ЎзР ФА В.И. Романовский номидаги Математика институти
Математика институти Бухоро бўлинмаси

ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА АНАЛИЗНИНГ ТУРДОШ МАСАЛАЛАРИ
хорижий олимлар иштирокидаги илмий конференцияси

МАТЕРИАЛЛАРИ

Бухоро, Ўзбекистон, 04–05 ноябр, 2021 йил

========= ♦ =========

Институт Математики имени В.И. Романовского АН РУз
Бухарское отделение института Математики

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И РОДСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА

Бухара, Узбекистан, 04–05 ноябрь, 2021 год

========= ♦ =========

Institute of Mathematics named after V.I. Romanovskiy at the AS of Uzbekistan
Bukhara branch of the Institute of Mathematics

ABSTRACTS

of the Republican Scientific Conference with the participation of foreign scientists

DIFFERENTIAL EQUATIONS AND RELATED PROBLEMS OF ANALYSIS

Bukhara, Uzbekistan, November 04–05, 2021

ЎзР ФА В.И. Романовский номидаги Математика институти
Математика институти Бухоро бўлинмаси

**ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАР ВА
АНАЛИЗНИНГ ТУРДОШ МАСАЛАЛАРИ**

хорижий олимлар иштирокидаги илмий конференцияси

МАТЕРИАЛЛАРИ

Бухоро, Ўзбекистон, 04–05 ноябр, 2021 йил

======== ♦ ========

Институт Математики имени В.И. Романовского АН РУз
Бухарское отделение института Математики

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Республиканской научной конференции
с участием зарубежных ученых

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
И РОДСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ АНАЛИЗА**

Бухара, Узбекистан, 04–05 ноябрь, 2021 год

======== ♦ ========

Institute of Mathematics named after V.I. Romanovskiy at the
AS of Uzbekistan
Bukhara branch of the Institute of Mathematics

ABSTRACTS

of the Republican Scientific Conference with the
participation of foreign scientists

**DIFFERENTIAL EQUATIONS AND
RELATED PROBLEMS OF ANALYSIS**

Bukhara, Uzbekistan, November 04–05, 2021

Задача БС. Требуется определить функцию $u(x,y)$, обладающую следующими из класса:
1) $\Delta=\left\{u(x,y):\ u(x,y)\in C(\bar{\Omega})\cap C^2(\Omega^-),\, u_{xx}\in C\left(\Omega^+\right),\, {}_C D^{\alpha}_{oy}u\in C\left(\Omega^+\right)\right\}$;
2) $u(x,y)$ удовлетворяет уравнению (1) в областях Ω_1 и Ω_2;
3) $y^{1-\alpha}u_y\in C(\Omega_1)$, $u_y\in C(\Omega_2)$, причем эти функции непрерывны вплоть до границы A_1B_1. Кроме того на A_1B_1 выполняется условие склеивания

$$\lim_{y\to+0}y^{1-\alpha}u_y(x,+0)=\lambda_1(x)u_y(x,-0)+\lambda_2(x)u(x,0)+\lambda_3(x),\ (x,0)\in A_1B_1;$$

причем $\nu^{\pm}(x)$ может иметь особенность порядка меньше единицы при $x\to 0$ и ограничена при $x\to h_1$;
4) $u(x,y)$ удовлетворяет краевым условиям:

$$\left[\gamma_1 u_x(x,y)+\gamma_2 u(x,y)\right]\Big|_{A_1A_2}=\varphi_1(y),\ 0\leqslant y\leqslant h_2,$$

$$\left[\delta_1 u_x(x,y)+\delta_2 u(x,y)\right]\Big|_{B_1B_2}=\varphi_2(y),\ 0\leqslant y\leqslant h_2,$$

$$\frac{d}{d\left(x^{2q}\right)}\left(x^{2q}\right)^{\frac{1-\alpha_1-\beta_1}{2}}F_{ox}\begin{bmatrix}\dfrac{\alpha_1+\beta_1-1}{2}, & \dfrac{\alpha_1+\beta_1}{2}\\ \beta_1, & x^{2q}\end{bmatrix}\left(x^{2q}\right)^{\frac{2\alpha_1-1}{2}}u\left[\theta(x)\right]=$$
$$=a(x)u_y(x,0)+b(x),\qquad 0<x<h_1,$$

где γ_1, γ_2, δ_1, $\delta_2=const$, и $\lambda_i(x)$ $i=\overline{1,3}$, $\varphi_1(y)$, $\varphi_2(y)$, $\tilde{a}(x)=a(x^{1/2q})$, $\tilde{b}(x)=b(x^{1/2q})$ - заданные функции, $F_{0x}\left[...\right]$ и обобщенный интегральной оператор дробного порядка [1], а

$$\theta(x)=\left(\frac{x^q}{2}\right)^{1/q}-i\left(\frac{p}{q}\frac{x^q}{2}\right)^{1/p}$$

точка пересечения характеристик уравнения (1) выходящих из точек $(x,0)\in I_1$, с характеристикой AC.

ЛИТЕРАТУРА

1.Islomov B.I.,Ochilova N.K.,Sadarangani K.S. On a Frankl type boundary value problem for a mixed type degenerating equation. Ukrainian Mathematical Journal.(2019).vol. 71, pages 1347 – 1359.

Краевая задача для одного нелинейного уравнения смешанного типа

Х. Р. Расулов

Бухарский филиал института Математики АН Республики Узбекистан, Бухарский государственный университет
xrasulov71@mail.ru

Известно, что в современной теории дифференциальных уравнений с частными производными важное место занимают исследования уравнений смешанного типа. Практический интерес к данной области связан с применением уравнений смешанного типа в газовой динамике трансзвуковых течений, в математической биологии, в теории лазерного излучения, в теории упругости, в теории оболочек, в теории плазмы, в теории распространения электромагнитного поля в неоднородной среде и других разделах науки и техники.

Рассмотрим уравнение

$$|y|^k u_{xx} + sign(xy)|x|^k u_{yy} = f(x,y,u), \quad k>0. \quad (1)$$

Пусть $\Omega-$ конечная односвязная область плоскости xy, ограниченная кривой Жордана σ с концами в точках $A(1;0)$ $B(0;1)$, лежащей на первом квадрате $x>0, y>0$ и характеристиками

$$BC: (-x)^p + y^p = 1, \quad CD: x+y=0, \quad DA: x^p + (-y)^p = 1$$

уравнение (1), где $2p = k+2$. Эллиптическую часть области обозначим через Ω_1, а гиперболические - через Ω_2 и Ω_3. Пусть $A(x_0,0)$ и $B(0,y_0)$ произвольные точки отрезков OA и OB соответственно. Под A_0P_1, A_0P_2 и B_0E_1, B_0E_2 будем понимать характеристики

$$x^p + (-y)^p = x_0, \quad x^p - (-y)^p = x_0,$$

$$(-x)^p + y^p = y_0, \quad (-x)^p - y^p = y_0$$

уравнение (1), соединяющие точки $A(x_0,0)(0 \le x_0 \le 1)$ и $B(0,y_0)(0 \le y_0 \le 1)$ с точками

$$P_1\Big\{\Big(\frac{x_0}{2}\Big)^{\frac{1}{p}}, -\Big(\frac{x_0}{2}\Big)^{\frac{1}{p}}\Big\}, P_1\Big\{\Big(\frac{x_0+1}{2}\Big)^{\frac{1}{p}}, -\Big(\frac{1-x_0}{2}\Big)^{\frac{1}{p}}\Big\},$$

$$E_1\Big\{\Big(\frac{y_0}{2}\Big)^{\frac{1}{p}}, -\Big(\frac{y_0}{2}\Big)^{\frac{1}{p}}\Big\}, P_1\Big\{\Big(\frac{y_0+1}{2}\Big)^{\frac{1}{p}}, -\Big(\frac{1-y_0}{2}\Big)^{\frac{1}{p}}\Big\}.$$

Через Ω^* обозначим область, ограниченную контуром $A\sigma BE_2B_0E_1OP_1A_0P_2A$.

Определение: регулярным решением уравнения (1) в области Ω будем называть функцию $U(x;y)$, непрерывную в замкнутой области $\bar{\Omega}$, имеющую непрерывные производные до второго порядка включительно в области Ω и удовлетворяющую уравнению (1).

Задача Г. Найти регулярное решение уравнение (1) в области Ω^* при $xy \neq 0$, обладающие следующими свойствами:

1)$u(x;y) \in C(\Omega^*) \cap C^2(\Omega^*)$;

2)$\frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0}$ и $\frac{\partial u}{\partial y}|_{y=0}$ могут обращаться в бесконечность порядка меньше 1 в точке $O(0;0)$, $A(1;0)$ $B(0;1)$;

3)$u(x;y)$ удовлетворяет краевым условиям:

$u|_\sigma = \varphi(\xi)$ ($\xi-$ точка контура σ), (2)

$$\begin{cases} u|_{A_0P_1} = \psi_1(x), x \in \bar{I}_1; \quad u|_{A_0P_2} = \psi_2(x), x \in \bar{I}_2, \\ u|_{B_0E_1} = \psi_3(y), y \in \bar{I}_1; \quad u|_{B_0E_2} = \psi_4(y), y \in \bar{I}_4, \end{cases} \quad (3)$$

где

$$I_1 = \left(\Big(\frac{x_0}{2}\Big)^{\frac{1}{p}} < x < x_0\right), \quad I_2 = \left(x_0 < x < \Big(\frac{x_0+1}{2}\Big)^{\frac{1}{p}}\right),$$

$$I_3 = \left(\Big(\frac{y_0}{2}\Big)^{\frac{1}{p}} < y < y_0\right), \quad I_4 = \left(y_0 < y < \Big(\frac{y_0+1}{2}\Big)^{\frac{1}{p}}\right),$$

и $\varphi, \psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4-$ заданные функции.

В данном сообщении при определенных ограничениях на заданные функции доказана однозначная разрешимость задачи **Г**.

Следует отметить, что в данной работе с помощью методом последовательных приближений [1-3] доказаны существование решения задачи, получены определенную оценку для решение $u(x,y)$ и существенно расширен класс рассматриваемых функций $f(x,y,u)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Салахитдинов М. С., Расулов Х. Р. Задача Коши для одного квазилинейного вырождающегося уравнения гиперболического типа // ДАН РУ, 1996 г., No4, стр. 3-7.
2. Расулов Х. Р. Задача Дирихле для квазилинейного уравнения эллитичесческого типа с двумя линиями вырождения // ДАН РУ, 1996 г., No12, стр. 12-16.
3. Расулов Х.Р. Об одной нелокальной задаче для уравнения гиперболического типа // XXX Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам. Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019, стр. 197-199.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Расулов М. С.[1], Норов А. К.[2]
Институт Математики , Ташкент, Узбекистан
[1]rasulovms@bk.ru
[2]norov@mathinst.uz

В работе рассматривается задача со свободной границей для системы параболических уравнений реакции-диффузии: требуется найти функции $s(t)$, $u(t,x)$, $v(t,x)$ удовлетворяющие условиям

$$u_t - d_1 u_{xx} - m_x u_x = u(m(x) - u - kv), \quad (t,x) \in D, \tag{1}$$

$$v_t - d_2 v_{xx} - m_x v_x = v(m(x) - v - hu), \quad (t,x) \in Q, \tag{2}$$

$$u(0,x) = u_0(x), \quad 0 \le x \le s_0 = s(0), \tag{3}$$

$$v(0,x) = v_0(x), \quad 0 \le x < \infty, \tag{4}$$

$$u_x(t,0) = v_x(t,0) = 0, \quad 0 \le t \le T, \tag{5}$$

$$u(t,x) = 0, \quad 0 \le t \le T, \quad s(t) \le x < \infty, \tag{6}$$

$$u(t,s(t)) = 0, \quad 0 \le t \le T, \tag{7}$$

$$\dot{s}(t) = -\mu e^{m(s(t))} u_x(t,x), \quad 0 \le t \le T, \tag{8}$$

где $D = \{(t,x) : 0 < t \le T, 0 < x < s(t)\}$, $Q = \{(t,x) : 0 < t \le T, 0 < x < +\infty\}$, $s(t)$– свободная (неизвестная) граница определяется вместе с $u(t,x)$, $v(t,x)$; d_1, d_2, k, h, μ, ρ – положительные постоянные, положительная функция $m(x)$ удовлетворяет $m(x) \in C^1[0,s(t)]$. Функции $u_0(x)$, $v_0(x)$ удовлетворяют условиям:

$$u_0(x), v_0(x) \in C^{1+\alpha}(0,s_0),\ u_0(x) > 0 \text{ в } [0,s_0],\ v_0(x) > 0 \text{ в } (0,s_0),$$
$$u_0(0) = v_0(0) = 0, u_0(s_0) = v_0(s_0) = 0,\ u_0'(s_0) < 0,\ v_0'(s_0) < 0.$$