0; 4)$ nuqtadan $x = 1 + t,\ y = 2t,\ z = 4 - t$ to‘g‘ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyar tekislikning tenglamasi tuzilsin.
6.3.17. Quyidagi har bir tekisliklarga nisbatan $Q(2; -1; 1)$ nuqta va koordinata boshi bir tomonda yoki har xil tomonda yotganligini aniqlang:
1) $5x - 3y + z - 18 = 0$;
2) $2x + 7y + 3z + 1 = 0$;
3) $x + 5y + 12z - 1 = 0$;
4) $2x - y + z + 11 = 0$.
6.3.18. $3x - 4y - 2z + 5 = 0$ tekislik $M_1(3; -2; 1)$ va $M_2(-2; 5; 2)$ nuqtalar bilan chegaralangan kesmani kesib o‘tishini isbotlang.
6.3.19. $5x - 2y + z - 1 = 0$ tekislik $M_1(1; 4; -3)$ va $M_2(2; 5; 0)$ nuqtalar bilan chegaralangan kesmani kesib o‘tmasligini isbotlang.
6.3.20. $x - 2y + z + 5 = 0$ tekislikka perpendikulyar bo‘lgan va
$$\begin{cases} 2x - y + 3z - 5 = 0 \\ x + 2y - z + 2 = 0 \end{cases}$$
to‘g‘ri chiziqdan o‘tivchi tekislik tenglamasini tuzing.
6.3.21. $x + 19y - 7z - 11 = 0$ tekislikka perpendikulyar bo‘lgan va
$$\begin{cases} 5x - y - 2z - 3 = 0 \\ 3x - 2y - 5z + 2 = 0 \end{cases}$$
to ‘g‘ri chiziqdan o‘tivchi tekislik tenglamasini tuzing.
6.3.22. $\begin{cases} 2x + y - z + 1 = 0 \\ x + y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$ to‘g‘ri chiziqdan o‘tivchi va
1) $M_1(2; 5; -3)$; 2) $M_2(3; -2; -2)$ nuqtalarni qanoatlantiruvchi tekislik tenglamasini tuzing.
6.3.23. $\begin{cases} 3x - y + 2z + 9 = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases}$ to‘g‘ri chiziqdan o‘tivchi va:
1) $M_1(4; -2; -3)$ nuqtani qanoatlantiruvchi;
2) Ox o‘qiga parallel bo‘lgan;
3) Oy o‘qiga parallel bo‘lgan;
4) Oz o‘qiga parallel bo‘lgan tekislik tenglamasini tuzing.
6.3.24. $M(-3; 1; 0)$ nuqtadan va $x + 2y - z + 4 = 0$, $3x - y + 2z -$

$-1 = 0$ to‘g‘ri chiziqdan o‘tivchi tekislik tenglamasi tuzilsin.
6.3.25. Oxy tekislikka perpendikulyar bo‘lgan va $x = t,\ y = -4 + t,$ $z = 3 - t$ va $x = 1 - 2t,\ y = -3 + t,\ z = 4 - 5t$ dan iborat to‘g‘ri chiziqlarni kesib o‘tadigan to‘g‘ri chiziq tenglamalari tuzilsin.
6.3.26. $M(0; 1; 1)$ nuqtadan o‘tib, $y + 1 = 0,\ x + 2z - 7 = 0$ to‘g‘ri chiziq bilan to‘g‘ri burchak hosil qilgan va $x - 1 = 0,\ z + 1 = 0$ to‘g‘ri chiziqni to‘g‘ri burchak ostida kesib o‘tadigan to‘g‘ri chiziq tenglamalari tuzilsin.
6.3.27. Koordinatalar boshidan va $M(1; 2; 3)$ nuqtadan o‘tib, $x - y +$ $+2z - 4 = 0$ tekislikka perpendikulyar tekislik tenglamasi tuzilsin.
6.3.28. $M_0(x_0;\ y_0; z_0)$ nuqtadan $Ax + By + Cz + D = 0$ tekislikka tushirilgan perpendikulyarning tenglamasi tuzilsin.
6.3.29. Quyidagi tekisliklarning koordinata o‘qlari bilan hosil bo‘lgan normal α, β va γ burchaklarini va koordinata boshigacha bo‘lgan p masofani toping:
1) $x + \sqrt{2}y + z - 10 = 0;$
2) $x - y - \sqrt{2}z + 16 = 0;$
3) $x + z - 6 = 0;$
4) $y - z + 2 = 0;$
5) $\sqrt{3}x + y + 10 = 0.$
6.3.30. Uchta tekislik berilgan:
$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$
$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$
$A_3x + B_3y + C_3z + D_3 = 0$
Ularning:
1) bitta umumiy nuqtaga ega bo‘lishi uchun;
2) bitta to‘g‘ri chiziqdan o‘tishi uchun;
3) juft-juft olganda parallel bo‘lishi uchun;
4) Prizma hosil qilishi uchun, ya’ni ikkita tekislikning kesishish chizig‘i uchinchi tekislikka parallel bo‘lishi uchun;
5) Ikkita tekislik o‘zaro parallel, uchinchi tekislik esa ularni kesib o‘tishi uchun qanday zarur va yetarli shartlar bajarilishi kerak?

SINOV TESTI

1. $A(x;0;0)$ nuqta $B(1;2;3)$ va $C(-1;3;4)$ nuqtalardan teng uzoqlikdaligi ma'lum bo‘lsa, x ni toping.
A) -1
B) -2
C) -3
D) 3

2. $M(1;-2)$ va $N(-2;-6)$ nuqtalar orasidagi masofaning yarmini toping.
A) 3,5
B) 5
C) 4,5
D) 2,5

3.Agar $A(1;0)$, $B(1;3)$ va $C(4;3)$ bo‘lsa ABCuchburchakning turi qanday bo‘ladi?
A) teng yonli
B) to‘g‘ri burchakli
C) teng yonli to‘g‘ri burchakli
D) teng tomonli

4. Uchlari $A(-3;2)$va $B(4;1)$nuqtalarda bo‘lgan ABkesma o‘rtasining koordinatalarini toping.
A) $(-0{,}5;1{,}5)$
B) $(1{,}5;-0{,}5$
C) $(1{,}5;0{,}5)$
D) $(0{,}5;-1{,}5)$

5. $ABCD$ parallelogram $C(5;8)$uchining koordinatalari, $O(4;5)$ esa parallelogram diagonallarining kesishish nuqtasi. Parallelogramm A uchining koordinatalarini toping.
A) $(2;3)$
B) $(3;2)$
C) $(1;4)$
D) $(4;1)$

6. Uchburchakning koordinatalari$A(1;2)$, $B(3;4$ va $C(5;-1)$nuqtalarda joylashgan. Shu uchburchak medianalarining kesishgan nuqtasi koordinatalarini toping.
A) $(2;3)$
B) $(3;2)$
C) $(3;3)$
D) $(3;5/3)$

7. Uchlari $A(4;5;1)$, $B(2;3;0)$ va $C(2;1;-1)$ nuqtalarda joylashgan uchburchakning BD medianasi uzunligini toping.
A) 1
B) 2
C) 10
D) 3

8. $\vec{a}(2;-5)$ vektorning $\vec{\imath}$ va $\vec{\jmath}$ ortlar bo‘yicha yoyilmasi to‘g‘ri ko‘rsatilgan javobni toping.
A) $\vec{a}=2\vec{\imath}-5\vec{\jmath}$
B) $\vec{a}=-5\vec{\imath}+2\vec{\jmath}$
C) $\vec{a}=-2\vec{\imath}+5\vec{\jmath}$
D) $\vec{a}=5\vec{\imath}-2\vec{\jmath}$

9. $\vec{a}(0;-4)$ va $\vec{b}(-2;2)$ vektorlar berilgan. Agar $\vec{b}=3\vec{a}-\vec{c}$ bo‘lsa, $\vec{c}$ vektorning koordinatalarini toping.

A) $(2; -14)$
B) $(3; -6)$
C) $(-2; 10)$
D) $(-2; -10)$
10. $\vec{a}(1; -2; 3)$ vektorning oxiri $B(2; 0; 4)$ nuqta bo‘lsa, bu vektorning boshini toping.
A) $(1; 2; 1)$
B) $(-1; 2; 1)$
C) $(1; -2; 1)$
D) $(1; 2; -1)$
11. $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ va $\vec{b} = 2\vec{j}$ bo‘lsa, $\vec{p} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ vektorlarning koordinatalarini ko‘rsating.
A) $(-4; 12)$
B) $(-4; 0)$
C) $(4; 0)$
D) $(2; -6)$
12. To‘rtburchakning uchi $M(2; 4)$, $N(-4; 0)$ va $P(2; -2)$ uchlari berilgan. Agar $\overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{QP}$ bo‘lsa, Q uchining koordinatalarini toping.
A) $(-7; 1)$
B) $(3{,}5; -3)$
C) $(-7; -1)$
D) $(7; 1)$
13. $\vec{m}(-1; 2)$, $\vec{p}(4; -2)$, va $\vec{n}(2; -3)$ vektorlar berilgan. $\vec{a} = \vec{m} + 2\vec{n}$ vektorni $\vec{m}$ va $\vec{p}$ vektorlar orqali ifodalang.
A) $-\frac{5}{3}\vec{m} + \frac{1}{3}\vec{p}$
B) $-\vec{m} + 2\vec{p}$
C) $3\vec{m} - 4\vec{p}$
D) $2\vec{m} + \vec{p}$
14. Agar $A(-5; 2; 8)$ nuqta va $\overrightarrow{AB}(-3; 4; 1), \overrightarrow{BD}(-2; 4; 1)$ vektorlar berilgan bo‘lsa, $ABCD$ parallelogram C uchining koordinatalari yig‘indisini toping.
A) 8
B) 10
C) 11
D) 12
15. $\vec{a}(1; 4/3)$ vektor berilgan. $3\vec{a}$ vektorning modulini toping.
A) 4,5
B) 3,5
C) 5
D) 5,5
16. $\vec{a}(1; 2; 3)$ va $\vec{b}(4; -2; 9)$ bo‘lsa, $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ vektorning uzunligini toping.
A) 5,5
B) 4
C) 13
D) 8
17. $\vec{a}(-2; 6; 3)$ vektorga yo‘nalishdosh bo‘lgan birlik vektorning koordinatalarini toping.
A) $\left(\frac{2}{7}; \frac{6}{7}; \frac{3}{7}\right)$
B) $(-1; -3; -1)$
C) $\left(-\frac{1}{3}; 1; \frac{1}{2}\right)$
D) $\left(-\frac{2}{7}; \frac{6}{7}; \frac{3}{7}\right)$
18. $\vec{a}(3; 1)$ va $\vec{b}(1; 3)$vektorlarga qurilgan parallelogram diagonallarining uzunliklari yig‘indisini toping.
A) $2\sqrt{2}$

B) 6
C) $6\sqrt{2}$
D) 8
19. $|\vec{a}|=\sqrt{137}$, $|\vec{a}+\vec{b}|=20$ va $|\vec{a}-\vec{b}|=18$ bo‘lsa, $|\vec{b}|$ ni toping.
A) $11\sqrt{6}$
B) 15
C) 12
D) 8
20. $\vec{a}(4;-12;z)$ vektorning moduli 13 ga teng bo‘lsa, z ning qiymatini toping.
A) 3
B) 4
C) -3
D) ± 3
21.Absissa o‘qiga nisbatan $M(-3;5)$ nuqtaga simmetrik bo‘lgan nuqtani toping.
A)$(-3;-5)$
B)$(3;5)$
C)$(3;-5)$
D)$(-3;5)$
22. Uchlari $A(2;4)$, $B(-3;-2)$, $C(-3;4)$ va $D(2;-2)$ nuqtalarda bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchakni perimetrini toping.
A) 12
B) 25
C) 42
D) 24
23.Ordinata o‘qiga nisbatan $M(-4;-9)$ nuqtaga simmetrik bo‘lgan nuqtani toping.
A)$(4;9)$
B)$(4;-9)$
C)$(-4;-9)$
D)$(-4;9)$
24. Uchlari $A(1;1)$, $B(-2;1)$ va $C(1;7)$nuqtalarda bo‘lgan uchburchakning yuzini toping.
A) 9
B) 18
C) 8
D) 5
25. $ABCD$ parallelogrammda $A(1;3)$ va $C(-5;7)$bo‘lsa, uning digonallar kesishgan nuqtasi koordinatasini toping.
A)$(5;2)$
B)$(-4;3)$
C)$(-2;5)$
D)$(2;1)$
26. $ABCD$ rombda $B(4;3)$uchi va $O(2;1)$diagonallar kesishgan nuqtasi koordinatasi bo‘lsa, uning $C(x;y)$ uchi koordinatasini toping.
A)$(1;2)$
B)$(0;-1)$
C)$(2;2)$
D)$(1;3)$
27. Agar $|\vec{a}|=4$, $|\vec{b}|=5$ va $\varphi=30^0$ bo‘lsa, $|\vec{a}\vec{b}|=$?
A) 20
B) 10
C) $10\sqrt{3}$
D) 41
28. Koordinatalari bilan berilgan $\vec{a}(2;-3;1)$, $\vec{b}(1;0;4)$ va

$\vec{c}(5;-2;0)$ vektorlarning aralash ko‘paytmasi $|\vec{a}\vec{b}\vec{c}|$ hisoblansin.

A) 0 B) 23

C) -46 D) -23

29. m parametrning qanday qiymatlarida $\vec{a}(2;0;1)$, $\vec{a}(1;1;m)$, va $\vec{c}(-1;3m;1)$ vektorlar komplanar bo‘ladi?

A) 1 va $-0{,}5$

B) 1 va -1

C) $0{,}5$ va 1

D) $0{,}5$ va -1

30. $\vec{a}(2;4;1)$ va $\vec{b}(-1;1;3)$ vektorlarning vektor ko‘paytmasini toping.

A)$(11;-7;6)$

B)$(11;3;8)$

C)$(13;7;6)$

D)$(14;7;1)$

31. $\vec{a}(-2;1;3)$ va $\vec{b}(0;1;2)$ vektorlarning vektor ko‘paytmasini toping.

A)$(3;7;6)$

B)$(11;3;8)$

C)$(1;4;-2)$

D)$(14;7;1)$

32. $\vec{a}(1;2;1)$ va $\vec{b}(1;-1;3)$ vektorlarning vektor ko‘paytmasini toping.

A)$(1;-7;6)$

B)$(7;2;3)$

C)$(3;7;6)$

D)$(4;7;1)$

33. $\vec{a}(1;0;4)$ va $\vec{b}(3;-2;4)$ vektorlarning skalyar ko‘paytmasini toping.

A) 19

B) 15

C)$(13;7;6)$

D)$(14;7;1)$

34. $\vec{a}(3;-1;2)$ va $\vec{b}(3;1;0)$ vektorlarning skalyar ko‘paytmasini toping.

A) 19 B) 8

C) 5 D) 6

35. $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ x-y=0 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini yeching.

A)$(3;2)$

B)$(1;-1)$

C)$(1;1)$

D)$(3;3)$

36. $\begin{cases} 2x+y=4 \\ x-2y=7 \end{cases}$ tenglamalar sistemasini yeching.

A)$(3;-2)$

B)$(7;-1)$

C)$(1;1)$

D)$(3;3)$

37. $\vec{a}=8\vec{i}+\vec{j}-4\vec{k}$ va $\vec{b}=-\vec{i}-2\vec{k}$ vektorlar orasidagi burchakni aniqlang.

A) 90^0 B) 30^0

C) 0^0 D) 60^0

38. $\vec{a}(1;2)$ va $\vec{b}(2;1)$ vektorlar orasidagi burchak sinusini toping.

A) $1/5$ B) $3/5$

C) $4/7$ D) $2/3$

39. $\vec{a}(1;6;-4)$, $\vec{b}(-3;2;7)$ va $\vec{c}(-5;-6;2)$vektorlar berilgan bo‘lsa $[\vec{a}\,\vec{b}]\vec{c}$ aralash ko‘paytmani toping.

A) -240 B) 240

C) 244 D) 144

40. $\vec{a}$(1;6;-4) , $\vec{b}$(-3;2;7) va c(-5;-6;2) vektorlar berilgan bo‘lsa $[\vec{a}\,\vec{c}]\vec{b}$ aralash ko’paytmani toping.

A) 156 B) 240

C) -240 D) 144

41. $M(5;-2)$ nuqta yotgan to‘g‘ri chiziq tenglamasini ko‘rsating.

A)$-x-y-1=0$

B)$-x+y+4=0$

C) $x+y-3=0$

D)$-x-y+4=0$

42. $2x+y-5=0$ to‘g‘ri chiziqqa parallel $M(0;1)$ nuqtadan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini toping.

A)$2x+y-1=0$

B)$-2x+y+1=0$

C) $x-y-6=0$

D)$5x+y=0$

43. $M_1(1;1)$, $M_2(2;2)$ va $M_3(-1;2)$ nuqtalarning qaysi biri $x-y=0$ to‘g‘ri chiziqqa tegishli?

A) M_1 B) M_1 va M_2

C) M_3 D) M_2

44. a ning qanday qiymatida $A(2;1)$, $B(3;-2)$ va $C(0;a)$ nuqtalar bitta to‘g‘ri chiziqda yotadi.

A) 5 B) 6

C) 7 D) 4

45. Qaysi tenglama $M(-3;1)$ va $N(0;7)$ nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziqni ifodalaydi?

A) $y+1=2(x-3)$

B) $y-1=2(x+3)$

C) $2x-y+7=0$

D) $y=2x-7$

46. $y=2x-3$ va $y=-3x+5$ to‘g‘ri chiziqlar orasidagi burchakni toping.

A) 90^0 B) 60^0

C) 45^0 D) 30^0

47. $3x+\alpha y+5=0$ va $\alpha x+12y-1=0$ to‘g‘ri chiziqlar αparametrning qanday qiymatlarida parallel bo‘ladi?

A) ±3 B) ±4

C) ±6 D) ±6

48. Oy o‘qidan 3 birlik kesma ajratuvchi va Ox o‘qi bilan 60^0 burchak tashkil qiluvchi to‘g‘ri chiziq tenglamasini toping.

A) $y=\sqrt{3}x+3$

B) $y=\frac{1}{2}x+3$

C) $y=x-3$

D) $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x+3$;

49. Tekislikdagi to‘g‘ri chiziqning umumiy $3x+5y+2=0$ tenglamasi bo‘yicha uning $\vec{n}(A;B)$ normal vektorini toping.

A) $\vec{n}(5;2)$

B) $\vec{n}(3;5)$

C) $\vec{n}(3;2)$

D) $\vec{n}(2;5)$

50.Tekislikdagi to‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsiyentli tenglamasini ko‘rsating.

A) $y=kx+b$

B) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

C) $Ax + By + C = 0$

D) $x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0$

51.Umumiy tenglamasi $2x - 3y - 4 = 0$ bo‘lgan to‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsientli tenglamasini toping.

A) $y = 2x + 3$

B) $y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$

C) $y = x - \frac{2}{3}$

D) $y = 3x + 1$

52. Umumiy tenglamasi $3x + 2y - 6 = 0$ bo‘lgan to‘g‘ri chiziqning kesmalardagi tenglamasini toping.

A) $y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$

B) $y = 2x - 3$

C) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$

D) $y = 3x - 3$

53. Umumiy tenglamasi $x - 2y - 4 = 0$ bo‘lgan to‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsientli tenglamasini toping.

A) $y = 2x + 1$

B) $y = \frac{1}{2}x - 2$

C) $y = x - \frac{2}{3}$

D) $y = 3x + 1$

54. $3x + 4y + 7z - 81 = 0$ tenglama bilan berilgan tekislikning normal vektorini aniqlang.

A) $\vec{n}(3; 4; -81)$

B) $\vec{n}(3; -4; -81)$

C) $\vec{n}(-3; -4; 81)$

D) $\vec{n}(3; 4; 7)$

55. $M_0(0; 4; -2)$ nuqtadan o‘tuvchi $\vec{a}(2; 5; 1)$ vektor yo‘nalishiga ega to‘g‘ri chiziq tenglamasi tuzilsin.

A) $\frac{x}{2} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+2}{1}$

B) $\frac{x-4}{2} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+2}{-1}$

C) $\frac{x}{-2} = \frac{y-4}{5} = \frac{z+2}{-1}$

D) $\frac{x}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+2}{-1}$

56. Umumiy $2x + 3y - 5z - 7 = 0$ tenglamasi bilan berilgan tekislikning kesmalardagi tenglamasini toping.

A) $\frac{x}{7/3} + \frac{y}{7/2} - \frac{z}{7/5} = 1$

B) $\frac{x}{7/2} + \frac{y}{7/3} - \frac{z}{7/5} = 1$

C) $\frac{x}{7/2} - \frac{y}{\frac{7}{3}} + \frac{z}{7/5} = 1$

D) $\frac{x}{7/5} - \frac{y}{7/2} + \frac{z}{7/3} = 1$

57. $M_1(1; 2; 3)$, $M_2(-1; 0; 0)$va $M_3(3; 0; 1)$ nuqtalardan o‘tuvchi tekislik tenglamasini toping.

A) $x + 5y - 4z + 1 = 0$

B) $x - y + 3z - 5 = 0$

C) $-x + y - 3z - 4 = 0$

D) $2x + 3y - z - 3 = 0$

58. $M_0(1; 2; 3)$nuqtadan $2x - 2y + z - 3 = 0$umumiy tenglama bilan ifodalanuvchi tekislikkacha bo‘lgan d masofani toping.

A) 1 B) 3

C) $1/3$ D) $2/3$

59. $kx - 2y + 5z + 10 = 0$ va $6x - (1 + k)y + 10z - 2 = 0$ tekisliklar k parametrning qanday qiymatida parallel bo‘ladi?

A) 3 B) -3

C) 2 D) -2

60. Ushbu $4x + 3y - 5z - 8 = 0$ va $4x + 3y - 5z - 12 = 0$ parallel tekisliklar orasidagi masofani toping.

A) 4 B) 20

C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2\sqrt{2}}{5}$

SINOV TESTI JAVOBLARI

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		C	D	C	A	B	D	A	A	A
1	A	C	B	A	D	C	C	D	C	B
2	D	A	D	B	A	C	B	B	C	A
3	A	C	B	A	B	C	A	A	B	A
4	B	C	A	B	C	C	C	D	A	B
5	A	B	C	B	D	A	B	A	D	A
6	D									

JAVOBLAR

1.2.1. 1) 5; 2) $\sqrt{34}$; 3) 13; 4) $\sqrt{2}$. **1.2.2.** 1) $\sqrt{137}$; 2) 5; 3) 11; 4) 1. **1.2.3.** $(2;4)$. **1.2.4.** $(3;3)$. **1.2.5.** $\left(\frac{65}{24};6\right)$. **1.2.6.** $(0;-10)$. **1.2.7.** $\left(0;\frac{13}{2}\right)$. **1.2.8.** $\left(-\frac{5}{3};0\right)$. **1.2.9.** $\left(\frac{89}{10};0\right)$. **1.2.10.** $(5;3)$. **1.2.11.** ABC uchburchak to‘g‘ri burchakli. **1.2.12.** $(7;0)$; $(-17;0)$; $\left(0{,}9;10\sqrt{2}\right)$; $\left(0{,}9;-10\sqrt{2}\right)$. **1.2.13.** $\left(0;11+4\sqrt{6}\right)$ va $\left(0;11-4\sqrt{6}\right)$. **1.2.14.** 5. **1.2.15.** $(2;2)$; $(12;-12)$; $(6;-6)$; $(-4;4)$. **1.2.16.** $M(-5;4)$. **1.2.17.** Markazi $(-1;-2)$ nuqtada, radiusi $r=5$ ga teng. **1.2.18.** $B(2;5)$; $D(16;3)$. **1.2.19.** $M(2;10)$. **1.2.20.** $M_1(1;-1), r_1=1$; $M_2(-5;-5)$, $r_2=5$. **1.2.21.** $M_1\left(4+\sqrt{6};4+\sqrt{6}\right)$, $r_1=4+\sqrt{6}$; $M_2\left(4-\sqrt{6};4-\sqrt{6}\right)$, $r_2=4-\sqrt{6}$. **1.2.22.** 5. **1.2.23.** $\sqrt{29}$. **1.2.24.** $5+2\sqrt{10}+5\sqrt{5}$. **1.2.25.** $(-5;2)$. **1.2.27.** $(3;5)$; $(4;2)$; $(5;-1)$. **1.2.28.** $(4;-4)$; $(2;5)$. **1.2.29.** 8. **1.2.30.** 13. **1.3.1.** $(0;2)$. **1.3.2.** $(1;-1)$. **1.3.3.** $(3;-3)$. **1.3.4.** $(-2;2)$. **1.3.5.** $(1;3)$. **1.3.6.** $(-1;4)$; $(0;0)$, $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **1.3.7.** $\left(\frac{11}{5};0\right)$ va $(0;-11)$. **1.3.8.** $x=\frac{1}{3}(x_1+x_2+x_3)$; $y=\frac{1}{3}(y_1+y_2+y_3)$. **1.3.9.** $(-3;3)$; $(7;5)$; $(-3;-3)$. **1.3.10.** $(4;1)$; $(1;4)$; $(4;4)$. **1.3.11.** $B(0;-7)$. **1.3.12.** $N(6;9)$. **1.3.13.** $B(12;-4)$. **1.3.14.** $C(10;9)$; $D(4;-4)$. **1.3.15.** 4. **1.3.16.** $M(12;-11)$ **1.3.17.** $D(8;-18)$. **1.3.18.** $C(0;-1)$; $D(4;-4)$. **1.3.19.** $\left(0;\frac{19}{3}\right)$; $\left(-3;\frac{26}{3}\right)$. **1.3.20.** $A(3;-1)$; $B(0;8)$. **1.3.21.** $A(-5;3)$; $B(4;3)$. **1.3.22.** $B\left(-5;\frac{16}{3}\right)$. **1.3.23.** $C(1;-4)$. **1.3.24.** $C(-9;7)$. **1.3.25.** $A(160;-131)$; $B(-225;184)$. **1.3.26.** $\frac{\sqrt{157}}{2}$. **1.3.27.** $\left(-5;-\frac{19}{4}\right)$; $\left(-3;-\frac{13}{4}\right)$. **1.3.28.** $\left(\frac{7}{13};-\frac{4}{13}\right)$; $\left(\frac{13}{33};\frac{292}{165}\right)$. **1.3.29.** $\frac{10\sqrt{2}}{3}$. **1.3.30.** $D(11;7)$. **2.1.1.** $\overrightarrow{AB}(7;-3)$. **2.1.2.** $\overrightarrow{CD}(8;-10;5)$ va $\overrightarrow{DC}(-8;10;-5)$. **2.1.3.** $\overrightarrow{AB}(-12;-2;7)$; $\overrightarrow{BA}(12;2;-7)$. **2.1.4.** $B(14;-15)$. **2.1.5.** $B(-5;8;-1)$. **2.1.6.** $B(7;-1;4)$. **2.1.7.** $A(9;-8)$. **2.1.8.** $A(-8;6;1)$. **2.1.9.** $A(0;-10;7)$. **2.1.10.** $\left(-\frac{4}{5};\frac{3}{5}\right)$. **2.1.11.** $\left(-\frac{4}{5};-\frac{3}{5}\right)$. **2.1.12.** $\left(-\frac{9}{16};\frac{12}{16}\right)$. **2.1.13.** $\vec{a}^0\left(\frac{6}{7};-\frac{2}{7};-\frac{3}{7}\right)$. **2.1.14.** $\left(-\frac{4}{13};\frac{3}{13};\frac{12}{13}\right)$. **2.1.15.** $\left(\frac{2}{11};-\frac{6}{11};-\frac{9}{11}\right)$. **2.1.16.** $\left(-\frac{3}{13};-\frac{4}{13};\frac{12}{13}\right)$. **2.1.17.** $\left(\frac{1}{17};-\frac{12}{17};\frac{12}{17}\right)$. **2.1.18.** $\left(-\frac{2}{15};\frac{10}{15};\frac{11}{15}\right)$.

2.1.19.$\{0{,}6;-0{,}8\};\{-0{,}6;0{,}8\}$. **2.1.20.**$\left(-\frac{9}{\sqrt{82}};\frac{1}{\sqrt{82}}\right)$; $\left(\frac{9}{\sqrt{82}};\frac{1}{\sqrt{82}}\right)$. **2.1.21.**$\left(\frac{11}{\sqrt{179}};-\frac{7}{\sqrt{179}};\frac{3}{\sqrt{179}}\right)$; $\left(-\frac{11}{\sqrt{179}};\frac{7}{\sqrt{179}};-\frac{3}{\sqrt{179}}\right)$. **2.1.22.** $\left(\frac{8}{9};\frac{4}{9};\frac{1}{9}\right)$. **2.1.23.** $\left(\frac{9}{11};-\frac{2}{11};\frac{6}{11}\right)$. **2.1.24.** $\left(-\frac{10}{15};-\frac{2}{15};\frac{11}{15}\right)$. **2.1.25.** $\left(\frac{9}{\sqrt{34}};-\frac{15}{\sqrt{34}}\right)$. **2.1.26.** $\left(-\frac{10}{\sqrt{29}};\frac{20}{\sqrt{29}};-\frac{15}{\sqrt{29}}\right)$. **2.1.27.** $\left(\frac{24}{\sqrt{37}};-\frac{4}{\sqrt{37}}\right)$. **2.1.28.** $\left(\frac{36}{\sqrt{46}};-\frac{6}{\sqrt{46}};-\frac{18}{\sqrt{46}}\right)$. **2.1.29*.**$\left(\frac{3}{\sqrt{130}};\frac{11}{\sqrt{130}}\right)$. **2.1.30*.** $\left(-\frac{2}{\sqrt{6}};-\frac{1}{\sqrt{6}};-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$. **2.2.3.** 1) $\{21;0\}$; 2) $\{18;-15\}$; 3) $\{-36;9\}$; 4) $\{1;-2\}$; 5) $\{39;6\}$; 6) $\{10;-13\}$. **2.2.4.** 1) $\{2;-7\}$; 2) $\{-10;-\}$; 3) $\{-8;2\}$; 4) $\{-3;4\}$; 5)$\{10;-22\}$; 6) $\left\{-7;8\frac{1}{4}\right\}$. **2.2.5.** 1)$\{42;-6\}$; 2)$\{-10;-10\}$; 3)$\{-16;8\}$; 4)$\{-3;-1\}$; 5)$\{-42;6\}$; 6) $\{22;-5\}$. **2.2.6.** 1) $\{2;-7;16\}$; 2) $\{-2;9;-22\}$; 3) $\{8;-12;16\}$; 4) $\left\{0;\frac{4}{3};-4\right\}$; 5) $\{-8;10;-10\}$; 6) $\left\{-1;\frac{15}{2};-20\right\}$. **2.2.7.** 1) $\{-11;33;-12\}$; 2) $\{7;-13;-12\}$; 3) $\{2;-10;12\}$; 4) $\left\{\frac{4}{3};-3;-1\right\}$; 5) $\{11;-33;12\}$; 6) $\left(-8\frac{1}{4};19\frac{1}{4};\frac{9}{2}\right)$. **2.2.8.** 1) $\{7;1;9\}$; 2) $\{7;-9;17\}$; 3) $\{-12;4;-20\}$; 4) $\{-1;2;-3\}$;5) $\{1;13;-9\}$; 6) $\left\{-1;3\frac{2}{3};-4\frac{1}{3}\right\}$. **2.2.9.** 1) $\{7;-5;18\}$; 2) $\{5;-3;6\}$; 3) $\{6;-4;12\}$; 4) $\left\{1;-\frac{1}{2};0\right\}$; 5) $\{0;-1;12\}$; 6) $\left\{3;-\frac{5}{3};2\right\}$. **2.2.10.** 1) $\{-30;21\}$; 2) $\{114;-38\}$. **2.2.11.** 1) $\{21;2\}$; 2) $\{45;-10\}$. **2.2.12.**1) $\{-58;-39\}$;2) $\{19;27\}$. **2.2.13.** 1) $\{3;22;-3\}$; 2) $\{19;39;30\}$. **2.2.14.** 1) $\{-9;6;17\}$; 2) $\{-14;5;15\}$. **2.2.15.** 1) $\{-5;-3;-25\}$; 2) $\{25;12;13\}$. **2.2.16.** $\vec{a}+\vec{b}=\{4;3\}$; $\vec{a}-\vec{b}=\{0;5\}$. **2.2.17.** $\vec{a}+\vec{b}=\{-6;8\}$; $\vec{a}-\vec{b}=\{2;-2\}$. **2.2.18.** $\vec{a}+\vec{b}=\{12;9\}$; $\vec{a}-\vec{b}=\{4;3\}$. **2.2.19.** $\vec{a}+\vec{b}=\{2;-4;4\}$; $\vec{a}-\vec{b}=$ $=\{4;-6;12\}$. **2.2.20.** $\vec{a}+\vec{b}=\{-2;6;9\}$; $\vec{a}-\vec{b}=\{-4;-8;-1\}$. **2.2.21.** $2\vec{a}-5\vec{b}=\{-1;-9;-16\}$; **2.2.22.** $\overrightarrow{AM}(3;4;-3)$; $\overrightarrow{BN}(0;-5;3)$; $\overrightarrow{CP}(-3;1;0)$. **2.2.23.** $\overrightarrow{AD}=\frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{2}$. **2.2.24.** 0. **2.2.25.** $\overrightarrow{BC}=p+q;\overrightarrow{CD}=-q;\overrightarrow{DE}=-p;\ \overrightarrow{EF}=-p-q$. **2.2.26.** Uchburchak medianalarining kesishish nuqtasi. **2.3.1.** $\vec{d}=-48\vec{\imath}+45\vec{\jmath}-36\vec{k}$. **2.3.2.** $\vec{a}=2\vec{p}+5\vec{q}$. **2.3.3.** $\vec{a}=-2\vec{p}+\vec{q}$. **2.3.4.** $\vec{a}=3\vec{p}-2\vec{q}$. **2.3.5.**

$\vec{a} = 2\vec{b} + \vec{c}$; $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$. **2.3.6.** $\vec{c} = 2\vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}$. **2.3.7.** $\vec{p} = \frac{\vec{c}+3\vec{q}-\vec{r}}{2}$. **2.3.8.** $\vec{q} = \frac{2}{3}\vec{p} - \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{5}{3}\vec{r}$. **2.3.9.** $\vec{r} = -2\vec{p} + 3\vec{q} + \vec{c}$. **2.3.10.** $\vec{c} = \frac{41}{7}\vec{p} + + \frac{5}{14}\vec{q} + \frac{13}{14}\vec{r}$. **2.3.11.** $\vec{p} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$. **2.3.12.** $\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$; $\vec{c} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{d}$; $\vec{b} = \frac{2\vec{a}+\vec{c}-\vec{d}}{3}$; $\vec{a} = \frac{3\vec{b}-\vec{c}+\vec{d}}{2}$. **2.3.13.** Qarama-qarshi yo‘nalgan, 3 marta uzun. **2.3.14.** $\alpha = 4$; $\beta = -1$. **2.3.15.** $\alpha = -3$; $\beta = -\frac{2}{3}$. **2.3.16.** $\vec{a}$ va $\vec{b}$; $\vec{c}$ va $\vec{d}$. **2.3.17.** $\lambda = \frac{(n+1)(n-3)}{n(n-1)}$; $\mu = \frac{(n-2)(n-1)}{n(n+1)}$. **2.3.18.** $\frac{-2(2n^2-n+1)}{n^2+n+1}$. **2.3.19.** 1)$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$; 2)$\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$; 3)$\vec{c} = -\frac{3}{2}\vec{a}$. **2.3.20.** 1)$\vec{a} = 2\vec{b} + \vec{c}$; 2)$\vec{a} = \vec{b} - 3\vec{c}$; 3)$\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b}$. **2.3.21.** 1)$\vec{b} = \vec{a} + 2\vec{c}$; 2)$\vec{b} = \vec{c} - 3\vec{c}$; 3)$\vec{b} = \vec{a} - \vec{c}$. **2.3.22.** 1)$\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$; 2)$\vec{d} = 5\vec{a} + +4\vec{b}$; 3) $\vec{d} = 4\vec{a} - \vec{c}$. **2.3.23.** 1) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorlar chiziqli bog‘liq emas; 2) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorlar chiziqli bog‘liq $\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$ 3) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorlar chiziqli bog‘liq, lekin $\vec{c}$ vektorni $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning chiziqli kombinatsiyalari ko‘rinishida tasvirlab bo‘lmaydi. **2.3.25.** $m = \pm 2$. **2.3.26.** $\frac{-2(2n^2-n+1)}{n^2+n+1}$. **2.3.27.** $\lambda = \frac{(n+1)(1-n)}{n(2n-5)}$. **2.3.28.** $x = \frac{n+5}{2}\vec{e}_1 + + \frac{n-5}{2}\vec{e}_2 + \frac{n-3}{2}\vec{e}_3$. **2.3.29.** $-3\vec{a} + 4\vec{b} + \vec{c} = 0$.

3.1.1. $|\vec{b}| = 10$. **3.1.2.** $|\vec{d}| = 7$. **3.1.3.** $|\vec{a}| = 11$. **3.1.4.** $|\vec{c}| = 13$. **3.1.5.** $|\vec{d}| = 17$. **3.1.6.** $\cos\alpha = \frac{12}{15}$; $\cos\beta = -\frac{9}{15}$. **3.1.7.** $\cos\alpha = -\frac{10}{15}$; $\cos\beta = \frac{2}{15}$; $\cos\gamma = \frac{11}{15}$. **3.1.8.** $\cos\alpha = \frac{12}{25}$; $\cos\beta = -\frac{15}{25}$; $\cos\gamma = \frac{16}{25}$. **3.1.9.** $\cos\alpha = \frac{1}{17}$; $\cos\beta = -\frac{12}{17}$; $\cos\gamma = \frac{12}{17}$. **3.1.10.** $\cos\alpha = \frac{3}{7}$; $\cos\beta = -\frac{6}{7}$;$\cos\gamma = \frac{2}{7}$. **3.1.11.** $\cos\alpha = \frac{12}{25}$; $\cos\beta = -\frac{15}{25}$; $\cos\gamma = -\frac{16}{25}$. **3.1.12.** $\cos\alpha = \frac{8}{10}$; $\cos\beta = -\frac{6}{10}$; $|\overrightarrow{AB}|$=10. **3.1.13.** $\cos\alpha = -\frac{12}{13}$; $\cos\beta = \frac{12}{13}$; $\cos\gamma = -\frac{1}{13}$; $|\overrightarrow{CD}| = 13$. **3.1.14.** $\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{33}}$; $\cos\beta = -\frac{2}{\sqrt{33}}$; $\cos\gamma = \frac{5}{\sqrt{33}}$; $|\overrightarrow{MN}|$=$\sqrt{33}$. **3.1.15.** $K(2; 3; 18)$. **3.1.16.** $D(-10; 3; 1)$. **3.1.17.** $\vec{a}(-\sqrt{3}, -\sqrt{3}, -\sqrt{3})$; $\vec{a}(\sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3})$. **3.1.18.** $\vec{a}(-\frac{17}{\sqrt{3}}, -\frac{17}{\sqrt{3}}, -\frac{17}{\sqrt{3}})$; $\vec{a}(\frac{17}{\sqrt{3}}, \frac{17}{\sqrt{3}}, \frac{17}{\sqrt{3}})$. **3.1.19.** $\left(\frac{3}{\sqrt{130}}; \frac{11}{\sqrt{130}}\right)$. **3.1.20.** 60^0, 120^0. **3.1.21.** 120^0, 60^0. **3.1.22.** $z = \pm 3$. **3.1.23.** $y = \pm 12$. **3.1.24.** $B(9; 5; 11)$, $B(9; 5; -1)$. **3.1.25.** $A(7; 6; -6)$ yoki $A(-17; 6; -6)$.

3.1.26. $B(8;1;9)$ yoki $B(8;-5;9)$. **3.1.27.** 1) bo‘lmaydi, 2) bo‘ladi, 3) bo‘lmaydi. **3.1.28.** 1) bo‘ladi, 2) bo‘lmaydi, 3) bo‘ladi. **3.1.29.** $\overrightarrow{AB}(n+3;-4;3n-5)$.**3.1.30.**$\overrightarrow{CD}(3;-6;-1)$.**3.2.1.**$5\vec{a}-2\vec{b}=22\vec{\imath}-$ $-13\vec{\jmath}+20\vec{k}$. **3.2.2.** $\vec{c}=-6\vec{\imath}+8\vec{\jmath}+8\vec{k}$. **3.2.3.** $\vec{d}=18\vec{\imath}-28\vec{\jmath}+23\vec{k}$. **3.2.4.** $\vec{d}=-31\vec{\imath}-8\vec{\jmath}--36\vec{k}$. **3.2.5.** $N(4;1;1)$. **3.2.6.** $M(-1;2;3)$. **3.2.7.** 60^0; 120^0. **3.2.8.** $pr_{\vec{x}}\vec{a}=\sqrt{2}$, $pr_{\vec{y}}\vec{a}=1$, $pr_{\vec{z}}\vec{a}=-1$. **3.2.9.** $\vec{a}(1;-1)$. **3.2.11.** $D(1;-2)$. **3.2.12.** $D(1;-1)$. **3.2.13.** $B(-5;-2)$. **3.2.14** $D=A+C-B$. **3.2.15.** $n\vec{a}(n^2-2n;\ n^2+3n;\ n^2-n)$, $\vec{a}+\vec{b}=\{2n-2;2n-1;2n+1\}$, $\vec{a}-\vec{b}=\{-2;7;-3\}$, $3\vec{a}+n\vec{b}=$ $=\{n^2+3n--6;\ n^2-n-9;n^2+5n-3\}$. **3.2.16.** $(9;4;8)$. **3.2.17.** $(4;2;5)$. **3.2.18.** $(2;-2;2)$. **3.2.19.**$(1;-2;3)$. **3.2.20.**$(2{,}5;6;-10)$. **3.2.21.** $m=2,\ n=4$. **3.2.22.** $k=12, l=-4$. **3.2.23.** $|5\vec{a}-3\vec{b}|>|2\vec{a}+3\vec{c}|$. **3.2.24.** $|4\vec{b}-\vec{c}|>|2\vec{a}+3\vec{c}|$. **3.2.25.**$|6\vec{b}-3\vec{c}|>|2\vec{a}+5\vec{b}|$.**3.2.26.**$|3\vec{a}+2\vec{b}-4\vec{c}|<|2\vec{b}-3\vec{c}-$ $-\vec{a}|$. **3.2.27.** $|3\vec{a}+5\vec{b}-4\vec{c}|<|2\vec{b}-3\vec{c}-\vec{a}|$. **3.2.28.** $C\left(\frac{2n^2-5}{2n+1};\frac{2n^2+n+9}{2n+1};\frac{2n^2+2n-1}{2n+1}\right)$. **3.2.29.** $\left(3;\frac{2}{3};2\right)$. **3.2.30.** $\left(\frac{11}{7};4;-4\right)$. **4.1.1.** 1) 0 ; 2) -48; 3) -9. **4.1.2.** 1) 31; 2) -14; 3) -28; 4) 63; 5) 76. **4.1.3.** 1) 90^0; 2) 135^0; 3) 180^0. **4.1.4.** 1)$\varphi=arccos\frac{1}{3}$; 2) 90^0. **4.1.5.**$\vec{a}\vec{b}=20$. **4.1.6.** $\vec{c}\vec{d}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$. **4.1.7.** $\vec{a}\vec{b}=18$. **4.1.8.** $\vec{c}\vec{d}=$ $=-21$. **4.1.9.** 1)-6; 2) 9; 3) 16; 4) 13; 5) 37; 6) 73; 7) 252; 8) 61. **4.1.10.** 1)-62; 2) 162; 3)-107; 4)-30; 5)-445. **4.1.11.** 1) 716; 2)-353; 3) -721. **4.1.12.** 1) $(21;42;21)$; 2) 280; 3) $(115;242;137)$. **4.1.13.** 1) 13; 2) 3; 3) $6\sqrt{3}$; 4) -188; 5) 452. **4.1.14.** $\frac{5}{21}$. **4.1.15.** $\vec{x}(6;4)$. **4.1.16.** $\vec{x}(2;-1)$. **4.1.17.** $\vec{x}(2;7;3)$. **4.1.18.** $\vec{x}\left(1;\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **4.1.19.** $(4;6;12)$. **4.1.20.** $\vec{x}(2;3;-2)$. **4.1.21.** $\vec{a}\vec{b}+\vec{b}\vec{c}+\vec{a}\vec{c}=\frac{3}{2}$. **4.1.22.** $\alpha=-6$. **4.1.23.** 1) 19; 2) 19; 3) 30; 4) 30; 5) 6. **4.1.24.** $\vec{a}\vec{b}+\vec{b}\vec{c}+$ $+\vec{a}\vec{c}==-13$. **4.1.25.** 10. **4.1.26.** $\pm\frac{3}{5}$. **4.1.27.** $|\vec{a}|=|\vec{b}|$. **4.1.28.** $arccos\frac{2}{\sqrt{7}}$. **4.1.29.** 45^0. **4.1.30**. $arccos\frac{4}{9}$. **4.2.1.** 1) 26; 2) 0; 3) 3; 4)-17; 5) 1; 6) 3. **4.2.2.** 1)-3; 2)100; 3)-4; 4) 0 va 1; 5) -3 va 2. **4.2.3.** 1) $(2;-5)$; 2) $(-2;-3)$; 3) $(\cos\alpha;\sin\alpha)$. **4.2.4.** 1) $(3;2;-1)$; 2) $(1;-2;3)$; 3) $(2;4;1)$. **4.2.5.** $|[\vec{a}\vec{b}]|=15$. **4.2.6.** $|[\vec{a}\vec{b}]|=16$. **4.2.7.**

$\vec{a}\vec{b} = \pm 30$. **4.2.8.** 1) 24; 2) 60. **4.2.9.** 1) 3; 2) 27; 3) 300. **4.2.11.** 1) $(5; 1; 7)$; 2) $(10; 2; 14)$; 3) $(20; 4; 28)$. **4.2.12.** 1) $(6; -4; -6)$; 2) $(-12; 8; 12)$. **4.2.13.** 14. **4.2.14.** 5. **4.2.15.** $\sin\alpha = \frac{5\sqrt{17}}{21}$. **4.2.16.** 1) 0; 2) 0; 3) -28. **4.2.17.** 1) 0; 2) 0; 3) 0. **4.2.18.** 1) -240; 2) 240; 3) -240; 4) 372. **4.2.19.** 1) $(-7; 14; -7)$; 2) $(-27; -23; -7)$. **4.2.20.** 1) $(64; 32; -32)$; 2) $(-32; -16; 16)$; 3) $(-24; -12; 12)$. **4.2.21.** 1) $(6; -3; -3)$; 2) $(-12; -26; 8)$; 3) 0. **4.2.22.** $18\sqrt{2}$. **4.2.23.** 1) -7; 2) $(-44; 16; 12)$; 3) $(-7; 7; 7)$. **4.2.24.** 1) 1; 2) -1; 3) -1; 4) 1; 5) 0; 6) -2. **4.2.26.** $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = 24$. **4.2.27.** $\vec{a}\vec{b}\vec{c} = -7$. **4.2.28.** 1) $(-5; 10; -3)$; 2) $(-3; 3; 3)$; 3) $(-7; 2; 2)$; 4) $(-2; 13; -20)$; 5) $(-5; -5; -5)$; 6) $(-3; -18; 15)$; 7) 15; 8) -15; 9) 15; 10) $(-35; 145; -35)$; 11) $(-5; 40; -5)$; 12) 48; 13) -285; 14) $(0; 16; -16)$; 15) $(2; 3; 4)$. **4.2.29.** 1) 25; 2) 25; 3) $(-15; -13; 24)$; 4) $(-10; -30; 15)$; 5) -156; 6) 2210. **5.1.1.** 1) $y = -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$; 2) $y = -\frac{5}{7}x + \frac{8}{7}$. **5.1.3.** $y = -5x + {}$ $+13$. **5.1.5.** 1) 5; 2) -7; 3) $\frac{21}{20}$; 4) $\frac{56}{33}$. **5.1.6.** $x - 3 = 0$, $y + 2 = 0$. **5.1.7.** $x + y + 1 = 0$. **5.1.8.** $3x + 4y - 16 = 0$; $5x + 3y - 1 = 0$; $2x - y - -7 = 0$. **5.1.9.** $91x - 26y - 2 = 0$. **5.1.11.** $\left(\frac{29}{18}; \frac{47}{54}\right)$. **5.1.12.** 45^0 va 135^0. **5.1.13.** $5x + y - 16 = 0$, $x - 5y + 2 = 0$. **5.1.14.** $72x - y = 0$, $12x + 71y = 0$. **5.1.15.** $M_1(4; 0)$, $M_1(-1; 5)$. **5.1.16.** 1) $m = -4$, $n \neq 2$ yoki $m = 4$, $n \neq -2$; 2) $m = -4, n = 2$ yoki $m = 4$, $n = -2$; 3) $m = 0$, n ixtiyoriy qiymatida. **5.1.17.** $x - 10 = 0$, $x + 4 = 0$. **5.1.18.** 135^0. **5.1.19.** $arctg\frac{1}{2}$. **5.1.20.** $x = -\sqrt{3}t$, $y = t$. **5.1.21.** $5x - 2y - 33 = 0$, $x + 4y - 11 = 0$, $7x + 6y + 33 = 0$. **5.1.22.** $A_1(1; 1)$, $B_1(2; 4)$, $A_2(5; -3)$, $B_2(4; -6)$. Ko'rsatma: izlangan to'g'ri chiziq vektorining koordinatalari topilsin. **5.1.26.** $(\sqrt{2} + 1)x + {}$ $+(\sqrt{2} - 1)y - 10 = 0$, $(\sqrt{2} - 1)x + (\sqrt{2} + 1)y + 10 = 0$, $x - y - {}$ $-10 = 0$; 2) $3x - 2y - 12 = 0$; $3x - 8y + 24 = 0$; 3) $x + 3y - {}$ $-30 = 0$, $3x + 4y - 60 = 0$, $3x - y - 30 = 0$, $x - 12y + 60 = 0$. **5.1.27.** $2x + 5y \pm 10 = 0$. **5.1.28.** $(2\sqrt{34} + 5\sqrt{5})x + (\sqrt{34} - {}$ $-3\sqrt{5})y - 7\sqrt{34} - \sqrt{5} = 0$. **5.1.29.** $3x + 4y - 2 = 0$, $4x + 3y - {}$ $-5 = 0$. **5.1.30.** -7; 2; $\frac{1}{3}$. **5.2.1.** M_1, M_3 va M_4 nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadi. Qolgan nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotmaydi. **5.2.2.**

$3;-3;0;-6$ va 12. **5.2.3.** $1;-2;4;-5$ va 7. **5.2.4.** 1) $-\frac{5}{3}$. 2) $\frac{3}{5}$. **5.2.5.** 1) $3x-7y-27=0$; 2) $x+9y+25=0$; 3) $2x-3y-13=0$; 4) $x-2=0$; 5) $y+3=0$. **5.2.6.** $3x-2y-13=0$. **5.2.7.** Berilgan nuqta berilgan to‘g‘ri chiziqda yotganligi uchun bunday to‘g ‘ri chiziq mavjud emas.**5.2.8.**$x-y=0, x-3y+13=0$. **5.2.9.**$x+y-7=0$. **5.2.10.** $A(2;-1)$, $B(-1;3)$, $C(2;4)$. **5.2.12.** 45^0, 90^0, 0^0, $arc\ tg\frac{16}{11}$. **5.2.13.**$x-5y+3=0$ yoki $5x+y-11=0$. **5.2.15.** $\frac{9}{8}$. **5.2.17.** 1) $M_1M_2 \parallel l$; 2) $M_1M_2 \parallel l$; 3) M_1 va M_2 nuqtalar l to‘g‘ri chiziqdan har xil tomonda; 4) l to‘g‘ri chiziq M_1M_2 kesmaning davomini M_1 nuqtadan keyin kesib o‘tadi; 5) l to‘g‘ri chiziq M_1M_2 kesmaning davomini M_2 nuqtadan keyin kesib o‘tadi. **5.2.18.** Berilgan to‘g‘ri chiziq CB va BA tomonlarni kesib o‘tadi, shu bilan birga CA tomonni A nuqtadan keyin kesib o‘tadi. **5.2.19.** $5x-2y=0$. **5.2.20.** $25x+$ $+29y-21=0$. **5.2.21.** $38x-19y+30=0$. **5.2.22.** $32x-9=0$, $32y-19=0$. **5.2.23.** $x+y-6=0$. **5.2.24.** $x-49y+20=0$. **5.2.25.** $91x-26y-2=0$. **5.2.26.** $3x+8y-9=0$. **5.2.27.** $5x+$ $+3y-15=0$. **5.2.28.** $x+y-6=0$. **5.2.29.** $x-2y-4=0$. **5.2.30.** $S=9$. **5.3.1.** 1) $\frac{5}{13}x+\frac{12}{13}y-\frac{7}{13}=0$; 2) $\frac{4}{5}x-\frac{3}{5}y+\frac{9}{5}=0$. **5.3.3.** $\frac{13}{5}$; $2;\frac{11}{5};\frac{12}{5};0$. **5.3.4.** $\frac{7}{\sqrt{10}};\frac{1}{\sqrt{10}}$. **5.3.7.** $5x+12y+64=0$, $5x+12y-$ $-66=0$. **5.3.8.** $7x-2y++57=0$, $7x-2y-49=0$. **5.3.9.** $\frac{1}{\sqrt{58}}$. **5.3.10.** $\left(-\frac{3}{10};0\right)$, $\left(0;\frac{9}{2}\right)$. **5.3.11.** $(5;5)$, $(-3;11)$, $(3;19)$ va $(11;13)$. **5.3.12.** $(-12;5)$. **5.3.13.** $x+4=0, 3x-4y++20=0$. **5.3.14.** $x+$ $+2y\pm 5=0$. **5.3.15.**$(3\pm\sqrt{3})x+4y=0$. **5.3.16.** $x+4y++1=0$, $13x+16y-23=0$. **5.3.17.** $x=3-4t, y=-5+2t$. **5.3.18.** $x=-6+7t$, $y=-4-3t$. **5.3.19.** $x=3+3t$, $y=5t$. **5.3.20.**$(2;0)$ va $(-1;7)$.**5.3.21.**$M_1(10;-5)$.**5.3.22.**$3x-4y+12=0$. **5.3.23.** $(2;-7)$. **5.3.24.** $M'(2;3)$. **5.3.25.** $2x-y+3=0$ to‘g‘ri chiziq M_1M_3 tomonga parallel va M_1M_2, M_3M_2 tomonlarning davomoni M_2 nuqtadan keyin kesib o‘tadi. **5.3.26.** $(8;1)$ va $\left(\frac{888}{49};\frac{465}{49}\right)$.**5.3.30.** $4x-$ $-3y-1=0$, $6x-8y+9=0$. **5.4.1.** $S=17$ kv birlik. **5.4.2.** $C_1(-1;4)$ yoki $C_2\left(\frac{25}{7};-\frac{36}{7}\right)$. **5.4.3.** $C_1(1;-1)$ yoki $C_2(-2;-10)$.

5.4.4. $C(2;4)$. **5.4.5.** $2x+7y+22=0$; $7x+2y-13=0$; $x-y+$ $-2=0$. **5.4.6.** M_1 va M_8 nuqtalar bir to‘g‘ri chiziqda yotadi. Qolgan nuqtalar bir to‘g‘ri chiziqda yotmaydi. M_2, M_4, M_5, M_6 nuqtalar to‘g‘ri chiziqdan bir tomonda, M_3, M_7 nuqtalar esa ikkinchi tomonda yotadi. **5.4.7.** $(1;-3)$, $(-2;5)$, $(5;-9)$, va $(8;-17)$. **5.4.8.** $3x+2y=0$, $2x-3y-13=0$. **5.4.9.** $(2;1)$, $(4;2)$, $(-1;7)$. **5.4.10.** $2x-5y+$ $+3=0$, $2x-5y-26=0$; $7x-3y-33=0$. **5.4.11.** $P(2;5)$. **5.4.12.** $4x+3y-11=0, x+y+2=0, 3x+2y-13=0$. **5.4.13.** $(3;4)$. **5.4.14.** $m=\frac{7}{12}$. **5.4.17.** $3x-4y+15=0$, $4x+3y-30=0$, $3x-4y-10=0$, $4x+3y-5=0$. **5.4.18.** A, B va C nuqtalar parallel to‘g‘ri chiziqlar orasidagi sohaga; D va F nuqtalar parallel to‘g‘ri chiziqlar hosil qilgan bir tashqi sohaga, E nuqta boshqa tashqi sohaga tegishli. **5.4.19.** A nuqta 2- tomonning 3-uchdan keyingi davomida yotadi. B nuqta 1-tomon, 2- va 3- tomonlarning mos ravishda 3- va 2- uchlaridan keyingi davomlari bilan chegaralangan sohada yotadi. C nuqta 3-tomon, 1- va 2- tomonlarning mos ravishda 2- va 1- uchlaridan keyingi davomlari bilan chegaralangan sohada yotadi. D nuqta 1- va 2- tomonlarni 3- uchdan keyingi davomlari bilan chegaralangan sohada yotadi. Bu natijalarni yasash usuli bilan tekshirib ko‘rish tavsiya etiladi. **5.4.20.** 1)$6x+1=0$, $2y-9=0$; 2)$64x+8y+11=0$, $14x-112y+41=0$; 3)$x=0$, $y=0$; 4) $(3+\sqrt{5})x++2(2+\sqrt{5})y=0$, $(3-\sqrt{5})x+2(2-\sqrt{5})y=0$. **5.4.21.** $(0;6)$, $(-1;\frac{13}{2})$. **5.4.22.** $4x+3y+3=0$, $y+1=0$. **5.4.23.** $3x-$ $-y+9=0$, $3x-y-3=0$, $x+3y+7=0$. **5.4.24.** $\left(\frac{5}{12},-\frac{5}{12}\right)$. **5.4.25.** $7x+y+18=0$. **5.4.26.** $y=0$; $y=2\sqrt{3}$; $y=\sqrt{3}x+5\sqrt{3}$; $y=-\sqrt{3}x+5\sqrt{3}$. **5.4.27.** 0,5. **5.4.28.** $\left(\frac{11}{7},2\right)$, $\left(-\frac{1}{7},0\right)$. **5.4.29.** $(19;0)$, $(21;5)$. **5.4.30.** $17x-7y+49=0$, $7x-3y+23=0$, $2x-y+$ $+7=0$ yoki $11x-7y+49=0$;$5x-3y+19=0$;$2x-y+7=0$. **6.1.1.** 1)$x+24y+14z-60=0$; 2) $5x-2y-9z+5=0$; 3) $x+24y-14z+29=0$; 4) $14x+31y-13z-21=0$; 5) $x+24y-14z+44=0$; 6) $5x-2y-9z+37=0$. **6.1.2.** 1) $4x+2y+7z-7=0$; 2) $2x+2y+4z--6=0$; 3) $x-18y+$ $+11z+63=0$; 4) $4x+23y-13z-71=0$; 5) $x-14y+9z+$ $+49=0$; 6) $2x+17y-12z-52=0$. **6.1.3.** 1) $14x+9y+8z-$

$-89=0$; 2) $42x-3y-12z-129=0$; 3)$16x+5y-12z-$ $-107=0$; $28x-6y+4z-118=0$; 5) $52x-4y-14z-$ $-162=0$; 6) $32x-14y-24z-132=0$. **6.1.4.** 1) $z-1=0$; 2) $x+3=0$; 3) $y-2=0$; 4)$z-3=0$; 5) $x-2=0$; 6) $y+4=0$. **6.1.5.** 1) $x-4=0$; 2) $z+1=0$; 3) $x+2=0$; 4) $y-4=0$; 5) $y+$ $+2=0$; 6)$z-2=0$. **6.1.6.** 1)$x-1=0$; 2) $y+2=0$; 3) $z-3=0$; 4) $x-2=0$; 5) $y-4=0$; 6) $y-4=0$. **6.1.7.** 1)$-6y+z+13=0$; 2) $2y-7z+29=0$; 3) $3x+z-8=0$; 4) $4x+z-11=0$; 5) $x+$ $+2y-7=0$; 6) $7x+y-10=0$. **6.1.8.** 1) $x+2y+z-9=0$, 2) $x+y-2=0$. **6.1.9.** $14x-10y+33z-70=0$. **6.1.10.** $x+$ $+y+z-1=0$. **6.1.11.** $7x+7y-6z-50=0$. **6.1.12.** $35x+$ $+21y-15z-105=0$. **6.1.13.** $a=4$, $b=-4$, $c=\frac{4}{7}$. **6.1.14.** $27x+11y+z-65=0$. **6.1.15.** 1) $x-4y-z+16=0$; 2) $x+$ $+5y-z+5=0$. **6.1.16.** 1) kesishadi; 2) kesishadi; 3) parallel; 4) kesishadi; 5) ustma –ust tushadi. **6.1.17.** A, B nuqtalar berilgan tekislikda D, E nuqtalar tekislikdan bir tomonda, C, F nuqtalar esa tekislikdan boshqa tomonda yotadi. **6.1.18**. $(ABC)=4/39$. **6.1.19.** $(12;0;0)$; $(0;-8;0)$; $(0;0;-6)$. **6.1.20.** $a=-4$; $b=3$; $c=1/2$. **6.1.21.** $S=240$ kv birlik. **6.1.22.** $V=8$ kub birlik. **6.1.23.** $\frac{x}{-3}+\frac{y}{-4}+$ $+\frac{z}{2}=1$. **6.1.24.** 1 va 4 berilgan tekislik tenglamalari normal hisoblanadi. **6.1.25.** 1) $\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}y+\frac{1}{3}z-6=0$; 2) $-\frac{3}{7}x+\frac{6}{7}y-\frac{2}{7}z-$ $-3=0$; 3) $\frac{2}{7}x-\frac{3}{7}y-\frac{6}{7}z-\frac{11}{14}=0$; 4) $\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}y-\frac{1}{3}z-\frac{1}{6}=0$; 5) $-\frac{5}{13}y+\frac{12}{13}z-2=0$; 6) $\frac{3}{5}x-\frac{4}{5}y+\frac{1}{5}=0$. **6.1.26.** $d=4$. **6.1.27.** 1)$d=2$; 2)$d=3{,}5$; 3)$d=6{,}5$. **6.1.28.**1)$4x-y-2z-4=0$; 2) $3x+2y-z+1=0$; 3) $20x-12y+4z++13=0$.**6.1.29.** $2x-2y-z-18=0$, $2x-2y-z+12=0$. **6.1.30.** 1)$23x-$ $-2y+21z-33=0$; 2) $y+z-18=0$; 3) $x+z-3=0$; 4) $x-$ $-y+15=0$. **6.2.1.** 1. a) $\frac{x-2}{4}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-1}{2}$; b)$\begin{cases}x=4t+2\\ y=t+3\\ z=2t+1\end{cases}$; 2. a)$\frac{x-3}{4}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-4}{2}$; b)$\begin{cases}x=4t+3\\ y=t+1\\ z=2t+4\end{cases}$; 3. a)$\frac{x-2}{-2}=\frac{y-3}{3}=\frac{z-1}{5}$;

b)$\begin{cases} x=-2t+2 \\ y=3t+3 \\ z=5t+1 \end{cases}$; 4. a)$\frac{x-3}{-2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-4}{5}$; b)$\begin{cases} x=-2t+3 \\ y=3t+1 \\ z=5t+4 \end{cases}$; 5. a)$\frac{x-2}{5}=$ $=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-1}{3}$; b)$\begin{cases} x=5t+2 \\ y=-t+3 \\ z=3t+1 \end{cases}$;6. a)$\frac{x-3}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-4}{3}$; b)$\begin{cases} x=5t+3 \\ y=-t+1 \\ z=3t+4 \end{cases}$.

6.2.2. 1. a)$\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-1}{3}$; b)$\begin{cases} x=t+2 \\ y=-2t+3 \\ z=3t+1 \end{cases}$; 2. a)$\frac{x-2}{0}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-1}{4}$; b)$\begin{cases} x=2 \\ y=-2t+3 \\ z=4t+1 \end{cases}$; 3. a)$\frac{x-2}{-2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-1}{-2}$; b)$\begin{cases} x=-2t+2 \\ y=-t+3 \\ z=-2t+1 \end{cases}$; 4. a)$\frac{x-3}{-1}=$ $=\frac{y-1}{0}=\frac{z-4}{1}$; b)$\begin{cases} x=-t+3 \\ y=1 \\ z=t+4 \end{cases}$; 5. a)$\frac{x-3}{-3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-4}{-5}$; b)$\begin{cases} x=-3t+2 \\ y=t+1 \\ z=-5t+4 \end{cases}$; 6. a)$\frac{x-2}{-2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-5}{-6}$; b)$\begin{cases} x=-2t+2 \\ y=t+1 \\ z=-6t+5 \end{cases}$. **6.2.3.** 1) $\frac{13x+12}{-17}=\frac{13y+44}{7}=\frac{z}{1}$; 2) $\frac{4x+7}{-4}==\frac{8y-15}{12}=\frac{z}{1}$; 3) $\frac{18x-35}{16}=\frac{18y-73}{47}=\frac{z}{1}$; 4) $\frac{11x-3}{5}=\frac{11y+21}{-2}=\frac{z}{1}$. **6.2.4.** 1) $z-1=0$; 2) $x-2=0$; 3) $y-1=0$; 4) $x-2=0$; 5) $z-$ $-5=0$; 6) $y-1=0$. **6.2.5.** 1) $x+y-3=0$; 2) $x+z+4=0$; 3) $y+z-1=0$; 4) $x+y+6=0$; 5) $x+z+7=0$; 6) $y+z-$ $-7=0$. **6.2.6.** 1) Bir to‘g‘ri chiziqda yotadi; 2) uchburchak hosil qiladi; 3) bir to‘g‘ri chiziqda yotadi. **6.2.7.** A, B, D to‘g‘ri chiziqda yotadi; C va E yotmaydi. **6.2.8.** 1) $x=-2t, y=7t, z=4t$; 2) $x=t$, $y=-8-4t$, $z==-3-3t$. **6.2.9.** 1)$x=3+4t$, $y=5-3t$, $z=1$; 2) $x+2y+10=0, z--4=0$. **6.2.10.** 1) $11x-4y+6=0$, $z=0$; 2) $6x++5y-38=0, z=0$. **6.2.11.** 1) $(-1;7{,}5;0)$, $(2;0;3)$, $(0;5;1)$; 2) $(6;-2;0)$, $\left(7,0,-\frac{5}{2}\right)$, $(0,-14,15)$. **6.2.12.** $\left(-\frac{x_2z_1}{z_2-z_1},\frac{y_1z_2}{z_2-z_1},0\right)$.
6.2.13. $(2;-1;0)$; $(1\frac{1}{3};0;-\frac{1}{3})$; $(0;2;-1)$. **6.2.14.** $5x++5z-8=0$. **6.2.15.** $\alpha(5x-y-z-3)+\beta(x+3y-2z+5)=0$. **6.2.16.** $x-$ $-9y+5z+20=0$, $x-2y-5z+9=0$. **6.2.17.** 1)To‘g‘ri chiziq bilan tekislik $(0;0;-2)$ nuqtada kesishdi; 2) to‘g‘ri chiziq tekislikka parallel; 3) to‘g‘ri chiziq tekislikda yotadi; 4) to‘g‘ri chiziq bilan tekislik $(2;3;1)$ nuqtada kesishadi. **6.2.18.** 1)$\cos\alpha=\frac{4}{13}$, $\cos\beta=-\frac{3}{13}$, $\cos\gamma=\frac{12}{13}$; 2) $\cos\alpha=\frac{12}{25}$, $\cos\beta=\frac{9}{25}$, $\cos\gamma=\frac{20}{25}$. **6.2.19.**

$\cos\varphi = \pm\frac{72}{77}$. **6.2.20.** $\cos\varphi = \pm\frac{98}{195}$. **6.2.21.** 1)$\pm\frac{7}{2\sqrt{91}}$; 2) $\pm\frac{9}{\sqrt{2}\sqrt{66}}$. **6.2.23.** $\arcsin\frac{33}{\sqrt{46}\sqrt{62}}$. **6.2.24.** $\arcsin\frac{1}{10\sqrt{19}}$. **6.2.25** $x - z + +4 = 0,\ \ y = 0$. **6.2.26.** $(0; -3; 5)$ va $\left(\frac{98}{23}, -\frac{363}{23}, -\frac{375}{23}\right)$. **6.2.27.** 1) $9x + 10y - 7z -$ $-58 = 0$ tekislikda yotadi va $(-3; 5; -5)$ nuqtada kesishadi; 2) ayqash; 3)ustma- ust tushadi; 4)parallel va $12x - 3y + 8z = 0$ tekislikda yotadi. **6.2.30.** $4x + 3z = 0,\ \ y + 2z + 9 = 0$. **6.3.1.** 1)$\pm\frac{20}{\sqrt{14}\sqrt{53}}$;2) tekisliklar o‘zaro perpendikulyar. **6.3.2.** $(-2; 1; 4)$. **6.3.3.** $3x + 2y + 4z - 38 = 0$. **6.3.4.** 1) Uch tekislik $(3; 5; 7)$ nuqtada kesishadi; 2) uch tekislik juft- jufti bilan parallel; 3) uch tekislik bitta to‘g‘ri chiziqdan o‘tadi; tekisliklar juft – jufti bilan kesishadi va ikkata tekislikninfg kesishish chizig‘i uchinchi tekislikka parallel. **6.3.5.** $6x +$ $+9y - 22z = 0$. **6.3.6.** $20x + 19y - 5z + 41 = 0$. **6.3.7.** $2x - 2y -$ $-2z - 1 = 0$. **6.3.8.** $3x + 5y - 4z + 25 = 0$. **6.3.9.** 1) $10x - 7z = 0$; 2)$6y - 7 = 0$; 3)$39x - 29y - 7z = 0$. **6.3.10.** $5x - 13y - -12z +$ $+20 = 0,\qquad 2x - 2y + 3z - 5 = 0$. **6.3.11.** $\frac{x-3}{5} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{-7}$. **6.3.12.**$(7; 1; 0)$. **6.3.13**. $4x + 5y - 2z = 0$. **6.3.14.** $(2; 9; 6)$. **6.3.15.** $y - 2z = 0,\quad x = 3$. **6.3.16.** $y + 2z - 8 = 0,\ x + 2y - z + 5 = 0$. **6.3.17.** 1)Bir tomonda;2)Bir tomonda;3)Har xil tomanda;4)Bir tomonda. **6.3.20.** $11x - 2y - 15z - 3 = 0$. **6.3.21.** $\alpha(5x - y - z -$ $-3) + \beta(3x - 2y - 5z + 2) = 0$. **6.3.22.** $9x + 7y + 8z + 7 = 0$. **6.3.23.** $\arcsin\frac{33}{\sqrt{46}\sqrt{62}}$. **6.3.24.** $\arcsin\frac{1}{10\sqrt{19}}$. **6.3.25.** $x = \frac{3}{7},\ z = \frac{18}{7}$. **6.3.26.** Bunday to‘g ‘ri chiziq mavjud emas. **6.3.27.** $7x + y - 3z = 0$. **6.3.28.** $x = x_0 + At, y = y_0 + Bt, z = z_0 + Ct$. **6.3.29.** 1) $\alpha = 60^0, \beta = 45^0$, $\gamma = 60^0, p = 5$; 3)$\alpha = 45^0, \beta = 90^0, \gamma = 45^0, p = 3\sqrt{2}$; 4)$\alpha = 90^0$, $\beta = 135^0, \gamma = 45^0, p = \sqrt{2}$. **6.3.30.** 1)$\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{pmatrix}$ matritsaning rangi 3 ga teng; 2)$\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{pmatrix}$ matritsaning rangi $\begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 & D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & D_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & D_3 \end{pmatrix}$ matritsaning rangiga teng va ularning rangi 2 ga teng.

Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati

1. Narmanov A.Ya. Analitik geometriya. O‘zbekiston faylasuflari milliy jamiyati nashriyoti Toshkent. 2008 y.
2. Baxvalov S.V., Modenov P.S., Parxomenko A.S. Analitik geometriyadan masalalar to‘plami. T.Universitet, 586 b, 2005 y.
3. Алексанров А.Д. Нецветаев Н.Ю. Геометрия. М., Наука, 1990 г.
4. Погорелов А.В. Аналитик геометрия. Т., Ўқитувчи, 1983 й.
5. Постников М.М. Лекции по геометрии. Семестр 1.М., Наука, 1983 г.
6. Илин В.А., Позняк Э.Г. Аналическая геометрия . М. Наука, 1981 г.
7. Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. М. Наука, 1976 г.
8. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. М., Наука.1968 г.
9. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. М., Гостехиздат, 1962 г.
10. Qори-Ниёзий Т.Н., Аналитик геометрия асосий курси. Фан. 1971 й

G‘ulomjon G‘afurovich Qurbonov

ANALITIK GEOMETRIYADAN MISOL VA MASALALAR
I qism

o‘quv-metodik qo‘llanma

Muharrir:	*G‘.Murodov*
Texnik muharrir:	*G.Samieva*
Musahhih:	*A.Qalandarov*
Sahifalovchi:	*M.Ortiqova*

Nashriyot litsenziyasi AI № 178. 08.12.2010. Original – maketdan bosishga ruxsat etildi: 23.10.2020. Bichimi 60x84. Kegli 16 shponli. «Times New Roman» garn. Ofset bosma usulida bosildi. Ofset bosma qog‘ozi. Bosma tobog‘i 7,7. Adadi 100. Buyurtma №175.

"Sadriddin Salim Buxoriy" MChJ
"Durdona" nashriyoti: Buxoro shahri M.Iqbol ko‘chasi 11-uy.
Bahosi kelishilgan narxda.

"Sadriddin Salim Buxoriy" MChJ bosmaxonasida chop etildi.
Buxoro shahri M.Iqbol ko‘chasi 11-uy. Tel.: 0(365) 221-26-45.