

MINISTRY OF HIGHER AND SECONDARY SPECIAL EDUCATION
OF THE REPUBLIC OF UZBEKISTAN
NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN NAMED AFTER MIRZO ULUGBEK
INSTITUTE OF MATHEMATICS

ACTUAL PROBLEMS OF
DIFFERENTIAL EQUATIONS AND
THEIR APPLICATIONS

Scientific Conference
Tashkent, Uzbekistan, December 15-17, 2017

A B S T R A C T S



МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА ИМЕНИ МИРЗО УЛУГБЕКА
Институт Математики

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Республиканская научная конференция
с участием зарубежных ученых
Ташкент, Узбекистан, 15-17 декабря, 2017 год

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Комилова Н.Дж. Задача Трикоми с общими условиями склеивания для уравнения парабола - гиперболического типа второго рода со спектральным параметром.	51
Косимов Х.Н., Нишонбоев А.С. Об одной краевой задаче со смещением для уравнения гиперболического типа.	52
Мамажонов М., Мамажонов С.М. Постановка и исследование одного класса краевых задач для уравнения четвертого порядка парабола-гиперболического типа в пятиугольной области.	54
Мамажонов М., Шерматова Х.М. О постановке некоторых краевых задачах для одного класса уравнений третьего порядка парабола - гиперболического типа в треугольной области с тремя линиями изменения типа.	57
Маманазаров А.О. Задача Жюрье для одного смешанного - параболического уравнения с сингулярными коэффициентами.	59
Меражона Ш.Б., Мамитова Н.Х., Шамсиева Ш. Теорема об устойчивости разностной схемы для краевой задачи поставленной для уравнения смешанного типа.	60
Мирсабуров М., Эрдонов Б., Курбонназаров А. Задача с условиями смещения на кусках граничных и внутренних характеристик для уравнения смешанного типа.	61
Расулов М.С. Задача со свободной границей для систем параболических уравнений типа реакции диффузии.	62
Расулов Х.Р. Об одной краевой задаче для квазилинейного уравнения эллиптического типа.	63
Рафиков А.Н. Нелокальная краевая задача для уравнения смешанного типа с двумя линиями вырождения.	64
Родионова И. Н., Долгополов В. М., Долгополов М. В. Дельта - задачи для обобщенного уравнения Эйлера-Дарбу.	65
Очилова Н.К. Краевая задача с условием Франкля для уравнения смешанного типа с оператором Канута.	66
Рузиев М.Х. О нелокальной краевой задаче для уравнения смешанного типа с сингулярным коэффициентом в области эллиптической части которой полушария.	68
Салахитдинов М.С., Каримов Э.Т. О краевой задаче для уравнения диффузии дробного порядка с младшим членом.	68
Сопуев А., Жээнбаев Н.А. Краевая задача для смешанного парабола-гиперболического уравнения четвертого порядка с кратными характеристиками.	70
Убайдуллаев У. Ш. Краевая задача для уравнения парабола - гиперболического типа со спектральным параметром в прямоугольной области.	70
Уринов А.К., Каримов К.Т. Задача Дирихле для трехмерного уравнения смешанного типа с тремя сингулярными коэффициентами.	72
Холбеков Ж.А. Краевая задача для наруженного парабола-гиперболического уравнения третьего порядка с тремя линиями изменения типа.	74
Хайруллин Р.С. Краевые задачи для уравнения смешанного типа второго рода.	75
Хасанов Ф. Х. Об одной краевой задаче для парабола-гиперболического уравнения третьего порядка с параболическим вырождением.	77
Чориева С.Т., Саломов Г., Мирсабурова У. Задача с условиями смещения на параллельных характеристиках для уравнения Геллерстедта.	79

свободная (неизвестная) граница определяется вместе с $u(t, x)$, $v(t, x)$; a_i, b_i, c_i, w_i, μ — заданы постоянные, $i = 1, 2$. Функции $u_0(x), v_0(x)$ удовлетворяют условиям:

$$u_0(x), v_0(x) \in C^{1+\alpha}[0, s_0], u_0(x) > 0 \text{ в } [0, s_0], v_0(x) > 0 \text{ в } [0, s_0], \\ u_0'(s_0) = u_0(0) = u_0(0) = v_0(0) = 0, u_0'(s_0) < 0, v_0'(s_0) < 0.$$

Рассмотрим следующий случай:

$$0 < \frac{a_1 c_1}{c_1 c_2} \cdot \frac{a_1 b_2}{a_2 b_1} < 1.$$

Исследования в работах [1] при $m_i \equiv 0, i = 1, 2$ аналогичным образом проводится по следующей схеме. Сначала устанавливаются двусторонние оценки для $u(t, x)$, а затем оценки для $|u_{1+\alpha}|, |v_{1+\alpha}|, |u_{2+\alpha}|, |v_{2+\alpha}|$. При этом воспользуемся результатами [2].

Доказательством теоремы существования и единственности, а также исследованы некоторые свойства решения.

Теорема. Если $0 < \frac{a_1 c_1}{c_1 c_2} \cdot \frac{a_1 b_2}{a_2 b_1} < 1$, то справедлива теорема

$$0 < u(t, x) \leq M_1, \quad t \geq 0, 0 \leq x \leq s(t).$$

$$0 < v(t, x) \leq M_2, \quad t \geq 0, 0 \leq x \leq s(t).$$

$$0 < s(t) \leq \rho(N_1 + \mu N_2), \quad t \geq 0.$$

$$M_1 = \max\left\{\frac{2\alpha}{c_1}, \|u_0\|\right\}, M_2 = \max\left\{\frac{2\alpha}{c_2}, \|v_0\|\right\}, N_1 \geq \max\left\{\frac{a_1^2}{m_1 b_1}, \frac{\|u_0\|}{s_0 - x}\right\}, N_2 \geq \max\left\{\frac{a_2^2}{m_2 c_2}, \frac{\|v_0\|}{s_0 - x}\right\}.$$

Литература

1. J. Zhao. Free boundary Problems for a Lotka-Volterra Competition System. Jour. Dyn. Diff. Eq. (2014), 1-21.
2. Nonlinear Parabolic and Elliptic Equations, Plenum Press, New York, 1992.
3. Курдюков. Нелинейные параболические уравнения с двумя независимыми переменными. Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. 1967, т. 16, с. 329-345.

в одной краевой задаче для квазилинейного уравнения эллиптического типа

Х. Р. Расулов

Бухарский государственный университет, Узбекистан, Бухара
xrasulov71@mail.ru

Вырождающиеся уравнения эллиптического и смешанного типов является одним из важнейших направлений в современной теории дифференциальных уравнений с частными производными. Основы теории краевых задач для уравнений эллиптического и смешанного типов были заложены в фундаментальных работах Трикоми [1], А.В.Бицадзе [2]. В дальнейшем теории краевых задач для уравнений смешанного типа уделялась в работах Т.Д.Джураева [3], М.С.Салахитдинова [4] и их учеников. В последние годы существенно развились направления в теории дифференциальных уравнений с частными производными смешанного уравнений эллиптического и смешанного типов с двумя линиями вырождения [5]. Исследования таких уравнений важны тем, что они интересны как в теоретическом, так и в прикладном плане. Так, рассмотрим уравнение:

$$y^m u_{xx} + X^m u_{yy} + C(xy)u = f(x, y), m = const > 0,$$

где $f(x, y)$ заданные функции в конечной односвязной области Ω плоскости независимых переменных x, y , ограниченной кривой σ при $x > 0, y > 0$ с концами в точках $A(1, 0), B(0, 1)$ и отрезками OA и OB оси Ox .

Введем обозначения $I_1 = \{(x, y) : 0 < x < 1, y = 0\}$, $I_2 = \{(x, y) : 0 < y < 1, x = 0\}$, $\partial\Omega = \sigma \cup OA \cup OB$, $2\beta = \frac{\pi}{m+2}$.

Задача. Требуется найти функцию $U(x, y)$ обладающую следующими свойствами:

1) $U(x, y) \in C(\bar{\Omega}) \cup C^1(D \cup \sigma \cup I_1 \cup I_2)$, причем U_x и U_y могут обращаться в бесконечность, порядок меньше чем 2β в точках $O(0, 0)$, $A(1, 0)$, $B(0, 1)$;

2) $U(x, y)$ - дважды непрерывно дифференцируемое решение уравнения (1) в области Ω ;

3) $U(x, y)$ - удовлетворяет краевым условиям $\{\sigma(s)A_s[u] + \rho(s)\}_{\sigma} = \varphi(s)$, $0 < s < l$
 $U|_{OA} = \psi(y)$, $0 < y < 1$, $a(x)U_x(x, 0) + b(x)U_y(x, 0) = d(x)$, $0 < x < 1$, где $\sigma(s)$, $\rho(s)$, $a(x)$, $b(x)$, $d(x)$ - заданные функции, $A_s[U] = y^m \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + x^m \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = -\cos(n, \nu)$, $\frac{\partial y}{\partial s} = -\cos(n, \tau)$, ν - внешняя нормаль к кривой σ , l - длина всей кривой σ , s - длина дуги кривой σ .

В данном сообщении при определенных ограничениях на заданные функции доказана однозначная разрешимость задачи.

Литература

1. Трикоми Ф. О линейных уравнениях смешанного типа. - М.-Л.: Гостехиздат, 1947 г. - 102 с.
2. Бицадзе А.И. Уравнения смешанного типа. - М.: Изд. АН СССР, 1959 г. - 269 с.
3. Джурасид Т.Т. Краевые задачи для уравнений смешанного и смешанно-составного типов. - Т.: Фан, 1979. - 204 с.
4. Салахитдинов М.С. Уравнения смешанно-составного типа. - Т.: Фан, 1974 г. - 156 с.
5. Исломов Б. Нелокальная задача с условиями Франкля для вырождающегося уравнения эллиптического - гиперболического типа со спектральным параметром. Математик физика ва замонавий анализнинг турли масалалари республика илмий - амалий шукумани материаллари. 2015 йил. Бухоро.

НЕЛОКАЛЬНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА С ДВУМЯ ЛИНИЯМИ ВЫРОЖДЕНИЯ

Рафиков А.Н., ФерГУ, Узбекистан.

rafikov72@mail.ru,

Пусть Ω конечная односвязная область плоскости xOy , ограниченная линией $\bar{\sigma}_0 = \{(x, y) : (x^{2q}/q^2) + (y^{2p}/p^2) = 1, x \geq 0, y \geq 0\}$ с концами в точках $A(h_1, 0)$, $B(0, h_2)$, отрезком $\overline{OB} = \{(x, y) : x = 0, 0 \leq y \leq h_2\}$ и при $y < 0$ характеристиками $OC : \xi \equiv \frac{1}{q}x^q - \frac{1}{p}(-y)^p = 0$, $AC : \eta \equiv \frac{1}{q}x^q + \frac{1}{p}(-y)^p = 1$ уравнения

$$\text{sign } y |y|^m u_{xx} + x^\alpha u_{yy} = 0, \quad m, \alpha = \text{const} > 0. \quad (1)$$

где $2q = n + 2$, $2p = m + 2$, $h_1 = q^{1/q}$, $h_2 = p^{1/p}$, причем $m > n$.

Введем обозначения: $2\alpha = n/(n+2)$, $2\beta = m/(m+2)$; $\Omega^+ = \Omega \cap \{y > 0\}$, $\Omega^- = \Omega \cap \{y < 0\}$, $OA = \Omega \cap \{y = 0\}$.

В данной работе для уравнения (1) сформулирована и исследована задача с условием типа Бицадзе-Самарского в эллиптической части области Ω .

Задача БС. Найти в области Ω функцию $u(x, y)$ со следующими свойствами:

1) $u(x, y) \in C(\bar{\Omega}) \cap C^1(\Omega) \cap C^2(\Omega^+ \cup \Omega^-)$ и $u_y(x, 0)$ на концах отрезка OA может обращаться в бесконечность порядка ниже $(1-2\beta)/(1-2\alpha)$;

2) удовлетворяет уравнению (1) в областях Ω^+ и Ω^- ;

3) удовлетворяет краевым условиям

$$u(x, y) - a(x, y)u(r_0^{1/q}x, r_0^{1/p}y) = g(x, y), \quad (x, y) \in \bar{\sigma}_0,$$