



SCIENCE AND EDUCATION

ISSN 2181-0842

VOLUME 2, ISSUE 11

NOVEMBER 2021

SCIENCE AND EDUCATION

SCIENTIFIC JOURNAL

ISSN 2181-0842

VOLUME 2, ISSUE 11

NOVEMBER 2021

TABLE OF CONTENTS / МУНДАРИЖА**EXACT SCIENCES / АНИҚ ФАНЛАР**

1.	Shahlo Baxtiyorovna Do'stova EHMLar davrida π vasvasasi	12
2.	Umida Umarovna Umarova, Mamura Nurali qizi Mansurova Ikkilamchi funksiyalar. Ikillik prinstipi	26
3.	Shahlo Baxtiyorovna Do'stova π soni haqida qiziqarli ma'lumotlar	36
4.	Феруза Ядгаровна Марданова Масалалар ечишда тенгсизликларнинг айрим тадбиқлари	50
5.	Хайдар Раупович Расулов О некоторых символах математического анализа	66
6.	Хайдар Раупович Расулов О понятие асимптотического разложения и ее некоторые применения	78
7.	Gulshirin Tirkashovna Yamgirova Diofant tenglamalari yohud tenglamalarni butun sonlarda yechish usullari	89
8.	Muxriddin Yuldosh o'g'li Rejabov To'plam haqida tushuncha va ular ustida amallar	94
9.	Alijon Xayrulloevich Avezov, Nilufar Vahobjon qizi Fayzullaeva Shahribonu Yodgor qizi Aminova Avtonom differensial tenglamalarning qo'zg'almas nuqtalari tasnifi haqida	101
10.	Ramazon To'xtayevich Muhitdinov, Salima Halimovna Do'stova Gipergeometrik qatorlar haqida ayrim mulohazalar	114
11.	Рамазон Тўхтаевич Муҳитдинов, Мухайё Абдувоҳид кизи Абдуллаева Гипергеометрик тенглама, унинг ечимлари ва гипергеометрик функциялар хақида	128
12.	Насулло Шарифович Хамроев Иккинчи тартибли ўзгармас коэффициентли чизиқли бир жинсли бўлмаган оддий дифференциал тенгламалар ва уларни ечиш методикаси хақида	141
13.	Рамазон Тўхтаевич Муҳитдинов, Насулло Шарифович Хамроев Иккинчи тартибли оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалаларни Грин функцияси ёрдамида ечиш йўллари	154

NATURAL SCIENCES / ТАБИЙ ФАНЛАР

14.	John Michael Sasan, Rengee May Lumantao, Carl Laurence Magallon Natasha Marie Canillo, Ehrl Rosalita, Marion Anthony Magallon Botanical potency of <i>Chromolaena odorata</i> linn (Hagonoy) as mosquitocidal	168
15.	Гулмурот Тохирович Зарипов Воздействие безалкогольных напитков, изготовленных на основе растительного сырья, на организм человека	178
16.	Yorqinoi Tojmurudovna Axmadjonova, Bobur Ulug'bek o'g'li Mamatqulov Go'sht turlari va ularni hajmini ko'paytirish, ozuqa bazasini mustahkamlash	185
17.	Aziz Saidmuradovich Ilyasov, Maqsud Maxmudovich Ziyodullayev Kalamushlarda to'g'ri ichak anal kanali tuzilishi va uning ksenobiotiklar ta'sirida o'zgarishi	194
18.	Muhammedaliy Durisbergen o'g'li Allaniyazov, Batirbay Smetovich Torambetov Tiodiazolning ba'zi geometrik va energetik parametrlarini eksperimental o'rganish	201
19.	Xusniddin Qutbidinovich Usmonov Optimization of diagnostics and medical tactics in node formations thyroid gland	205

О некоторых символах математического анализа

Хайдар Раупович Расулов

xrasulov71@mail.ru

Бухоро давлат университети

Аннотация: В настоящей статье даны определения « o » малого и « O » большого, эквивалентных (асимптотически равных) функций, функций одного порядка, и их некоторые свойства. Приводятся доказательства отдельных их свойств. Указаны методы применения « o » малого и « O » большого при вычисления пределов и исследование интегралов.

Ключевые слова: « o » малое, « O » большое, предел, бесконечно малое, асимптотика, величина, эквивалентность.

About some notations of mathematical analysis

Xaydar Raupovich Rasulov

xrasulov71@mail.ru

Bukhara State University

Abstract: This article gives the definitions of little- o and big- O notations, equivalent (asymptotically equal) functions, one order function, and some of their properties. Proofs of some of their properties are given. Methods of using little- o and big- O notations in calculating the limits and studying integrals are indicated.

Keywords: little- o notation, big- O notation, limit, infinitesimal, asymptotes, magnitude, equivalence.

В настоящее время компьютерные технологии широко используются при выполнении математических вычислений. В частности, программы MathCAD, Maple предназначены для решения различных математических задач. Эти программы в основном специализируются на решении стандартных задач. Однако при решении ряда задач желательно использовать отдельные специальные методы.

Так, в многочисленных задачах возникают лимиты, интегралы и ряды, содержащие большой параметр. Случаи, когда такие интегралы явно вычисляются, крайне редки; еще реже удается просуммировать ряды. При больших значениях параметра вычисление интегралов и рядов - весьма трудоемкая задача даже для самых современных ЭВМ.

В этих целях использование асимптотических методов при вычислении пределов и интегралов дают хорошие результаты. Так, как в этих случаях решающую роль играют асимптотические методы. С учетом вышеизложенного дадим краткое описание « o » малого и « O » большого, вычисление некоторых пределов и интегралов с помощью асимптотическими методами.

« O » большое и « o » малое - математические обозначения для сравнения асимптотического поведения (асимптотики) функций. Используются в различных разделах математики, но активнее всего - в математическом анализе и в дифференциальном уравнение, теории чисел и комбинаторике, а также в информатике и теории алгоритмов. Под асимптотикой понимается характер изменения функции при стремлении её аргумента к определённой точке.

Обозначение « O » большое введено немецким математиком Паулем Бахманом (Paul Gustav Heinrich Bachmann) во втором томе его книги «Analytische Zahlentheorie» (Аналитическая теория чисел), вышедшем в 1894 году. Обозначение « o » малое впервые использовано другим немецким математиком, Эдмундом Ландау (Edmund Georg Hermann Landau) в 1909 году. С работами последнего связана и популяризация обоих обозначений, в связи с чем их также называют символами Ландау.

Пусть функции $f(x)$, $g(x)$ определены на некотором множестве M и a - предельная точка множества M . Как правило, независимое переменное x является вещественным или комплексным числом.

Будем использовать следующие общепринятые обозначения.

Формула	Определение
$f(x) \sim g(x) (x \rightarrow a, x \in M)$	$\lim_{x \rightarrow a, x \in M} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$
$f(x) = o(g(x)) (x \rightarrow a, x \in M)$	$\lim_{x \rightarrow a, x \in M} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$
$f(x) = O(g(x)) (x \in M)$	Существует постоянная C такая, что $ f(x) \leq C g(x) $ при всех $x \in M$
$f(x) = O(g(x)) (x \rightarrow a, x \in M)$.	Существуют постоянная C и окрестность U точки a такие, что $ f(x) \leq C g(x) $ при $x \in M \cap U$.

Неформально говоря, соотношение $f(x) = o(g(x))$ означает, что функция $f(x)$ стремится к нулю быстрее, чем функция g (говорят еще: $f(x)$: бесконечно малая более высокого порядка, чем $g(x)$); соотношение $f(x) = O(g(x))$ означает, что $f(x)$ стремится к нулю не быстрее, чем $g(x)$.

В силу самого определения ясно, что слова « $f(x) = o(g(x))$ » имеют смысл только вместе с уточнением при « $x \rightarrow a$ ». Тем не менее, на практике это уточнение всегда опускают, полагая, что из контекста ясно, что куда стремится.

Практический опыт показывает, что для начинающих символы o и O могут представлять известную трудность (например, одним и тем же символом $o(x)$ могут обозначаться совершенно разные функции). Тем не менее, такая символика и удобна, и общепринята.

В этих формулах указание на множество M будем опускать в тех случаях, когда это не вызовет недоразумений.

Примеры.

1. $\ln x = o(x^{-\alpha})$ ($x \rightarrow +0$), $\alpha > 0$;
2. $\ln x = o(x^\alpha)$ ($x \rightarrow +\infty$), $\alpha > 0$ – любое;
3. $\sin z \sim z$ ($z \rightarrow 0$);
4. $\sin x = O(1)$ ($-\infty < x < \infty$);
5. $n! \sim \sqrt{2\pi n} e^{-n} n^n$ ($n \rightarrow \infty$);
6. Пусть S_ε - сектор $|\arg z| \leq \frac{\pi}{2} - \varepsilon < \frac{\pi}{2}$ в комплексной плоскости z , $c > 0$.

Тогда

$$e^{-cz} = O(e^{-c'|z|}) \quad (z \in S_\varepsilon), c' > 0.$$

Так как $\operatorname{Re} z \geq |z| (\sin \varepsilon)^{-1}$ при $z \in S_\varepsilon$, то

$$|e^{-cz}| \leq e^{-\frac{c}{\sin \varepsilon}|z|} \quad (z \in S_\varepsilon).$$

7. При любых $a, b > 0$

$$e^{-a|z|} = o(|z|^{-b}) \quad (|z| \rightarrow \infty).$$

Еще раз повторяем, что соотношение $f(x) = o(g(x))$ ($x \rightarrow a$) означает, что функция $f(x)$ есть бесконечно малая по сравнению с $g(x)$ при $x \rightarrow a$. Аналогично соотношение $f(x) = O(g(x))$ ($x \rightarrow a$) означает, что функция $f(x)$ ограничена по сравнению с функцией $g(x)$ при $x \rightarrow a$. В частности, если $f(x) = o(1)$ ($x \rightarrow a$), то $f(x)$ - бесконечно малая величина при $x \rightarrow a$; если же $f(x) = O(1)$ ($x \rightarrow a$), то $f(x)$ ограничена при $x \rightarrow a$. Отсюда нетрудно получить ряд правил действий с символами o, O :

$$\begin{aligned} o(f(x)) + o(f(x)) &= o(f(x)), \\ o(f(x)) o(g(x)) &= o(f(x)g(x)), \\ o(o(f(x))) &= o(f(x)). \end{aligned}$$

В этих формулах $x \rightarrow a$, $x \in M$, множество M и точка a - одни и те же в левой и правой части каждого равенства.

Расшифруем и докажем первую формулу; остальные доказываются аналогично.

Пусть $g_1(x) = o(f(x))$, $g_2(x) = o(f(x))$ при $x \rightarrow a$; тогда $g_1(x) + g_2(x) = o(f(x))$ при $x \rightarrow a$ - это содержание первой формулы.

Доказательство:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{g_1(x) + g_2(x)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{g_1(x)}{f(x)} + \lim_{x \rightarrow a} \frac{g_2(x)}{f(x)} = 0.$$

Точно такие же формулы справедливы для символа O . Далее, имеют место формулы

$$o(f(x)) + O(f(x)) = O(f(x)),$$

$$o(f(x)) O(g(x)) = o(f(x)g(x)),$$

$$O(o(f(x))) = o(f(x)), o(O(f(x))) = o(f(x))$$

(здесь всюду $x \rightarrow a, x \in M$).

Отсюда следует, что также имеют место следующие:

$$x + o(x) = O(x); O(\varphi)O(\psi) = O(\varphi\psi); O(\varphi)o(\psi) = O(\varphi\psi);$$

$$O(\varphi) + O(\psi) = O(|\varphi| + |\psi|); O(O(\varphi)) = O(\varphi);$$

$$O(o(\varphi)) = o(O(\varphi)) = o(o(\varphi)) = o(\varphi); O(\varphi)o(\psi) = o(\varphi)o(\psi).$$

Примеры.

$$1. e^x = 1 + x + \sum_{k=2}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = 1 + x + O(x^2)(x \rightarrow 0);$$

$$2. \ln\{1 + O(x)\} = O(x)(x \rightarrow 0).$$

Соотношения вида

$$f(x) \sim g(x), f(x) = o(g(x)), f(x) = O(g(x))$$

называются асимптотическими формулами или асимптотическими оценками.

Приведем простейшие асимптотические оценки некоторых интегралов и простые достаточные условия, при которых асимптотические оценки можно интегрировать.

Свойства 1. Пусть функции $f(x), g(x)$ непрерывны, $g(x) > 0$ при $a < x < b$, и пусть

$$\int_{x_0}^b g(x) dx = +\infty,$$

где $a < x_0 < b$. Тогда:

1°. Если $f(x) = O(g(x)) (x \rightarrow b)$, то

$$\int_x^b f(x) dx = O\left(\int_x^b g(x) dx\right) (x \rightarrow b);$$

2°. Утверждение 1° остается в силе, если всюду заменить O на o .

3°. Если $f(x) \sim g(x) (x \rightarrow b)$, то

$$\int_x^b f(x)dx \sim \int_x^b g(x)dx \quad (x \rightarrow b).$$

Для примера, докажем 2°. Применяем правило Лопиталья, тогда

$$\lim_{x \rightarrow b} \frac{\int_x^b f(x)dx}{\int_x^b g(x)dx} = \lim_{x \rightarrow b} \frac{f(x)}{g(x)} = 0.$$

Аналогично доказываются остальные утверждения.

Примеры.

$$(x + 1)^3 \sim x^3 \quad (x \rightarrow \infty); \quad sh \ x \sim \frac{1}{2} e^x \quad (x \rightarrow +\infty);$$

$$\frac{1}{x^2} = o\left(\frac{1}{x}\right) \quad (x \rightarrow \infty); \quad \frac{1}{x} = o(1) \quad (x \rightarrow \infty);$$

$$\sin x = O(1) \quad (x \in R); \quad \sin x = O(x) \quad (x \in R);$$

$$x^2 = O(x) \quad (x \rightarrow 0); \quad x = O(x^2) \quad (x \rightarrow \infty); \quad \ln x^{\frac{1}{x}} = O(1) \quad (x \rightarrow \infty);$$

$$\frac{1}{\sin \frac{1}{x}} = O(x) \quad (x \rightarrow \infty); \quad e^x = 1 + x + O(x^2) \quad (x \rightarrow 0).$$

Также можно отметить, эквивалентность следующих функций при $x \rightarrow 0$.

$$\sin x = x + o(x); \quad tg x = x + o(x); \quad 1 - \cos x = \frac{1}{2} x^2 + o(x);$$

$$\arcsin x = x + o(x); \quad arctg x = x + o(x); \quad a^x - 1 = x + o(x)$$

$$a^x - 1 = x + o(x); \quad \log_a(1 + x) = \frac{x}{\ln a} + o(x); \quad (1 + x)^a - 1 = a \cdot x + o(x).$$

Эти соотношения останутся в силе, если в них вместо переменной x записать отличную от нуля функцию $\varphi(x)$, стремящуюся к нулю при $x \rightarrow x_0$.

Например:

$$\sin x^2 = x^2 + o(x) \quad (x \rightarrow 0); \quad tg \frac{1}{x} = \frac{1}{x} + o(x) \quad (x \rightarrow \infty),$$

$$tg \sin(x - 1)^2 = \sin(x - 1)^2 = (x - 1)^2 + o(x) \quad (x \rightarrow 1).$$

Для вычисления пределов в произведении и в частном функции можно заменять эквивалентными. При этом существование предела и его величина не изменяются.

Пример 1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(2x) \cdot (e^{3x} - 1)}{2 - 2\cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot 3x}{2 \frac{x^2}{2}} = 6.$$

Пример 2. Раскрытие неопределенности $[1^\infty]$. Пусть

$$\alpha(x) \rightarrow 0 \quad (\alpha(x) \neq 0), \quad \beta(x) \rightarrow \infty.$$

Тогда в силу непрерывности показательной функции,

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (1 + \alpha(x))^{\beta(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} e^{\beta(x) \ln(1 + \alpha(x))} = e^{\lim_{x \rightarrow x_0} \beta(x)(\alpha(x) + o(\alpha(x)))}$$

Если существует $\lim_{x \rightarrow x_0} \alpha(x) \cdot \beta(x) = A$, то

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow x_0} \beta(x)(\alpha(x) + o(\alpha(x))) &= \lim_{x \rightarrow x_0} \alpha(x) \cdot \beta(x) \cdot \frac{\alpha(x) + o(\alpha(x))}{\alpha(x)} = \\ \lim_{x \rightarrow x_0} \alpha(x) \cdot \beta(x) \left(1 + \frac{o(\alpha(x))}{\alpha(x)}\right) &= A. \end{aligned}$$

Поэтому

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (1 + \alpha(x))^{\beta(x)} = A.$$

Для самостоятельного решения предлагаем следующие примеры. Пусть

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \alpha(x) = 0, \lim_{x \rightarrow x_0} \beta(x) = \infty.$$

Доказать, что

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (1 + \alpha(x))^{\beta(x)} = 0, \text{ если } \lim_{x \rightarrow x_0} \alpha(x) \cdot \beta(x) = -\infty.$$

Если же,

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \alpha(x) \cdot \beta(x) = +\infty, \text{ то } \lim_{x \rightarrow x_0} (1 + \alpha(x))^{\beta(x)} = +\infty.$$

Также, покажем применение приведенных выше свойств к исследованию интегралов. Здесь в следующих предложениях достаточно потребовать измеримости функций f, g и суммируемости на каждом отрезке $I \subset (a, b)$:

а) если $f(x) = O(x^\alpha)$ ($x \rightarrow +\infty$), то при $x \rightarrow +\infty$

$$\begin{aligned} \int_0^x f(t) dt &= O(x^{\alpha+1}), \alpha > -1, \\ \int_0^x f(t) dt &= O(\ln x), \alpha = -1; \end{aligned}$$

б) если $f(x) \sim x^\alpha$ ($x \rightarrow +\infty$), то при $x \rightarrow +\infty$

$$\begin{aligned} \int_0^x f(t) dt &\sim \begin{cases} x^{\alpha+1}/(\alpha+1), \alpha > -1, \\ \ln x, \alpha = -1, \end{cases} \\ \int_\infty^x f(t) dt &\sim x^{\alpha+1}/(\alpha+1), \alpha < -1. \end{aligned}$$

в) пусть

$$f(x) = \sum_{k=-1}^n a_k x^k + O(x^{-2}) \quad (x \rightarrow +\infty).$$

Тогда при $x \rightarrow \infty$

$$\int_0^x f(t)dt = \sum_{k=0}^n \frac{a_k}{k+1} x^{k+1} + a_1 \ln x + O(1).$$

г) пусть

$$f(x) = \sum_{k=2}^n a_k x^{-k} + O(x^{-n-1}) \quad (x \rightarrow +\infty).$$

Тогда при $x \rightarrow +\infty$

$$\int_x^\infty f(t)dt = \sum_{k=2}^n \frac{a_k}{(k-1)x^{k-1}} + O(x^{-n}).$$

д)

$$\int_0^x \sqrt{1+t^2} dt = x + \frac{1}{2} \ln x + O(1) \quad (x \rightarrow +\infty).$$

Приведем простейшие оценки для рядов.

Свойства 2. Пусть функция $f(x)$ непрерывна, положительна и монотонна при $x \geq 0$. Тогда

$$\sum_{k=0}^n f(k) = \int_0^n f(x)dx + O(f(n+1)) + O(1) \quad (x \rightarrow \infty).$$

Пусть $f(x)$ возрастает для определенности. Тогда

$$\int_{k-1}^k f(t)dt \leq f(k) \leq \int_k^{k+1} f(t)dt,$$

и, суммируя эти неравенства при $1 \leq k \leq n$, получаем

$$f(0) \leq \sum_{k=0}^n f(k) - \int_0^n f(t)dt \leq f(0) + \int_n^{n+1} f(t)dt - \int_0^1 f(t)dt \leq f(n+1) + f(0) - \int_0^1 f(t)dt.$$

Тем самым свойства 2 доказано. Без доказательство приведем следующую предложению.

Свойства 3. Пусть функция $f(x)$ непрерывно дифференцируема при $x \geq 0$. Тогда

$$\left| \sum_{k=0}^n f(k) - \int_0^n f(x)dx \right| \leq \int_0^n |f'(x)| dx + |f(0)|.$$

Отметим, что свойства 2 и 3 удобны при вычислении асимптотики сумм типа $\sum_{k=0}^n f(k)$, если $f(x)$ растет не быстрее некоторой степени x при $x \rightarrow +\infty$.

Приведем следующие примеры. Так, при $n \rightarrow +\infty$ имеем

a) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \sim \ln n;$

б) $\sum_{k=1}^n k^\alpha \sim \frac{n^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \alpha > -1;$

в) $\sum_{k=2}^n k^\alpha (\ln k)^\beta \sim \frac{n^{\alpha+1} (\ln n)^\beta}{\alpha+1}, \alpha > -1;$

г) $\sum_{k=2}^n \frac{(\ln k)^\alpha}{k} \sim \frac{(\ln n)^{\alpha+1}}{\alpha+1}, \alpha > -1.$

Характеризующий этот же самый подход, касается отыскания больших положительных корней уравнения $x \operatorname{tg} x = 1$. Это уравнение можно обратить следующим образом:

$$x = n\pi + \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$$

где n - целое, а $\operatorname{arctg} x$ принимает главное значение. Так как в этом случае он изменяется в интервале $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$, мы находим, что $x \sim n\pi$ при $n \rightarrow \infty$. Далее, если $x > 1$, то

$$\operatorname{arctg} \frac{1}{x} = \frac{1}{x} - \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} - \frac{1}{7x^7} + \dots$$

Следовательно,

$$x = n\pi + O\left(\frac{1}{x}\right) = n\pi + O\left(\frac{1}{n}\right).$$

Применяя метод асимптотических итераций еще два раза, найдем

$$x = n\pi + \frac{1}{\pi n} + O\left(\frac{1}{n^3}\right)$$

и

$$x = n\pi + \frac{1}{\pi n} - \frac{4}{3(\pi n)^3} + O\left(\frac{1}{n^5}\right)$$

и т.д.

В заключение отметим, что материалы, представленная в данной статье, упрощает изучение и применение этих символов в практических задачах. Обеспечивает удобство для студентов для вычисления ряда пределов и интегралов [1-7]. Нужно отметить, что студентами и магистрами опубликован ряд научных работ по этой направлению [8-21].

В будущем, для повышения эффективности обучения предмета математического анализа, важно предоставить информацию о преподавании математики и ее применении на практике, использовании ряда передовых

педагогических технологий [22-28] и интеграции с другими дисциплинами [29-30].

Использованная литература

1. Расулов Х.Р. Об одной нелокальной задаче для уравнения гиперболического типа // *XXX Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам. Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019*, с. 197-199.
2. Расулов Х.Р. Об одной краевой задаче для уравнения гиперболического типа // «Комплексный анализ, математическая Физика и нелинейные уравнения» *Международная научная конференция Сборник тезисов Башкортостан РФ* (оз. Банное, 18 – 22 марта 2019 г.), с.65-66.
3. Расулов Х.Р. и др. О разрешимости задачи Коши для вырождающегося квазилинейного уравнения гиперболического типа // *Ученый XXI века, международный научный журнал*, 53:6-1 (2019), с.16-18 .
4. Расулов Т.Х. (2020). Инновационные технологии изучения темы линейные интегральные уравнения. *Наука, техника и образование*. 73:9, С. 74-76.
5. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. О существовании обобщенного решения краевой задачи для нелинейного уравнения смешанного типа // *Вестник науки и образования*, 97:19-1 (2020), С. 6-9.
6. Расулов Т.Х. (2011). О числе собственных значений одного матричного оператора. *Сибирский математический журнал*, 52:2, С. 400-415.
7. Дилмуродов Э.Б. (2017). Числовой образ многомерной обобщенной модели Фридрихса. *Молодой ученый*. №15, С. 105-106.
8. Расулов Х.Р., Собиров С.Ж. Задача типа задач Геллерстедта для одного уравнения смешанного типа с двумя линиями вырождения // *Scientific progress*, 2:1 (2021), р.42-48.
9. Расулов Х.Р., Яшиева Ф.Ю. О некоторых вольтерровских квадратичных стохастических операторах двуполой популяции с непрерывным временем // *Наука, техника и образование*, 72:2-2 (2021) с.23-26.
10. Расулов Х.Р., Яшиева Ф.Ю. Икки жинсли популяция ва унинг математик модели ҳақида // *Science and Education, scientific journal*, 2:10 (2021), р.81-96.
11. Расулов Х.Р., Камариддинова Ш.Р. Динамик системаларнинг тарихи ва фазаги портретларини чизиш йўллари ҳақида // *Science and Education, scientific journal*, 2:10 (2021), р.39-52.
12. Расулов Х.Р., Яшиева Ф.Ю. Об одном квадратично стохастическом операторе с непрерывным временем // «*The XXI Century Skills for Professional*

Activity» International Scientific-Practical Conference, Tashkent, mart 2021 y., p.145-146.

13. Расулов Х.Р., Яшиева Ф.Ю. Икки жинсли популяциянинг динамикаси ҳақида // *Scientific progress*, 2:1 (2021), p.665-672.

14. Расулов Х.Р., Джуракулова Ф.М. Об одной динамической системе с непрерывным временем // *Наука, техника и образование*, 72:2-2 (2021) с.19-22.

15. Расулов Х.Р., Камариддинова Ш.Р. Об анализе некоторых невольтерровских динамических систем с непрерывным временем // *Наука, техника и образование*, 72:2-2 (2021) с.27-30.

16. Расулов Х.Р., Джўракулова Ф.М. Баъзи динамик системаларнинг сонли ечимлари ҳақида // *Scientific progress*, 2:1 (2021), p.455-462.

17. Rasulov X.R., Qamariddinova Sh.R. Ayrim dinamik sistemalarning tahlili haqida // *Scientific progress*, 2:1 (2021), p.448-454.

18. Расулов Х.Р., Камариддинова Ш.Р. Об одной динамической системе с непрерывным временем // «*The XXI Century Skills for Professional Activity» International Scientific-Practical Conference, Tashkent, mart 2021 y., p.115-116.*

19. Расулов Х.Р., Собиров С.Ж. Модуль қатнашган баъзи тенглама, тенгсизлик ва тенгламалар системаларини ечиш йўллари // *Science and Education, scientific journal*, 2:9 (2021), p.7-20.

20. Расулов Х.Р., Собиров С.Ж. Айрим рационал тенгламаларни ечишда интерфаол усулларни қўлланилиши ҳақида // *Science and Education, scientific journal*, 2:10 (2021), p. 586-595.

21. Расулов Х.Р., Собиров С.Ж. Айрим иррационал тенгламаларни ечишда интерфаол усулларни қўлланилиши // *Science and Education, scientific journal*, 2:10 (2021), p.596-607.

22. Расулов Т.Х., Расулов Х.Р. Ўзгариши чегараланган функциялар бўлимини ўқитишга доир методик тавсиялар // *Scientific progress*, 2:1 (2021), p.559-567.

23. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // *Наука, техника и образование*, 72:8 (2020) с.29-32.

24. Ахмедов О.С. (2021). Методы организации работы с одаренными учащимся. *Science and Education*. 2 (10), 239-248 б.

25. Ахмедов О.С. (2021). Преимущества историко-генетического метода при обучении математики. *Scientific progress*. 2:4 (2021), p. 523-530.

26. Ахмедов О.С. (2021). Определение предмета и место математики в системе наук. *Scientific progress*. 2:4, p. 531-537.

27. Boboeva M.N., Rasulov T.H. (2020). The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students. *Academy*. 55:4, pp. 68-71.

28. Rasulov Kh.R. KD problem for a quasilinear equation of an elliptic type with two lines of degeneration // *Journal of Global Research in Mathematical Archives*. 6:10 (2019), p.35-38.

29. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках // *Проблемы педагогики*, № 53:2 (2021), с. 7-10.

30. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Математические модели и законы в биологии // *Scientific progress*, 2:2 (2021), p.870-879.

References

1. Rasulov Kh.R. On a nonlocal problem for an equation of hyperbolic type // XXX Crimean Autumn Mathematical School-Symposium on Spectral and Evolutionary Problems. Collection of materials of the international conference KROMSH-2019, p. 197-199.

2. Rasulov Kh.R. On a boundary value problem for an equation of hyperbolic type // "Complex analysis, mathematical physics and nonlinear equations" International scientific conference Collection of abstracts Bashkortostan RF (Lake Bannoe, March 18-22, 2019), pp.65-66.

3. Rasulov Kh.R. et al. On the solvability of the Cauchy problem for a degenerate quasilinear hyperbolic equation // *Scientist of the XXI century*, international scientific journal, 53: 6-1 (2019), pp.16-18.

4. Rasulov T.Kh. (2020). Innovative technologies for studying the topic of linear integral equations. *Science, technology and education*. 73: 9, pp. 74-76.

5. Rasulov Kh.R., Rashidov A.Sh. On the existence of a generalized solution to a boundary value problem for a nonlinear equation of mixed type // *Bulletin of Science and Education*, 97: 19-1 (2020), pp. 6-9.

6. Rasulov T.Kh. (2011). On the number of eigenvalues of one matrix operator. *Siberian Mathematical Journal*, 52: 2, pp. 400-415.

7. Dilmurodov E.B. (2017). Numerical image of the multidimensional generalized Friedrichs model. *Young scientist*. No. 15, S. 105-106.

8. Rasulov Kh.R., Sobirov S.Zh. A problem of the Gellerstedt type for one mixed-type equation with two lines of degeneration // *Scientific progress*, 2: 1 (2021), pp. 42-48.

9. Rasulov Kh.R., Yashieva F.Yu. On some Volterra quadratic stochastic operators of a bisexual population with continuous time // *Science, technology and education*, 72: 2-2 (2021) p.23-26.

10. Rasulov X.R., Yashieva F.Yu. On the bisexual population and its mathematical model // *Science and Education, scientific journal*, 2:10 (2021), r.81-96.

11. Rasulov X.R., Kamariddinova Sh.R. On the history of dynamic systems and ways to draw phase portraits // Science and Education, scientific journal, 2:10 (2021), p.39-52.
12. Rasulov Kh.R., Yashieva F.Yu. On one quadratic stochastic operator with continuous time // "The XXI Century Skills for Professional Activity" International Scientific-Practical Conference, Tashkent, March 2021 y., P. 145-146.
13. Rasulov X.R., Yashieva F.Yu. On the dynamics of a bisexual population // Scientific progress, 2: 1 (2021), r.665-672.
14. Rasulov Kh.R., Dzhurakulova F.M. About one dynamic system with continuous time // Science, technology and education, 72: 2-2 (2021) p.19-22.
15. Rasulov Kh.R., Kamariddinova Sh.R. On the analysis of some non-Volterra dynamical systems with continuous time // Science, technology and education, 72: 2-2 (2021) pp. 27-30.
16. Rasulov X.R., Djo'rakulova F.M. On numerical solutions of some dynamic systems // Scientific progress, 2: 1 (2021), r.455-462.
17. Rasulov X.R., Qamariddinova Sh.R. On the analysis of some dynamic systems // Scientific progress, 2: 1 (2021), p.448-454.
18. Rasulov Kh.R., Kamariddinova Sh.R. About one dynamic system with continuous time // "The XXI Century Skills for Professional Activity" International Scientific-Practical Conference, Tashkent, March 2021 y., P.115-116.
19. Rasulov X.R., Sobirov S.J. Ways to solve some equations, inequalities and systems of equations involving the module // Science and Education, scientific journal, 2: 9 (2021), r.7-20.
20. Rasulov X.R., Sobirov S.J. On the use of interactive methods in solving some rational equations // Science and Education, scientific journal, 2:10 (2021), p. 586-595.