

Наука, техника  
и образование

2021. № 2 (77). Часть 2

Москва  
2021



# Наука, техника и образование

2021. № 2 (77). Часть 2

Российский импакт-фактор: 1,84

## НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Издается с 2012  
года

ИЗДАТЕЛЬСТВО  
«Проблемы науки»

Журнал  
зарегистрирован  
Федеральной  
службой по надзору  
в сфере связи,  
информационных  
технологий и  
массовых  
коммуникаций  
(Роскомнадзор)  
Свидетельство  
ПИ № ФС77-50836.

Территория  
распространения:  
зарубежные  
страны,  
Российская  
Федерация

Свободная цена

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР: Вальцев С.В.

Зам. главного редактора: Ефимова А.В.

### РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:

Абдуллаев К.Н. (д-р филос. по экон., Азербайджанская Республика), Алиева В.Р. (канд. филос. наук, Узбекистан), Акбулаев Н.Н. (д-р экон. наук, Азербайджанская Республика), Аликулов С.Р. (д-р техн. наук, Узбекистан), Ананьевна Е.П. (д-р филос. наук, Украина), Асатурова А.В. (канд. мед. наук, Россия), Аскарходжаев Н.А. (канд. биол. наук, Узбекистан), Байтасов Р.Р. (канд. с.-х. наук, Белоруссия), Бакиев И.В. (канд. наук по физ. воспитанию и спорту, Украина), Бахор Т.А. (канд. филол. наук, Россия), Баудина М.В. (канд. пед. наук, Россия), Блейх Н.О. (д-р ист. наук, канд. пед. наук, Россия), Боброва Н.А. (д-р юрид. наук, Россия), Богомолов А.В. (канд. техн. наук, Россия), Бородай В.А. (д-р социол. наук, Россия), Волков А.Ю. (д-р экон. наук, Россия), Гавриленкова И.В. (канд. пед. наук, Россия), Гарагонич В.В. (д-р ист. наук, Украина), Глущенко А.Г. (д-р физ.-мат. наук, Россия), Гринченко В.А. (канд. техн. наук, Россия), Губарева Т.И. (канд. юрид. наук, Россия), Гутникова А.В. (канд. филол. наук, Украина), Датий А.В. (д-р мед. наук, Россия), Демчук Н.И. (канд. экон. наук, Украина), Дивненко О.В. (канд. пед. наук, Россия), Дмитриева О.А. (д-р филол. наук, Россия), Доленко Г.Н. (д-р хим. наук, Россия), Есенова К.У. (д-р филол. наук, Казахстан), Жамалдинов В.Н. (канд. юрид. наук, Казахстан), Жолдошев С.Т. (д-р мед. наук, Кыргызская Республика), Зеленков М.Ю. (д-р полит.наук, канд. воен. наук, Россия), Ибадов Р.М. (д-р физ.-мат. наук, Узбекистан), Ильинских Н.Н. (д-р биол. наук, Россия), Кайракбаев А.К. (канд. физ.-мат. наук, Казахстан), Кафтаева М.В. (д-р техн. наук, Россия), Кикеишэ И.Д. (д-р филол. наук, Грузия), Клинов Г.Т. (PhD in Pedagogic Sc., Болгария), Кобланов Ж.Т. (канд. филол. наук, Казахстан), Ковалев М.Н. (канд. экон. наук, Белоруссия), Кравцова Т.М. (канд. психол. наук, Казахстан), Кузьмин С.Б. (д-р геогр. наук, Россия), Куликова Э.Г. (д-р филол. наук, Россия), Курманбаева М.С. (д-р биол. наук, Казахстан), Курляяниди К.И. (канд. экон. наук, Узбекистан), Линьковая-Даниельс Н.А. (канд. пед. наук, Австралия), Лукиенко Л.В. (д-р техн. наук, Россия), Макаров А.Н. (д-р филол. наук, Россия), Макаренко Т.Н. (канд. пед. наук, Россия), Мейманов Б.К. (д-р экон. наук, Кыргызская Республика), Мурадов Ш.О. (д-р техн. наук, Узбекистан), Мусаев Ф.А. (д-р филос. наук, Узбекистан), Набиев А.А. (д-р наук по геоинформ., Азербайджанская Республика), Назаров Р.Р. (канд. филос. наук, Узбекистан), Наумов В.А. (д-р техн. наук, Россия), Овчинников Ю.Д. (канд. техн. наук, Россия), Петров В.О. (д-р искусствоведения, Россия), Радкевич М.В. (д-р техн. наук, Узбекистан), Раҳимбеков С.М. (д-р техн. наук, Казахстан), Розыходжаева Г.А. (д-р мед. наук, Узбекистан), Романенкова Ю.В. (д-р искусствоведения, Украина), Рубцова М.В. (д-р социол. наук, Россия), Румянцев Д.Е. (д-р биол. наук, Россия), Самков А.В. (д-р техн. наук, Россия), Саньков П.Н. (канд. техн. наук, Украина), Селищникова Т.А. (д-р пед. наук, Россия), Сибирцев В.А. (д-р экон. наук, Россия), Скрипко Т.А. (д-р экон. наук, Украина), Сопов А.В. (д-р ист. наук, Россия), Стрекалов В.Н. (д-р физ.-мат. наук, Россия), Струкленко Н.М. (д-р пед. наук, Казахстан), Субачев Ю.В. (канд. техн. наук, Россия), Сулейманов С.Ф. (канд. мед. наук, Узбекистан), Трегуб И.В. (д-р экон. наук, канд. техн. наук, Россия), Упоров И.В. (канд. юрид. наук, д-р ист. наук, Россия), Федосыкина Л.А. (канд. экон. наук, Россия), Хилтухина Е.Г. (д-р филос. наук, Россия), Цучулян С.В. (канд. экон. наук, Республика Армения), Чигладзе Г.Б. (д-р юрид. наук, Грузия), Шамишина И.Г. (канд. пед. наук, Россия), Шарипов М.С. (канд. техн. наук, Узбекистан), Шевко Д.Г. (канд. техн. наук, Россия).

## Содержание

<b>ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ .....</b>	<b>5</b>
<i>Шарипов М.З., Файзиев Ш.Ш., Низомова Ш.К. ОСОБЕННОСТИ МАГНИТООПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МОНОКРИСТАЛЛА БОРАТА ЖЕЛЕЗА / Sharipov M.Z., Fayziev Sh.Sh., Nizomova Sh.K. FEATURES OF MAGNETO-OPTICAL PROPERTIES OF IRON BORATE SINGLE CRYSTAL .....</i>	<i>5</i>
<i>Мамуров Б.Ж., Сохивов Д.Б. О ТИПАХ НЕПОДВИЖНЫХ ТОЧЕК ОДНОГО КВАДРАТИЧНОГО СТОХАСТИЧЕСКОГО ОПЕРАТОРА / Mamurov B.Zh., Sohibov D.B. ON TYPES OF FIXED POINTS OF A SINGLE SQUARE STOCHASTIC OPERATOR .....</i>	<i>10</i>
<i>Кодиров Ж.Р., Мавлонов У.М., Хакимова С.Ш. АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ХАРАКТЕРИСТИК ПАРАБОЛИЧЕСКОГО И ПАРАБОЛОЦИЛИНДРИЧЕСКОГО КОНЦЕНТРАТОРОВ / Kodirov Zh.R., Mavlonov U.M., Khakimova S.Sh. ANALYTICAL REVIEW OF CHARACTERISTICS OF PARABOLIC AND PARABOLOCYLINDRICAL HUBS.....</i>	<i>15</i>
<i>Расулов Х.Р., Джурекулова Ф.М. ОБ ОДНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ С НЕПРЕРЫВНЫМ ВРЕМЕНЕМ / Rasulov H.R., Dzhurakulova F.M. ONE DYNAMIC SYSTEM WITH CONTINUOUS TIME .....</i>	<i>19</i>
<i>Расулов Х.Р., Яшиева Ф.Ю. О НЕКОТОРЫХ ВОЛЬТЕРРОВСКИХ КВАДРАТИЧНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ ОПЕРАТОРАХ ДВУПОЛОЙ ПОПУЛЯЦИИ С НЕПРЕРЫВНЫМ ВРЕМЕНЕМ / Rasulov H.R., Yashiyeva F.Yu. ABOUT SOME WOLTERRIAN SQUARE STOCHASTIC OPERATORS OF TWO-SEXAND POPULATION WITH CONTINUOUS TIME .....</i>	<i>23</i>
<i>Расулов Х.Р., Камариддинова Ш.Р. ОБ АНАЛИЗЕ НЕКОТОРЫХ НЕВОЛЬТЕРРОВСКИХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С НЕПРЕРЫВНЫМ ВРЕМЕНЕМ / Rasulov H.R., Kamariddinova Sh.R. ON ANALYSIS OF SOME NON-VOLTERRIAN DYNAMIC SYSTEMS WITH CONTINUOUS TIME.....</i>	<i>27</i>
<i>Бахронов Б.И., Холмуродов Б.Б. ИЗУЧЕНИЕ СПЕКТРА ОДНОЙ 3Х3-ОПЕРАТОРНОЙ МАТРИЦЫ С ДИСКРЕТНЫМ ПАРАМЕТРОМ / Bahronov B.I., Kholmurodov B.B. INVESTIGATION OF THE SPECTRUM OF A 3X3 OPERATOR MATRIX WITH DISCRETE VARIABLE.....</i>	<i>31</i>
<i>Бахронов Б.И., Мансуров Т.З. ВЫЧИСЛЕНИЕ СУЩЕСТВЕННОГО СПЕКТРА ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ФРИДРИХСА В СИСТЕМЕ MAPLE / Bahronov B.I., Mansurov T.Z. CALCULATION OF THE ESSENTIAL SPECTRUM OF THE GENERALIZED FRIEDRICHES MODEL IN THE MAPLE SYSTEM.....</i>	<i>35</i>
<i>Тошева Н.А., Исмоилова Д.Э. ЯВНЫЙ ВИД РЕЗОЛЬВЕНТЫ ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ФРИДРИХСА / Tosheva N.A., Ismoilova D.E. AN EXACT FORM OF THE RESOLVENT OF A GENERALIZED FRIEDRICHES MODEL .....</i>	<i>39</i>
<i>Тошева Н.А., Шарипов И.А. О ВЕТВЯХ СУЩЕСТВЕННОГО СПЕКТРА ОДНОЙ 3Х3-ОПЕРАТОРНОЙ МАТРИЦЫ / Tosheva N.A., Sharipov I.A. ON THE BRANCHES OF THE ESSENTIAL SPECTRUM OF A 3X3 OPERATOR MATRIX .....</i>	<i>44</i>
<i>Хайитова Х.Г., Ибодова С.Т. АЛГОРИТМ ИССЛЕДОВАНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ МОДЕЛИ ФРИДРИХСА / Khayitova Kh.G., Ibodova S.T. AN ALGORITM OF THE INVESTIGATION OF EIGENVALUES OF THE FRIEDRICHES MODEL .....</i>	<i>48</i>

<i>Хикматов Б.А. ИЗУЧЕНИЕ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ И ХИМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОЧВЫ / Hikmatov B.A. STUDY OF PHYSICAL-MECHANICAL AND CHEMICAL PROPERTIES OF SOIL.....</i>	52
<i>Умиркулова Г.Х. МЕСТОПОЛОЖЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ДВУХ СЕМЕЙСТВ МОДЕЛЕЙ ФРИДРИХСА / Umirkulova G.H. LOCATION OF THE EIGENVALUES OF THE TWO FAMILIES OF FRIEDRICH'S MODELS .....</i>	56
<b>БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ .....</b>	<b>61</b>
<i>Санаев С.Т., Рахматов И.И. ВЫРАЩИВАНИЕ ОВОЩНЫХ (СЛАДКИХ) СОРТОВ И ГИБРИДОВ КУКУРУЗЫ В КАЧЕСТВЕ ПОВТОРНОГО ПОСЕВА / Sanaev S.T., Rakhatov I.I. CULTIVATION OF VEGETABLE (SWEET) VARIETIES AND HYBRIDS OF CORN AS A RECOVERY .....</i>	61
<b>ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ .....</b>	<b>65</b>
<i>Нгуен Мань Ха, До Ман Тунг. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ сменных РЕЖУЩИХ пластин ПРИ токарной обработке / Nguyen Manh Ha, Do Manh Tung. CALCULATION OF THE STRENGTH OF CUTTING INSERTS DURING TURNING .....</i>	65
<b>ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ НАУКИ .....</b>	<b>74</b>
<i>Ахмедов О.С. ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ЯЗЫКУ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ / Akhmedov O.S. BASIC REQUIREMENTS FOR THE LANGUAGE OF A MATHEMATICS TEACHER .....</i>	74
<i>Бахтиёрова С.И. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЯ / Bakhtiyorova S.I. USE OF SOFTWARE IN TEACHING MATERIALS SCIENCE .....</i>	77
<b>ИСКУССТВОВЕДЕНИЕ .....</b>	<b>81</b>
<i>Ражабов Т.И. УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ОБУЧЕНИЯ БУХАРСКИМ ДЕТСКИМ ФОЛЬКЛОРНЫМ ПЕСНЯМ В СРЕДНЕЙ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ / Rajabov T.I. IMPROVEMENT OF SCIENTIFIC AND METHODOLOGICAL POSSIBILITIES OF TEACHING BUKHARA CHILDREN'S FOLKLORE SONGS IN SECONDARY EDUCATIONAL SCHOOL .....</i>	81
<i>Раджабов А.Ш., Джалилов Ф.А. СОДЕРЖАНИЕ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ К ВЕДЕНИЮ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ / Rajabov A.Sh., Jalilov F.A. CONTENTS OF PREPARING STUDENTS FOR ACTIVITIES IN THE EDUCATIONAL PROCESS .....</i>	84
<i>Норова Ш.У. ОБУЧЕНИЕ СТУДЕНТОВ В ДУХЕ УВАЖЕНИЯ К НАЦИОНАЛЬНЫМ ЦЕННОСТИЯМ ПОСРЕДСТВОМ МУЗЫКАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ / Norova Sh.U. TRAINING STUDENTS IN THE SPIRIT OF RESPECT FOR NATIONAL VALUES THROUGH MUSICAL EDUCATION .....</i>	88
<i>Рахимов Р.Н. СПОСОБЫ РАЗВИТИЯ НАВЫКОВ ПОНIMАНИЯ МУЗЫКИ / Rahimov R.N. WAYS TO DEVELOP MUSIC COMPREHENSION SKILLS.....</i>	91

# ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

## ОСОБЕННОСТИ МАГНИТООПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МОНОКРИСТАЛЛА БОРАТА ЖЕЛЕЗА

Шарипов М.З.<sup>1</sup>, Файзиев Ш.Ш.<sup>2</sup>, Низомова Ш.К.<sup>3</sup>

Email: Sharipov1177@scientifictext.ru

<sup>1</sup>Шарипов Мирзо Зокирович – доктор физико-математических наук, проректор,

Бухарский инженерно-технологический институт;

<sup>2</sup>Файзиев Шахобиддин Шавкатович – кандидат физико-математических наук, доцент;

<sup>3</sup>Низомова Шахноза Каҳрамон кизи – магистрант,

кафедра физики, физико-математический факультет,

Бухарский государственный университет,

г. Бухара, Республика Узбекистан

**Аннотация:** в статье изучены магнитооптические свойства монокристалла бората железа, где рассматривается магнитооптические свойства кристалла бората железа, которые определяются вкладами векторов ферро - и антиферромагнетизма. А также в статье изучены поведение оптической индикатрисы кристалла бората железа в магнитном поле. Анализируя состояние поляризации света на выходе из кристалла, можно установить ориентацию векторов  $m$  и  $l$  в базисной плоскости или определить положение  $C_2$  – осей относительно осей лабораторной системы координат.

**Ключевые слова:** магнитооптика, борат железа, антиферромагнетизм, кристалл, магнитное поле.

## FEATURES OF MAGNETO-OPTICAL PROPERTIES OF IRON BORATE SINGLE CRYSTAL

Sharipov M.Z.<sup>1</sup>, Fayziev Sh.Sh.<sup>2</sup>, Nizomova Sh.K.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Sharipov Mirzo Zokirovich - Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Vice Rector,  
BUKHARA ENGINEERING-TECHNOLOGICAL INSTITUTE;

<sup>2</sup>Fayziev Shakhobiddin Shavkatovich - Candidate of Science of Physics and Mathematics, Associate Professor;

<sup>3</sup>Nizomova Shahnoza Kahramon kizi – Master Student,

DEPARTMENT OF PHYSICS, FACULTY OF PHYSICS AND MATHEMATICS,  
BUKHARA STATE UNIVERSITY,  
BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

**Abstract:** the article studies the optical and magneto-optical properties of a single crystal of iron borate, where the magneto-optical properties of a crystal of iron borate are considered, which are determined by the contributions of vectors of ferro- and antiferromagnetism. The article also studies the behavior of the optical indicatrix of an iron borate crystal in a magnetic field, which is determined by second-rank tensors that describe its symmetry. By analyzing the state of polarization of light at the exit from the crystal, one can establish the orientation of the vectors  $m$  and  $l$  in the basal plane or determine the position of the  $C_2$  - axes relative to the axes of the laboratory coordinate system.

**Keywords:** magneto-optics, iron borate, antiferromagnetism, crystal, magnetic field.

УДК 538.1:548

Борат железа – прозрачный в видимой области спектра оптически анизотропный кристалл зеленого цвета. Ниже температуры Нееля  $\text{FeBO}_3$  оптически двухосный кристалл, одна из оптических осей которого совпадает с главной осью симметрии ( $C_3$  – осью) [1,2]. Магнитооптические свойства этого кристалла в области прозрачности определяются, в основном, эффектами Фарадея и магнитного линейного дихроизма [3-7]. При

распространении света вблизи направления оптической оси кристалла величины этих эффектов оказывается одного порядка (при  $T=300$  К составляют  $\sim 10^{-3}$ , увеличиваясь примерно в 1,5 раза при охлаждении до 77 К).

Наиболее полное теоретическое исследование магнитооптических эффектов в ромбоэдрических антиферромагнетиках со слабым ферромагнетизмом выполнено в [6].

Следуя этой работе, запишем тензор диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{ij}^a$  слабоферромагнитного кристалла в виде разложения по компонентам векторов ферро – и антиферромагнетизма  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{l}$  соответственно:

$$\epsilon_{ij}^s = \epsilon_{ij}^0 + \nu_{ijkn} l_k l_n + \mu_{ijkn} m_k l_n; \quad \epsilon_{ij}^a = \gamma_{ijn} m_n,$$

где  $\epsilon_{ij}^s$  и  $\epsilon_{ij}^a$  – соответственно симметричная и антисимметричная части тензора

$\epsilon_{ij}^0$ ;  $\epsilon_{ij}^0$  – тензор диэлектрической проницаемости кристалла для температур выше температуры магнитного упорядочения;

$\nu$ ,  $\mu$ ,  $\gamma$  – тензоры, отражающие симметрию кристалла в парамагнитной фазе.

При вращении ферромагнитного момента в базисной плоскости (111) ромбоэдрических слабых ферромагнетиков ферромагнитная и антиферромагнитная составляющие спиновой системы кристалла периодически выходят из плоскости [8], так что появляются продольные составляющие векторов ферро- и антиферромагнетизма –  $m_z$  и  $l_z$ . Из теории основного состояния ромбоэдрических слабых ферромагнетиков известно [9], что

$$m_z = \frac{t \cos 3(\varphi + \varphi_0)}{A + a}, \quad m_{\parallel} = \frac{D}{A}, \quad (1)$$

где  $A$ ,  $a$  – обменные константы ( $A \gg a$ );

$t$  – константа магнитной анизотропии четвертого порядка;

$D$  – константа Дзялошинского;

$\varphi_0$  – угол между осью X лабораторной системы координат и осью симметрии второго порядка;

$m_{\parallel}$  – компонента вектора ферромагнетизма, лежащая в базисной плоскости кристалла.

В рассматриваемой геометрии распространения света в кристалле эффект Коттона – Мутона определяется членами  $\eta$  и  $\xi$ , которые, согласно [6], равны:

$$\begin{aligned} \eta &= v_1(l_x^2 - l_y^2) + \mu(m_x l_y + m_y l_x) + 2v_2 l_y l_x; \\ \xi &= v_1 l_x l_y + \mu(m_y l_y + m_y l_x) + v_2 l_y l_x, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $\mu$  – константы, определяемые оптическими свойствами кристалла.

Для нахождения явного вида зависимости величины магнитного линейного двупреломления (или магнитного линейного дихроизма) от ориентации векторов ферро – и антиферромагнетизма относительно кристаллографических осей ромбоэдрических слабых ферромагнетиков необходимо учесть изменения проекций  $m_i$  и  $l_i$  в зависимости от угла между направлением насыщающего магнитного поля  $H$  (направлением вектора  $\mathbf{M}_s$ ) и X – осью лабораторной системы координат (см. рис. 1). С учетом соотношений (1) эти зависимости имеют вид:

$$\begin{aligned} m_x &= m_{\parallel} \cos(\varphi + \varphi_0); \\ m_y &= m_{\parallel} \sin(\varphi + \varphi_0); \\ m_z &= m_{\perp} \cos 3(\varphi + \varphi_0); \\ l_x &= -l_{\parallel} \sin(\varphi + \varphi_0); \\ l_y &= l_{\parallel} \cos(\varphi + \varphi_0); \\ l_z &= l_{\perp} \sin 3(\varphi + \varphi_0); \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\varphi$  – угол между направлением внешнего магнитного поля и X – осью лабораторной системы координат;

$\varphi_0$  – угол между X – осью и  $C_2$  – осью кристалла;

$m_{\parallel}$ ,  $l_{\parallel}$  - поперечные, а  $m_{\perp}$ ,  $l_{\perp}$  - продольные относительно направления распространения света составляющие векторов  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{l}$ .

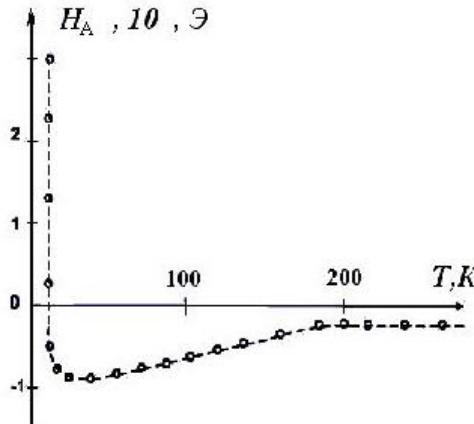


Рис. 1. Температурная зависимость поля внутриволновой гексагональной магнитной анизотропии  $H_A$  в плоскости (111) монокристалла  $FeBO_3$

Углы выхода векторов  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{l}$  из базисной плоскости кристалла  $FeBO_3$ , малы (эти углы составляют  $\sim 10^{-3}$  рад [9-17]), поэтому  $m_{\parallel} \approx |\mathbf{m}|$ ,  $l_{\parallel} \approx |\mathbf{l}|$ . Поскольку  $l_z \ll l$ , то продольная часть вектора антиферромагнетизма будет служить лишь малым возмущением оптических констант кристалла, поэтому вкладом  $l_z$  в четные магнитооптические эффекты можно пренебречь по сравнению с вкладами от поперечных компонент  $l_x$ ,  $l_y$ .

Если обратиться к нечетным магнитооптическим эффектам - эффекту Фарадея и магнитному круговому дихроизму, то из зависимости компонент антисимметричной части тензора  $\varepsilon_{ij}$  от вектора ферромагнетизма следует, что как вращение плоскости поляризации, так и эллиптичность, возникающие при распространении света вдоль главной оси симметрии ромбоэдрического кристалла, нечетные по отношению к направлению вектора  $\mathbf{m}$ , обусловливаются исключительно его продольной компонентой  $m_z$  [10-28]. Если направление распространения света отклоняется от  $C_3$  – оси на малый угол  $\beta$ , то вектор гирации кристалла, очевидно, можно представить как:

$$g = \gamma_1 m_z + \beta \gamma_2 m_{\parallel}, \quad (4)$$

где  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  – константы, описывающие магнитооптическую анизотропию ромбоэдрического кристалла.

Подставляя соотношения (2) – (4) в соответствующих формулах, получим зависимости поляризационных параметров светового луча, прошедшего ромбоэдрический слабый ферромагнетик, от азимута плоскости поляризации падающего на образец света  $\Psi$  и ориентации намагниченности относительно лабораторной системы координат в виде:

$$\begin{aligned} Re\vartheta &= [-v_1'' \sin 2(\Psi - \phi) - \gamma_1' m_z(\phi) - \beta \gamma_2' m_{\perp} \cos(\phi + \phi_0)] \omega z / cn; \\ Im\vartheta &= [-v_1' \sin 2(\Psi - \phi) - \gamma_1'' m_z(\phi) - \beta \gamma_2'' m_{\perp} \cos(\phi + \phi_0)] \omega z / cn; \end{aligned} \quad (5)$$

где магнитооптические константы  $v_1''$  и  $\gamma_1'$ ,  $\gamma_2'$  – отвечают за магнитный линейный дихроизм и эффект Фарадея соответственно,

а  $v_1'$  и  $\gamma_1''$ ,  $\gamma_2''$  – за магнитное линейное двупреломление и магнитный круговой дихроизм (при этом принято  $|\mathbf{l}| = 1$ ).

Следовательно, анализируя состояние поляризации света на выходе из кристалла, на основе (5) можно установить ориентацию векторов  $\mathbf{m}$  и  $\mathbf{l}$  в базисной плоскости или определить положение  $C_2$  – осей относительно осей лабораторной системы координат.

## *Список литературы / References*

1. Boiedaev S.R., Dzhuraev D.R., Sokolov B.Yu., Sharipov M.Z. Magnetooptical method of investigation of the magnetic inhomogeneity of easy-plane antiferromagnets with a weak ferromagnetism // Optics and Spectroscopy (English translation of Optika i Spektroskopiya), 2008. 104(4). C. 604-609.
2. Sharipov M.Z., Dzhuraev D.R., Sokolov B.Yu., Kurbanov M. Modulated magnetic structure of on inhomogeneously stressed single crystal FeBO<sub>3</sub> // Ukrainian Journal of Physics, 2010. T. 55. № 6. C. 706-711.
3. Sokolov B.Yu., Talabov M.D., Sharipov M.Z. Domain structure of a thin single – crystal plate of terbium iron garnet near the magnetic compensation point // Physics of the Solid State, 2013. T. 55. Issue 2. C. 314-320.
4. Sokolov B.Yu., Sharipov M.Z. The influence of domain structure on the Faraday effect in terbium garnet ferrite in the vicinity of the magnetic – compensation temperature // Russian Physics Journal, 2013. T. 56. Issue 7. C. 845-851.
5. Sokolov B.Yu., Sharipov M.Z. Influence of the biaxial mechanical stress on the domain structure of holmium yttrium garnet ferrite // Russian Physics Journal, 2014. T. 57. Issue 8. C. 1001-1007.
6. Sharipov M.Z., Mirzhanova N.N., Hayitov D.E. Effect of inhomogeneous radially directed mechanical stresses on the domain structure of a FeBO<sub>3</sub> single crystal // Eurasian Physical Technical Journal, 2019. T. 16. № 1(31). 35-40 c.
7. Sharipov M.Z., Hayitov D.E., Rizoqulov M.N., Islomov U.N., Raupova I.B. Domain structure and magnetic properties of terbium ferrite-garnet in the vicinity of the magnetic compensation point // Eurasian Physical Technical Journal. Karaganda, Kazakhstan, 2019. T. 16. № 2(32). 21-25 c.
8. Ибрагимов С.С., Кодиров Ж.Р., Хакимова С.Ш. Исследование усовершенствованной сушилки фруктов и выбор поверхностей, образующих явление естественной конвекции // Вестник науки и образования (2020). № 20 (98). С. 6-9.
9. Кодиров Ж.Р., Хакимова С.Ш., Мирзаев Ш.М. Анализ характеристик параболического и параболоцилиндрического концентраторов, сравнение данных, полученные на них // Вестник ТашИИТ. № 2, 2019. С. 193-197.
10. Кодиров Ж.Р., Маматрузиеv M. Составление программного обеспечения, алгоритм и расчет математической модели применения свойств солнечного опреснителя к точкам заправки топливом // Молодой ученый (2018). С. 50-53.
11. Saidov Q.S., Bekmurodova M.B. Complex movement of object // International Scientific Journal 85:5 (2020). C. 316-322.
12. Saidov Q.S., Bekmurodova M.B. The problem of teaching heat transfer and heat exchange in schools and lyceums // JournalNX-A Multidisciplinary Peer Reviewed Journal 6:9 (2020). C. 176-183.
13. Курбанов К., Очилов Л.И. Определение механических воздействий гидротехнических сооружений с помощью оптических волоконных датчиков // Молодой ученый. 10 (2015). С. 247-251.
14. Очилов Л.И. Адсорбция воды на цеолитах типа ZSM-5 // Молодой ученый (2016). № 12. С. 358-360.
15. Файзиев Ш.Ш., Saidov K.C., Askarov M.A. Зависимость магнитно модулированной структуры от ориентации поля в кристалле // Вестник науки и образования (2020). № 18 (96). Часть 2. С. 6-9.
16. Очилов Л.И., Арабов Ж.О., Ашуррова У.Д. Измерение преобразования потенциальной энергии в поступательную и вращательную энергию с помощью колеса максвелла // Вестник науки и образования (2020). № 18 (96). Часть 2. С. 18-21.
17. Очилов Л.И. Технология приготовления фитиля из капиллярно-полых материалов // Молодой ученый (2016). № 12. С. 360-362.

18. *Кобилов Б.Б., Насырова Н.К.* Особенности изучения физики в вузах // Вестник науки и образования (2020). № 18 (96). Часть 2. С. 52-55.
19. *Нарзуллаев М.Н., Камолов В.Ш.* Использование астрономических знаний в формировании экологической культуры студентов // Вестник науки и образования (2020). № 18 (96). Часть 2. С. 56-59.
20. *Очилов Л.И.* Исследование некоторых свойств капиллярно-полых материалов // Молодой ученый (2016). № 12. С. 362-364.
21. *Dzhuraev D.R., Turaev A.A.* Features of key parameters of field transistors // Scientific reports of Bukhara State University (2020). № 2. С. 7-10.
22. *Файзиев Ш.Ш., Саидов К.С.* Электронная структура основного мультиплета иона диспразия в ортоалюминате // Academy (2020). С. 4-6.
23. *Кодиров Ж.Р., Маматгузинов М.* Изучение принципа работы устройства насосного гелио-вodoопреснителя // Молодой ученый, 26 (2018). С. 48-49.
24. *Atoeva M.F., Arabov J.O., Kobilov B.B.* Innovative Pedagogical Technologies For Training The Course of Physics // Journal of Interdisciplinary Innovations and Research (2020). 2(12). С. 82-91.
25. *Astanov S., Niyazkhonova B.E.* Luminescent properties of vitamins in monomeric and associated - states in a polar solvent // Journal of Applied Spectroscopy. 55:5 (1991) С. 1103-1106.
26. *Назаров Э.С., Назаров Ш.Э.* Особенности интегрирования информационных технологий в преподавании предмета «физики» // Вестник науки и образования (2020). № 18 (96). Часть 2. С. 9-12.
27. *Туксанова З.И., Назаров Э.* Effective use of innovative technologies in the education system // Интернаука (2020). 16. С. 30-32.
28. *Насырова Н., Носирова Н., Туксанова З.И.* Innovative technologies in physics education // European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences (2020). № 10. С. 19-22.

# О ТИПАХ НЕПОДВИЖНЫХ ТОЧЕК ОДНОГО КВАДРАТИЧНОГО СТОХАСТИЧЕСКОГО ОПЕРАТОРА

**Мамуров Б.Ж.<sup>1</sup>, Сохивов Д.Б.<sup>2</sup> Email: Mamurov1177@scientifictext.ru**

<sup>1</sup>Мамуров Бобохон Жураевич - кандидат физико-математических наук, доцент;

<sup>2</sup>Сохивов Дишиод Бекназарович – магистр,

кафедра математического анализа, физико-математический факультет,

Бухарский государственный университет,

г. Бухара, Республика Узбекистан

**Аннотация:** одна из основных задач динамической системы состоит в изучении эволюции состояния системы. Для решения задач, возникающих в математической генетике, используются квадратичные и кубические стохастические операторы. Ряд задач прикладного характера приводит к необходимости изучения асимптотического поведения траекторий нелинейных стохастических операторов. В данной работе с целью дальнейшего рассмотрения выпуклых комбинаций с другими квадратичными операторами, изучаются типы неподвижных точек одного квадратичного стохастического оператора.

**Ключевые слова:** симплекс, квадратичные стохастические операторы, неподвижные точки, якобиан оператора.

## ON TYPES OF FIXED POINTS OF A SINGLE SQUARE STOCHASTIC OPERATOR

**Mamurov B.Zh.<sup>1</sup>, Sohibov D.B.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Mamurov Bobohon Zhuraevich - Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor;

<sup>2</sup>Sohibov Dilshod Beknazarovich - Master Student,

DEPARTMENT OF MATHEMATICAL ANALYSIS, FACULTY OF PHYSICS AND MATHEMATICS,

BUKHARA STATE UNIVERSITY,

BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

**Abstract:** one of the main tasks of a dynamical system is to study the evolution of the state of the system. To solve problems that arise in mathematical genetics, quadratic and cubic stochastic operators are used. A number of problems of an applied nature make it necessary to study the asymptotic behavior of the trajectories of nonlinear stochastic operators. In this paper, with the aim of further considering convex combinations with other quadratic operators, we study the types of fixed points of one quadratic stochastic operator.

**Keywords:** simplex, quadratic stochastic operators, fixed points, operator Jacobian.

УДК 517.988.52

Понятие квадратичных стохастических операторов было первые сформулировано С.Н. Бернштейном.

Квадратичные операторы привлекают внимание специалистов в различных областях математики и ее приложениях (см., например, [1]-[19]).

В данной работе с целью дальнейшего рассмотрения выпуклых комбинаций с другими квадратичными операторами, изучаются типы неподвижных точек одного квадратичного стохастического оператора.

Пусть  $E = \{1, 2, \dots, n\}$ . Множество  $S^{n-1} = \left\{ x = (x_1, \dots, x_n) \in R^n : x_i \geq 0, \sum_{i=1}^n x_i = 1 \right\}$

называется  $(n-1)$  - мерным симплексом. Каждый элемент  $x \in S^{n-1}$  является вероятностной мерой на  $E$ , и его можно интерпретировать как состояние биологической (физической и т.п.) системы, состоящей из  $n$  элементов.

Квадратичный стохастический оператор  $V : S^{n-1} \rightarrow S^{n-1}$  имеет вид

$$V : x' = \sum_{i,j=1}^n p_{ij,k} x_i x_j, \text{ где } p_{ij,k} \geq 0, \quad p_{ij,k} = p_{ji,k}, \quad \sum_{k=1}^n p_{ij,k} = 1.$$

В  $S^2$  рассмотрим квадратичный стохастический оператор :

$$\begin{aligned} x_1^1 &= x_1^2 + 2x_1 x_2, \\ x_2^1 &= x_2^2 + 2x_2 x_3, \\ x_3^1 &= x_3^2 + 2x_3 x_1. \end{aligned} \quad (1)$$

Оператор (1) имеет четыре неподвижные точки:

$$M_1 = \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right), \quad M_2 = (1,0,0), \quad M_3 = (0,1,0), \quad M_4 = (0,0,1).$$

Определим типы этих неподвижных точек.

**Определение** (см. [4]). Если якобиан  $I$  оператора  $V$  в неподвижной точке  $\lambda^*$  не имеет собственного значения на единичной окружности, то точка  $\lambda^*$  называется *гиперболической*.

**Определение** (см. [4]). Гиперболическая неподвижная точка  $\lambda^*$  называется *притягивающей*, если все абсолютные величины собственных значений матрицы якоби  $J(\lambda^*)$  меньше единицы; отталкивающий, если все абсолютные величины собственных значений матрицы якоби  $J(\lambda^*)$  больше единицы *седловой*, в остальных случаях.

Используя  $x_3 = 1 - x_2 - x_1$  второе уравнение квадратичный оператор (1) запишем в виде:

$$x_2^1 = x_2^2 + 2x_2(1 - x_2 - x_1) = x_2^2 + 2x_2 - 2x_2^2 - 2x_1 x_2 = -x_2^2 - 2x_1 x_2 + 2x_2.$$

Тогда система (1) примет вид:

$$\begin{aligned} x_1^1 &= x_1^2 + 2x_1 x_2, \\ x_2^1 &= -x_2^2 - 2x_1 x_2 + 2x_2, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $(x_1, x_2) \in \{(x, y); x, y \geq 0, 0 \leq x + y \leq 1\}$ , а  $x_1, x_2$  — первые где координаты точек

симплекса  $S^2$ . Составим матрицы якоби оператора (2) в точке  $\lambda_1^* = \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right)$ .

$$\frac{\partial x_1^1}{\partial x_1} = 2x_1 + 2x_2, \quad \frac{\partial x_2^1}{\partial x_2} = 2x_1.$$

$$\frac{\partial x_1^1}{\partial x_1} \Bigg|_{\lambda_1^* = \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right)} = 2 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{3}; \quad \frac{\partial x_1^1}{\partial x_2} \Bigg|_{\lambda_1^* = \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right)} = \frac{2}{3}.$$

$$\frac{\partial x_2^1}{\partial x_1} = -2x_2, \quad \frac{\partial x_2^1}{\partial x_2} = -2x_2 - 2x_1 + 2.$$

$$\frac{\partial x_2^1}{\partial x_1} \Bigg|_{\lambda_1^* = \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right)} = -\frac{2}{3}, \quad \frac{\partial x_2^1}{\partial x_2} \Bigg|_{\lambda_1^* = \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right)} = -2 \cdot \frac{1}{3} - 2 \cdot \frac{1}{3} + 2 = -\frac{4}{3} + 2 = \frac{2}{3}.$$

Значить матрицы якоби оператора (2) имеет вид:  $J(\lambda_1^*) = \begin{vmatrix} \frac{4}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{vmatrix}$

Теперь найдем собственные значения матрицы  $J(\lambda_1^*)$ :

$$\begin{vmatrix} \frac{4}{3} - \mu & \frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} - \mu \end{vmatrix} = 0, \quad \left( \frac{4}{3} - \mu \right) \left( \frac{2}{3} - \mu \right) + \frac{4}{9} = 0.$$

$$\frac{8}{9} - \frac{4}{3}\mu - \frac{2}{3}\mu + \mu^2 = 0, \quad 9\mu^2 - (12+6)\mu + 8 = 0, \quad 9\mu^2 - 18\mu + 8 = 0,$$

$$D = 18^2 - 4 \cdot 9 \cdot 8 = 324 - 288 = 36, \quad \mu_{1,2}^{(1)} = \frac{18 \pm 6}{18} = \frac{9 \pm 3}{9} = 1 \pm \frac{1}{3}.$$

Это показывает, что точка  $\lambda_1^* = \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right)$  негиперболическая и седловая, так как

$$\mu_1^{(1)} = 1 - \frac{1}{3} < 1 \text{ и } \mu_2^{(1)} = 1 + \frac{1}{3} > 1.$$

Проверим точка  $M(1,0,0)$ . Составим матрицы якоби оператора (2) в точке  $\lambda_2^* = (1,0,0)$

$$\frac{\partial x_1^1}{\partial x_1} \Big|_{\lambda^*=(1,0,0)} = 2, \quad \frac{\partial x_1^1}{\partial x_2} = 2, \quad \frac{\partial x_2^1}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial x_2^1}{\partial x_2} = -2 + 2 = 0.$$

Матрица якоби оператора (2) в этом случае имеет вид:  $J(\lambda_2^*) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

Собственные значения матрицы  $J(\lambda_2^*)$ :

$$\begin{vmatrix} 2 - \mu & 2 \\ 0 & -\mu \end{vmatrix} = 0, \quad (2 - \mu)\mu = 0, \quad \mu_1^{(2)} = 0, \quad \mu_2^{(2)} = 2.$$

Точка  $\lambda_2^* = (1,0,0)$  негиперболическая и седловая, так как  $|\mu_1^{(2)}| = 0 < 1$ ,  $|\mu_2^{(2)}| = 2 > 1$

Составим матрицы якоби оператора (2) в точке  $\lambda_3^* = (0,1,0)$ .

$$\frac{\partial x_1^1}{\partial x_1} \Big|_{\lambda_3^*=(0,1,0)} = 2, \quad \frac{\partial x_1^1}{\partial x_2} \Big|_{\lambda_3^*=(0,1,0)} = 0, \quad \frac{\partial x_2^1}{\partial x_1} \Big|_{\lambda_3^*=(0,1,0)} = -2, \quad \frac{\partial x_2^1}{\partial x_2} \Big|_{\lambda_3^*=(0,1,0)} = 0,$$

$$J(\lambda_3^*) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Собственные значения матрица  $J(\lambda_3^*)$ :

$$\begin{vmatrix} 2-\mu & -\mu \\ -2-\mu & 0 \end{vmatrix} = 0, \quad (2-\mu) \cdot 0 - \mu(\mu+1) = 0, \quad -\mu(\mu+1) = 0, \quad \mu_1^{(3)} = 0, \\ \mu_2^{(3)} = -1.$$

Собственно точка  $\lambda_3^* = (0,1,0)$  негиперболическая и седловая, так как  $\mu_1^{(3)} = 0 < 1$ ,  $|\mu_2^{(3)}| = |-1| = 1$ . Для точки  $\lambda_4^* = (0,0,1)$  составим матрицы якоби.

$$\frac{\partial x_1^1}{\partial x_1} \Big|_{\lambda_4^*=(0,0,1)} = 0, \quad \frac{\partial x_1^1}{\partial x_2} \Big|_{\lambda_4^*=(0,0,1)} = 0, \quad \frac{\partial x_2^1}{\partial x_1} \Big|_{\lambda_4^*=(0,0,1)} = 0, \quad \frac{\partial x_2^1}{\partial x_2} \Big|_{\lambda_4^*=(0,0,1)} = 2,$$

$$J(\lambda_4^*) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Собственные значения матрицы  $J(\lambda_4^*)$ :

$$\begin{vmatrix} -\mu & 0 \\ 0 & 2-\mu \end{vmatrix} = 0, \quad -\mu(2-\mu) = 0, \quad \mu_1^{(4)} = 0, \quad \mu_2^{(4)} = 2.$$

Точка  $\lambda_4^* = (0,0,1)$  негиперболическая и седловая.

**Утверждения.** Все четыре неподвижные точки  $M_1 = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ ,  $M_2 = (1,0,0)$ ,

$M_3 = (0,1,0)$  и  $M_4 = (0,0,1)$  оператора (1) седловая.

### Список литературы / References

- Ганиходжаев Р.Н. Квадратичные стохастические операторы, функции Ляпунова и турниры // Матем.сб., **183**:8 (1992), 119-140.
- Любич Ю.И. Математические структуры в популяционной генетике, Наукова думка, Київ, 1983.
- Розиков У.А., Жамилов У.У.  $F$ -квадратичные стохастические операторы // Матем. заметки, 83:4 (2008), 606-612.
- Розиков У.А., Жамилов У.У. О динамике строго невольтерровских квадратичных стохастических операторов на двумерном симплексе // Матем. сб., **200**:9 (2009), 81-94.
- Мамуров Б.Ж., Жураева Н.О. О роли элементов истории математики в преподавании математики // Abstracts of X International Scientific and Practical Conference Liverpool, 2020. С. 701-702.
- Мамуров Б.Ж. Неравномерные оценки скорости сходимости в центральной предельной теореме для симметрично зависимых случайных величин // Молодой учёный. **197**:11 (2018). С. 3-5.
- Мамуров Б.Ж., Бобокулова С.Б. Теорема сходимости для последовательности симметрично зависимых случайных величин // Academy. **55**:4 (2020). С. 13-16.
- Мамуров Б.Ж. О кубических стохастических процессах // Тезисы докладов межн. конфер. CODS-2009. С. 72.
- Mamurov B.J., Rozikov U.A. On cubic stochastic operators and processes // Journal of Physics: Conference Series. **697** (2016), 012017.

10. *Mamurov B.J., Rozikov U.A. and Xudayarov S.S.* Quadratic stochastic processes of type  $(\sigma|\mu)$  // arXiv: 2004.01702 [math.D.S]. C. 1-14.
  11. *Мамуров Б.Ж., Жураева Н.О.* О первом уроке по теории вероятностей // Вестник науки и образования. 96:18 (2020). Часть 2. С 5-7.
  12. *Mamurov B.J.* A central limit theorem for quadratic chains with finite genotypes // Scientific reports of Bukhara State University. 1:5, 2018. C. 18-21.
  13. *Mamurov B.J., Rozikov U.A., Xudayarov S.S.* Quadratic Stochastic Processes of Type  $(\sigma|\mu)$  // Markov Processes Relat. Fields 26, 915-933 (2020).
  14. *Расулов Х.Р. и др.* О разрешимости задачи Коши для вырождающегося квазилинейного уравнения гиперболического типа. Ученый XXI века. № 6-1 (53). Июнь 2019 г. С. 16-18.
  15. *Rasulov Kh.R.* On a continuous time F - quadratic dynamical system // Uzbek mathematical journal. 2018. № 4. C. 126-131.
  16. *Расулов Х.Р.* Об одной нелокальной задаче для уравнения гиперболического типа. XXX Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам, Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019, 2019. С. 197-199.
  17. *Rasulov Kh.R.* KD problem for a quasilinear equation of an elliptic type with two lines of degeneration // Journal of Global Research in Mathematical Archives, 6:10, 2019.
  18. *Расулов Х.Р. и др.* О существовании обобщенного решения краевой задачи для нелинейного уравнения смешанного типа // Вестник науки и образования, 2020. № 19 (97). Часть 1. Стр. 6-9.
  19. *Мамуров Б.Ж.* Эволюционные уравнения для конечномерных однородных кубических стохастических процессов // Bulletin of Institute of Mathematics 2019. № 6. С. 35-39.
-

# АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ХАРАКТЕРИСТИК ПАРАБОЛИЧЕСКОГО И ПАРАБОЛОЦИЛINDРИЧЕСКОГО КОНЦЕНТРАТОРОВ

Кодиров Ж.Р.<sup>1</sup>, Мавлонов У.М.<sup>2</sup>, Хакимова С.Ш.<sup>3</sup>

Email: Kodirov1177@scientifictext.ru

<sup>1</sup>Кодиров Жобир Рузимаматович – базовый докторант;

<sup>2</sup>Мавлонов Улугбек Мирзокулович – ассистент,  
кафедра физики, физико-математический факультет,  
Бухарский государственный университет;

<sup>3</sup>Хакимова Сабина Шамсiddин кизи – ассистент,  
кафедра автоматизации технологических процессов и управления,  
Бухарский филиал

Ташкентский институт ирригации и инженеров механизации сельского хозяйства,  
г. Бухара, Республика Узбекистан

**Аннотация:** солнечные энергетические технологии могут быть быстро развернуты и имеют потенциал для глобального трансфера технологий и инноваций. С целью изготовления параболического и параболоцилиндрического концентраторов был проведен аналитический обзор этих двух видов солнечных устройств и после их создания на них проводились эксперименты в сезон максимального солнечного излучения. В статье также приведены данные и их сравнение для планирования последующих действий научно-исследовательской деятельности.

**Ключевые слова:** солнечная энергия, концентраторы, радиация, параболический концентратор, парабола, параболоцилиндрический концентратор, температура, энергия.

## ANALYTICAL REVIEW OF CHARACTERISTICS OF PARABOLIC AND PARABOLOCYLINDRICAL HUBS

Kodirov Zh.R.<sup>1</sup>, Mavlonov U.M.<sup>2</sup>, Khakimova S.Sh.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Kodirov Zhobir Ruzimamatovich - PhD Student;

<sup>2</sup>Mavlonov Ulugbek Mirzokulovich - Assistant,  
DEPARTMENT OF PHYSICS, PHYSICS AND MATHEMATICS FACULTY,

BUKHARA STATE UNIVERSITY;

<sup>3</sup>Khakimova Sabina Shamsiddin kizi - Assistant,  
DEPARTMENT OF AUTOMATION OF TECHNOLOGICAL PROCESSES AND CONTROL,  
BUKHARA BRANCH

TASHKENT INSTITUTE OF IRRIGATION AND AGRICULTURAL MECHANIZATION ENGINEERS,  
BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

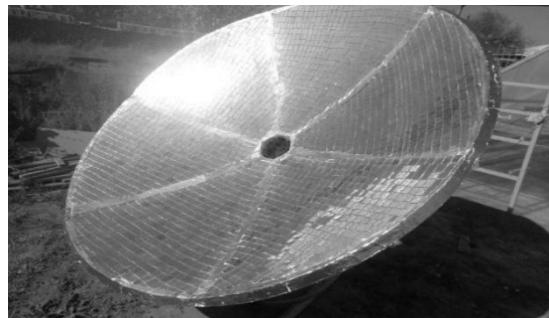
**Abstract:** the solar energy technologies can be quickly deployed and have the potential for a global transfer of technology and innovation. In order to manufacture parabolic and parabolic cylindrical concentrators, an analytical review of these two types of solar devices was carried out and, after their creation, experiments were conducted on them in the season of maximum solar radiation. This article also presents the data and their comparison for the planning subsequent actions of the research activities.

**Keywords:** solar energy, concentrators, radiation, parabolic concentrator, parabola, parabolic cylindrical concentrator, temperature, energy.

УДК 662.997

Для получения достоверных данных и сравнения их между собой выбраны два варианта экспериментальной установки. В качестве основания параболического солнечного концентратора первого варианта была взята стандартная офсетная спутниковая антенна

диаметром 1,8 м. Поверхность антенны покрыли хлопчатобумажной тканью и на нее приклеили заранее приготовленные кусочки зеркала размером 3x4 см. Общая площадь поверхности 2,54 м<sup>2</sup>.



*Рис. 1. Внешний вид изготовленного параболического концентратора*

Вторая экспериментальная установка в виде параболоцилиндрического концентратора была изготовлена на основе функции параболы

$$Y^2 = 4500 * X.$$

Для этого первоначально деревянным доскам размером 2,4 м в длину и 2 м в ширину придали форму параболы. Они послужили фундаментом для крепления на них двух отражающих поверхностей длиной 2 м и шириной 80 см. Между ними оставили 30 см пространства, т.к. сверху находится фокус и от него не должно падать отражающее излучение. На подставке концентратора, высота которого составляет 1м, прикреплены рычаги, целью которых является ручная регулировка положения устройства в зависимости от расположения Солнца. Эти рычаги могут изменять высоту опор концентратора, поддерживающего его со всех сторон. Общая площадь поверхности 3,2 м<sup>2</sup>.



*Рис. 2. Внешний вид параболоцилиндрического концентратора*

Смонтировав солнечные установки на определённые места, была осуществлена следующая работа, а именно, начиная с 8 часов утра и до 20 часов вечера, каждый час при помощи цифрового датчика измерялась наружная температура и температура в фокусе на обоих концентраторах. На основе полученных данных расчетным путем вычислили значения солнечной радиации, количество поступающей энергии, а также массу воды, которая потребуется для нагрева с использованием полученной энергии [1-19]. Ниже приведем результаты экспериментов.

Таблица 1. Динамика тепловых параметров в часовой интервал дня в летний период времени

№	Часовой интервал	Наруж-ная температура воздуха, °C	Температура в фокусе параболическо-го концентратора $a$ , °C	Температура в фокусе параболоиди-ческого кон-центратора $a$ , °C	Солнеч-ная радиация, Вт/м <sup>2</sup>	Количество энергии, МДж * ч	
						параболического концентратора	Парабо-лоцилиндрического концентратора
1	8.00-9.00	32	192	117	418	3.83	4.81
2	9.00-10.00	36	291	137	528	4.82	6.08
3	10.00-11.00	42	332	151	671	6.14	7.73
4	11.00-12.00	44	394	171	770	7.05	8.87
5	12.00-13.00	44.5	412	187	814	7.45	9.38
6	13.00-14.00	45	425	195	825	7.55	9.5
7	14.00-15.00	46	440	199	803	7.35	9.25
8	15.00-16.00	48	511	214	770	7.05	8.87
9	16.00-17.00	46	473	189	605	5.54	6.97
10	17.00-18.00	42	412	174	462	4.23	5.32
11	18.00-19.00	40	394	156	330	3.02	3.8
12	19.00-20.00	38	248	137	154	1.41	1.77

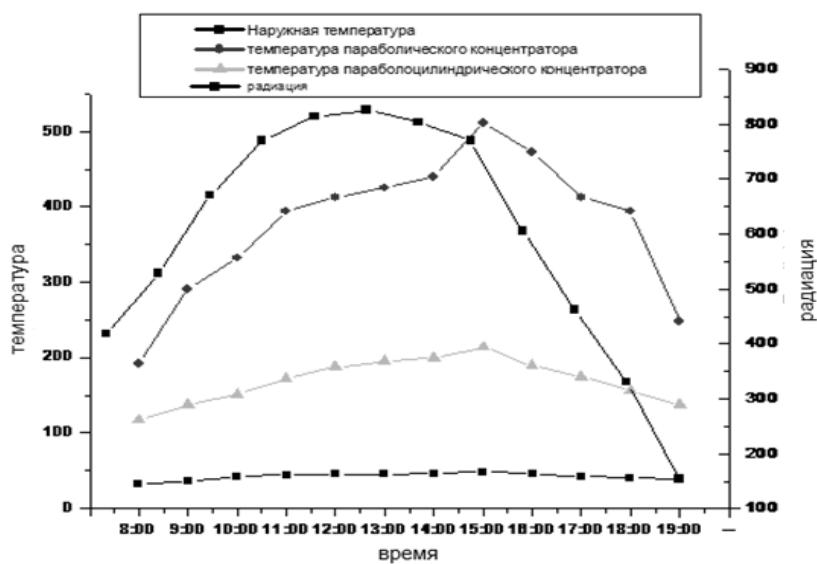


Рис. 3. График зависимости температуры в фокусах экспериментальных установок от солнечной радиации в часовой интервал дня

Обобщая вышеперечисленное, мы пришли к выводу, что самостоятельно изготовленные солнечные концентраторы обоих видов пригодны для нагрева воды и могут применяться в бытовых условиях при обогреве помещения, снабжении горячей водой загородных участков. Для максимального и эффективного их использования в последующем планируется дополнить наши установки паровыми двигателями с целью выработки бесплатной электроэнергии, а также продолжить эксперименты на обоих концентраторах и в остальные времена года, чтобы определить их КПД и экономическую эффективность.

## *Список литературы / References*

1. Ибрагимов С.С., Кодиров Ж.Р., Хакимова С.Ш. Исследование усовершенствованной сушилки фруктов и выбор поверхностей, образующих явление естественной конвекции // Вестник науки и образования (2020). № 20 (98). С. 6-9.
2. Кодиров Ж.Р., Хакимова С.Ш., Мирзаев Ш.М. Анализ характеристик параболического и параболоцилиндрического концентраторов, сравнение данных, полученные на них // Вестник ТашИИТ. № 2, 2019. С. 193-197.
3. Кодиров Ж.Р., Маматрузиев М. Составление программного обеспечения, алгоритм и расчет математической модели применения свойств солнечного оросителя к точкам заправки топливом // Молодой ученый (2018). С. 50-53.
4. Saidov Q.S., Bekmurodova M.B. Complex movement of object // International Scientific Journal. 85:5 (2020). С. 316-322.
5. Saidov Q.S., Bekmurodova M.B. The problem of teaching heat transfer and heat exchange in schools and lyceums // JournalNX-A Multidisciplinary Peer Reviewed Journal 6:9 (2020). С. 176-183
6. Курбанов К., Очилов Л.И. Определение механических воздействий гидротехнических сооружений с помощью оптических волоконных датчиков. // Молодой ученый. 10 (2015). С. 247-251.
7. Очилов Л.И. Адсорбция воды на цеолитах типа ZSM-5 // Молодой ученый (2016) №12. С. 358-360
8. Очилов Л.И. Технология приготовления фитиля из капиллярно-полых материалов //Молодой ученый (2016). № 12. С. 360-362.
9. Файзиеев Ш.Ш., Saidov K.C., Аскаров М.А. Зависимость магнитно модулированной структуры от ориентации поля в кристалле. // Вестник науки и образования (2020). № 18(96). Часть 2. С. 6-9.
10. Очилов Л.И., Арабов Ж.О., Ашуррова У.Д. Измерение преобразования потенциальной энергии в поступательную и вращательную энергию с помощью колеса максвелла // Вестник науки и образования (2020). № 18 (96). Часть 2. С. 18-21.
11. Кобилов Б.Б., Насырова Н.К. Особенности изучения физики в вузах // Вестник науки и образования (2020). № 18 (96). Часть 2. С. 52-55.
12. Нарзуллаев М.Н., Камолов В.Ш. Использование астрономических знаний в формировании экологической культуры студентов // Вестник науки и образования (2020). № 18 (96). Часть 2. С. 56-59.
13. Очилов Л.И. Исследование некоторых свойств капиллярно-полых материалов // Молодой ученый (2016). № 12. С. 362-364.
14. Dzhuraev D.R., Turaev A.A. Features of key parameters of field transistors // Scientific reports of Bukhara State University (2020) № 2. С. 7-10.
15. Файзиеев Ш.Ш., Saidov K.C. Электронная структура основного мультиплета иона диспрозия в ортоалюминате // Academy (2020). С. 4-6.
16. Кодиров Ж.Р., Маматрузиев М. Изучение принципа работы устройства насосного гелио-водоопреснителя // Молодой ученый, 26 (2018). С. 48-49.
17. Astanov S., Niyazkhonova B.E. Luminescent properties of vitamins in monomeric and associated states in a polar solvent // Journal of Applied Spectroscopy. 55:5 (1991). С. 1103-1106.
18. Туксанова З.И., Назаров Э. Effective use of innovative technologies in the education system // Интернаука (2020) 16. С 30-32.
19. Shavkatovich S.F., Baxtierovna N.Y. Changes occurring in ferromagnets by adding some mixture // Scientific reports of Bukhara State University 4:1 (2020). С 8-13.

# ОБ ОДНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ С НЕПРЕРЫВНЫМ ВРЕМЕНЕМ

Расулов Х.Р.<sup>1</sup>, Джуракулова Ф.М.<sup>2</sup> Email: Rasulov1177@scientifictext.ru

<sup>1</sup>Расулов Хайдар Раупович – доцент;

<sup>2</sup>Джуракулова Фарангис Мурат кизи – магистр,

кафедра математического анализа, физико-математический факультет,

Бухарский государственный университет,

г. Бухара, Республика Узбекистан

**Аннотация:** данная статья является продолжением работы о численных решениях непрерывного аналога строго невольтерровского квадратичного стохастического оператора. В статье приведен краткий обзор известных фактов, то есть краткое содержание работы ученых, и показано основное отличие исследуемой задачи от ранее изученных. Приведен общий вид квадратично-стохастического оператора, введенной и изученной в работе Розикова У.А. [9] и ее непрерывный аналог (частный случай). Сопоставлены полученные численные решения с теоретическими результатами работы [9].

**Ключевые слова:** квадратичные стохастические операторы, динамические системы, численные решения, метод Эйлера.

## ONE DYNAMIC SYSTEM WITH CONTINUOUS TIME

Rasulov H.R.<sup>1</sup>, Dzhurakulova F.M.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Rasulov Haydar Raupovich – Associate Professor;

<sup>2</sup>Dzhurakulova Farangis Murat kizi - Master Student,

DEPARTMENT OF MATHEMATICAL ANALYSIS, FACULTY OF PHYSICS AND MATHEMATICS,  
BUKHARA STATE UNIVERSITY,  
BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

**Abstract:** this article is a continuation of the work on numerical solutions of a continuous analogue of a strictly non-Volterra quadratic stochastic operator. The article provides a brief overview of the known facts, that is, a summary of the work of scientists and shows the main difference between the studied problem and the previously studied ones. The general form of the quadratically stochastic operator introduced and studied by U.A. Rozikov is presented. [9] and its continuous analogue (special case). The obtained numerical solutions are compared with the theoretical results of work [9].

**Keywords:** quadratic stochastic operators, dynamical systems, numerical solutions, Euler's method.

УДК 517.988.52

Одной из основных задач при исследовании динамической системы является изучение эволюции состояния системы. Обычно «потомки» состояния системы определяются некоторым законом. Для описания этих законов, возникающих в математической генетике, используются квадратичные стохастические операторы.

К необходимости изучения эргодических и асимптотических свойств итераций нелинейных преобразований приводят ряд задач из различных областей. Например, физические задачи, имеющие дело с взаимодействием между размножающимися и диффундирующими частицами; биологические задачи о динамике популяции замкнутой генетической системы; экономические задачи об устойчивости в моделях коллективного поведения и т.п. ([1], [2], [3], [5]).

Например, эволюционный оператор популяции в биологии является квадратичным стохастическим оператором. При такой интерпретации задача нахождения предельного

распределения индивидуумов различных типов в процессе эволюции замкнутой биологической системы равносильна изучению асимптотических свойств итераций квадратичного стохастического оператора. Кроме того, теория квадратичных стохастических операторов представляет значительный интерес и в чисто математическом плане обилием нетривиальных и нестандартных задач, а также нерешенных проблем.

По-видимому, задача изучения поведения траекторий (т.е. последовательности итераций) квадратичных стохастических операторов впервые встречается в работах С.Улама и его сотрудников [3], [6], [7]. В этих работах при помощи ЭВМ проведен численный анализ траекторий для различных типов квадратичных стохастических операторов, заданных на двумерном симплексе  $S_2$ . Позднее в работах Г. Кестена [8] и С.С. Валлантера [4], были даны доказательства части обнаруженных С.Уламом и его сотрудниками закономерностей. Оценке липшицевых констант для квадратичных стохастических операторов в симплексе  $S_N$ , были посвящены работы [8], [10], [11].

Известно, что рассмотрение эволюции требует привлечения времени. В зависимости от задачи может рассматриваться или непрерывное время (когда интересуют состояния системы в каждый момент), или дискретное (когда интересуют состояния системы в отдельные изолированные моменты времени). Поведение системы зависит от параметров, точные значения которых часто неизвестны. Решить задачу численно для всех возможных значений параметров принципиально невозможно. Поэтому необходимы методы, которые позволяют анализировать поведение решений динамической системы без применения компьютера. Наиболее полезная сторона качественной теории динамических систем, то есть динамических систем с непрерывным временем, состоит в том, что многие важные свойства решений можно предсказать заранее, не имея решений уравнений в явном виде.

Так, в статье [9] исследован строго невольтерровский оператор, который имеет вид:

$$V: \begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha x_2^2 + cx_3^2 + 2x_2x_3 \\ \dot{x}_2 = ax_1^2 + dx_3^2 + 2x_1x_3 \\ \dot{x}_3 = bx_1^2 + \beta x_2^2 + 2x_1x_2 \end{cases} \quad (1)$$

где

$$\alpha, \beta, a, b, c, d \geq 0, \alpha + \beta = a + b = c + d = 1$$

В работе [9] на доказана единственность неподвижной точки. Доказано, что эта неподвижная точка непритягивающая. Дано описание  $\omega$ -предельного множества траектории для некоторых подклассов таких операторов. Показано, что в отличие от вольтерровских операторов строго невольтерровские операторы имеют циклические траектории. Для двух конкретных операторов доказано, что существует циклическая траектория с периодом 3, и всякая траектория, начинающаяся на границе симплекса, сходится к этой циклической траектории, а траектории с начальной точкой (не неподвижной), лежащей внутри симплекса, расходятся;  $\omega$ -предельное множество такой траектории бесконечно и лежит на границе симплекса. Также изучены подклассы строго невольтерровских операторов, траектории которых в пределе стремятся к циклической траектории с периодом 2.

В настоящей работе мы изучаем частный случай непрерывного аналога квадратичного стохастического оператора (1), то есть системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. В нашем случае рассматриваемая система (при  $\alpha = 0, \beta = 0, a = 0, b = 0$ ) (1) имеет вид

$$\begin{cases} x_1 = cx_3^2 + 2x_2x_3, \\ x_2 = dx_3^2 + 2x_1x_3, \\ x_3 = (x_1 + x_2)^2, \end{cases} \quad (2)$$

которая в нашем случае принимает вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = cx_3^2 + 2x_2x_3 - x_1, \\ \dot{x}_2 = dx_3^2 + 2x_1x_3 - x_2, \\ \dot{x}_3 = (x_1 + x_2)^2 - x_3. \end{cases} \quad (3)$$

Для исследования системы (3) применен явный метод Эйлера для численного решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений (задача Коши).

Заметим, что метод Эйлера основан на аппроксимации интегральной кривой кусочно-линейной функцией, так называемой ломаной Эйлера. При различных значениях  $c$  и  $d$  получены численные решения (2) с помощью программирования на языке C++.

Следует отметить, что полученные численные решения полностью соответствуют теоретическим результатам работы [9]. Также, заметим, что разные краевые задачи для нелинейных дифференциальных уравнений были исследованы в работах [12-17]. В работах [18-21] исследованы решетчатые модели. Изучение задач этого типа требует от исследователей (студентов) наличия знаний, навыков и компетенций, позволяющих самостоятельно обсуждать математические задачи [22-31].

### *Список литературы / References*

1. Добрушина В.И. Взаимодействующие Марковские процессы в биологии // Сб. статей под ред. и др. Пущино, 1977. С. 205.
2. Беллмана Р. Математические проблемы в биологии // Сб. статей под ред. М. Мир, 1966. С. 63-77.
3. Уlam С. Нерешенные математические задачи // М. Наука, 1964. С. 168.
4. Валландер С.С. О предельном поведении последовательности итераций некоторых квадратичных преобразований // ДАН СССР. 202, 1972. С. 515-517.
5. Аркина В.И. Вероятностные проблемы управления в экономике // Сб. статей под ред. М. Наука, 1977. С. 238.
6. Menzel M.T., Stein P.R., Ulam S.M. Quadratic transformations 1 // Rep. LA 2305, Los Alamos, sc. Lab., N.M.
7. Stein P.R., Ulam S.M. Non-linear transformation studies on electronic computers // Rozpr. Mat. 39 (1964).
8. Kwesten H. Quadratic transformations: A model for population growth. 1 // Adv. Appl. Prob., 2 (1970). С. 1-82.
9. Розиков У.А., Жамилов У.У. О динамике строго невольтерровских квадратичных стохастических операторов на двумерном симплексе // Мат. сборник, 200:9 (2009). С. 81–94.
10. Валландер С.С. Замечание к работам Р.Л. Добрушина и Г. Кестена // Теория вероятн. и ее примен., ХУШ, 2 (1973).
11. Крапивин А.А., Любич Ю.И. Оценки липшецевых констант для полиномиальных операторов в симплексе // ДАН СССР, 234:3 (1977). С. 528-531.
12. Расулов Х.Р. и др. О разрешимости задачи Коши для вырождающегося квазилинейного уравнения гиперболического типа // Ученый XXI века, 53:6 (2019). С. 16-18.
13. Rasulov Kh.R. On a continuous time F-quadratic dynamical system // Uzbek mathematical journal, 2018. № 4. С. 126-131.
14. Расулов Х.Р. Об одной нелокальной задаче для уравнения гиперболического типа // XXX Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам. Сборник материалов международной конференции КРОМШ, 2019. С. 197-199.
15. Rasulov Kh.R. KD problem for a quasilinear equation of an elliptic type with two lines of degeneration // Journal of Global Research in Mathematical Archives. 6:10, 2019.
16. Расулов Х.Р. и др. О существовании обобщенного решения краевой задачи для нелинейного уравнения смешанного типа // Вестник науки и образования. 97:19-1 (2020). С. 6-9.
17. Джуракулова Ф.М. О численных решениях непрерывного аналога строго невольтерровского квадратичного стохастического оператора // Вестник науки и образования. 102:24-3 (2020). С. 6-9.

18. Бахронов Б.И. О виртуальном уровне модели Фридрихса с двумерным возмущением // Наука, техника и образование. 72:8 (2020). С. 13-16.
  19. Бахронов Б.И. Дискретные и пороговые собственные значения модели Фридрихса с двумерным возмущением // Вестник науки и образования. 94:16-2 (2020). С. 9-13.
  20. Bahronov B.I., Rasulov T.H. Structure of the numerical range of Friedrichs model with rank two perturbation // European science, 2020.
  21. Rasulov T.H., Bahronov B.I. Description of the numerical range of a Friedrichs model with rank two perturbation // Journal of Global Research in Mathematical Archives. 9:6 (2019). С. 15-17.
  22. Boboева М.Н., Rasulov T.H. The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy. 55:4 (2020). С. 68-71.
  23. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International Journal of Scientific & Technology Research. 9:4 (2020). С. 3068-3071.
  24. Mardanova F.Ya., Rasulov T.H. Advantages and disadvantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy. 55:4 (2020). С. 65-68.
  25. Марданова Ф.Я. Рекомендации по организации самостоятельной работы в высших учебных заведениях // Вестник науки и образования, 95:17 (2020). Часть 2. С. 83-86.
  26. Бобоева М.Н. Проблемная образовательная технология в изучении систем линейных уравнений с многими неизвестными // Наука, техника и образование. 73:9 (2020). С. 48-51.
  27. Умарова У.У. Применение триз технологии к теме «Нормальные формы для формул алгебры высказываний» // Наука, техника и образование. 73:9 (2020). С. 32-35.
  28. Умарова У.У. Роль современных интерактивных методов в изучении темы «Множества и операции над ними» // Вестник науки и образования. 94:16 (2020). Часть 2. С. 21-24.
  29. Тошевеа Н.А. Междисциплинарные связи в преподавании комплексного анализа // Вестник науки и образования. 94:16 (2020). Часть 2. С. 29-32.
  30. Хайитова Х.Г. Использование эвристического метода при объяснении темы «Непрерывные линейные операторы» по предмету «Функциональный анализ» // Вестник науки и образования. 94:16 (2020). Часть 2. С. 25-28.
  31. Курбонов Г.Г. Преимущества компьютерных образовательных технологий в обучении теме скалярного произведения векторов // Вестник науки и образования. 94:16 (2020). Часть 2. С. 33-36.
-

# О НЕКОТОРЫХ ВОЛЬТЕРРОВСКИХ КВАДРАТИЧНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ ОПЕРАТОРАХ ДВУПОЛОЙ ПОПУЛЯЦИИ С НЕПРЕРЫВНЫМ ВРЕМЕНЕМ

Расулов Х.Р.<sup>1</sup>, Яшиева Ф.Ю.<sup>2</sup> Email: Rasulov1177@scientifictext.ru

<sup>1</sup>Расулов Хайдар Раупович - доцент,

<sup>2</sup>Яшиева Феруза Юсуф кизи – магистр,

кафедра математического анализа, физико-математический факультет,

Бухарский государственный университет,

г. Бухара, Республика Узбекистан

**Аннотация:** в статье приведен краткий обзор известных фактов. Проанализированы основополагающие исследования по этому направлению русских, узбекских и зарубежных ученых. Подробно изложено определение вольтерровских квадратичных стохастических операторов (ВКО) двуполой популяции (ВКСОДП) [4]. Найдены неподвижные точки непрерывного аналога изученного ВКСОДП и установлен тип неподвижной точки, найдены аналитические и численные решения системы, а также линеаризованной системы. Проведен сравнительный анализ аналитических и численных решений.

**Ключевые слова:** вольтерровские квадратичные стохастические операторы двуполой популяции, аналитические решения, численные решения, линеаризованная система.

## ABOUT SOME WOLTERRIAN SQUARE STOCHASTIC OPERATORS OF TWO- SEXAND POPULATION WITH CONTINUOUS TIME

Rasulov H.R.<sup>1</sup>, Yashiyeva F.Yu.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Rasulov Haydar Raupovich – Associate Professor;

<sup>2</sup>Yashiyeva Feruza Yusuf kizi - Master Student,

DEPARTMENT OF MATHEMATICAL ANALYSIS, FACULTY OF PHYSICS AND MATHEMATICS,  
BUKHARA STATE UNIVERSITY,  
BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

**Abstract:** this article provides a brief overview of the known facts. Thus, the basic research in this direction Russian, Uzbek and foreign scientists is analyzed. The definition of the Volterra quadratic stochastic operators of a bisexual population (VQSOBP) [4]. is presented in detail. Fixed points of a continuous analog of the studied VQSOBP. Are found and the type of a fixed point is found, analytical and numerical solutions of the system, are found. Comparative analysis of analytical and numerical solutions is carried out.

**Keywords:** volterra quadratic stochastic operators of a bisexual population, analytical solutions, numerical solutions, linearized system.

УДК 517.988.52

Понятие квадратичного стохастического оператора впервые было сформулировано в работе С.Н. Бернштейном в статье «Решение одной математической проблемы, связанной с теорией наследованности» [1]. После этого теория квадратичных стохастических операторов продолжила развиваться и было опубликовано много работ [4-9]. Квадратичные операторы как объект исследования появились на рубеже тридцатых годов прошлого столетия в работе Улама «Нерешённые математические задачи» [2], где была поставлена задача изучения поведения траекторий квадратичных операторов.

Невозможность создания достаточно развитых аналитических методов из-за нелинейности операторов, сложных и трудных рекуррэнций при изучении траекторий и необходимость проведения очень большого числа вычислений при изучении конкретных квадратичных операторов не стимулировали в некоторое время интерес к этой задаче. Появление ЭВМ в прошлом столетии возродило интерес к проблеме изучения поведения

траекторий квадратичных операторов. Улам и его сотрудники в работе «Гиббсовские состояния на счетных множествах» [3] провели вычисления на ЭВМ для достаточно большего числа квадратичных операторов.

Анализ динамики численности двуполой популяции представляется крайне важной задачей не только с теоретических позиций, но и практических. Разные методы управления численностью вредных видов насекомых (метод выпуска стерильных самцов, феромонные ловушки и др. см. в [10–11]) ориентированы именно на создание определенного дисбаланса в половой структуре популяции, что способствует снижению скорости ее размножения и нередко приводит к вырождению. Разработка моделей данного типа представляется также весьма актуальной и для решения отдельных задач эпидемиологии.

В статье узбекских ученых У.А. Розикова и У.У. Джамилова изучались вольтерровские квадратичные стохастические операторы (КСО) двуполой популяции [4], где дано определение КСО двуполой популяции и определено множество всех ВКСОДП.

Так, КСО свободной популяции имеет следующий смысл [4]. Предположим, что свободная популяция состоит из  $m$  элементов. Тогда множество  $S^{m-1} = \{x = (x_1, \dots, x_m) \in R^m | x_i \geq 0, \sum_{i=1}^m x_i = 1\}$  называется  $(m-1)$  – мерным симплексом.

КСО, отображающий симплекс  $V: S^{m-1} \rightarrow S^{m-1}$  в себя, имеет вид  $V: x_k' = \sum_{i,j=1}^m p_{ij,k} x_i x_j, k = 1, \dots, m$ , где  $p_{ij,k}$  – коэффициент наследственности и  $p_{ij,k} \geq 0, \sum_{i,j=1}^m p_{ij,k} = 1, i, j, k = 1, \dots, m$ .

Так, как известно, что одна из основных задач для данного оператора в математической биологии состоит в изучении асимптотического поведения траекторий. Эта проблема была решена для вольтерровских КСО ([5]), которые определяются приведенными выше равенствами и дополнительным предположением  $p_{ij,k} = 0$ , если  $k \notin \{i, j\}$ .

Вводится понятие КСО двуполой популяции [4]. Пусть  $(x, y)$  – состояние в поколении  $G$ . В следующем поколении  $G'$  в момент его зарождения вероятности типов находятся по формуле полной вероятности:

$$W := \begin{cases} x_j' = \sum_{i,k=1}^{n,v} p_{ik,j}^{(f)} x_i y_k & 1 \leq j \leq n, \\ y_l' = \sum_{i,k=1}^{n,v} p_{ik,j}^{(m)} x_i y_k & 1 \leq l \leq v. \end{cases} \quad (1)$$

**Определение** [4]. Эволюционный оператор (1) назовем ВКСОДП, если  $p_{ik,j}^{(f)} = 0$ , если  $j \notin \{i, k\}$   $1 \leq i, j \leq n, 1 \leq k \leq v$  и  $p_{ik,l}^{(m)} = 0$ , если  $l \notin$

$$\{i, k\}, 1 \leq i \leq n, 1 \leq k, l \leq v.$$

Рассмотрим случай  $n = v = 2$ . В силу пункта 3 теоремы 5 [4] существуют 16 крайних ВКСОДП. Приведем некоторые из этих операторов. Один из них является  $W_1(x_1, x_2, y_1, y_2) = (x_1 + x_2 y_1, x_2 y_2, x_1 + x_2 y_1, x_2 y_2)$ .

Непрерывный аналог этого ВКСОДП имеет следующий вид, который является системой нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 y_1, \\ \dot{x}_2 = x_2 y_2 - x_2, \\ \dot{y}_1 = x_1 + x_2 y_1 - y_1, \\ \dot{y}_2 = x_2 y_2 - y_2. \end{cases} \quad (2)$$

В настоящей статье найдены неподвижные точки системы (2) и установлены ее тип, найдены аналитические и численные решения системы и проведен сравнительный анализ результатов. Следует отметить, что полученные численные решения полностью соответствуют теоретическим результатам работы [4]. Кроме того, подробно исследован непрерывный аналог  $W_2(x_1, x_2, y_1, y_2)$ , приведенный в [4].

Мотивацию рассмотрения произвольных квадратичных операторов и ВКСОДП можно найти, например, в [5-9]. Следовательно, каждый оператор является интересным примером в теории многомерных нелинейных динамических систем, с разнообразным поведением траекторий. Важно отметить, что циклические и хаотические динамические режимы могут возникать только в тех случаях, когда различия в воздействии саморегуляторных

механизмов на особей разных полов достигают определенного критического значения. Если же подобных различий нет, то в системе наблюдается единственное глобально устойчивое равновесие.

Заметим, что разные краевые задачи для нелинейных дифференциальных уравнений были исследованы в работах [12-17]. Изучение задач этих типов требуют от исследователей (студентов) наличия знаний, навыков и компетенций, позволяющих самостоятельно обсуждать математические задачи [18-22].

### *Список литературы / References*

1. Бернштейн С.Н. Решение одной математической проблемы, связанной с теорией наследованности // Ученые записки научно-исследовательской кафедры Украины, 1924. №1. 83–115.
2. Уlam С. Нерешённые математические задачи. М.: Наука, 1969. 168 с.
3. Престон К. Гиббсовские состояния на счетных множествах. Мир, 1977.
4. Розиков У.А., Жамилов У.У. Вольтерровские КСО двуполой популяции // Украинский математический журнал. 63:17 (2011). С. 985-998.
5. Ганиходжаев Р.Н. Карта неподвижных точек и функции Ляпунова для одного класса дискретных динамических систем // Матем. Заметки. 56:5 (1994). С. 40–49.
6. Rozikov U.A., Zada A. On 1-Volterra quadratic stochastic operators // Dokl.Mat.79 (2009). С. 32-34.
7. Розиков У.А., Жамилов У.У. F-квадратичные стохастические операторы // Математические заметки. 83:4 (2008). С. 606-612.
8. Розиков У.А., Жамилов У.У. О динамике строго невольтерровских квадратичных стохастических операторов на двумерном симплекс // Математический сборник. 200:9 (2009). С. 81-94.
9. Matiurov B.J, Rozikov U.A, Xudayarov S.S. Quadratic Stochastic Progresses of type  $(\sigma|\mu)$ . Markov Processes and Related Fields, 26 (2020), 915-933.
10. Недорезов Л.В. Моделирование массовых размножений лесных насекомых. Новосибирск: Наука, 1986.
11. Недорезов Л.В., Уютин Ю.В. Дискретно–непрерывная модель динамики численности двуполой популяции // Сиб. мат. журнал. 44:3 (2003).
12. Расулов Х.Р. и др. О разрешимости задачи Коши для вырождающегося квазилинейного уравнения гиперболического типа // Ученый XXI века. 53:6-1, 2019. С.16-18.
13. Rasulov Kh.R. On a continuous time F-quadratic dynamical system // Uzbek mathematical journal, 2018. № 4. С. 126-131.
14. Расулов Х.Р. Об одной нелокальной задаче для уравнения гиперболического типа // XXX Крымская осенняя математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам, Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019, 2019. С. 197.
15. Rasulov Kh.R. KD problem for a quasilinear equation of an elliptic type with two lines of degeneration // Journal of Global Research in Mathematical Archives. 6:10 (2019). С. 35-38
16. Расулов Х.Р. и др. О существовании обобщенного решения краевой задачи для нелинейного уравнения смешанного типа // Вестник науки и образования, 97:19-1 (2020). С. 6-9.
17. Джуракулова Ф.М. О численных решениях непрерывного аналога строго невольтерровского квадратичного стохастического оператора // Вестник науки и образования, 102:24-3 (2020), С. 6-9.
18. Расулов Х.Р. и др. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование. 8:72 (2020). С. 29-32.
19. Ахмедов О.С. Метод «диаграммы венна» на уроках математики // Наука, техника и образование, 8: 72 (2020). С. 40-43.
20. Умарова У.У. Роль современных интерактивных методов в обучении темы «Множество и операции над ними» // Вестник науки и образования 94:16-2 (2020). С. 21-24.

21. Умарова В.В. Использование педагогических технологий в дистанционном обучении moodle // Проблемы педагогики 51:6 (2020). С. 31-34.
22. Умарова У.У. Применение ТРИЗ технологии к теме «Нормальные формы для формул алгебры высказываний // Наука, техника и образование 72:8 (2020). С. 32-36.
23. Boboeva M.N., Rasulov T.H. The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy. 55:4 (2020). C. 68-71.
24. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International Journal of Scientific & Technology Research. 9:4 (2020). С. 3068-3071.
25. Mardanova F.Ya., Rasulov T.H. Advantages and disadvantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy. 55:4 (2020). С. 65-68.
26. Марданова Ф.Я. Рекомендации по организации самостоятельной работы в высших учебных заведениях // Вестник науки и образования, 95:17 (2020), Часть 2. С. 83-86.
27. Бобоева М.Н. Проблемная образовательная технология в изучении систем линейных уравнений с многими неизвестными // Наука, техника и образование. 73:9 (2020). С. 48.
28. Тошева Н.А. Междисциплинарные связи в преподавании комплексного анализа // Вестник науки и образования. 94:16 (2020), часть 2. С. 29-32.
29. Хайитова Х.Г. Использование эвристического метода при объяснении темы «Непрерывные линейные операторы» по предмету «Функциональный анализ» // Вестник науки и образования. 94:16 (2020), часть 2. С. 25-28.
30. Курбонов Г.Г. Преимущества компьютерных образовательных технологий в обучении теме скалярного произведения векторов // Вестник науки и образования. 94:16 (2020), часть 2. С. 33-36.
-

# ОБ АНАЛИЗЕ НЕКОТОРЫХ НЕВОЛЬТЕРРОВСКИХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С НЕПРЕРЫВНЫМ ВРЕМЕНЕМ

Расулов Х.Р.<sup>1</sup>, Камариддинова Ш.Р.<sup>2</sup> Email: Rasulov1177@scientifictext.ru

<sup>1</sup>Расулов Хайдар Раупович – доцент;

<sup>2</sup>Камариддинова Шохзода Рахмат кизи – магистр,  
кафедра математического анализа, физико-математический факультет,  
Бухарский государственный университет,  
г. Бухара, Республика Узбекистан

**Аннотация:** в статье дано подробное описание и определение классов невольтерровских квадратичных стохастических операторов (КСО) [8]. С помощью математического редактора MathCAD при различных значениях  $a, b, c$  найдены численные решения системы (непрерывный аналог невольтерровских квадратичных стохастических операторов, введенной [8]), проведен сравнительный анализ с аналитическими решениями данной системы. Построены графики численных и аналитических решений системы при различных значениях  $a, b, c$  и начальных значениях  $x_0(0), x_1(0), x_2(0)$ .

**Ключевые слова:** квадратичные стохастические операторы, неподвижные точки, аналитические и численные решения.

## ON ANALYSIS OF SOME NON-VOLTERRIAN DYNAMIC SYSTEMS WITH CONTINUOUS TIME

Rasulov H.R.<sup>1</sup>, Kamariddinova Sh.R.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Rasulov Haydar Raupovich - Associate Professor;

<sup>2</sup>Kamariddinova Shohzoda Rahmat kizi - Master Student,

DEPARTMENT OF MATHEMATICAL ANALYSIS, FACULTY OF PHYSICS AND MATHEMATICS,  
BUKHARA STATE UNIVERSITY,  
BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

**Abstract:** the article provides a detailed description and definition of the class of non-Volterra quadratically stochastic operators [8]. Using the mathematical editor MathCAD for various values  $a, b, c$  numerical solutions of the system were found (a continuous analogue of Non-Volterra quadratically stochastic operators introduced by [8]), a comparative analysis with analytical solutions of this system. The graphs of the numerical and analytical solutions of the system are plotted for various values  $a, b, c$  and initial values  $x_0(0), x_1(0), x_2(0)$ .

**Keywords:** quadratic stochastic operators, fixed points, analytical and numerical solutions.

УДК 517.988.52

КСО часто возникает во многих моделях математической генетики [1]-[9]. Квадратичный стохастический оператор, отображающий симплекс  $S^{m-1} = \{x = (x_1, \dots, x_m)\} \in \mathbb{R}^m: x_i \geq 0, \sum_{i=1}^m x_i = 1$  в себя, имеет вид  $V: x' = \sum_{i,j=1}^m p_{ij,k} x_i x_j, k = 1, \dots, m$ , где  $p_{ij,k}$  – коэффициент наследственности и  $p_{ij,k} \geq 0, \sum_{k=1}^m p_{ij,k} = 1, i, j, k = 1, \dots, m$ . Заметим, что каждый элемент  $x \in S^{m-1}$  является распределением вероятности на  $E = \{1, \dots, m\}$ .

В статье [8] для невольтерровского КСО (в статье [8] эти КСО называются F КСО). Заметим, что любой F КСО является невольтерровским)  $V: x = (x_1, \dots, x_m) \in S^{m-1} \rightarrow V(x) = x' = (x'_1, \dots, x'_m) \in S^{m-1}$  дается следующая общая формула:  $x'_k = x_k(1 + \sum_{i=1}^m a_{ki} x_i)$ , где  $a_{ki} = 2p_{ik,k} - 1$  для  $i \neq k$  и  $a_{kk} = 0, a_{ki} = -a_{ik}$  и  $|a_{ki}| \leq 1$ .

Рассмотрим случай  $m = 2$ , т.е.  $E = \{0,1,2\}$  и возьмём  $M = \{1\}$  и  $F = \{2\}$ . Тогда непрерывный аналог невольтерровского КСО [8] имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = 1 - 2(1-a)2x_1x_2 - x_0, \\ \dot{x}_1 = 2bx_1x_2 - x_1, \\ \dot{x}_2 = 2cx_1x_2 - x_2. \end{cases} \quad (1)$$

Следует отметить, что в статье [10] данная динамическая система (1) подробно проанализирована, то есть, найдены неподвижные точки, установлены их типы, указано, что траектория  $(x_0(t), x_1(t), x_2(t))$  стремится к неподвижной точке экспоненциально быстро. Также, найдены аналитические решения системы [10]:

$$\begin{cases} x_0 = 1 + c_1 e^{-t} + \frac{c_2(1-a)}{4bc} \frac{e^{-t}}{1 - c_3 \exp(-c_2 e^{-t})}, \\ x_1 = \frac{c_2}{2c} \frac{e^{-t}}{1 - c_3 \exp(-c_2 e^{-t})}, \\ x_2 = \frac{c_2}{2b} \frac{e^{-t}}{1 - c_3 \exp(-c_2 e^{-t})}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $c_1, c_2, c_3 = \text{const.}$

Одна из основных задач для данной системы (1) состоит в изучении эволюции состояния системы. Обычно потомки состояния системы определяются некоторыми законами. Для решения таких задач, возникающих в математической биологии, используются квадратичные операторы, например, изученные в [2] и [8], теория которых в настоящее время развивается.

В этой связи, опишем кратко историю невольтерровских операторов с дискретным временем [2] и [8], что позволит легко проанализировать изученную в данной статье КСО (с непрерывным временем). Известно, что динамика дискретной динамической системы зависит от начальных точек. Если получим начальную точку хоть изнутри или из ребра симплекса, независимо от этого все траектории стремятся к неподвижной точке.

В статье [8] показано, что каждый  $\mathbf{F}$  - квадратичный стохастический оператор имеет единственную неподвижную точку. Также доказано, что любая траектория  $\mathbf{F}$  - квадратичного стохастического оператора экспоненциально быстро сходится к этой неподвижной точке.

Здесь тоже основная цель состоит в исследовании поведения траекторий непрерывного аналога невольтерровского квадратично стохастического оператора [8] и сопоставление с численными решениями системы (1).

С помощью математического редактора MathCAD при определенных значениях  $a, b, c$  найдены численные решения системы. Проведен сравнительный анализ с аналитическими решениями системы (1) (задача Коши).

Отметим, что в последнее время численные эксперименты являются основным инструментом, позволяющим продолжить исследования нелинейных систем дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными.

Так, например графики численных и аналитических решений системы при значениях  $a = 0.22, b = 0.34, c = 0.46$  и при начальных значениях  $x_0(0) = 0.36, x_1(0) = 0.43, x_2(0) = 0.21$  выглядят так:

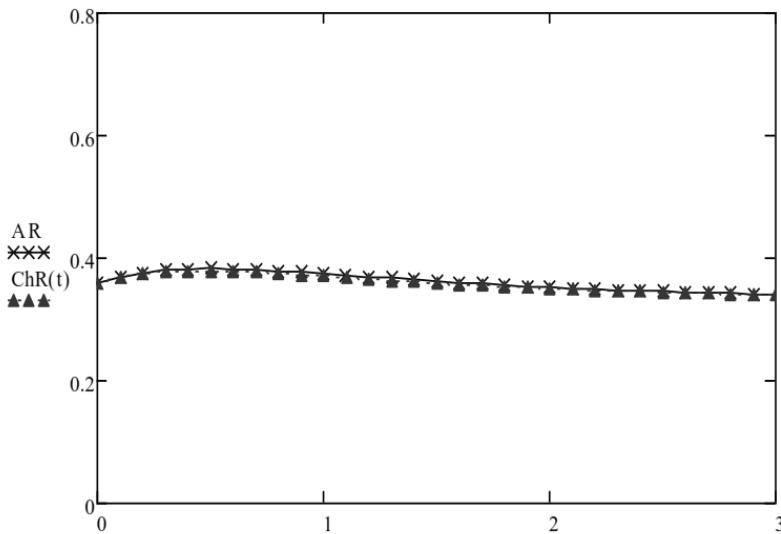


Рис. 1. Графики численных и аналитических решений системы

Здесь AR значения аналитических решений и  $ChR(t)$  значения численного решения второго уравнения системы (1). Аналогично проведен сравнительный анализ численных решений системы (1) и с аналитическими решениями первой и третьей системы (2), соответственно. Кроме того установлено, что при  $t \rightarrow +\infty$  численные решения системы (1) ( $x_0(t), x_1(t), x_2(t)$ ) стремятся к неподвижной точке.

При анализе численных и аналитических решений системы (1), пришли к результату, что их разность численных и аналитических решений экспоненциально быстро стремится к нулю. Отсюда следует, что численные решения системы (1) тоже стремятся к неподвижной точке при увеличении  $t$ .

Заметим, что разные краевые задачи для нелинейных дифференциальных уравнений были исследованы в работах [11-15]. Изучение задач этих типов требует от исследователей (студентов) наличия знаний, навыков и компетенций, позволяющих самостоятельно обсуждать математические задачи [16-28].

### Список литературы / References

1. Ганиходжаев Р.Н. Квадратичные стохастические операторы, функции Ляпунова и турниры // Матем. сб., 183:8 (1992). С. 119–140.
2. Ганиходжаев Р.Н. Об одном семействе квадратичных стохастических операторов, действующих в  $S^2$  // Докл. АН УзССР, 1989. С. 3–5.
3. Ulam S.M. A collection of mathematical problems, New York–London, Interscience Publ., 1960.
4. Любич Ю.И. Математические структуры в популяционной генетике, Науководумка. Киев, 1983.
5. Jenks R.D. Quadratic differential systems for interactive population models // J. Differential Equations, 5:3 (1969). С. 497–514.
6. Ganikhodzhaev N.N., Rozikov U.A. On quadratic stochastic operators generated by Gibbs distributions // Regul. Chaotic Dyn., 11:4 (2006). С. 467–473.
7. Жамилов У.У., Розиков У.А. О динамике строго невольтерровских квадратичных стохастических операторов на двумерном симплексе // Матем. сб., 200:9 (2009). С. 81–94.
8. Розиков У.А., Жамилов У.У. F-квадратичные стохастические операторы // Математические заметки, 83:4 (2008).

9. Mamurov B.J., Rozikov U.A., Xudayarov S.S. Quadratic Stochastic Progesses of type  $(\sigma|\mu)$ . Markov Processes and Related Fields, 26 (2020), 915-933.
  10. Rasulov Kh.R. On a continuous time F-kuadratic dynamical system, Uzbek mathematical journal, №4 (2018). C. 126-130.
  11. Расулов Х.Р. и др. О разрешимости задачи Коши для вырождающегося квазилинейного уравнения гиперболического типа // Ученый XXI века, 53:6-1, (2019). С. 16-18.
  12. Расулов Х.Р. Об одной нелокальной задаче для уравнения гиперболического типа // XXX Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам, Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019, 2019. С. 197-199.
  13. Rasulov Kh.R. KD problem for a quasilinear equation of an elliptic type with two lines of degeneration // Journal of Global Research in Mathematical Archives. 6:10 (2019). С. 35-38.
  14. Расулов Х.Р. и др. О существовании обобщенного решения краевой задачи для нелинейного уравнения смешанного типа // Вестник науки и образования, 97:19-1 (2020). С. 6-9.
  15. Джусракулова Ф.М. О численных решениях непрерывного аналога строго невольтерровского квадратичного стохастического оператора // Вестник науки и образования, 102:24-3 (2020). С. 6-9.
  16. Расулов Х.Р. и др. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 8:72 (2020). С. 29-32.
  17. Ахмедов О.С. Метод «диаграммы Венна» на уроках математики // Наука, техника и образование, 8: 72 (2020). С. 40-43.
  18. Умарова У.У. Роль современных интерактивных методов в обучении темы «Множество и операции над ними» // Вестник науки и образования 94:16-2 (2020). С. 21-24.
  19. Умарова У.У. Использование педагогических технологий в дистанционном обучении moodle // Проблемы педагогики 51:6 (2020). С. 31-34.
  20. Тошева Н.А. Междисциплинарные связи в преподавании комплексного анализа // Вестник науки и образования. 94:16 (2020), часть 2. С. 29-32.
  21. Хайитова Х.Г. Использование эвристического метода при объяснении темы «Непрерывные линейные операторы» по предмету «Функциональный анализ» // Вестник науки и образования. 94:16 (2020), часть 2. С. 25-28.
  22. Умарова У.У. Применение ТРИЗ технологии к теме «Нормальные формы для формул алгебры высказываний // Наука, техника и образование 72:8 (2020). С. 32-36.
  23. Boboeva M.N., Rasulov T.H. The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy. 55:4 (2020). С. 68-71.
  24. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International Journal of Scientific & Technology Research. 9:4 (2020). С. 3068-3071.
  25. Mardanova F.Ya., Rasulov T.H. Advantages and disadvantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy. 55:4 (2020). С. 65-68.
  26. Марданова Ф.Я. Рекомендации по организации самостоятельной работы в высших учебных заведениях // Вестник науки и образования, 95:17 (2020), Часть 2. С. 83-86.
  27. Бобоева М.Н. Проблемная образовательная технология в изучении систем линейных уравнений с многими неизвестными // Наука, техника и образование. 73:9 (2020). С. 48.
  28. Курбонов Г.Г. Преимущества компьютерных образовательных технологий в обучении теме скалярного произведения векторов // Вестник науки и образования. 94:16 (2020), часть 2. С. 33-36.
-

# ИЗУЧЕНИЕ СПЕКТРА ОДНОЙ 3Х3-ОПЕРАТОРНОЙ МАТРИЦЫ С ДИСКРЕТНЫМ ПАРАМЕТРОМ

**Бахронов Б.И.<sup>1</sup>, Холмуродов Б.Б.<sup>2</sup>** Email: Bahronov1177@scientifictext.ru

<sup>1</sup>Бахронов Бекзод Ислом угли – преподаватель;

<sup>2</sup>Холмуродов Бехзод Ботир угли – магистрант,

кафедра математического анализа, физико-математический факультет,  
Бухарский государственный университет,  
г. Бухара, Республика Узбекистан

**Аннотация:** в настоящей статье исследуется спектр одной 3х3-операторной матрицы  $A_2$  с дискретным параметром. Эта операторная матрица действует в прямой сумме ноль-частичного, одночастичного и двухчастичного подпространств фермионного пространства Фока и является линейным, ограниченным и самосопряженным оператором. Введены две вспомогательные 3х3-операторные матрицы  $A_2^{(s)}$ ,  $s = \pm$  и спектр операторной матрицы  $A_2$  изучен с помощью существенных и дискретных спектров операторных матриц  $A_2^{(s)}$ ,  $s = \pm$ . Установлено, что часть дискретного спектра оператора  $A_2^{(s)}$  может лежать в существенном спектре оператора  $A_2^{(-s)}$ .

**Ключевые слова:** операторная матрица, фермионное пространство Фока, существенный и дискретный спектры.

## INVESTIGATION OF THE SPECTRUM OF A 3X3 OPERATOR MATRIX WITH DISCRETE VARIABLE

**Bahronov B.I.<sup>1</sup>, Kholmurodov B.B.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Bahronov Bekzod Islom ugli – Teacher;

<sup>2</sup>Kholmurodov Behzod Botir ugli – Master Student,

DEPARTMENT OF MATHEMATICAL ANALYSIS, FACULTY OF PHYSICS AND MATHEMATICS,  
BUKHARA STATE UNIVERSITY,  
BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

**Abstract:** in this paper the spectrum of 3x3 operator matrix  $A_2$  with discrete variable is investigated. This operator matrix is acting in the direct sum of zero-particle, one-particle and two-particle subspaces of the fermionic Fock space and it is a linear, bounded and self-adjoint operator. Two auxiliary 3x3 operator matrices  $A_2^{(s)}$ ,  $s = \pm$  are introduced and the spectrum of  $A_2$  is studied via the essential and discrete spectrum of the operator matrices  $A_2^{(s)}$ ,  $s = \pm$ . It is established that the part of the discrete spectrum of  $A_2^{(s)}$  might be located in the essential spectrum of  $A_2^{(-s)}$ .

**Keywords:** operator matrix, fermionic Fock space, essential and discrete spectrum.

УДК 517.984

Пусть  $C$  – одномерное комплексное пространство,  $L_2[-\pi; \pi]$  - гильбертово пространство квадратично интегрируемых функций, определенных на  $[-\pi; \pi]$  и  $L_2^{as}([-\pi; \pi]^2)$  - гильбертово пространство антисимметричных функций двух переменных, определенных на  $[-\pi; \pi]^2$ . Обычно эти пространства называются ноль-частичными, одночастичными и двухчастичными подпространствами стандартного фермионного пространства Фока над

$L_2[-\pi; \pi]$ . Следует отметить, что спектральные свойства решетчатых моделей изучены многими авторами, см., например [1-28].

Пусть

$$F_{as}^{(1)}(L_2[-\pi; \pi]) = \mathbb{C} \oplus L_2[-\pi; \pi];$$

$$F_{as}^{(2)}(L_2[-\pi; \pi]) = \mathbb{C} \oplus L_2[-\pi; \pi] \oplus L_2^{as}([-\pi; \pi]^2).$$

В гильбертовом пространстве  $C^2 \otimes F_{as}^{(2)}(L_2[-\pi; \pi])$  рассмотрим блочно-операторную матрицу

$$A_2 := \begin{pmatrix} A_{00} & A_{01} & 0 \\ A_{01}^* & A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{12}^* & A_{22} \end{pmatrix}$$

с матричными элементами

$$A_{00}f_0^{(s)} = s\varepsilon f_0^{(s)}, \quad A_{01}f_1^{(s)} = \alpha \int_{-\pi}^{\pi} v(t) f_1^{(-s)}(t) dt;$$

$$(A_{11}f_1^{(s)})(x) = (s\varepsilon + u(x))f_1^{(s)}(x), \quad (A_{12}f_2^{(s)})(x) = \alpha \int_{-\pi}^{\pi} v(t) f_2^{(-s)}(x, t) dt,$$

$$(A_2f_2^{(s)})(x, y) = (s\varepsilon + u(x) + u(y))f_2^{(s)}(x, y),$$

где  $\{f_0^{(s)}, f_1^{(s)}, f_2^{(s)}; s = \pm\} \in C^2 \otimes F_{as}^{(2)}(L_2[-\pi; \pi])$ . Здесь  $A_{ij}^*$  - оператор,

сопряженный к  $A_{ij}$ ,  $i < j$ , а норма элемента

$$F = \{f_0^{(s)}, f_1^{(s)}, f_2^{(s)}; s = \pm\} \in C^2 \otimes F_{as}^{(2)}(L_2[-\pi; \pi])$$

задается выражением

$$\|F\|^2 = \sum_{s=\pm} \left( |f_0^{(s)}|^2 + \int_{-\pi}^{\pi} |f_1^{(s)}(t)|^2 dt + \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |f_2^{(s)}(x, y)|^2 dx dy \right).$$

В этом статье мы сведем изучение спектра оператора  $A_2$  к изучению спектра более простого оператора  $A_2^{(s)}$ ,  $s = \pm$ , используя оператор перестановки, и затем опишем спектр оператора  $A_2$  через спектр оператора  $A_2^{(s)}$ ,  $s = \pm$ .

В гильбертовом пространстве  $C^2 \otimes F_{as}^{(1)}(L_2[-\pi; \pi])$  рассмотрим  $2 \times 2$ -операторную матрицу вида

$$A_1 := \begin{pmatrix} A_{00} & A_{01} \\ A_{01}^* & A_{11} \end{pmatrix}.$$

С целью изучения спектральных свойств оператора  $A_m$ ,  $m = 1, 2$  рассмотрим, также ограниченные самосопряженные операторы  $A_m^{(s)}$ ,  $s = \pm$ , действующие в  $C^2 \otimes F_{as}^{(1)}(L_2[-\pi; \pi])$  и  $C^2 \otimes F_{as}^{(2)}(L_2[-\pi; \pi])$ , соответственно как блочно-операторные матрицы вида

$$A_1^{(s)} := \begin{pmatrix} \hat{A}_{00}^{(s)} & \hat{A}_{01} \\ \hat{A}_{01}^* & \hat{A}_{11}^{(s)} \end{pmatrix}$$

и

$$A_2^{(s)} := \begin{pmatrix} \hat{A}_{00}^{(s)} & \hat{A}_{01} & 0 \\ \hat{A}_{01}^* & \hat{A}_{11}^{(s)} & \hat{A}_{12} \\ 0 & \hat{A}_{12}^* & \hat{A}_{22}^{(s)} \end{pmatrix}$$

с элементами

$$\hat{A}_{00}^{(s)}f_0 = s\varepsilon f_0, \quad \hat{A}_{01}f_1 = \alpha \int_{-\pi}^{\pi} v(t) f_1(t) dt;$$

$$(\hat{A}_{11}^{(s)}f_1)(x) = (-s\varepsilon + u(x))f_1(x), \quad (\hat{A}_{12}f_2)(x) = \alpha \int_{-\pi}^{\pi} v(t) f_2(x, t) dt;$$

$$(\hat{A}_{22}^{(s)}f_2)(x, y) = (s\varepsilon + u(x) + u(y))f_2(x, y),$$

где  $(f_0, f_1) \in F_{as}^{(1)}(L_2[-\pi; \pi])$ ,  $(f_0, f_1, f_2) \in F_{as}^{(2)}(L_2[-\pi; \pi])$ .

При этом

$$(\hat{A}_{01}^{(s)} f_0)(x) = \alpha v(x) f_0,$$

$$(\hat{A}_{12}^* f_1)(x, y) = \alpha(v(y)f_1(x) - v(x)f_1(y)), \quad (f_0, f_1) \in F_{as}^{(1)}(L_2[-\pi; \pi]).$$

Операторы  $\hat{A}_{01}$  и  $\hat{A}_{12}$  называются операторами уничтожения, а  $A_{01}^*$  и  $A_{12}^*$  –

операторами рождения. Оператор уничтожения снижает количество частиц в данном состоянии на единицу, а оператор рождения увеличивает число частиц в данном состоянии на единицу и является сопряженным к оператору уничтожения. Такие операторы имеют широкое применение в квантовой механике, в частности при изучении квантовых гармонических осцилляторов в системе многих частиц.

Заметим, что введенное выше определение операторов  $A_m^{(s)}$ ,  $m = 1, 2$  позволяет получить более точную информацию о существенной и точечной спектрах  $A_m$ ,  $m = 1, 2$ . Далее, через  $\sigma(\cdot)$ ,  $\sigma_{ess}(\cdot)$  и  $\sigma_p(\cdot)$  обозначим спектр, существенный спектр и точечный спектр ограниченного самосопряженного оператора соответственно.

Установим связь между спектрами операторов  $A_m$  и  $A_m^{(s)}$ ,  $s = \pm$ .

**Теорема 1.** Пусть  $m = 1, 2$ . Имеет место равенство

$$\sigma(A_m) = \sigma(A_m^{(+)}) \cup \sigma(A_m^{(-)}).$$

Более того,

$$\sigma_{ess}(A_m) = \sigma_{ess}(A_m^{(+)}) \cup \sigma_{ess}(A_m^{(-)}),$$

$$\sigma_p(A_m) = \sigma_p(A_m^{(+)}) \cup \sigma_p(A_m^{(-)}).$$

**Замечание.** Пусть  $m = 1, 2$ . Так как часть дискретного спектра  $\sigma_{disc}(A_m^{(s)})$  оператора  $A_m^{(s)}$  может лежать в существенной спектре  $\sigma_{ess}(A_m^{(-s)})$  оператора  $A_m^{(-s)}$ , имеют место соотношения

$$\sigma_{disc}(A_m) \subseteq \sigma_{disc}(A_m^{(+)}) \cup \sigma_{disc}(A_m^{(-)}), \quad (1)$$

$$\sigma_{disc}(A_m) = \{\sigma_{disc}(A_m^{(+)}) \cup \sigma_{disc}(A_m^{(-)})\} \setminus \sigma_{ess}(A_m). \quad (2)$$

Точнее,

$$\sigma_{disc}(A_m) = \bigcup_{s=\pm} \{\sigma_{disc}(A_m^{(s)}) \setminus \sigma_{ess}(A_m^{(-s)})\}$$

Очевидно, что при  $m = 1, 2$  и  $s = \pm$  оператор  $A_m^{(s)}$  имеет более простую структуру, чем  $A_m$ , и поэтому теорема 1 и соотношения (1), (2) играют важную роль при дальнейших исследованиях спектра оператора  $A_m$ .

### Список литературы / References

1. Бахронов Б.И. О виртуальном уровне модели Фридрихса с двумерным возмущением // Наука, техника и образование. 72:8 (2020). С. 13-16.
2. Бахронов Б.И. Дискретные и пороговые собственные значения модели Фридрихса с двумерным возмущением // Вестник науки и образования. 94:16-2 (2020). С. 9-13.
3. Bahronov B.I., Rasulov T.H. Structure of the numerical range of Friedrichs model with rank two perturbation // European science, 2020.
4. Rasulov T.H., Bahronov B.I. Description of the numerical range of a Friedrichs model with rank two perturbation // Journal of Global Research in Mathematical Archives. 9:6 (2019). Стр. 15-17.
5. Ekincioglu I., Ikromov I.A. On the boundedness of integral operators // Turkish Journal of Mathematics. 23:2 (2000). Стр. 257-264.
6. Абдуллаев Ж.И., Икромов И.А. Конечность числа собственных значений двухчастичного оператора Шредингера на решетке // Теорет. матем. физика. 152:3 (2007). С. 502–517.
7. Икромов И.А., Шарипов Ф. О дискретном спектре неаналитической матричнозначной модели Фридрихса // Фунд. анализ и его прил., 32:1 (1998). С. 63–65.

8. *Rasulov T.H.* On the finiteness of the discrete spectrum of a 3x3 operator matrix // Methods Func. Anal. Topology, 22:1 (2016). C. 48-61.
  9. *Rasulov T.H.* The finiteness of the number of eigenvalues of an Hamiltonian in Fock space // Proceedings of IAM, 5:2 (2016). C. 156-174.
  10. *Rasulova Z.D.* Investigations of the essential spectrum of a model operator associated to a system of three particles on a lattice // J. Pure and App. Math.: Adv. Appl., 11:1 (2014). C. 37-41.
  11. *Rasulova Z.D.* On the spectrum of a three-particle model operator // Journal of Mathematical Sciences: Advances and Applications, 25 (2014). C. 57-61.
  12. *Rasulov T.H., Rasulova Z.D.* Essential and discrete spectrum of a three-particle lattice Hamiltonian with non-local potentials // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 5:3 (2014). C. 327.
  13. *Абдулаев Ж.И., Икрамов И.А., Лакаев С.Н.* О вложенных собственных значениях и резонансах обобщенной модели Фридрихса // Теорет. матем. физика. 103:1 (1995). C. 54.
  14. *Расулов Т.Х., Расулова З.Д.* Спектр одного трехчастичного модельного оператора на решетке с нелокальными потенциалами // Сибирские электронные математические известия. 12 (2015). C. 168-184.
  15. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* Embedded eigenvalues of an Hamiltonian in bosonic Fock space // Comm. Math. Analysis. 17:1 (2014). C. 1-22.
  16. *Muminov M., Neidhardt H., Rasulov T.* On the spectrum of the lattice spin-boson Hamiltonian for any coupling: 1D case // J. Math. Phys., 56 (2015), 053507.
  17. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* On the number of eigenvalues of the family of operator matrices. // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 5:5 (2014). C. 619-625.
  18. *Расулов Т.Х.* Исследование спектра одного модельного оператора в пространстве Фока // Теорет. матем. физика. 161:2 (2009), С. 164-175.
  19. *Расулов Т.Х.* О числе собственных значений одного матричного оператора // Сиб. Мат. журнал, 52:2 (2011). С. 400-415.
  20. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* The Faddeev equation and essential spectrum of a Hamiltonian in Fock Space // Methods Funct. Anal. Topol., 17:1 (2011). C. 47-57.
  21. *Rasulov T.H.* Investigations of the essential spectrum of a Hamiltonian in Fock space // Appl. Math. Inf. Sci. 4:3 (2010), C. 395-412.
  22. *Dilmurodov E.B., Rasulov T.H.* Essential spectrum of a 2x2 operator matrix and the Faddeev equation // European science. 51:2 (2020). C. 7-10.
  23. *Umirkulova G.H., Rasulov T.H.* Characteristic property of the Faddeev equation for three-particle model operator on a one-dimensional lattice // European science. 51:2 (2020). Часть II. C. 19-22.
  24. *Rasulov T.H., Dilmurodov E.B.* Eigenvalues and virtual levels of a family of 2x2 operator matrices // Methods Func. Anal. Topology, 25:1 (2019). C. 273-281.
  25. *Лакаев С.Н., Расулов Т.Х.* Модель в теории возмущений существенного спектра многочастичных операторов // Матем заметки. 73:4 (2003). С. 556-564.
  26. *Лакаев С.Н., Расулов Т.Х.* Об эффекте Ефимова в модели теории возмущений существенного спектра // Функц. анализ и его прил., 37:1 (2003). С. 81-84.
  27. *Albeverio S., Lakaev S.N., Rasulov T.H.* On the Spectrum of an Hamiltonian in Fock Space. Discrete Spectrum Asymptotics // J. Stat. Phys., 127:2 (2007). C. 191-220.
  28. *Albeverio S., Lakaev S.N., Rasulov T.H.* The Efimov Effect for a Model Operator Associated with the Hamiltonian of non Conserved Number of Particles // Methods Func. Anal. Topology, 13:1 (2007). C. 1-16.
-

# ВЫЧИСЛЕНИЕ СУЩЕСТВЕННОГО СПЕКТРА ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ФРИДРИХСА В СИСТЕМЕ MAPLE

Бахронов Б.И.<sup>1</sup>, Мансуров Т.З.<sup>2</sup> Email: Bahronov6107@scientifictext.ru

<sup>1</sup>Бахронов Бекзод Ислом угли – преподаватель;

<sup>2</sup>Мансуров Толибжон Зиёдулло угли – магистрант,

кафедра математического анализа, физико-математический факультет,  
Бухарский государственный университет,  
г. Бухара, Республика Узбекистан

**Аннотация:** в настоящей статье сначала даётся краткая информация о системе Maple. В прямой сумме одномерной комплексной плоскости и гильбертового пространства рассматривается обобщенная модель Фридрихса. Эта модель является линейной, ограниченной и самосопряженной. Поэтому ее спектр вещественен. В данной работе вычислен существенный спектр обобщенной модели Фридрихса с помощью системы Maple. Приведен алгоритм решения задачи о нахождении существенного спектра. Указана последовательность выполнения команд в системе Maple.

**Ключевые слова:** Maple, команды, прямая сумма, существенный спектр.

## CALCULATION OF THE ESSENTIAL SPECTRUM OF THE GENERALIZED FRIEDRICH'S MODEL IN THE MAPLE SYSTEM

Bahronov B.I.<sup>1</sup>, Mansurov T.Z.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Bahronov Bekzod Islom ugli – Teacher;

<sup>2</sup>Mansurov Tolibjon Ziyodullo ugli – Master Student,

DEPARTMENT OF MATHEMATICAL ANALYSIS, FACULTY OF PHYSICS AND MATHEMATICS,  
BUKHARA STATE UNIVERSITY,  
BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

**Abstract:** in this paper first we give a brief introduction to the Maple system. The generalized Friedrichs model is considered in the direct sum of a one-dimensional complex plane and a Hilbert space. This model is linear, limited and self-adjoint. Therefore, its spectrum is real. In this paper, the essential spectrum of the generalized Friedrichs model is calculated using the Maple system. An algorithm for solving the problem of finding the essential spectrum is presented. The sequence of command execution in the Maple system is indicated.

**Keywords:** Maple, commands, direct sum, essential spectrum.

УДК 517.984

Maple – это пакет для аналитических вычислений на компьютере, содержащий более двух тысяч команд, которые позволяют решать задачи алгебры, геометрии, математического анализа, дифференциальных уравнений, статистики, математической физики.

Основными объектами являются формулы и действия с ними.

Система Maple оперирует со множеством объектов, используя для работы различные типы данных. Это позволяет применять свои правила обработки для каждого типа. Простейшими объектами являются числа, константы, строки и переменные.

Maple – это система для манипулирования с выражениями. Выражение в системе – это объект, вполне соответствующий сути обычного математического выражения. Оно может содержать операторы, операнды и функции с параметрами. Выражения могут эволюционировать, т.е. изменяться в соответствии с заданными математическими законами и правилами преобразования. Например, это можно осуществить с помощью функции упрощения simplify.

Для выполнения любых математических операций необходимо обеспечить ввод в систему исходных данных – в общем случае математических выражений. Для ввода таких

выражений и текстовых комментариев служат два типа строк ввода - для ввода математических выражений и текстовых комментариев.

Maple обладает широкими возможностями для проведения аналитических преобразований подобных, разложение на множители, раскрытие скобок, приведение рациональной дроби к нормальному виду, вычисление экстремумов функции и многие другие. В настоящей статье рассматривается обобщенная модель Фридрихса и показано способ вычисления существенного спектра этого оператора с помощью системы Maple в примерах.

Пусть  $H_0 := C$  - одномерное комплексное пространство,  $H_1 := L_2[a; b]$  - гильбертово пространство квадратично-интегрируемых (вообще говоря, комплекснозначных) функций, определенных на  $[a; b]$  и  $H := H_0 \oplus H_1$ .

В пространстве  $H$  рассмотрим обобщенную модель Фридрихса вида

$$A := \begin{pmatrix} A_{00} & A_{01} \\ A_{01}^* & A_{11} \end{pmatrix}$$

с матричными элементами

$$A_{00}f_0 = w \cdot f_0, A_{01}f_1 = \int_a^b v(t)f_1(t)dt, (A_{11}f_1)(x) = u(x)f_1(x).$$

Здесь  $f_i \in H_i$ ,  $i = 0, 1$ ;  $w$  – фиксированное вещественное число,  $v(\cdot)$  и  $u(\cdot)$  – вещественно-значные непрерывные функции на  $[a; b]$ .

Следует отметить, что при таких предположениях обобщенная модель Фридрихса  $A$  является линейным, ограниченным и самосопряженным в гильбертовом пространстве  $H$ .

Опишем шаги для вычисления существенного спектра обобщенной модели Фридрихса  $A$ .

Шаг 1. Ввести значения числа  $a$ ,  $b$  ( $a < b$ );

Шаг 2. Ввести функции  $u(x)$ ;

Шаг 3. Вычислить  $m = \min_{x \in [a, b]} u(x)$  и  $M = \max_{x \in [a, b]} u(x)$ ;

Шаг 4. Значить для существенного спектра оператора  $A$  имеет место равенство  $\sigma_{ess}(A) = [m, M]$  (показать в экране);

Шаг 5. Вычислить  $\|A_{11}\| = \max\{|m|, |M|\}$ ;

Шаг 6. Конец.

Для нахождения существенного спектра обобщенной модели Фридрихса  $A$  в системе Maple выполняется следующая последовательность команд.

1. В силу известной теоремы Г.Вейля о сохранении существенного спектра при конечномерных возмущениях имеем, что существенные спектры операторов  $A$  и  $A_{11}$  совпадают. В данном случае оператор  $A_{11}$  имеет чисто существенный спектр, т.е. спектр этого оператора совпадает его существенным спектром. Поэтому достаточно ввести аналитический вид оператора  $A_{11}$ . Например, в случае когда

$$a = -\pi; b = \pi; u(x) = 2 - \cos x - \cos(x - 3)$$

оператор  $V := A_{11}$  вводится следующим образом;

```
> with(student);
restart;
> u(x):=2-cos(x)-cos(x-3);
> "NAPISHITE VID OPERATORA";
Vf(x)=u(x)*f(x);
```

2. Существенный спектр оператора  $V$  определяется следующим образом (определяется как область значения функции при оператора умножения);

```
> "OBLAST ZNACHENIYA FUNKSII U ";
m:=evalf(minimize(U, x=-Pi..Pi));
M:=evalf(maximize(U, x=-Pi..Pi));
> "Sushestvenniy spektr operatora V opredelyaetsya sleduyushim obrazom";
sigma[ess]=[m, M];
```

Отметим, что если  $a = -\pi$ ;  $b = \pi$ ;  $u(x) = 1 - \cos x$ , то аналитически можно показать, что  $m = 0$ ;  $M = 2$ .

Если, например,

$a = -\pi$ ;  $b = \pi$ ;  $u(x) = 100 - \cos x - \cos(2x) - \dots - \cos(100x)$ , то вычислить  $m$  и  $M$  с помощью системы Maple удобно. Система Maple более важна при нахождении собственных значений, чем существенный спектр обобщенной модели Фридрихса. Спектральные свойства модели Фридрихса и обобщенной модели Фридрихса изучены в работах [1-30].

### *Список литературы / References*

1. Бахронов Б.И. О виртуальном уровне модели Фридрихса с двумерным возмущением // Наука, техника и образование, 72:8, 2020. С. 13-17.
2. Бахронов Б.И. Дискретные и пороговые собственные значения модели Фридрихса с двумерным возмущением // Вестник науки и образования. 94:16, 2020. С. 9-13.
3. Bahronov B.I., Rasulov T.H. Structure of the numerical range of Friedrichs model with rank two perturbation // European science, 51:2, 2020. С. 15-18.
4. Rasulov T.H., Bahronov B.I. Description of the numerical range of a Friedrichs model with rank two perturbation // Journal of Global Research in Mathematical Archives. 9:6 (2019). С. 15-17.
5. Ekincioglu I., Ikromov I.A. On the boundedness of integral operators // Turkish journal of Mathematics. 23:2 (2000). С. 257-264.
6. Абдуллаев Ж.И., Икромов И.А. Конечность числа собственных значений двухчастичного оператора Шредингера на решетке // Теорет. и матем. физика. 152:3 (2007). С. 502–517.
7. Икромов И.А., Шарипов Ф. О дискретном спектре неаналитической матричнозначной модели Фридрихса // Функц. анализ и его прил., 32:1 (1998). С. 63–65.
8. Абдуллаев Ж.И., Икромов И.А., Лакаев С.Н. О вложенных собственных значениях и резонансах обобщенной модели Фридрихса // Теорет. и матем. физика. 103:1 (1995). С. 54–62.
9. Rasulova Z.D. Investigations of the essential spectrum of a model operator associated to a system of three particles on a lattice // J. Pure and App. Math.: Adv. Appl., 11:1 (2014). С. 37-41.
10. Rasulova Z.D. On the spectrum of a three-particle model operator // Journal of Mathematical Sciences: Advances and Applications, 25 (2014). С. 57-61.
11. Rasulov T.H., Rasulova Z.D. Essential and discrete spectrum of a three-particle lattice Hamiltonian with non-local potentials // Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics, 5:3 (2014). С. 327-342.

12. *Rasulov T.H.* On the finiteness of the discrete spectrum of a 3x3 operator matrix // Methods of Functional Analysis and Topology, 22:1 (2016). C. 48-61.
13. *Rasulov T.H.* The finiteness of the number of eigenvalues of an Hamiltonian in Fock space // Proceedings of IAM, 5:2 (2016). C. 156-174.
14. *Расулов Т.Х., Расурова З.Д.* Спектр одного трехчастичного модельного оператора на решетке с нелокальными потенциалами // Сибирские электронные математические известия. 12 (2015). С. 168-184.
15. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* Embedded eigenvalues of an Hamiltonian in bosonic Fock space // Comm. in Mathematical Analysis. 17:1 (2014). C. 1-22.
16. *Muminov M., Neidhardt H., Rasulov T.* On the spectrum of the lattice spin-boson Hamiltonian for any coupling: 1D case // J. Math. Phys., 56 (2015), 053507.
17. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* On the number of eigenvalues of the family of operator matrices. // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 5:5 (2014). C. 619-625.
18. *Расулов Т.Х.* Исследование спектра одного модельного оператора в пространстве Фока // Теорет. матем. физика. 161:2 (2009). С. 164-175.
19. *Расулов Т.Х.* О числе собственных значений одного матричного оператора // Сибирский математический журнал, 52:2 (2011). С. 400-415.
20. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* The Faddeev equation and essential spectrum of a Hamiltonian in Fock Space // Methods Funct. Anal. Topol., 17:1 (2011). C. 47-57.
21. *Rasulov T.H.* Investigations of the essential spectrum of a Hamiltonian in Fock space // Appl. Math. Inf. Sci. 4:3 (2010). C. 395-412.
22. *Расулов Т.Х.* Исследование существенного спектра одного матричного оператора // Теоретическая и математическая физика, 164:1 (2010). С. 62-77.
23. *Rasulov T.H., Muminov M., Hasanov M.* On the spectrum of a model operator in Fock space // Methods Funct. Anal. Topology. 15:4 (2009). C. 369-383.
24. *Расулов Т.Х.* О структуре существенного спектра модельного оператора нескольких частиц // Математические заметки. 83:1 (2008). С. 78-86.
25. *Albeverio S., Lakaev S.N., Rasulov T.H.* On the Spectrum of an Hamiltonian in Fock Space. Discrete Spectrum Asymptotics // Journal of Statistical Physics, 127:2 (2007). C. 191-220.
26. *Albeverio S., Lakaev S.N., Rasulov T.H.* The Efimov Effect for a Model Operator Associated with the Hamiltonian of non Conserved Number of Particles // Methods of Functional Analysis and Topology, 13:1 (2007). C. 1-16.
27. *Dilmurodov E.B., Rasulov T.H.* Essential spectrum of a 2x2 operator matrix and the Faddeev equation // European science. 51:2 (2020). C. 7-10.
28. *Tosheva N.A., Rasulov T.H.* Main property of regularized Fredholm determinant corresponding to a family of 3x3 operator matrices // European science. 51 (2020). № 2 (Часть II). C. 11-14.
29. *Umirkulova G.H., Rasulov T.H.* Characteristic property of the Faddeev equation for three-particle model operator on a one-dimensional lattice // European science. 51:2 (2020), часть II. C. 19-22.
30. *Dustova Sh.B., Rasulov T.H.* Number and location of eigenvalues of generalized Friedrichs model with finite rank perturbations // Academy, 55:4 (2020). C. 4-8.

# ЯВНЫЙ ВИД РЕЗОЛЬВЕНТЫ ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ

ФРИДРИХСА

Тошева Н.А.<sup>1</sup>, Исмоилова Д.Э.<sup>2</sup> Email: Tosheva1177@scientifictext.ru

<sup>1</sup>Тошева Наргиза Ахмедовна – преподаватель;

<sup>2</sup>Исмоилова Дилядора Эркиновна – магистрант,

кафедра математического анализа, физико-математический факультет,

Бухарский государственный университет,

г. Бухара, Республика Узбекистан

**Аннотация:** данная статья посвящается исследованию резольвенты обобщенной модели Фридрихса  $h_\mu$ . По определению эта модель соответствует системе, состоящей из не более чем двух частиц на решетке, определенной с помощью операторов рождения и уничтожения. Следует отметить, что обобщенная модель Фридрихса  $h_\mu$  действует в обрезанном двухчастичном подпространстве фоковского пространства как  $2 \times 2$ -операторная матрица и является линейным, ограниченным, самосопряженным оператором. Найден явный вид резольвенты обобщенной модели Фридрихса  $h_\mu$ .

**Ключевые слова:** обобщенная модель Фридрихса, пространство Фока, оператор рождения, оператор уничтожения, спектр, резольвенты.

## AN EXACT FORM OF THE RESOLVENT OF A GENERALIZED FRIEDRICHHS MODEL

Tosheva N.A.<sup>1</sup>, Ismoilova D.E.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Tosheva Nargiza Akhmedovna – Teacher;

<sup>2</sup>Ismoilova Dildora Erkinovna – Master Student,

DEPARTMENT OF MATHEMATICAL ANALYSIS, FACULTY OF PHYSICS AND MATHEMATICS,

BUKHARA STATE UNIVERSITY,

BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

**Abstract:** the present paper is devoted to the investigation of the resolvent of the generalized Friedrichs model  $h_\mu$ . By the definition this model is corresponding to a system, consisting of no more than two particles, interacting via creation and annihilation operators. Note that the generalized Friedrichs model  $h_\mu$  is acting on the two-particle cut subspace of Fock space as  $2 \times 2$ -operator matrix and linear, bounded, self-adjoint operator. The exact form of the resolvent of the generalized Friedrichs model  $h_\mu$  is found.

**Keywords:** generalized Friedrichs model, Fock space, creation operator, annihilation operator, spectrum, resolvent.

УДК 517.984

Пусть  $T^d := (-\pi; \pi]^d$  - мерный тор,  $H_0 := C$  - одномерное комплексное пространство,  $H_1 := L_2(T^d)$  - гильбертова пространство квадратично-интегрируемых (вообще говоря комплекснозначных) функций, определенных на  $T^d$  и  $H := H_0 \oplus H_1$ . Пространство  $H$  называется двухчастичным обрезанным подпространством пространство Фока.

В пространстве  $H$  рассмотрим обобщенную модель Фридрихса вида

$$h_\mu := \begin{pmatrix} h_{00} & \mu h_{01} \\ \mu h_{01}^* & h_{11} \end{pmatrix}, \quad \mu > 0$$

с матричными элементами

$$h_{00}f_0 = a \cdot f_0, \quad h_{01}f_1 = \int_{T^d} v(t) f_1(t) dt, \quad (h_{11}f_1)(p) = u(p)f_1(p).$$

Здесь  $f_i \in H_i$ ,  $i = 0, 1$ ;  $a$  – фиксированное вещественное число,  $\mu > 0$  – параметр взаимодействия,  $v(\cdot)$  и  $u(\cdot)$  – вещественно-значные непрерывные функции на  $T^d$ . Из определения непосредственно вытекает, что при таких предположениях рассматриваемая обобщенная модель Фридрихса  $h_\mu$  является линейной, ограниченной и самосопряженной в гильбертовом пространстве  $H$  (используются инструменты функционального анализа).

В силу известной теоремы Вейля об инвариантности существенного спектра при возмущениях конечного ранга вытекает, что существенный спектр оператора  $h_\mu$ , не зависят от параметра взаимодействия  $\mu > 0$  и  $\sigma_{ess}(h_\mu) = [m; M]$ , где числа  $m$  и  $M$  определяются следующим образом:  $m := \min_{p \in T^d} u(p)$ ,  $M := \max_{p \in T^d} u(p)$ . Определим регулярную в  $C \setminus [m; M]$  функция

$$\Delta_\mu(z) := a - z - \mu^2 \int_{T^d} \frac{v^2(t) dt}{u(t) - z}.$$

Эта функция называется определителем Фредгольма, ассоциированный с оператором  $h_\mu$ .

Имеем  $\sigma(A_\mu) = [m, M] \cup \{z \in C \setminus [m, M] : \Delta_\mu(z) = 0\}$ , см. [2]. Заметим, что некоторые спектральные свойства, связанных с определителем Фредгольма изучены в работах [1-27] для решетчатых моделей.

Следующая теорема о явном виде резольвенты обобщенной модели Фридрихса является основным результатом настоящей работы.

Теорема. При каждом фиксированном  $z \in C \setminus \sigma(A_\mu)$  оператор, действующий в гильбертовом пространстве  $H$  как операторная матрица

$$R_\mu(z) = \begin{pmatrix} R_{00}(\mu, z) & R_{01}(\mu, z) \\ R_{10}(\mu, z) & R_{11}(\mu, z) \end{pmatrix}$$

является резольвентой оператора  $A_\mu$ . Здесь матричные элементы определяются равенствами:

$$\begin{aligned}
R_{00}(\mu, z)g_0 &= \frac{g_0}{\Delta_\mu(z)}, \\
(R_{11}(\mu, z)g_1)(x) &= \frac{\mu^2 v(x) \int_{T^d} \frac{v(t)g_1}{u(x)-z} dt}{(u(x)-z)\Delta_\mu(z)} + \frac{g_1(x)}{u(x)-z} \\
R_{01}(\mu, z)g_0 &= -\frac{\mu}{\Delta_\mu(z)} \int_{T^2} \frac{v(t)g_1(t)}{u(t)-z} dt, \\
(R_{10}(\mu, z)g_0)(x) &= -\frac{\mu v(x)g_0}{(u(x)-z)\Delta_\mu(z)}
\end{aligned}$$

Доказательство. При каждом фиксированном  $z \in C \setminus \sigma(A_\mu)$  рассмотрим уравнение  $A_\mu f - zf = g$ . Здесь  $f = (f_0, f_1), g = (g_0, g_1) \in H$ . Для удобства, уравнение  $A_\mu f - zf = g$  напишем в виде следующей системы уравнений

$$\begin{cases} af_0 + \mu \int_{T^2} v(t)f_1(t)dt - zf_0 = g_0 \\ \mu v(x)f_0 + u(x)f_1(x) - zf_1(x) = g_1(x) \end{cases} \quad (1)$$

Для любых  $z \in C \setminus [m, M]$  и  $x \in T^d$  верно  $u(x) - z \neq 0$ . Из второго уравнения системы (1) для  $f_1(x)$  находим

$$f_1(x) = \frac{g_1(x) - \mu v(x)f_0}{u(x) - z} \quad (2)$$

Подставляя полученное выражение (2) для  $f_1(x)$  в первое уравнение системы (1), имеем

$$af_0 + \mu \int_{T^d} \frac{v(t)g_1(t)}{u(x)-z} dt - \mu^2 f_0 \int_{T^d} \frac{v(t)dt}{u(t)-z} - zf_0 = g_0.$$

Учитывая соотношение  $z \in C \setminus \sigma(A_\mu)$ , из последнего равенства для  $f_1(x)$  имеем

$$f_0 = \frac{g_0}{\Delta_\mu(z)} - \frac{\mu}{\Delta_\mu(z)} \int_{T^d} \frac{v(t)g_1(t)}{u(t)-z} dt \quad (3)$$

Далее, подставляя найденное выражение (3) для  $f_0$  в (2) имеем

$$f_1(x) = -\frac{\mu v(x)g_0}{(u(x)-z)\Delta_\mu(z)} + \frac{\mu^2 v(x) \int_{T^d} \frac{v(t)g_1(t)}{u(x)-z} dt}{(u(x)-z)\Delta_\mu(z)} + \frac{g_1(x)}{u(x)-z}. \quad (4)$$

Сопоставляя полученные выражения для (3) и (4) для  $f_0$  и  $f_1$  через  $g_0$  и  $g_1$  приходим к равенству

$$\begin{pmatrix} f_0 \\ f_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{00}(z) & R_{01}(z) \\ R_{10}(z) & R_{11}(z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_0 \\ g_1 \end{pmatrix}$$

Теорема доказана.

Таким образом, в данной статье описано строение резольвенты обобщенной модели Фридрихса. Следует отметить, что доказательство существования волновых операторов и их асимптотическая полнота модели светового излучения с неподвижным атомом и не более чем тремя фотонами, опираются на детальный анализ резольвенты гамильтониана.

### *Список литературы / References*

1. Исмоилова Д.Э. Метод формирования в преподавании темы Евклидовых пространств // Проблемы педагогики. 51:6 (2020). С. 89-91.
2. Исмоилова Д.Э. О свойствах определителя Фредгольма, ассоциированного с обобщенной моделью Фридрихса // Наука и образование сегодня. 60:1 (2020). С. 21-24.
3. Rasulova Z.D. Investigations of the essential spectrum of a model operator associated to a system of three particles on a lattice // J. Pure and App. Math.: Adv. Appl., 11:1 (2014). С. 37.
4. Rasulova Z.D. On the spectrum of a three-particle model operator // Journal of Mathematical Sciences: Advances and Applications, 25 (2014). С. 57-61.
5. Rasulov T.H., Rasulova Z.D. Essential and discrete spectrum of a three-particle lattice Hamiltonian with non-local potentials // Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics, 5:3 (2014). С. 327-342.
6. Расулов Т.Х., Расулова З.Д. Спектр одного трехчастичного модельного оператора на решетке с нелокальными потенциалами // Сибирские электронные математические известия. 12 (2015). С. 168-184.
7. Расулова З.Д., Хамроева Х.Ю. Числовой образ модели Фридрихса с одномерным возмущением // Молодой учёный. 61:7 (2014). С. 27-29.
8. Ekincioglu I., Ikromov I.A. On the boundedness of integral operators // Turkish journal of Mathematics. 23:2 (2000). С. 257-264.
9. Абдулаев Ж.И., Икромов И.А. Конечность числа собственных значений двухчастичного оператора Шредингера на решетке // Теоретическая и математическая физика. 152:3 (2007). С. 502–517.
10. Икромов И.А., Шарипов Ф. О дискретном спектре неаналитической матричнозначной модели Фридрихса // Функц. анализ и его прил., 32:1 (1998). С. 63–65.
11. Абдулаев Ж.И., Икромов И.А., Лакаев С.Н. О вложенных собственных значениях и резонансах обобщенной модели Фридрихса // Теоретическая и математическая физика. 103:1 (1995). С. 54–62.
12. Расулов Т.Х., Дильмуров Э.Б. Исследование числовой области значений одной операторной матрицы // Вестник Самарского государственного технического университета, Серия физ.-мат. науки, 35:2 (2014), С. 50-63.
13. Muminov M.I., Rasulov T.H., Tosheva N.A. Analysis of the discrete spectrum of the family of 3x3 operator matrices // Communications in Mathematical Analysis, 11:1 (2020). С. 17-37.
14. Rasulov T.H., Tosheva N.A. Analytic description of the essential spectrum of a family of 3x3 operator matrices // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 10:5 (2019). С. 511-519.
15. Rasulov T.H., Dilmurodov E.B. Eigenvalues and virtual levels of a family of 2x2 operator matrices // Methods Func. Anal. Topology, 25:1 (2019). С. 273-281.
16. Rasulov T.H., Dilmurodov E.B. Threshold analysis for a family of 2x2 operator matrices // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 10:6 (2019). С. 616-622.
17. Rasulov T.H. On the finiteness of the discrete spectrum of a 3x3 operator matrix // Methods of Functional Analysis and Topology, 22:1 (2016). С. 48-61.
18. Расулов Т.Х. Исследование спектра одного модельного оператора в пространстве Фока // Теор. матем. физика, 161:3 (2009). Стр. 164-175.

19. Лакаев С.Н., Расулов Т.Х. Модель в теории возмущений существенного спектра многочастичных операторов // Математические заметки. 73:4 (2003). С. 556-564.
20. Лакаев С.Н., Расулов Т.Х. Об эффекте Ефимова в модели теории возмущений существенного спектра // Функциональный анализ и его приложения, 37:1 (2003). С. 81.
21. Расулов Т.Х. О ветвях существенного спектра решетчатой модели спин-бозона с не более чем двумя фотонами // Теор. матем. физика, 186:2 (2016). С. 293-310.
22. Muminov M., Neidhardt H., Rasulov T. On the spectrum of the lattice spin-boson Hamiltonian for any coupling: 1D case // J. Math. Phys., 56 (2015), 053507.
23. Муминов М.Э., Расулов Т.Х. Формула для нахождения кратности собственных значений дополнения Шура одной блочно-операторной матрицы 3x3 // Сибирский математический журнал, 54:4 (2015). С. 878-895.
24. Расулов Т.Х. О числе собственных значений одного матричного оператора // Сибирский математический журнал. 52:2 (2011). С. 400-415.
25. Muminov M.I., Rasulov T.H. On the number of eigenvalues of the family of operator matrices. // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 5:5 (2014). С. 619-625.
26. Расулов Т.Х. Исследование спектра одного модельного оператора в пространстве Фока // Теорет. матем. физика. 161:2 (2009). С. 164-175.
27. Dilmurodov E.B., Rasulov T.H. Essential spectrum of a 2x2 operator matrix and the Faddeev equation // European science. 51:2 (2020). С. 7-10.
-

# О ВЕТВЯХ СУЩЕСТВЕННОГО СПЕКТРА ОДНОЙ 3Х3-ОПЕРАТОРНОЙ МАТРИЦЫ

Тошева Н.А.<sup>1</sup>, Шарипов И.А.<sup>2</sup> Email: Tosheva1177@scientifictext.ru

<sup>1</sup>Тошева Наргиза Ахмедовна – преподаватель;

<sup>2</sup>Шарипов Илхом Азизбай угли – магистрант,

кафедра математического анализа, физико-математический факультет,

Бухарский государственный университет,

г. Бухара, Республика Узбекистан

**Аннотация:** в трехчастичном обрезанном подпространстве фоковского пространства рассматривается трехдиагональная 3х3-операторная матрица  $A$ . Эта матрица является линейным, ограниченным и самосопряженным оператором. Введена вспомогательная 2х2-операторная матрица  $A_1$  и изучен ее спектр. Местоположение существенного спектра оператора  $A$  описано через спектр операторной матрицы  $A_1$ . Выделены двухчастичные и трехчастичные ветви существенного спектра оператора  $A$  и определено число отрезков этих ветвей существенного спектра.

**Ключевые слова:** операторная матрица, обрезанная подпространства, пространство Фока, существенный спектр.

## ON THE BRANCHES OF THE ESSENTIAL SPECTRUM OF A 3X3 OPERATOR MATRIX

Tosheva N.A.<sup>1</sup>, Sharipov I.A.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Tosheva Nargiza Ahmedovna – Teacher;

<sup>2</sup>Sharipov Ilkhom Azizboy ugli - Master Student,

DEPARTMENT OF MATHEMATICAL ANALYSIS, FACULTY OF PHYSICS AND MATHEMATICS,  
BUKHARA STATE UNIVERSITY,  
BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

**Abstract:** in the three-particle cut subspace of the Fock space we consider tridiagonal 3x3 operator matrix  $A$ . This matrix is linear, bounded and self-adjoint operator. Auxiliary 2x2 operator matrix  $A_1$  is introduced and its spectrum is investigated. The location of the essential spectrum of the operator  $A$  is described via the spectrum of the spectrum of a operator matrix  $A_1$ . Two-particle and three-particle branches of the essential spectrum of the operator  $A$  are singled out and the number of segments of the branches of essential spectrum are defined.

**Keywords:** operator matrix, cut subspace, Fock space, essential spectrum.

УДК 517.984

Пусть  $H_0 := C$  – одномерное комплексное пространство,  $H_n := L_2\left([- \pi; \pi]^n\right)$ ,

$n \in N$  – гильбертово пространство квадратично-интегрируемых функций, определенных на  $[- \pi; \pi]^n$ . Обозначим через  $F(L_2[- \pi; \pi])$  стандартное пространство Фока над  $L_2[- \pi; \pi]$ :

$$F(L_2[- \pi; \pi]) := C \oplus L_2[- \pi; \pi] \oplus L_2\left([- \pi; \pi]^2\right) \oplus \dots$$

или

$$F(L_2[-\pi; \pi]) = H_0 \oplus H_1 \oplus H_2 \oplus \dots$$

Гильбертово пространство  $H := H_0 \oplus H_1 \oplus H_2$  называется обрезанном трехчастичном подпространством пространство Фока.

В настоящей работе в гильбертовом пространстве  $H$  рассматривается трехдиагональная  $3 \times 3$  блочно-операторная матрица вида

$$A = \begin{pmatrix} A_{00} & A_{01} & 0 \\ A_{01}^* & A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{12}^* & A_{22} \end{pmatrix}$$

с матричными элементами  $A_{ij} : H_j \rightarrow H_i, i, j = 0, 1, 2$ :

$$A_{00}f_0 = \varepsilon f_0, \quad A_{01}f_1 = \int_{-\pi}^{\pi} \sin t \cdot f_1(t) dt$$

$$(A_{11}f_1)(x) = (\varepsilon + 1 - \cos x)f_1(x), \quad (A_{12}f_2)(x) = \int_{-\pi}^{\pi} \sin t \cdot f_2(x, t) dt,$$

$$(A_{22}f_2)(x, y) = (\varepsilon + 2 - \cos x - \cos y)f_2(x, y),$$

где  $f_i \in H_i, i = 0, 1, 2; \varepsilon \in R$ . Здесь  $A_{ij}^*$  – оператор, сопряженный с  $A_{ij}, i < j$ , а норма элемента  $f = (f_0, f_1, f_2) \in H$  задается выражением

$$\|f\|^2 = |f_0|^2 + \int_{-\pi}^{\pi} |f_1(x)|^2 dx + \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |f_2(x, y)|^2 dxdy.$$

При этом

$$(A_{01}^*f_0)(x) = \sin x \cdot f_0, f_0 \in H_0;$$

$$(A_{12}^*f_1)(x, y) = \sin y \cdot f_1(x), f_1 \in H_1.$$

В данном случае операторная матрица  $A$  является линейным, ограниченным и самосопряженным в гильбертовом пространстве  $H$ .

Рассмотрим также оператор  $A_l$  действующий в гильбертовом пространстве  $H_0 \oplus H_1$  и определенный как  $2 \times 2$  блочно-операторная матрица

$$A_l := \begin{pmatrix} A_{00} & A_{01} \\ A_{01}^* & A_{11} \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что в силу известной теоремы Вейля о сохранении существенного спектра при возмущениях конечного ранга следует, что для существенного спектра  $\sigma_{ess}(A_l)$  имеет место равенство

$$\sigma_{ess}(A_l) = [0; 2]$$

Определим регулярную в  $C \setminus [0; 2]$  функцию

$$\Delta(z) = \varepsilon - z - \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin^2 t dt}{\varepsilon + 1 - \cos t - z}.$$

Функция  $\Delta(\cdot)$  называется детерминантом Фредгольма, ассоциированным с оператором  $A_l$ .

Следующая лемма устанавливает связь между собственными значениями оператора  $A_l$  и нулями функции  $\Delta(\cdot)$

**Лемма 1.** Число  $z \in C \setminus [0;2]$  является собственным значением оператора  $A_l$  тогда и только тогда, когда  $\Delta(z) = 0$ .

Из леммы 1 вытекает, что

$$\sigma_{disc}(A_l) = \{z \in C \setminus \sigma_{ess}(A_l) : \Delta(z) = 0\}.$$

Из определения функции  $\Delta(\cdot)$  видно, что это функция монотонно убывает на  $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ . Поэтому функция  $\Delta(\cdot)$  имеет не более одного нуля в интервале  $(-\infty; 0)$  (соответственно  $(2; +\infty)$ ). В силу леммы 1 эти нули являются собственными значениями оператора  $A_l$ .

Напомним, что для  $\Omega_1, \Omega_2 \subset R$  имеет место равенство

$$\Omega_1 + \Omega_2 = \{a_1 + a_2 : a_i \in \Omega_i, i = 1, 2\}.$$

Следующая теорема описывает местоположение существенного спектра оператора  $A$ .

**Теорема 1.** Существенный спектр  $\sigma_{ess}(A)$  оператора  $A$  совпадает с множеством  $\Sigma := [\varepsilon; \varepsilon + 4] \cup \{[0; 2] + \sigma_{disc}(A_l)\}$ ,

т.е. справедливо равенство  $\sigma_{ess}(A) = \Sigma$  Более того, множество  $\Sigma$  представляет собой объединение не более чем три отрезков.

Введем подмножества существенного спектра оператора  $A$ .

**Определение.** Множества  $[0; 2] + \sigma_{disc}(A_l)$  и  $[\varepsilon; \varepsilon + 4]$  называются двухчастичной и трехчастичной ветвями существенного спектра оператора  $A$  соответственно.

Так как оператор  $A_l$  имеет не более двух простых собственных значений, по определению множество  $[0; 2] + \sigma_{disc}(A_l)$  есть объединение не более чем двух отрезков.

Причём, одно из отрезков расположено левее точки 0, а вторая правее чем 2. Этот факт играет важную роль при исследовании структуры существенного спектра, при исследовании расположении двухчастичной и трехчастичной ветви существенного спектра оператора  $A$ .

При доказательстве теоремы 1 включение  $\Sigma \subset \sigma_{ess}(A)$  устанавливается с помощью критерия Вейля.  $A$  обратное включение, т.е.  $\sigma_{ess}(A) \subset \Sigma$  осуществляется с использованием аналитической теоремы Фредгольма.

Существенный и дискретный спектры трехчастичных модельных операторов на решётке и операторных матриц изучены во многих работах, см., например [1-26].

### Список литературы / References

1. Muminov M.I., Rasulov T.H., Tosheva N.A. Analysis of the discrete spectrum of the family of 3x3 operator matrices // Comm Math Anal. 11:1 (2020). C. 17-37.
2. Rasulov T.H., Tosheva N.A. Analytic description of the essential spectrum of a family of 3x3 operator matrices // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 10:5 (2019). C. 511-519.
3. Ekincioglu I., Ikromov I.A. On the boundedness of integral operators // Turkish journal of Mathematics. 23:2 (2000). C. 257-264.

4. Абдуллаев Ж.И., Икромов И.А. Конечность числа собственных значений двухчастичного оператора Шредингера на решетке // Теоретическая и математическая физика. 152:3 (2007). С. 502–517.
5. Икромов И.А., Шарипов Ф. О дискретном спектре неаналитической матричнозначной модели Фридрихса // Фунд. анализ и его прил., 32:1 (1998). С. 63–65.
6. Абдуллаев Ж.И., Икромов И.А., Лакаев С.Н. О вложенных собственных значениях и резонансах обобщенной модели Фридрихса // Теоретическая и математическая физика. 103:1 (1995). С. 54–62.
7. Rasulova Z.D. Investigations of the essential spectrum of a model operator associated to a system of three particles on a lattice // J. Pure and App. Math.: Adv. Appl., 11:1 (2014). С. 37–41.
8. Rasulova Z.D. On the spectrum of a three-particle model operator // Journal of Mathematical Sciences: Advances and Applications, 25 (2014). С. 57-61.
9. Rasulov T.H., Rasulova Z.D. Essential and discrete spectrum of a three-particle lattice Hamiltonian with non-local potentials // Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics, 5:3 (2014). С. 327-342.
10. Rasulov T.H. On the finiteness of the discrete spectrum of a 3x3 operator matrix // Methods of Functional Analysis and Topology, 22:1 (2016). С. 48-61.
11. Rasulov T.H. The finiteness of the number of eigenvalues of an Hamiltonian in Fock space // Proceedings of IAM, 5:2 (2016). С. 156-174.
12. Расулов Т.Х., Расулова З.Д. Спектр одного трехчастичного модельного оператора на решетке с нелокальными потенциалами // Сибирские электронные математические известия. 12 (2015). С. 168-184.
13. Muminov M.I., Rasulov T.H. Embedded eigenvalues of an Hamiltonian in bosonic Fock space // Comm. in Mathematical Analysis. 17:1 (2014). С. 1-22.
14. Muminov M., Neidhardt H., Rasulov T. On the spectrum of the lattice spin-boson Hamiltonian for any coupling: 1D case // J. Math. Phys., 56 (2015), 053507.
15. Muminov M.I., Rasulov T.H. On the number of eigenvalues of the family of operator matrices. // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 5:5 (2014). С. 619-625.
16. Расулов Т.Х. Исследование спектра одного модельного оператора в пространстве Фока // Теорет. матем. физика. 161:2 (2009). С. 164-175.
17. Расулов Т.Х. О числе собственных значений одного матричного оператора // Сибирский математический журнал, 52:2 (2011). С. 400-415.
18. Muminov M.I., Rasulov T.H. The Faddeev equation and essential spectrum of a Hamiltonian in Fock Space // Methods Funct. Anal. Topol., 17:1 (2011). С. 47-57.
19. Rasulov T.H. Investigations of the essential spectrum of a Hamiltonian in Fock space // Appl. Math. Inf. Sci. 4:3 (2010). С. 395-412.
20. Расулов Т.Х. Исследование существенного спектра одного матричного оператора // Теоретическая и математическая физика, 164:1 (2010). С. 62-77.
21. Rasulov T.H., Muminov M., Hasanov M. On the spectrum of a model operator in Fock space // Methods Funct. Anal. Topology. 15:4 (2009). С. 369-383.
22. Расулов Т.Х. О структуре существенного спектра модельного оператора нескольких частиц // Математические заметки. 83:1 (2008). С. 78-86.
23. Albeverio S., Lakaev S.N., Rasulov T.H. On the Spectrum of an Hamiltonian in Fock Space. Discrete Spectrum Asymptotics // Journal of Statistical Physics, 127:2 (2007). С. 191-220.
24. Albeverio S., Lakaev S.N., Rasulov T.H. The Efimov Effect for a Model Operator Associated with the Hamiltonian of non Conserved Number of Particles // Methods of Functional Analysis and Topology, 13:1 (2007). С. 1-16.
25. Dilmurodov E.B., Rasulov T.H. Essential spectrum of a 2x2 operator matrix and the Faddeev equation // European science. 51:2 (2020). С. 7-10.
26. Tosheva N.A., Rasulov T.H. Main property of regularizedFredholm determinant corresponding to a family of 3x3 operator matrices // European science. 51 (2020). № 2 (Part II). С. 11-14.

# АЛГОРИТМ ИССЛЕДОВАНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ

## МОДЕЛИ ФРИДРИХСА

Хайитова Х.Г.<sup>1</sup>, Ибодова С.Т.<sup>2</sup> Email: Khayitova1177@scientifictext.ru

<sup>1</sup>Хайитова Хилола Гафуровна – преподаватель;

<sup>2</sup>Ибодова Севарабону Тухтасиновна – студент,

кафедра математического анализа, физико-математический факультет,

Бухарский государственный университет,

г. Бухара, Республика Узбекистан

**Аннотация:** в гильбертовом пространстве  $L_2[-\pi, \pi]$ , квадратично-интегрируемых (комплекснозначных) функций, определенных на  $[-\pi, \pi]$ , рассматривается так называемая модель Фридрихса вида  $H_\mu = H_0 - \mu V$ ,  $\mu > 0$ . Здесь  $H_0$  – оператор умножения и  $V$  – одномерный интегральный оператор. Приведен пошаговый алгоритм исследования собственных значений оператора

$H_\mu$ . Построен определитель Фредгольма, ассоциированный с оператором  $H_\mu$ .

Утверждается, что правее существенного спектра оператора  $H_\mu$  отсутствуют собственные значения. Указаны условия существования собственных значений относительно  $\mu > 0$ .

**Ключевые слова:** модель Фридрихса, оператор умножения, оператор возмущения.

## AN ALGORITHM OF THE INVESTIGATION OF EIGENVALUES OF THE FRIEDRICHHS MODEL

Khayitova Kh.G.<sup>1</sup>, Ibodova S.T.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Khayitova Khilola Gafurovna – Teacher;

<sup>2</sup>Ibodova Sevarabonu Tukhtasinovna – Student,

DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF PHYSICS AND MATHEMATICS,

BUKHARA STATE UNIVERSITY,

BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

**Abstract:** in the Hilbert space  $L_2[-\pi, \pi]$  of square-integrable (complex valued) functions defined on  $[-\pi, \pi]$ , we consider so-called Friedrichs model of the form  $H_\mu = H_0 - \mu V$ ,  $\mu > 0$ . Here  $H_0$  is a multiplication operator and  $V$  is a integral operator. A step by step algorithm of the investigation of eigenvalues of the operator  $H_\mu$  is given. The Fredholm determinant associated with the operator  $H_\mu$  is constructed. It is stated that there are no eigenvalues to the right of the essential spectrum of the operator  $H_\mu$ . Conditions for the existence of eigenvalues with respect to  $\mu > 0$  are indicated.

**Keywords:** Friedrichs model, multiplication operator, perturbation operator.

УДК 517.984

Постановка задачи. Пусть  $L_2[-\pi, \pi]$  - гильбертово пространство квадратично-интегрируемых (комплекснозначных) функций, определенных на  $[-\pi, \pi]$ . В гильбертовом пространстве  $L_2[-\pi, \pi]$  рассмотрим так называемую модель Фридрихса вида

$$H_\mu = H_0 - \mu V, \quad \mu > 0.$$

Здесь  $H_0$  – оператор умножения вида

$$(H_0 f)(x) = (1 - \cos x)f(x), \quad f \in L_2[-\pi, \pi],$$

а  $V$  – интегральный оператор вида

$$(Vf)(x) = \sin x \int_{-\pi}^{\pi} \sin t f(t) dt, \quad f \in L_2[-\pi, \pi],$$

$\mu > 0$  - параметр взаимодействие.

Шаг 1. Найдется область определение  $D(H_\mu)$  оператора  $H_\mu$ . В данном случае  $D(H_\mu) = L_2[-\pi; \pi]$ .

Шаг 2. Показывается, что оператор  $H_\mu$  есть линейный оператор, т.е. для любых  $\alpha, \beta \in C$  и  $f, g \in L_2[-\pi; \pi]$  имеет место равенство

$$H_\mu(\alpha f + \beta g) = \alpha H_\mu f + \beta H_\mu g.$$

Шаг 3. Доказывается ограниченность оператора  $H_\mu$ , т.е. существует число  $C_\mu > 0$  такое, что для любого  $f \in L_2[-\pi; \pi]$  верно неравенство

$$\|H_\mu f\| \leq C_\mu \|f\|, \quad \|f\| = \sqrt{\int_{-\pi}^{\pi} |f(t)|^2 dt}.$$

Шаг 4. Проверяется самосопряженность оператора  $H_\mu$ , т.е. справедливость равенства

$$(H_\mu f, g) = (f, H_\mu g)$$

для любых  $f, g \in L_2[-\pi; \pi]$ , где

$$(f, g) = \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \overline{g(t)} dt.$$

Легко можно убедится, что рассматриваемая модель Фридрихса является линейным, ограниченным и самосопряженным оператором в гильбертовом пространстве  $L_2[-\pi, \pi]$ .

Следовательно, спектр оператора  $H_\mu$  лежит в вещественной оси.

Шаг 5. Показывается одномерность оператора возмущения  $V$  оператора  $H_0$ . Для этого надо найти область значения  $\text{Im } V$  оператора  $V$ , и затем надо найти размерность подпространства  $\text{Im } V$ . В данном случае  $\dim(\text{Im } V) = 1$ .

Шаг 6. Найдется существенный спектр  $\sigma_{ess}(H_\mu)$  оператора  $H_\mu$ . Так как  $\dim(\text{Im } V) = 1$ , из известной теоремы Г. Вейля о сохранении существенного спектра при возмущениях конечного ранга вытекает, что существенный спектр оператора  $H_\mu$  совпадает с существенным спектром оператора  $H_0$ . А для существенного спектра оператора  $H_0$  имеет место равенство  $\sigma_{ess}(H_0) = [0; 2]$ . Следовательно,  $\sigma_{ess}(H_\mu) = [0; 2]$ . Очевидно, что существенный спектр оператора  $H_\mu$  не зависит от параметра взаимодействия  $\mu$ .

Шаг 7. Определяется так называемый определитель Фредгольма, ассоциированный с оператором  $H_\mu$ , т.е. определим регулярную в  $C \setminus [0; 2]$  функцию

$$\Delta_\mu(z) = 1 - \mu \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin^2 t \, dt}{1 - \cos t - z}.$$

Шаг 8. Доказывается, что оператор  $H_\mu$  имеет собственное значение  $z_\mu \in C \setminus [0; 2]$  тогда и только тогда, когда  $\Delta_\mu(z_\mu) = 0$ . При доказательстве этого факта в основном исследуется уравнение на собственное значение  $H_\mu f = zf$ .

Шаг 9. Определяется дискретный спектр  $\sigma_{disc}(H_\mu)$  оператора  $H_\mu$ . Очевидно, что  $\sigma_{disc}(H_\mu) = \{z \in C \setminus [0; 2] : \Delta_\mu(z) = 0\}$ .

Шаг 10. Изучается свойства монотонности функции  $\Delta_\mu(\cdot)$  в интервалах  $(-\infty; 0)$  и  $(2; +\infty)$ . При этом показывает, что

$$\frac{d}{dz} \Delta_\mu(z) < 0$$

для любого  $z \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ . Действительно,

$$\frac{d}{dz} \Delta_\mu(z) = -\mu \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin^2 t \, dt}{(1 - \cos t - z)^2} < 0$$

для любого  $z \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$ . Таким образом, функции  $\Delta_\mu(\cdot)$  монотонно убывает в интервалах  $(-\infty; 0)$  и  $(2; +\infty)$ .

Шаг 11. Определяется местоположение собственных значений оператора  $H_\mu$  относительно значений параметра взаимодействия  $\mu$ . Так как  $\Delta_\mu(z) > 1$  при всех  $z \in (2; +\infty)$ , для любого  $\mu > 0$  оператор  $H_\mu$  не имеет собственных значений больших чем 2. Из за монотонности функции  $\Delta_\mu(\cdot)$  в интервале  $(-\infty; 0)$ , оно может иметь не более одного отрицательного нуля. Следовательно, оператор  $H_\mu$  имеет не более одно отрицательное собственное значение.

Шаг 12. Нахождение условия существования отрицательного собственного значения оператора  $H_\mu$ . Для этого решается неравенство  $\Delta_\mu(z) < 0$  и находится условия для параметра  $\mu > 0$ .

Для аналогичных рассуждений см. [1-25].

### *Список литературы / References*

1. Ибодова С.Т. О методах решений функциональных уравнений // Проблемы педагогики. № 6 (51), 2020. С. 98-100.
2. Ибодова С.Т. Некоторые факты по теории множеств // Наука и образование сегодня. 60:1 (2021). С. 69-72.
3. Хайитова Х.Г. О числе собственных значений модели Фридрихса с двумерным возмущением // Наука, техника и образование. 72:8 (2020). С. 5-8.
4. Хайитова Х.Г., Рустамова Б.И. Метод обобщения при обучении математике в школе // Проблемы педагогики. 51:6 (2020). С. 45-47.
5. Rasulov T.H., Rasulova Z.D. Essential and discrete spectrum of a three-particle lattice Hamiltonian with non-local potentials // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 5:3 (2014). С. 327-342.
6. Расулов Т.Х., Расулова З.Д. Спектр одного трехчастичного модельного оператора на решетке с нелокальными потенциалами // Сибирские электронные математические известия. 12 (2015). С. 168-184.
7. Ekincioglu I., Ikromov I.A. On the boundedness of integral operators // Turkish journal of Mathematics. 23:2 (2000). С. 257-264.
8. Абдуллаев Ж.И., Икромов И.А. Конечность числа собственных значений двухчастичного оператора Шредингера на решетке // Теорет. матем. физика. 152:3 (2007). С. 502–517.
9. Rasulov T.H., Dilmurodov E.B. Eigenvalues and virtual levels of a family of 2x2 operator matrices // Methods Func. Anal. Topology, 25:1 (2019). С. 273-281.
10. Muminov M.I., Rasulov T.H., Tosheva N.A. Analysis of the discrete spectrum of the family of 3x3 operator matrices // Comm. Math. Analysis, 11:1 (2020). С. 17-37.
11. Икромов И.А., Шарипов Ф. О дискретном спектре неаналитической матричнозначной модели Фридрихса // Функц. анализ и его прил., 32:1 (1998). С. 63–65.
12. Абдуллаев Ж.И., Икромов И.А., Лакаев С.Н. О вложенных собственных значениях и резонансах обобщенной модели Фридрихса // Теорет. матем. физика. 103:1 (1995). С. 54–62.
13. Rasulov T.H., Tosheva N.A. Analytic description of the essential spectrum of a family of 3x3 operator matrices // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 10:5 (2019). С. 511-519.
14. Rasulov T.H., Dilmurodov E.B. Threshold analysis for a family of 2x2 operator matrices // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 10:6 (2019). С. 616-622.
15. Rasulov T.H. On the finiteness of the discrete spectrum of a 3x3 operator matrix // Methods Func. Anal. Topology, 22:1 (2016). С. 48-61.
16. Расулов Т.Х. Исследование спектра одного модельного оператора в пространстве Фока // Теор. матем. физика, 161:3 (2009). Стр. 164-175.
17. Лакаев С.Н., Расулов Т.Х. Модель в теории возмущений существенного спектра многочастичных операторов // Матем. заметки. 73:4 (2003). С. 556-564.
18. Лакаев С.Н., Расулов Т.Х. Об эффекте Ефимова в модели теории возмущений существенного спектра // Функц. анализ и его прил., 37:1 (2003). С. 81-84.
19. Muminov M., Neidhardt H., Rasulov T. On the spectrum of the lattice spin-boson Hamiltonian for any coupling: 1D case // J. Math. Phys., 56 (2015), 053507.
20. Расулов Т.Х. О числе собственных значений одного матричного оператора // Сиб. мат. журнал. 52:2 (2011). С. 400-415.

21. Расулов Т.Х. О ветвях существенного спектра решетчатой модели спин-бозона с не более чем двумя фотонами // Теор. матем. физика, 186:2 (2016), С. 293-310.
  22. Муминов М.Э., Расулов Т.Х. Формула для нахождения кратности собственных значений дополнения Шура одной блочно-операторной матрицы 3x3 // Сиб. мат. журнал, 54:4 (2015), С. 878-895.
  23. Muminov M.I., Rasulov T.H. On the number of eigenvalues of the family of operator matrices. // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 5:5 (2014). C. 619-625.
  24. Dilmurodov E.B., Rasulov T.H. Essential spectrum of a 2x2 operator matrix and the Faddeev equation // European science. 51:2 (2020). C. 7-10.
  25. Umirkulova G.H., Rasulov T.H. Characteristic property of the Faddeev equation for three-particle model operator on a one-dimensional lattice // European science. 51:2 (2020), Part II. C. 19-22.
- 

## ИЗУЧЕНИЕ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ И ХИМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОЧВЫ

**Хикматов Б.А. Email: Hikmatov1177@scientifictext.ru**

Хикматов Бехзод Амонович – магистр,  
кафедра физики, физико-математический факультет,  
Бухарский государственный университет, г. Бухара, Республика Узбекистан

**Аннотация:** в целях дальнейшего развития строительной отрасли Президент Мирзиёев 23 мая 2019-года подписал документ «О дополнительных мерах по ускоренному развитию отрасли строительных материалов». Согласно постановлению, сырьевая база строительной отрасли будет расширена с целью создания благоприятных условий для быстрого развития и диверсификации отрасли, привлечения инвестиций в переработку местных минеральных ресурсов и увеличения экспорта строительных материалов. Сегодня важно производить качественные, недорогие и долговечные строительные материалы на основе местного сырья.

**Ключевые слова:** гигроскопическая влажность, пористость почвы, плотность, механического состава, глиняных компонентов, кварцевого песка.

## STUDY OF PHYSICAL-MECHANICAL AND CHEMICAL PROPERTIES OF SOIL

**Hikmatov B.A.**

Hikmatov Behzod Amonovich – Master,  
DEPARTMENT OF PHYSICS, FACULTY OF PHYSICS AND MATHEMATICS,  
BUKHARA STATE UNIVERSITY, BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

**Abstract:** in order to further develop the construction industry, on May 23, 2019, President Mirziyoyev signed a document "On additional measures for the accelerated development of the construction materials industry". According to the decree, the raw material base of the construction industry will be expanded in order to create favorable conditions for the rapid development and diversification of the industry, attracting investments in the processing of local mineral resources and increasing the export of construction materials. Today it is important to produce high quality, inexpensive and durable building materials based on local raw materials.

**Keywords:** hygroscopic moisture, soil porosity, density, mechanical composition, clay components, quartz sand.

УДК 662.997

Утверждены прогнозные показатели расширения сырьевой базы строительной отрасли на основе геологоразведочных работ, добычи и переработки местного сырья на 2019-2025 годы и целевые показатели по производству строительных материалов за счет диверсификации и расширения видов продукции. В эти показатели входит производство глиняных компонентов, сырья для кирпича, кварцевого песка до 1 млн тонн.

Для создания дешевых и качественных строительных композиционных материалов на основе местного сырья важно изучение физико-механических, химических и гидродинамических свойств грунта, являющегося основным сырьем. Для этого были проведены исследования на образцах почвы, взятых с территории опытного хозяйства Бухарского государственного университета. Изучены и проанализированы химические свойства почвы в горизонтальных слоях (Таблица 1).

*Таблица 1. Результаты химического анализа.*

№	Глубина залегания слоя в см	Гумус, %	N <sub>об</sub> , %	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> вал, %	K <sub>2</sub> O вал, %	N-NO <sub>3</sub> , мг/кг	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> , мг/кг	K <sub>2</sub> O мг/кг	CO <sub>2</sub>
1	0-25	0,51	0,049	0,118	3,0	67,1	26,40	115	5,95
2	25-50	0,49	0,041	0,094	2,25	50,1	28,40	88	5,80
3	50-75	0,32	0,031	0,149	1,25	45,7	17,60	70	5,70
4	75-100	0,28	0,046	0,193	1,8	46,8	12,80	131	6,79
5	100-130	0,25	0,048	0,118	2,93	31,6	12,13	215	7,85
6	130-160	0,27	0,035	0,196	2,7	56,2	10,0	200	8,13
7	160-200	0,23	0,033	0,121	2,2	70,8	10,80	270	7,89

Результаты, приведенные в таблице 1, показывают, что по мере увеличения глубины слоев почвы наличие в них основного химического состава определяется следующим образом:

- количество перегноя уменьшается вдвое с первого по седьмой слой;
- изменение количества азота (N<sub>об</sub>) в почве (1000гр) с 0,049% до 0,033%;
- сочетание фосфора с кислородом (P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> вал.) резко меняется в каждом слое;
- сочетание калия и кислорода (K<sub>2</sub>O и др.) изменяется без существенных изменений во всех слоях;

Следует отметить, что оксид азота N-NO<sub>3</sub>, оксид фосфора P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>, оксид калия K<sub>2</sub>O и диоксид углерода CO<sub>2</sub> находятся в молекулярной форме и присутствуют в почве в подвижном состоянии.

Провести различные лабораторные анализы и изучить структуру конструкций, чтобы иметь сплошные образцы в полевых условиях [1-22]. Для этого образцы из котлована глубиной 200 см и шириной 80 см были разделены на 6 слоев горизонта с нарушением естественной структуры (осыпания) и лаборатория была разделена.

Управление качеством почвы влияет на физические свойства. Локальный контроль гигроскопической влажности, насыпной плотности, плотности твердой фазы, пористости определялся на основе лабораторных методов Н.А. Качинского и других ученых. Результаты представлены в таблице 2.

*Таблица 2. Физические свойства почвы.*

№	Глубина залегания слоя в см	Гигроскопическая влажность, (%)	Плотность почвы (объемная масса), (гр/см <sup>3</sup> )	Плотность твердой фазы почвы, (гр/см <sup>3</sup> )	Пористость почвы, (%)
1	0-25	1,83	1,0015	2,38	57,9 %
2	25-53	1,62	1,135	2,50	54,6 %
3	53-83	1,52	1,185	2,56	53,7 %
4	83-117	1,11	1,21	2,64	53,1 %
5	117-169	0,379	1.386	2.66	47.8%
6	169-200	0,28	1.4385	2.73	47.3%

На основании результатов, представленных в таблице 2, можно сделать вывод, что гигроскопическая влажность уменьшается по мере опускания слоев, в то время как объемная плотность и плотность твердой фазы увеличиваются.

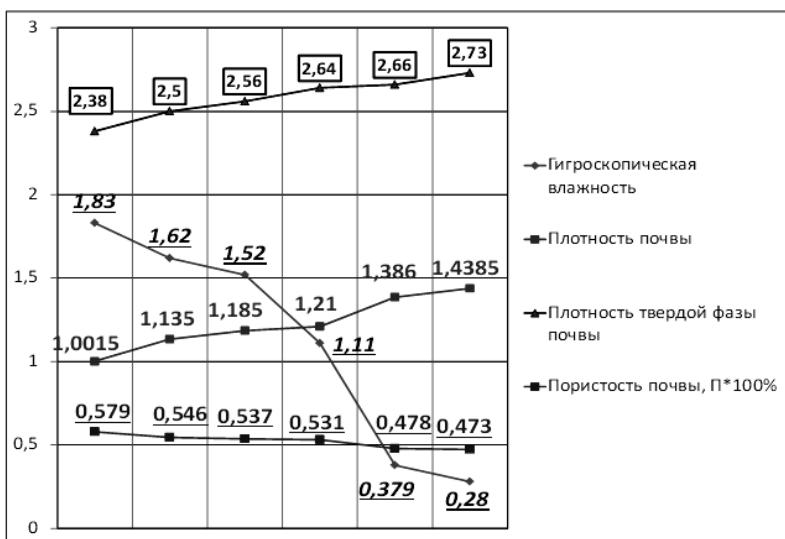


Рис. 1. График. Физические свойства почвы

Плотность почвы зависит от механического состава различных минералов и органических веществ в почве. По мере утяжеления гранулометрического состава и увеличения количества минералов в почве плотность почвы увеличивается, а с увеличением количества органического вещества плотность почвы уменьшается.

### *Список литературы / References*

- Ибрагимов С.С., Кодиров Ж.Р., Хакимова С.Ш. Исследование усовершенствованной сушилки фруктов и выбор поверхностей, образующих явление естественной конвекции // Вестник науки и образования (2020). № 20 (98). С. 6-9.
- Кодиров Ж.Р., Хакимова С.Ш., Мирзаев Ш.М. Анализ характеристик параболического и параболоцилиндрического концентраторов, сравнение данных, полученные на них // Вестник ТашИИТ. № 2, 2019. С. 193-197.
- Кодиров Ж.Р., Маматгузинов М. Составление программного обеспечения, алгоритм и расчет математической модели применения свойств солнечного оросителя к точкам заправки топливом // Молодой ученый (2018). С. 50-53.
- Saidov Q.S., Bekmurodova M.B. Complex movement of object // International Scientific Journal 85:5 (2020). С. 316-322.
- Saidov Q.S., Bekmurodova M.B. The problem of teaching heat transfer and heat exchange in schools and lyceums // JournalNX-A Multidisciplinary Peer Reviewed Journal 6:9 (2020). С. 176-183.
- Курбанов К., Очилов Л.И. Определение механических воздействий гидротехнических сооружений с помощью оптических волоконных датчиков. // Молодой ученый. 10 (2015). С. 247-251.
- Очилов Л.И. Адсорбция воды на цеолитах типа ZSM-5 // Молодой ученый (2016). № 12. С. 358-360.
- Файзиев Ш.Ш., Saidov K.C., Askarov M.A. Зависимость магнитно модулированной структуры от ориентации поля в кристалле // Вестник науки и образования (2020). № 18 (96). Часть 2. С. 6-9.

9. Очилов Л.И., Арабов Ж.О., Ашуррова У.Д. Измерение преобразования потенциальной энергии в поступательную и вращательную энергию с помощью колеса максвелла // Вестник науки и образования (2020). № 18 (96). Часть 2. С. 18-21.
  10. Очилов Л.И. Технология приготовления фитиля из капиллярно-полых материалов // Молодой ученый (2016). № 12. С. 360-362.
  11. Кобилов Б.Б., Насырова Н.К. Особенности изучения физики в вузах // Вестник науки и образования (2020). № 18 (96). Часть 2. С. 52-55.
  12. Нарзуллаев М.Н., Камолов В.Ш. Использование астрономических знаний в формировании экологической культуры студентов // Вестник науки и образования (2020). № 18 (96). Часть 2. С. 56-59.
  13. Очилов Л.И. Исследование некоторых свойств капиллярно-полых материалов // Молодой ученый (2016). № 12. С. 362-364.
  14. Dzhuraev D.R., Turaev A.A. Features of key parameters of field transistors // Scientific reports of Bukhara State University (2020). № 2. С. 7-10.
  15. Файзиев Ш.Ш., Сайдов К.С. Электронная структура основного мультиплета иона диспразия в ортоалюминате // Academy (2020). С. 4-6.
  16. Atoeva M.F., Arabov J.O., Kobilov B.B. Innovative Pedagogical Technologies For Training The Course of Physics // Journal of Interdisciplinary Innovations and Research (2020). 2(12). С. 82-91.
  17. Очилов Л.И., Абдуллаев Ж.М. Изъятие пресной воды из подземных грунтовых вод при помощи гелиоустановки водонасосного опреснителя // Молодой ученый. 10 (2015). С. 274-277.
  18. Astanov S., Niyazkhonova B.E. Luminescent properties of vitamins in monomeric and associated - states in a polar solvent // Journal of Applied Spectroscopy. 55:5 (1991). С. 11031106.
  19. Туксанова З.И., Назаров Э. Effective use of innovative technologies in the education system // Интернаука. (2020) 16. С. 30-32.
  20. Nasirova N., Nosirova N., Tuksanova Z. Innovative technologies in physics education // European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences (2020). № 10. С. 19-22.
  21. Кодиров Ж.Р. Изучение принципа работы насосного гелио-водоопреснителя // Молодой ученый. 26 (2018). С. 48-49.
  22. Shavkatovich S.F., Baxtierovna N.Y. Changes occurring in ferromagnets by adding some mixture // Scientific reports of Bukhara State University (2020). С. 8-13.
-

**МЕСТОПОЛОЖЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ДВУХ  
СЕМЕЙСТВ МОДЕЛЕЙ ФРИДРИХСА**  
**Умиркулова Г.Х. Email: Umirkulova1177@scientifictext.ru**

Умиркулова Гулхаё Хусниддин кизи – магистр,  
кафедра математического анализа, физико-математический факультет,  
Бухарский государственный университет,  
г. Бухара, Республика Узбекистан

**Аннотация:** данная работа посвящена исследованию числа и местонахождения собственных значений двух семейств моделей Фридрихса  $h_\mu^{(1)}(x)$  и  $h_\gamma^{(2)}(x)$   $\mu, \gamma > 0$ ,  $x \in (-\pi; \pi]^1$ , ассоциированных с системами двух квантовых частиц на одномерной решетке. Рассматриваемые семейства являются линейными, ограниченными и самосопряженными операторами в комплексном гильбертовом пространстве квадратично интегрируемых функций, определенных на  $(-\pi; \pi]^1$ . Определено число собственных значений моделей Фридрихса  $h_\mu^{(1)}(x)$  и  $h_\gamma^{(2)}(x)$ , изучено местоположение этих собственных значений, а также найдены их условия существования.

**Ключевые слова:** семейства моделей Фридрихса, определитель Фредгольма, собственные значения.

**LOCATION OF THE EIGENVALUES OF THE TWO FAMILIES OF  
FRIEDRICH'S MODELS**  
**Umirkulova G.H.**

Umirkulova Gulhayo Husniddin kizi – Master Student,  
DEPARTMENT OF MATHEMATICAL ANALYSIS, FACULTY OF PHYSICS AND MATHEMATICS,  
BUKHARA STATE UNIVERSITY,  
BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

**Abstract:** this paper is devoted to the number and location of the eigenvalues of the two families of the Friedrichs models  $h_\mu^{(1)}(x)$  и  $h_\gamma^{(2)}(x)$   $\mu, \gamma > 0$ ,  $x \in (-\pi; \pi]^1$ , associated with the system of two quantum particles on the one dimensional lattice. Considered families are linear bounded and self-adjoint operator in complex Hilbert space of square integrable functions defined on  $(-\pi; \pi]^1$ . The number of the eigenvalues of the Friedrichs models  $h_\mu^{(1)}(x)$  и  $h_\gamma^{(2)}(x)$  are defined, the location of these eigenvalues are studied and its existence conditions are found.

**Keywords:** Friedrichs model, system of two particles, essential spectrum.

УДК 517.984

Пусть  $T^1$  - одномерный тор и  $L_2(T^1)$ -гильбертово пространство квадратично интегрируемых (комплекснозначных) функций, определенных на  $T^1$ . В гильбертовом пространстве  $L_2(T^1)$  рассматривается два семейства моделей Фридрихса вида

$$h_\mu^{(1)}(x) = h_0^{(1)}(x) - \mu v_1; \quad h_\gamma^{(2)}(x) = h_0^{(2)}(x) - \gamma v_2.$$

Здесь операторы  $h_0^{(\alpha)}(x)$  и  $v_\alpha$ ,  $\alpha = 1, 2$  определены следующим образом:

$$(h_0^{(1)}(x)f)(y) = u(x, y)f(y),$$

$$(h_0^{(2)}(x)f)(y) = u(x, x-y)f(y), \quad f \in L_2(T^1);$$

$$(v_1 f)(y) = v(y) \int_{T^1} v(t) f(t) dt, \quad (v_2 f)(y) = \int_{T^1} f(t) dt; \quad f \in L_2(T^1).$$

Где  $\mu, \gamma > 0$  – положительные вещественные числа,  $v(\cdot)$  – вещественнозначная непрерывная функция на  $T^1$  и  $u(\cdot, \cdot)$  – вещественнозначная непрерывная функция  $T^2$ .

Пользуясь определениями линейности, ограниченности, самосопряженности оператора, можно показать, что оба семейства моделей Фридрихса  $h_\mu^{(1)}(x)$  и  $h_\gamma^{(2)}(x)$  являются линейными, ограниченными и самосопряженными в  $L_2(T^1)$ . Легко можно проверить, что

$$\sigma_{ess}(h_\mu^{(1)}(x)) = [m(x); M(x)]; \quad \sigma_{ess}(h_\gamma^{(2)}(x)) = [m(x); M(x)];$$

где числа  $m(x)$  и  $M(x)$  определяются равенствами:

$$m(x) := \min_{y \in T^1} u(x, y), \quad M(x) := \max_{y \in T^1} u(x, y).$$

При каждом фиксированном  $x \in T^1$  определим регулярные в области  $C \setminus [m(x); M(x)]$  функции

$$\Delta_\mu^{(1)}(x; z) = 1 - \mu \int_{T^1} \frac{v^2(t)}{u(x; t) - z} dt; \quad \Delta_\gamma^{(2)}(x; z) = 1 - \gamma \int_{T^1} \frac{dt}{u(x; t) - z}.$$

Обычно функции  $\Delta_\mu^{(1)}(x; \cdot)$  и  $\Delta_\gamma^{(2)}(x; \cdot)$  называется определителем Фредгольма, ассоциированным с оператором  $h_\mu^{(1)}(x)$  и  $h_\gamma^{(2)}(x)$  соответственно.

**Лемма 1.** Для дискретного спектра  $\sigma_{disc}(h_\mu^{(1)}(x))$  и  $\sigma_{disc}(h_\gamma^{(2)}(x))$  операторов  $h_\mu^{(1)}(x)$  и  $h_\gamma^{(2)}(x)$  имеют места равенства:

$$\sigma_{disc}(h_\mu^{(1)}(x)) = \{z \in C \setminus [m(x); M(x)]; \Delta_\mu^{(1)}(x; z) = 0\};$$

$$\sigma_{disc}(h_\gamma^{(2)}(x)) = \{z \in C \setminus [m(x); M(x)]; \Delta_\gamma^{(2)}(x; z) = 0\}.$$

Обозначим

$$m := \min_{x, y \in T^1} u(x, y), \quad M := \max_{x, y \in T^1} u(x, y).$$

Рассмотрим задачу о существовании собственных значений, операторов  $h_\mu^{(1)}(x)$  и  $h_\gamma^{(2)}(x)$ , лежащих левее точки  $m$  и правее точки  $M$ .

Пусть интеграл  $\int_{T^1} \frac{v^2(t) dt}{u(x; t) - m}$  расходится при некотором  $x = x_0 \in T^1$ , т.е.

$$\lim_{z \rightarrow m-0} \int_{T^1} \frac{v^2(t)dt}{u(x; t) - m} = +\infty.$$

Тогда  $\lim_{z \rightarrow m-0} \Delta_\mu^{(1)}(x_0; z) = -\infty$ . Так как  $\lim_{z \rightarrow -\infty} \Delta_\mu^{(1)}(x_0; z) = 1$  и функция  $\Delta_\mu^{(1)}(x; \cdot)$  монотонно убывает на полуоси  $(-\infty; m)$  существует единственная точка  $z = z_0$  такая, что  $\Delta_\mu^{(1)}(x_0; z_0) = 0$ . В силу леммы 1 при всех  $\mu > 0$  оператор  $h_\mu^{(1)}(x_0)$  имеет единственное собственное значение  $z_0 \in (-\infty; m)$ .

Пусть теперь при всех  $x \in T^1$  интеграл  $\int_{T^1} \frac{v^2(t)dt}{u(x; t) - m}$

конечен. Тогда из

$$\Delta_\mu^{(1)}(x; m) = 1 - \mu \int_{T^1} \frac{v^2(t)dt}{u(x; t) - m} \geq 0$$

следует, что

$$\mu \leq \left( \int_{T^1} \frac{v^2(t)dt}{u(x; t) - m} \right)^{-1} =: \mu_0(x).$$

Таким образом, в силу леммы 1 при  $\mu \leq \mu_0(x)$  оператор  $h_\mu^{(1)}(x)$  не имеет собственных значений в  $(-\infty; m)$ . В противном случае, т.е. когда  $\mu > \mu_0(x)$  оператор  $h_\mu^{(1)}(x)$  имеет единственное собственное значение, лежащих на  $(-\infty; m)$ . По определению

$$\Delta_\mu^{(1)}(x; M) = 1 - \mu \int_{T^1} \frac{v^2(t)dt}{u(x; t) - M} > 1$$

и  $\lim_{z \rightarrow -\infty} \Delta_\mu^{(1)}(x; z) = 1$ . Поэтому при всех  $\mu > 0$  и  $x \in T^1$  оператор  $h_\mu^{(1)}(x)$  не имеет собственных значений, лежащих правее точки  $M$ .

Аналогично, если при некотором  $x_0 \in T^1$  интеграл  $\int_{T^1} \frac{dt}{u(x_0; t) - m}$  расходится, то

$\Delta_\gamma^{(2)}(x_0; z) = -\infty$ . В этом случае для любого  $\gamma > 0$  оператор  $h_\gamma^{(2)}(x_0)$  имеет единственное собственное значение, ниже  $m$ .

В случае, когда интеграл  $\int_{T^1} \frac{dt}{u(x; t) - m}$  сходится, обозначим его через  $(\gamma_0(x))^{-1}$ .

Верны следующие утверждение: 1) При  $\gamma < \gamma_0(x)$  оператор  $h_\gamma^{(2)}(x)$  не имеет

собственных значений, лежащих на промежутке  $(-\infty; m)$ ; 2) Если  $\gamma > \gamma_0(x)$ , то оператор  $h_\gamma^{(2)}(x)$  имеет единственное собственное значение, лежащее левее точки  $m$ .

Следует отметить, многие задачи, связанные с собственными значениями семейства моделей Фридрихса и обобщенных моделей Фридрихса, исследованы в работах [1-28].

### *Список литературы / References*

1. *Umirkulova G.H., Rasulov T.H.* Characteristic property of the Faddeev equation for three-particle model operator on a one-dimensional lattice // European science. 51:2 (2020). Part II. C. 19-22.
2. Умиркулова Г.Х. Оценки для граней существенного спектра модельного оператора трех частиц на решетке // Вестник науки и образования. 16-2 (94), 2020. С. 14-17.
3. Умиркулова Г.Х. Использование Mathcad при обучении теме «квадратичные функции» // Проблемы педагогики. № 6 (51), 2020. С. 93-95.
4. Умиркулова Г.Х. Существенный и дискретный спектры семейства моделей Фридрихса // Наука и образование сегодня. № 1 (60), 2020. С. 17-20.
5. *Rasulova Z.D.* Investigations of the essential spectrum of a model operator associated to a system of three particles on a lattice // J. Pure and App. Math.: Adv. Appl., 11:1 (2014). C. 37-41.
6. *Rasulova Z.D.* On the spectrum of a three-particle model operator // Journal of Mathematical Sciences: Advances and Applications, 25 (2014). C. 57-61.
7. *Rasulov T.H., Rasulova Z.D.* Essential and discrete spectrum of a three-particle lattice Hamiltonian with non-local potentials // Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics, 5:3 (2014). C. 327-342.
8. *Расулов Т.Х., Расулова З.Д.* Спектр одного трехчастичного модельного оператора на решетке с нелокальными потенциалами // Сибирские электронные математические известия. 12 (2015). С. 168-184.
9. *Расулова З.Д., Хамроева Х.Ю.* Числовой образ модели Фридрихса с одномерным возмущением // Молодой учёный. 61:7 (2014). С. 27-29.
10. *Ekincioglu I., Ikromov I.A.* On the boundedness of integral operators // Turkish journal of Mathematics. 23:2 (2000). С. 257-264.
11. Абдуллаев Ж.И., Икромов И.А. Конечность числа собственных значений двухчастичного оператора Шредингера на решетке // Теоретическая и математическая физика. 152:3 (2007). С. 502–517.
12. Икромов И.А., Шарипов Ф. О дискретном спектре неаналитической матричнозначной модели Фридрихса // Фунд. анализ и его прил., 32:1 (1998). С. 63–65.
13. *Rasulov T.H., Dilmurodov E.B.* Eigenvalues and virtual levels of a family of 2x2 operator matrices // Methods Func. Anal. Topology, 25:1 (2019). C. 273-281.
14. Абдуллаев Ж.И., Икромов И.А., Лакаев С.Н. О вложенных собственных значениях и резонансах обобщенной модели Фридрихса // Теоретическая и математическая физика. 103:1 (1995). С. 54–62.
15. *Расулов Т.Х., Дилмуров Э.Б.* Исследование числовой области значений одной операторной матрицы // Вестник Самарского государственного технического университета, Серия физ.-мат. науки, 35:2 (2014). С. 50-63.
16. *Muminov M.I., Rasulov T.H., Tosheva N.A.* Analysis of the discrete spectrum of the family of 3x3 operator matrices // Communications in Mathematical Analysis, 11:1 (2020). C. 17-37.
17. *Rasulov T.H., Tosheva N.A.* Analytic description of the essential spectrum of a family of 3x3 operator matrices // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 10:5 (2019). C. 511-519.
18. *Rasulov T.H., Dilmurodov E.B.* Threshold analysis for a family of 2x2 operator matrices // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 10:6 (2019). C. 616-622.

19. *Rasulov T.H.* On the finiteness of the discrete spectrum of a 3x3 operator matrix // Methods of Functional Analysis and Topology, 22:1 (2016). С. 48-61.
20. *Расулов Т.Х.* Исследование спектра одного модельного оператора в пространстве Фока // Теор. матем. физика, 161:3 (2009). С. 164-175.
21. *Лакаев С.Н., Расулов Т.Х.* Модель в теории возмущений существенного спектра многочастичных операторов // Математические заметки. 73:4 (2003). С. 556-564.
22. *Лакаев С.Н., Расулов Т.Х.* Об эффекте Ефимова в модели теории возмущений существенного спектра // Функциональный анализ и его приложения, 37:1 (2003). С. 81-84.
23. *Расулов Т.Х.* О ветвях существенного спектра решетчатой модели спин-бозона с не более чем двумя фотонами // Теор. матем. физика, 186:2 (2016). С. 293-310.
24. *Muminov M., Neidhardt H., Rasulov T.* On the spectrum of the lattice spin-boson Hamiltonian for any coupling: 1D case // J. Math. Phys., 56 (2015), 053507.
25. *Муминов М.Э., Расулов Т.Х.* Формула для нахождения кратности собственных значений дополнения Шура одной блочно-операторной матрицы 3x3 // Сибирский математический журнал, 54:4 (2015). С. 878-895.
26. *Расулов Т.Х.* О числе собственных значений одного матричного оператора // Сибирский математический журнал. 52:2 (2011). С. 400-415.
27. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* On the number of eigenvalues of the family of operator matrices. // Nanosystems: Phys., Chem., Math., 5:5 (2014). С. 619-625.
28. *Dilmurodov E.B., Rasulov T.H.* Essential spectrum of a 2x2 operator matrix and the Faddeev equation // European science. 51:2 (2020). С. 7-10.

# **БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ**

---

## **ВЫРАЩИВАНИЕ ОВОЩНЫХ (СЛАДКИХ) СОРТОВ И ГИБРИДОВ КУКУРУЗЫ В КАЧЕСТВЕ ПОВТОРНОГО ПОСЕВА**

**Санаев С.Т.<sup>1</sup>, Рахматов И.И.<sup>2</sup> Email: Sanaev1177@scientifictext.ru**

<sup>1</sup>*Санаев Собир Тохирович – доцент,  
кафедра агротехнологии,*

*Самаркандинский государственный ветеринарно-медицинский институт, г. Самарканд;*

<sup>2</sup>*Рахматов Идрок Илхомович – докторант,  
кафедра почвоведения,*

*Бухарский государственный университет, г. Бухара,  
Республика Узбекистан*

**Аннотация:** в статье представлена информация о росте, развитии, продуктивности растений, урожайности овощного початка и зерна при выращивании овощных (сладких) сортов и гибридов кукурузы в качестве первичного, вторичного посева. В странах с континентальным природным климатом использование эффективных агротехнологий при выращивании овощных культур в качестве основной и вспомогательной культуры важно для обеспечения продовольственной безопасности и эффективного использования существующих орошаемых площадей. Приведены результаты полевых испытаний нескольких овощных (сладких) сортов кукурузы.

**Ключевые слова:** основной посев, вторичный посев, овощная (сладкая) кукуруза, сорт, гетерозиготный гибрид, Госреестр, зерно кукурузы.

## **CULTIVATION OF VEGETABLE (SWEET) VARIETIES AND HYBRIDS OF CORN AS A RECOVERY Sanaev S.T.<sup>1</sup>, Rakhmatov I.I.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Sanaev Sobir Tokhirovich - Associate Professor,  
DEPARTMENT OF AGROTECHNOLOGY,*

*SAMARKAND STATE VETERINARY MEDICAL INSTITUTE, SAMARKAND;*

<sup>2</sup>*Rakhmatov Idrok Ilkhomovich – doctoral Student,  
DEPARTMENT OF SOIL SCIENCE,  
BUKHARA STATE UNIVERSITY, BUKHARA,  
REPUBLIC OF UZBEKISTAN*

**Abstract:** the article provides information on the growth, development, productivity of plants, the productivity of a vegetable cob and grain when growing vegetable (sweet) varieties and hybrids of corn as primary, secondary crops. In countries with a continental natural climate, the use of effective agricultural technologies for growing vegetable crops as the main and secondary crop is important for ensuring food security and effective use of existing irrigated areas. The results of field feeding of several vegetable (sweet) varieties of corn are given.

**Keywords:** main sowing, secondary sowing, vegetable (sweet) corn, variety, heterozygous hybrid, State Register, corn grain.

УДК 633.15:581.167

**Введение.** В странах с континентальным природным климатом использование эффективных агротехнологий при выращивании овощных культур в качестве основной и вспомогательной культуры важно для обеспечения продовольственной безопасности и эффективного использования существующих орошаемых площадей [7]. В частности, важно усовершенствовать технологию выращивания овощной (сладкой) кукурузы в Узбекистане как основного и повторного посева, определить оптимальные сроки посева, нормы питания,

удобрения и полива растений, а также провести исследования по подбору товарных и высокоурожайных сортов и гибридов [5]. В последние годы основное внимание страны обращено на радикальное повышение урожайности овощных культур, качества продукции и экономической эффективности за счет эффективного использования орошаемых земель за счет внедрения научно обоснованных инновационных агротехнологий в сельскохозяйственное производство [4].

Поэтому целью наших исследований является акклиматизация, разработка в разные сроки и методами с учетом биологических характеристик быстрорастущих сортов в различных почвенно-климатических условиях, пригодных для выращивания местных сортов овощной кукурузы и гибридов в качестве основного и повторного посева [3].

Преимущества выращивания овощной (сладкой) кукурузы во всех регионах страны заключаются в следующем. Овощная (сладкая) кукуруза пригодна для выращивания на слабых, засоленных почвах, в качестве основного и повторного посева [2]. Благодаря короткому вегетационному периоду овощной культуры потребление воды снижено по сравнению с другими культурами, соевые бобы собирают на стадии молочно-воскового созревания, варят, консервируют, замораживают и потребляют [1]. После уборки початков стебель растения становится зеленым и считается питательным кормом для скота благодаря высокому содержанию сахара и питательных веществ в стеблях и листьях [6].

**Цель исследования:** сорта и гибриды овощной (сладкой) кукурузы выращивались как повторный урожай, изучались и анализировались их рост, развитие и урожайность кукурузных початков как овощей.

**Объект и методы исследования.** Объектом исследования служили семя овощных (сладких) сортов кукурузы Шерзод, Замин, Мазза, Эврика, а также гибриды Megaton F<sub>1</sub>, Sentinel F<sub>1</sub>, Spirit F<sub>1</sub>, Soyán F<sub>1</sub>, Baron F<sub>1</sub>. Семена овощных (сладких) сортов кукурузы были посажены 10 июня по 70x20 см. схеме в качестве повторного посева на землях, освобожденных от основного посева, определены сроки прорастания, образования 1-2-3 лепестков, вымётывания, цветения метёлка, образования початков кукурузы, начало молочной и восковой спелости (10%) и полноту (75%). Полученные результаты обработаны с помощью программы Excel.

**Результаты исследования.** В эксперименте были проведены фенологические наблюдения и биометрические измерения на модульных растениях набора сортов и гибридов посаженной овощной (сладкой) кукурузы.

Прорастание овощных (сладких) сортов кукурузы в основном приходилась на 18-20 июня, то есть на 9-10-й день посева. Относительно быстрая всхожесть (18-19, 06) отмечена у сортов Шерзод и Замин. Самое позднее прорастание отмечена у сорта Эврика (21.06). Кроме того, при выпуске 1-го листа, у 2-го листа также сохранялась межвидовая закономерность. В исследуемых сортах вымётывание в основном наблюдалось в межвидовой период с 28 июля по 4 августа. Очистка початка, однако, наблюдалось во всех сортах, в основном на 8-9 августа у сортов Шерзод и Эрика, и частично позже, 12-14 августа у сортов Мазза и Эврика. Когда в эксперименте изучалось молочно-восковое созревание початка, то самое быстрое созревание початка было зафиксировано у стандартного сорта Шерзод 1 сентября, а у остальных сортов на 3-8 сентября, на 2-7 дней позже, чем у стандартного сорта.

При фенологических наблюдениях на гибридах овощной (сладкой) кукурузы раннее прорастание была отмечена у гибридов Sentinel F1(17,06) и Мегатон F1(18,06). Прорастание было зарегистрировано относительно поздно у таких гибридов, как Spirit F1, Soyán F1 и Baron F1 (19-20.06). У гибридов овощной (сладкой) кукурузы, изученных в эксперименте, процессы производства 1-го листа, рост 2-го листа, вымётывание, а также молочной и восковой спелости протекали быстрее всего у гибрида Spirit F1, а зрелость початка (как овощная) приходилась на 28.08. У таких гибридов, как Soyán F1 и Baron F1 (3-5, 09), созревание початка было отмечено сравнительно поздно. Наиболее поздняя спелость початка наблюдалась у гибрида Megaton F1(10.09).

Биометрические показатели овощных (сладких) сортов кукурузы были изучены в эксперименте и зафиксированы самые высокие растения в сортах стандартный Шерзод

(165,6 см), Замин (161,2 см), Эврика (158,1 см), а также в гибридах Сентинел F1(178,1 см) и Мегатон F1(176,2 см). Самые низкорослые растения наблюдались у гибрида Spirit F1 (102 см). Расположение т.е. высота первого початка было 30,0-34,3 см между сортами и 15,4-30,3 см между гибридами. Собирательные составило 1-4 штуки у сортов и 1-3 штуки у гибридов. У исследуемых сортов и гибридов количество листьев на головчатом стебле варьировалось от 8,7 шт до 14,2 шт. А интервалы между узлами были от 7,5 до 11,4. Самые высокие показатели образования плодов на одном кусте зафиксированы у сортов Замин (5,3 шт.), Шерзод (4,9 шт.) Эврика (2,0 шт.) и Мазза (2,0 шт.) и гибридов Сентинель F1(3,9 шт.) Соян F1(2,1 шт.) и Барон F1(3,1 шт.). Сорта Эврика (2,0 шт.) и Мазза (2,0 шт.) и гибриды Соян F1(2,1 шт.), Спирит F1 (1,8 шт.) оказались относительно малы. Безпочаточные растения в исследуемых сортах и гибридах не наблюдалось.

**Производительность.** В наших экспериментах изучались показатели производительности сортов и гибридов овощной (сладкой) кукурузы, которые отличались друг от друга по массе початка, ряду зерен в початке, числу зерен в ряду, количеству зерен в початке, массе и выходу зерна.

У овощных (сладких) сортов кукурузы вес одного початка зафиксирован в пределах межсортового 245,5 – 314,4 грамма. Самый высокий показатель по массе початка наблюдался у сорта "Шерзод" (314,4 грамма). При исследовании количества рядов зерна в початке межсортовое расстояние доходило до 12,8-15,3 рядов. Наибольшее количество рядов было зафиксировано в сорте Замин. Количество зерен в одном ряду межсортового початка увеличилось до 32,5 – 39,7 шт., количество зерен в одном ряду – до 458,3 - 526,3 шт. Вес зерен в одном ряду составил 194,1-247,5 грамма. Расход зерна из початка зафиксирован в пределах от 78,7 до 81,9%, при массе зерна в початке 46,4 - 66,9 г. Самые высокие показатели по расходу зерна из початка отмечены у таких сортов, как Замин и Шерзод. Из гибридов, изученных в эксперименте, наиболее высокие показатели продуктивности были зафиксированы у Сентинель F1, Мегатона F1 и гибрида Барона F1.

Вес 1000 зерен с показателем производительности овощной (сладкой) кукурузы в целом по исследуемым сортам и гибридам составил 200,3 – 390,7 грамм.

В связи с тем, что основной целью посева и выращивания овощных сортов и гибридов кукурузы (сладкой) является выращивание овощных початков, при изучении урожайности овощных початков с одного гектара наибольший показатель наблюдался у гибридов Сентинель F1 (105,2 тыс. шт.), Мегатон F1(101,6 тыс. шт.) и сорта Земляной(105,3 тыс. шт.). Вес одной штуки початка варьировался в пределах 245,5 – 370,0 грамм между сортами и гибридами. С гектара сортов и гибридов получено до 3,5 – 5,8 тонн сухого зерна. Самая высокая урожайность была зафиксирована у сорта молотый (5,8 тонн).

**Заключение.** Анализ результатов наших опытов показал, что при выращивании овощных (сладких) сортов и гибридов кукурузы в качестве овоща в повторные сроки с гектара можно получить 75-105 тыс. штук или 10-12 тыс. тонн овощной початок массы. При выращивании на семенное зерно с гектара можно получить до 5,8 тонн зерна. Наряду с этим, отмечено, что с гектара скота получено 35,1 - 37,6 тонны силоса сочных кормов. Выращивание овощных (сладких) сортов и гибридов кукурузы в качестве овощей в повторные сроки обеспечит 65-70 млн. сум дохода с гектара, уровень рентабельности на 125-130%.

### *Список литературы / References*

1. Остонақұлов Т.Э., Нарзиева С.Х., Бурхонов Ш. Шириң маккажүхори. Т., 2007. 119 с.
2. Санаев С.Т., Сапарниязов. И.А. Особенности применения гидрогеля при выращивании овощной (сахарной) кукурузы в условиях Каракалпакстана в качестве повторных культур. Пенза: МЦНС «Наука и Просвещение», 2019. С. 37-40.
3. Sanaev S.T., Saparniyazov I.A. The influence of mulching methods on the cultivation, development of productivity of varieties and hybrids of vegetable(sweet) corn in the conditions of Karakalpakstan. Қоракалпоғистонда фан ва таълим. 100-108 с. № 3 (11). Нукус, 2019.

4. Санаев С.Т., Сапарназов И.А. Рост, развитие и урожайность овощной (сахарной) кукурузы в условиях Республики Каракалпакстан при выращивании в разные сроки. The way of science, 2019. № 8 (66). С. 51-52.
5. Sanaev S.T., Rakhmatov I.I. Results of evaluation after growing sorts of vegetable (sweet) corn as re-sowing. Abstracts of IX International Scientific and Practical Conference. C. 231-234 Liverpool, United Kingdom. 28-30 April, 2020.
6. Санаев С.Т., Рахматов И. Результаты оценки после выращивания сортов овощной (сладкой) кукурузы в качестве повторного посева. International scientific and practical conference “Innovative development of science and education”. C. 22-25. (April 26-28, 2020) ISGT Publishing House, Athens, 2020.
7. Sanaev S.T., Shamsieva Sh.B. Growing Varieties of Vegetable (Sweet) Corn Suitable for Processing. International Journal of Progressive Sciences and Technologies (IJPSAT). C. 67-70, 2020.
8. Курбанов К., Очилов Л.И. Определение механических воздействий гидротехнических сооружений с помощью оптических волоконных датчиков // Молодой ученый. 10 (2015). С. 247-251.
9. Очилов Л.И. Адсорбция воды на цеолитах типа ZSM-5 // Молодой ученый, 2016. № 12. С. 358-360.
10. Файзиев Ш.Ш., Саидов К.С., Аскarov М.А. Зависимость магнитно модулированной структуры от ориентации поля в кристалле. // Вестник науки и образования (2020). № 18 (96). Часть 2. С. 6-9.
11. Очилов Л.И., Арабов Ж.О., Ашуррова У.Д. Измерение преобразования потенциальной энергии в поступательную и вращательную энергию с помощью колеса максвелла // Вестник науки и образования (2020). № 18 (96). Часть 2. С. 18-21.
12. Очилов Л.И. Технология приготовления фитиля из капиллярно-полых материалов // Молодой ученый (2016). № 12. С. 360-362.
13. Очилов Л.И. Исследование некоторых свойств капиллярно-полых материалов // Молодой ученый (2016). № 12. С. 362-364.
14. Файзиев Ш.Ш., Саидов К.С. Электронная структура основного мультиплета иона диспрозия в ортоалюминате // Academy (2020). С. 4-6.
15. Atoeva M.F., Arabov J.O., Kobilov B.B. Innovative Pedagogical Technologies For Training The Course Of Physics // Journal of Interdisciplinary Innovations and Research (2020). 2 (12). С. 82-91.
16. Shavkatovich S.F., Baxtierovna N.Y. Changes occurring in ferromagnets by adding some mixture // Scientific reports of Bukhara State University 4:1 (2020). С. 8-13.

# ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

## РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ СМЕННЫХ РЕЖУЩИХ ПЛАСТИН ПРИ ТОКАРНОЙ ОБРАБОТКЕ

Нгуен Мань Ха<sup>1</sup>, До Ман Тунг<sup>2</sup> Email: Нгуен11777@scientifictext.ru

<sup>1</sup>Нгуен Мань Ха - магистрант;

<sup>2</sup>До Ман Тунг - кандидат технических наук, заведующий лабораторией, заместитель заведующего кафедрой,

кафедра технологии машиностроения,

Вьетнамский государственный технический университет им. Ле Куя Дона,  
г. Ханой, Социалистическая Республика Вьетнам

**Аннотация:** токарные резцы работают в условиях высоких нагрузок и температур, что влияет на точность и эффективность процесса обработки. В данной статье представлены математическое моделирование и экспериментальные методы для определения внешней нагрузки, действующей на режущий инструмент в процессе токарной обработки, также построен метод оценки прочности режущих инструментов и расчет на прочность сменных режущих пластин при токарной обработке стали 40Х и титановых сплавов с использованием комбинации программ ANSYS. Полученные результаты расчетов являются важными исходными данными для расчета и проектирования резцов с целью повышения точности и эффективности процесса обработки, а также используются для анализа прочности других видов режущих инструментов.

**Ключевые слова:** комбинация программ ANSYS, резание металлов, режущие инструменты, течение, прочность режущих инструментов, сменная режущая пластина, сталь 40x, титановые сплавы.

## CALCULATION OF THE STRENGTH OF CUTTING INSERTS DURING TURNING

Nguyen Manh Ha<sup>1</sup>, Do Manh Tung<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Nguyen Manh Ha - Undergraduate;

<sup>2</sup>Do Manh Tung - PhD of Technical Sciences, Head of the Laboratory, Deputy Head of the Department,  
DEPARTMENT OF ENGINEERING TECHNOLOGY,  
LE QUY DON TECHNICAL UNIVERSITY,  
HANOI, SOCIALIST REPUBLIC OF VIETNAM

**Abstract:** turning tools operate under high loads and temperatures, which affects the accuracy and efficiency of the machining process. This article presents mathematical modeling and experimental methods for determining the external load acting on the cutting tool during turning, also built a method for assessing the strength of cutting tools and calculation of the strength of cutting inserts when turning steel 40X and titanium alloys using ANSYS software. The obtained calculation results are important initial data for the calculation and design of cutters in order to increase the accuracy and efficiency of the machining process, and are also used to analyze the strength of other types of cutting tools

**Keywords:** ANSYS software, cutting metal, cutting tools, turning, strength of cutting tools, Cutting inserts, Steel 40X, Titanium alloys.

УДК 608.1:608.2

### 1. Введение

Титановые сплавы обладают высокой коррозионной стойкостью, механическими свойствами и при этом имеет сравнительно небольшую массу, что используются не только в

области авиакосмической промышленности и производства вооружения, но и в области гражданского производства.

Однако, титановые сплавы имеют низкую теплопроводность и обладают высокой эластичностью. При механической обработке, они часто проявляют большие усилия резания и нагревание, действующие на резец, что возникает химическая реакция между титановыми сплавами с резцом, вызывает износ режущего инструмента.

Для повышения точности и эффективности при токарной обработке деталей из титанового сплава необходимо рассчитать прочность сменных режущих пластин. В данной статье проводится построение математической модели для анализа прочности сменной режущей пластины на основе метода конечных элементов (МКЭ), результат которого позволяет улучшить конструкцию и надежность резцов с наименьшими затратами.

Кроме этого, проведение анализа прочности резца в процессе работы позволяет находить места, подверженные самым экстремальным нагрузкам, для оптимизации их конструкции и формы.

## **2. Математические модели определения прочности сменных режущих пластин в процессе токарной обработки**

### **2.1. Оценка прочности режущего инструмента**

В этой статье используется критерий для оценки прочности режущего инструмента с помощью эквивалентных напряжений, возникающим в режущем инструменте в процессе обработки, по сравнению с пределом напряжения в качестве режущего инструмента (предел прочности на растяжение -  $\delta_k$ , предел прочности на сжатие -  $\delta_n$ ). Оценивается прочность режущих инструментов по следующим критериям:

*a. Критерий 1:* Критерий предельного состояния описывается с помощью следующего выражения [4, 5, 7, 9]:

$$\sigma_\eta = \chi \cdot \sigma_l + (1 - \chi) \cdot \sigma_1 \cdot p \leq \sigma_k \quad (1)$$

Где:  $\chi = \sigma_k / \sigma_n$  - константа материала при заданных условиях работы;  $\sigma_l$  - интенсивность напряжения в рассматриваемой точке:

$\sigma_l = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$ ;  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  - основные напряжения в

режущем инструменте;  $p = A^{1-j}$ ;  $A$  - константа материала, отражающая дефекты в материале;  $j = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / \sigma_l$  - параметры напряженного состояния.

*b. Критерий 2:* Критерий предельного состояния для сплавов группы WC-Co, когда температура менее 870°К [4, 5, 7, 9]:

$$\delta_\eta = 0,24 \cdot \delta_i + 0,76 \cdot \delta_1 \cdot 0,8^{1 - \frac{\delta_1 + \delta_2 + \delta_3}{\delta_1}} \leq \delta_k \quad (2)$$

Запас прочности инструментального материала определяется по формуле:

$$n = \sigma_k / \sigma_\eta \quad (3)$$

### **2.2. Модель внешней нагрузки, действующей на режущую пластину во процессе токарной обработки**

Чтобы оценить прочность режущего инструмента, необходимо определить величину и распределение контактной нагрузки на поверхности режущего инструмента. Внешняя нагрузка, действующая на режущую пластину, моделируется путем приложения контактной нагрузки в следующих трех формах:

*a. Сосредоточенная нагрузка:* Внешняя нагрузка приложена в центре силы спереди и сзади, примерно на 0,3С от основного лезвия, где С - длина контакта стружки с передней частью (Рис. 1). Чтобы удалить концентрацию напряжений в центре силы, заменяется

сосредоточенная сила силами, равномерно распределенными по длине от 0,2С до 0,4С (Рис. 2) [3, 9].

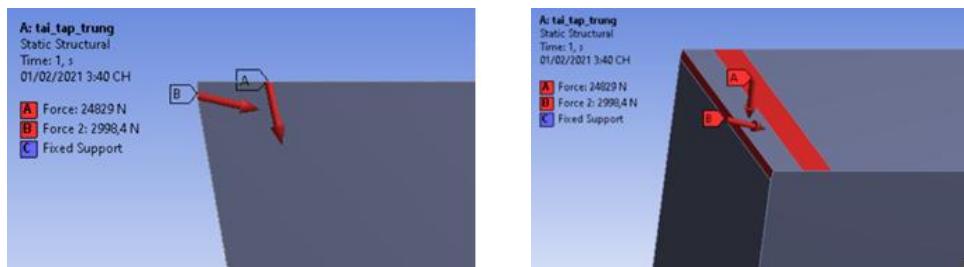


Рис. 1. Сосредоточенная нагрузка действует на передней и задней части

*b. Равномерная распределенная нагрузка:* Действует равномерное распределение нормальных и касательных напряжений на всей длине контакта стружки с передней поверхностью и на фаске задней поверхности, моделирующей износ (Рис. 3). Суммарные силы на передней и задней поверхностях такие же, что и при действии сосредоточенных нагрузках [3, 9].



Рис. 2. Равномерная распределенная нагрузка действует на передней и задней части

*c. Нагрузка, распределенная по установленному закону:* Для приложения реальных внешних напряжений, действующих на передней поверхности, разбивается участок длины контакта стружки с передней поверхностью на равные участки, например, на 15 участков [3, 9].

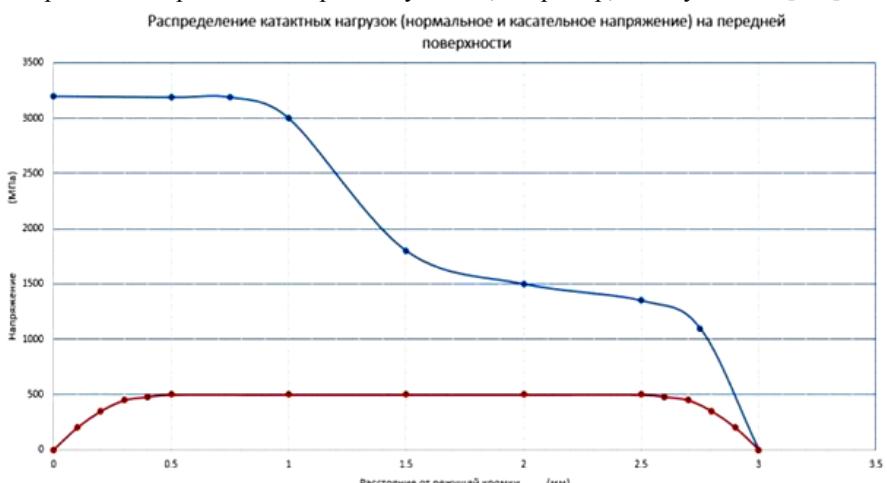


Рис. 3. Нагрузка, распределенная по установленному закону

### 2.3. Построение модели и генерация сетки КЭ модели режущей пластины

Сменная режущая пластина в процессе токарной обработки моделируется, как показано на рис. 4, включая следующие основные параметры:  $b$  - ширина режущей пластины;  $h$  – толщина модели резца;  $r$  – радиус округления режущей пластины;  $\alpha$  – задний угол;  $\gamma$  – передний угол;  $C$  – длина контакта стружки с передней поверхностью;  $L$  - длина модели резца [9].

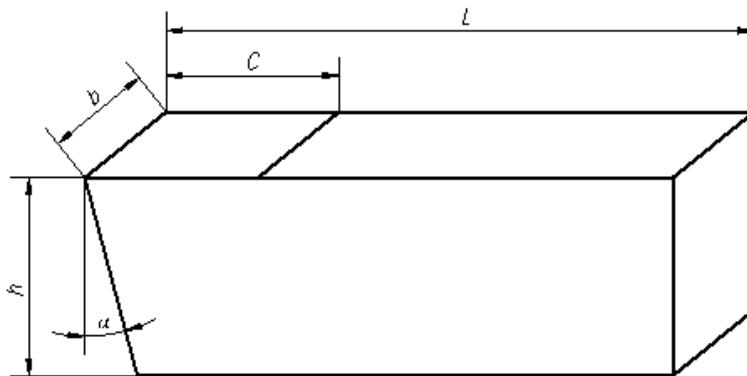


Рис. 4. Модель сменной режущей пластины токарного резца

Сетка для расчетной области строится из элементов тетраэдра с помощью инструмента Mesh в программе Ansys. Кроме того, используются инструменты Edge sizing, Inflation и методы построения сетки, опубликованные в [1, 24], для генерации сетки сложных граней и линий на гранях режущей пластины. КЭ модель режущей пластины представлен на рис. 5, включая: 115268 узлов; 26660 элементов.

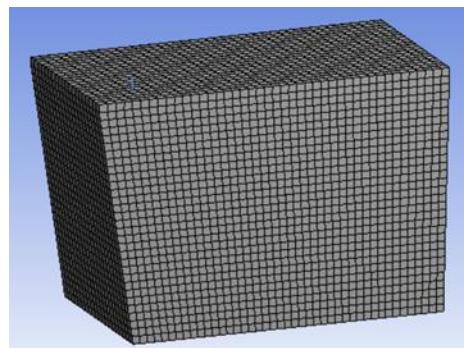


Рис. 5. КЭ модель режущей пластины

### 3. Построение экспериментальной модели для определения внешней нагрузки, действующей на режущий инструмент в процессе токарной обработки

#### 3.1. Экспериментальная модель

Усилие резания при точении измеряется датчиком усилия Kistler 9129AA (Рис. 6) [6, 8].

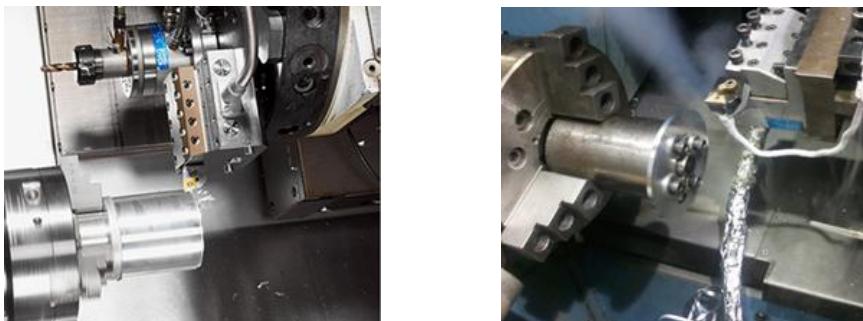


*Рис. 6. Датчик силы Kistler 9129AA*

Kistler 9129AA - это многокомпонентный динамометр, используемый для измерения трех компонентов вектора силы и трех компонентов вектора крутящего момента со следующими характеристиками: Размер 107 x 150 x 32 мм; Диапазон измерения: -10 ÷ 10 кН. Общая схема подключения динамометра Kistler 9129AA с токарным станком и устройством индикации усилия представлена на рисунках 7 и 8 [6, 8].



*Рис. 7. Общая схема подключения динамометра Kistler*



*Рис. 8. Экспериментальное измерение силы резания при точении с помощью динамометра Kistler*

### **3.2. Измерение силы резания**

Результаты экспериментов по измерению силы резания с помощью динамометра Kistler 9129AA на токарном станке с ЧПУ Cincinnati Fanuc 21i-T при токарной обработке стали 40Х резцом T15K6 и при токарной обработке титанового сплава BT3-1 резцом BK8 с режущей пластиной CCMA16-04-04 ( $L=16,1$  мм;  $d=4,2$  мм;  $S=4,76$  мм;  $r=0,4$  мм;  $\gamma=0^\circ$ ,  $\alpha=7^\circ$ ,  $h_3=0,9$  мм,  $a_h=0^\circ$ ) и с режимом резания  $t=2$  мм;  $s=0,43$  мм/оборот;  $v=60$  м/мин представлены на рисунке 9 и в таблицах 1 и 2.

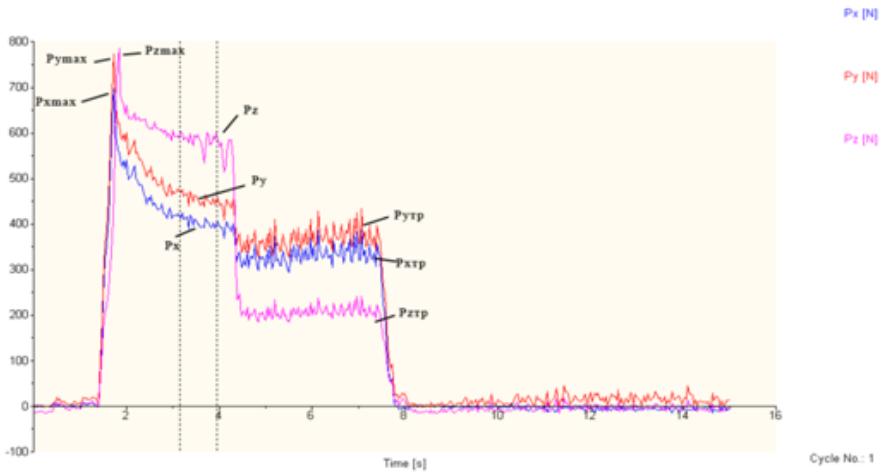


Рис. 9. Диаграмма составляющих сил резания при обработке стали 40Х

Таблица 1. Сила резания при обработке стали 40Х резцом T15K6

Износ на задней поверхности $h_3$ (мм)	Сила резания во время стабилизации (Н)			
	$P_x$	$P_y$	$P_z$	$P_{xy}$
0,9	412	466,1	575	622

Таблица 2. Сила резания при обработке титанового сплава BT3-1 резцом BK8

Износ на задней поверхности $h_3$ (мм)	Сила резания во время стабилизации (Н)			
	$P_x$	$P_y$	$P_z$	$P_{xy}$
0,9	1582,2	2373,3	2744,5	2848

Нормальная сила  $N_t$  и  $N_s$ , действующая на переднюю и заднюю часть режущей пластины, определяется по формуле [3, 4]:

$$N_t = \frac{-[P_z - f \cdot B \cdot \cos \alpha + B \cdot \sin \alpha]}{-f \cdot \sin \gamma + A \cdot \sin \alpha - \cos \alpha - A \cdot f \cdot \cos \alpha} \quad (4)$$

$$N_s = \frac{-(f \cdot \cos \gamma + \sin \gamma) \cdot N_t + P_y}{\cos \alpha + f \cdot \sin \alpha} \quad (5)$$

Тангенциальная сила  $F_t$  и  $F_s$ , действующая на переднюю и заднюю часть режущей пластины, определяется по формуле [3, 4]:

$$F_s = f \cdot N_s; \quad F_t = f \cdot N_t \quad (6)$$

$$A = \frac{-f \cdot \cos \gamma + \sin \gamma}{\cos \alpha + f \cdot \cos \alpha}; \quad B = \frac{P_y}{\cos \alpha + f \cdot \cos \alpha}; \quad f : \text{коэффициент трения.}$$

#### 4. Результаты анализа прочности сменной режущей пластины в процессе токарной обработки

В этой статье рассчитается прочность режущей пластины ССМА16-04-04 со следующими геометрическими параметрами:  $L=16,1$  мм; диаметр отверстия  $d=4,2$  мм; толщина  $S=4,76$  мм;  $r=0,4$  мм;  $\gamma=0^\circ$ ,  $\alpha=7^\circ$ ,  $h_3=0,9$  мм,  $a_h=0^\circ$  (Рис. 10) при токарной обработке стали 40Х и титанового сплава BT3-1 с режимом резания:  $t=2$  мм;  $s=0,43$  мм/оборот;  $v=60$  м/мин.

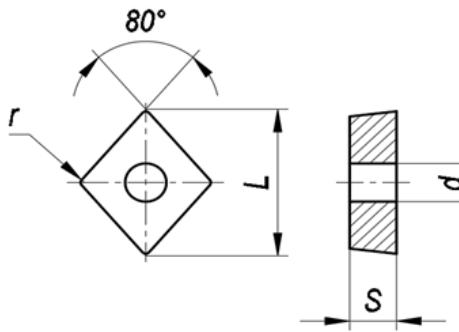


Рис. 10. Режущая пластина CCMA16-04-04

Резец для обработки стали 40Х изготавливается из стали Т15К6 с прочностью на изгиб  $\sigma_u = 1176$  МПа. Резец для обработки титанового сплава изготавливается из твердого сплава ВК8 с размером частиц от 1÷2 мкм, критическое напряжение при растяжении:  $\sigma_k = 780$  МПа, а при сжатии:  $\sigma_n = 4200$  МПа.

Результаты анализа напряженно-деформированного состояния режущей пластины при токарной обработке стали 40Х и титанового сплава с помощью программного обеспечения Ansys представлены на рисунках 11 ÷ 16.

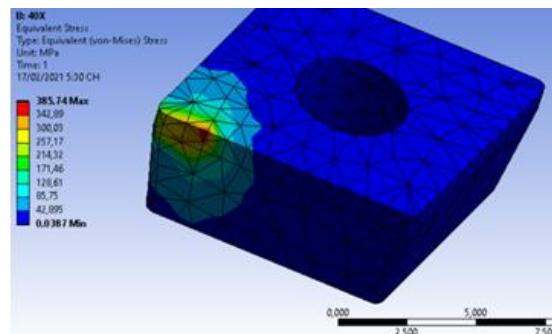


Рис. 11. Эквивалентное напряжение режущей пластины Т15К6 при обработке стали 40Х:  
Максимальное эквивалентное напряжение  $\sigma_{idMax}=385,74$  МПа

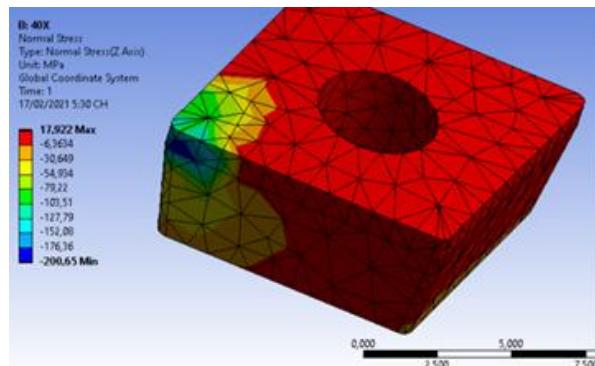
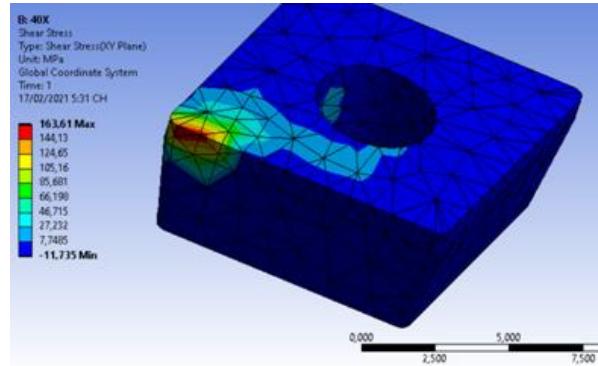
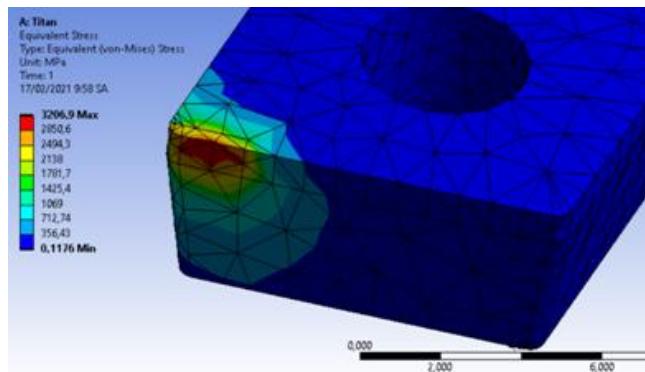


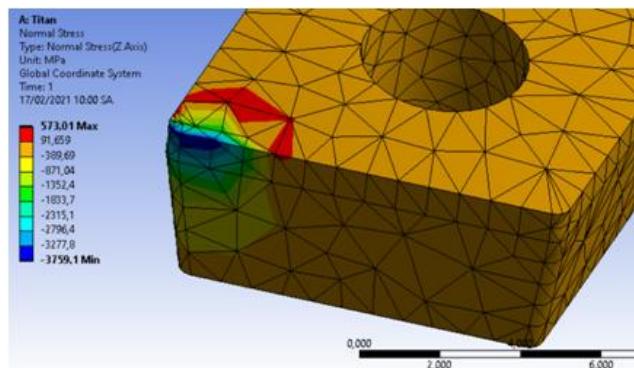
Рис. 12. Нормальное напряжение режущей пластины Т15К6 при обработке стали 40Х: Максимальное нормальное напряжение  $\sigma_{Max}=200,65$  МПа



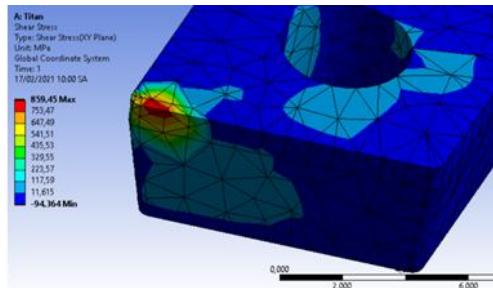
*Рис. 13. Касательное напряжение режущей пластины T15K6 при обработке стали 40Х:  
Максимальное касательное напряжение  $\tau_{Max}=163,61$  МПа*



*Рис. 14. Эквивалентное напряжение режущей пластины BK8 при обработке титанового сплава:  
Максимальное эквивалентное напряжение  $\sigma_{EqMax}=3206,9$  МПа*



*Рис. 15. Нормальное напряжение режущей пластины BK8 при обработке титанового сплава:  
Максимальное нормальное напряжение  $\sigma_{Max}=3759,1$  МПа*



*Рис. 16. Касательное напряжение режущей пластины ВК8 при обработке титанового сплава:  
Максимальное касательное напряжение  $\tau_{Max}=859,45$  МПа*

## 5. Выводы

Обрабатываемый материал влияет на напряженно-деформированное состояние режущего инструмента: при обработке титанового сплава ВТ3-1 эквивалентное напряжение в 8 раз выше, чем при обработке стали 40Х (3206,9 МПа по сравнению с 385,74 МПа; нормальное напряжение в 18 раз выше (3759,1 МПа по сравнению с 200,65 МПа); касательное напряжение в 5 раз выше (859,45 МПа против 163,61 МПа).

При обработке титанового сплава ВТ3-1 эквивалентное напряжение режущей пластины резца ВК8 достаточно высокое ( $\sigma_{tdMax}=3206,9$  МПа), приближаясь к критическому напряжению при сжатии  $\sigma_n = 4200$  МПа. При обработке стали 40Х в тех же условиях эквивалентные напряжения режущей пластины резца Т15К6 значительно ниже.

При обработке титанового сплава ВТ3-1 с помощью режущей пластины резца ВК8 с геометрией режущей пластины и режимом резания, как указано выше, режущая пластина резца ВК8 обеспечивает прочное состояние и имеет коэффициент безопасности режущей пластины  $n = \sigma_n / \sigma_{tdMax} \approx 1,31$ .

## Список литературы / References

1. Басов К.А. ANSYS в примерах и задачах/ К. А. Басов. М.: КомпьютерПресс, 2002. 224 с.
2. Каплун А.Б. ANSYS в руках инженера: практик. руководство/ А.Б. Каплун, Е.М. Морозов, М.А. Олферьева. М.: Едиториал УРСС, 2003. 272 с.
3. Лоладзе Т.Н. Прочность и износостойкость режущего инструмента. М.:Машиностроение, 1982. 320 с.
4. Новиков Г.В., Снисаренко И.Н. Повышение прочности и износостойкости режущего инструмента / Г.В. Новиков, И.Н. Снисаренко // Современные инструментальные системы, информационные технологии и инновации. Ч. 1: Материалы 6 Международной научно-технической конференции. Курск, 2008. С. 218-224.
5. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов: учеб. для вузов / В.И. Феодосьев. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. 592 с.
6. Пономарев Б.Б. Выбор динамометра для измерения силы резания при концевом фрезеровании / Б.Б. Пономарев, Ш.Х. Нгуен // Вестник Брянского государственного технического университета, 2019. № 5. С. 15-24.
7. Титов В.Б., Ревин Н.Н., Зубарев Ю.М. Моделирование напряженно-деформированного состояния и оценка хрупкой прочности режущего инструмента / В.Б. Титов, Н.Н. Ревин, Ю.М. Зубарев // Инструм. и технол., 2004 № 17-18. С. 227-233.
8. Утенков В.М. Возможности использования динамометра Kistler для испытания металлорежущих станков / В.М. Утенков, П.А. Быков // Инженерный Вестник, 2012. № 10. 9.
9. Shi B., Attia H. Modeling the thermal and tribological processes at the tool-chip interface in machining / B. Shi, H. Attia // Mach. Sci. and Technol., 2009. T. 13; № 2. С. 210-226.

# ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

## ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ЯЗЫКУ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

Ахмедов О.С. Email: Akhmedov1177@scientifictext.ru

Ахмедов Олимжон Самадович – преподаватель,  
кафедра математического анализа, физико-математический факультет,  
Бухарский государственный университет,  
г. Бухара, Республика Узбекистан

**Аннотация:** статья посвящена основным требованиям, предъявляемым к языку учителя математики. Формирование математической культуры школьников начинается с усвоения семантики и синтаксиса математического языка. В начале всесторонне излагается роль языка учителя математики, что сильно воздействует на учеников при воспитании у них логического мышления, умений адекватно выражать свои мысли: аргументированно рассуждать, классифицировать и анализировать. Далее указываются требования учителя-предметника в совокупности с требованиями учителя-словесника.

**Ключевые слова:** язык, речь, учитель-словесник, учитель-математик.

## BASIC REQUIREMENTS FOR THE LANGUAGE OF A MATHEMATICS TEACHER Akhmedov O.S.

Akhmedov Olimjon Samadovich - Teacher,  
DEPARTMENT OF MATHEMATICAL ANALYSIS, FACULTY OF PHYSICS AND MATHEMATICS,  
BUKHARA STATE UNIVERSITY,  
BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

**Abstract:** this article is devoted to the basic requirements for the language of mathematics teachers. The formation of the mathematical culture of schoolchildren begins with the assimilation of the semantics and syntax of the mathematical language. The role of the language of the teacher of mathematics is comprehensively outlined, which strongly affects the students when they educate them for logical thinking, the ability to adequately express their thoughts: reasonably reason, classify and analyze. Further, the requirements for the teacher are indicated in conjunction with the requirements of the language teacher.

**Keywords:** language, speech, language teacher, mathematician teacher.

Культура языка - важнейший компонент народной культуры. Язык культурного человека должен быть грамматически правильным и содержательным, лексически богатым и точным, логически связным и последовательным. Общепризнано, что язык - исторически развивающееся общественное явление, творцом и носителем которого является народ. Речь, будучи явлением индивидуально-психологическим, характеризует практическое владение языком отдельным человеком, то есть, речь-это язык в действии, язык в движении. Социальную природу языка понимают как единство языка и культуры, языка и мышления, языка и общества. Аналогичные вопросы изучены в статьях (см. например, [1]-[2]).

Учитель математики должен обладать высокой речевой культурой, так как его главная задача состоит в передаче учащимся накопленных человечеством знаний основ наук посредством языка.

Уровень развития мышления школьников и владения ими языком определяется умением мыслить, говорить, писать, оперировать приобретенными знаниями.

Соблюдение единого орографического режима в школе – обязанность, не только учителя-словесника, но и каждого учителя математика. Поэтому все записи учителя математики (на доске, в тетрадях, в наглядных пособиях, в слайдах и т.д.) должны быть образцом письменного

изложения во всех отношениях: математическом, орфографическом, графическом. При проверке письменных работ школьников учителю следует исправлять не только математические и графические, но и грамматические ошибки. Работа по развитию языковой культуры школьников продолжается и в старших классах. Правда, там уменьшается число часов, выделяемых на изучение «тонкостей» родного языка, однако это не означает, что такая работа прекращается. Просто она приобретает иной характер. Учителя-словесники как бы передают эстафету учителям-предметникам, которые должны научить учащихся пользоваться языком отдельных учебных дисциплин, т.е. на них накладывается ещё большая ответственность за качество общеязыковой культуры их воспитанников.

Если учесть, что математический язык широко используется в других учебных дисциплинах, становится ясно, насколько важна работа по его развитию. Нет сомнения, что навыки точной краткой речи, приобретённые на уроках математики, будут использованы школьниками и в других предметах, а также окажут положительное воздействие на их дальнейшую деятельность.

К основным чертам, характеризующим качество речи, в частности математической следует отнести научность, убедительность, чёткость, последовательность, общедоступность, образность, богатство языка и эмоциональность изложения.

Поскольку обучение представляет собой процесс коммуникации между учителем и учениками, то остановимся на роли коммуникативной функции языка. Чрезвычайно важно, чтобы учащиеся особенно и с интересом воспринимали объяснения учителя. При этом необходимо учитывать их возрастные особенности и учебные возможности. Качественная сторона процесса коммуникации при обучении состоит в обеспечении полного языкового взаимопонимания между учащимися и учителем, переводе изучаемого на язык мышления школьника. Необходимо систематически раскрывать связи между понятием, термином, символом, умело сочетая элементы математического и естественного языков.

В школьной практике при словесном методе обучения учителя математики чаще всего используют диалогическую форму речи, так как именно она представляет широкую возможность для логических переходов, развития речи и мышления учащихся.

При обучении математике широко используется метод эвристической беседы, в основе которого лежит чётко продуманная система вопросов, ориентирующая учащихся на выявление существенных признаков математических понятий или формулировку гипотезы: учитывающая познавательные, возрастные и индивидуальные особенности школьников и опирающаяся на приобретенные ими знания, жизненный опыт, вызывающая чувство удовлетворения, устойчивую заинтересованность в поиске правильных ответов. Эффективность применения такого метода зависит прежде всего от того, насколько точно задаётся каждый вопрос, как умело учитель направляет весь ход урока. Если на уроке учащиеся точно формулируют определение понятия, оперируют им, самостоятельно рассуждают, можно сказать, что урок носил обучающий характер [1-24].

При использовании эвристической беседы следует умело сочетать вопросы: «Почему?» и «На каком основании?». Первый из них должен направить внимание учащихся на раскрытие причинно-следственных связей в изучаемых объектах, и его правильность позволяет использовать эквивалентную ему формулировку: «Где причина того, что...?» и даёт возможность получить ответ: «Потому, что...». Вопрос же: «На каком основании?» - направлен на то, чтобы найти основание для высказанного учеником следствия. Умелое сочетание этих вопросов объективно способствует уяснению учащимися наличия и особенностей причинно-следственных связей и связей основания и следствия.

Правильно поставленный вопрос должен указывать путь решения проблемы. Поэтому неслучайно говорят, что хорошо поставленный вопрос есть половина ответа.

### *Список литературы / References*

1. Akmedov O.S. Implementing “Venn diagram method” in mathematics lessons // Наука, техника и образование, 2020. № 8 (72). Стр. 40-43.

2. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики. Наука, техника и образования, 2020. № 8 (72). Стр. 29-32.
3. Расулов Х.Р. и др. О разрешимости задачи Коши для вырождающегося квазилинейного уравнения гиперболического типа. Ученый ХХI века. № 6-1 (53), июнь 2019 г. С. 16-18.
4. Rasulov Kh.R. On a continuous time F - quadratic dynamical system // Uzbek mathematical journal, 2018. № 4. С. 126-131.
5. Расулов Х.Р. Об одной нелокальной задаче для уравнения гиперболического типа. XXX Крымская Осенняя Математическая Школа-симпозиум по спектральным и эволюционным задачам, Сборник материалов международной конференции КРОМШ-2019, 2019. С. 197-199.
6. Rasulov Kh.R. KD problem for a quasilinear equation of an elliptic type with two lines of degeneration // Journal of Global Research in Mathematical Archives. 6:10, 2019.
7. Расулов Х.Р. и др. О существовании обобщенного решения краевой задачи для нелинейного уравнения смешанного типа // Вестник науки и образования, 2020. № 19 (97). Часть 1. Стр. 6-9.
8. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics // International Journal of Scientific & Technology Research. 9:4 (2020). С. 3068-3071.
9. Mardanova F.Ya., Rasulov T.H. Advantages and disadvantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics // Academy. 55:4 (2020). С. 65-68.
10. Boboeva M.N., Rasulov T.H. The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students // Academy. 55:4 (2020). С. 68-71.
11. Расулов Т.Х. Инновационные технологии изучения темы «Линейные интегральные уравнения» // Наука, техника и образование. 73:9 (2020). С. 74-76.
12. Бобоева М.Н. Проблемная образовательная технология в изучении систем линейных уравнений с многими неизвестными // Наука, техника и образование. 73:9 (2020). С. 48-51.
13. Rasulov T.H., Rasulova Z.D. Organizing educational activities based on interactive methods on mathematics subject // Journal of Global Research in Mathematical Archives, 6:10 (2019). С. 43-45.
14. Расулов Т.Х., Нуридинов Ж.З. Об одном методе решения линейных интегральных уравнений. Молодой учёный, 90:10 (2015). С. 16-20.
15. Марданова Ф.Я. Рекомендации по организации самостоятельной работы в высших учебных заведениях // Вестник науки и образования, 95:17 (2020). Часть 2. С. 83-86.
16. Умарова У.У. Роль современных интерактивных методов в изучении темы «Множества и операции над ними» // Вестник науки и образования. 94:16 (2020). Часть 2. С. 21-24.
17. Курбонов Г.Г. Преимущества компьютерных образовательных технологий в обучении теме скалярного произведения векторов // Вестник науки и образования. 94:16 (2020). Часть 2. С. 33-36.
18. Бобокулова С.Б., Бобоева М.Н. Использование игровых элементов при введении первичных понятий математики // Вестник науки и образования. 99:21 (2020). Часть 2. С. 85-88.
19. Rashidov A.Sh. Use of differentiation technology in teaching Mathematics // European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences, 8:7 (2020). С. 163-167.
20. Умарова У.У. Применение триз технологии к теме «Нормальные формы для формул алгебры высказываний» // Наука, техника и образование. 73:9 (2020). С. 32-35.
21. Тошева Н.А. Междисциплинарные связи в преподавании комплексного анализа // Вестник науки и образования. 94:16 (2020). Часть 2. С. 29-32.
22. Шарипова И.Ф., Марданова Ф.Я. Преимущества работы в малых группах при изучении темы первообразной функции // Проблемы педагогики. 50:5 (2020). С. 29-32.

23. Хайитова Х.Г. Использование эвристического метода при объяснении темы «Непрерывные линейные операторы» по предмету «Функциональный анализ» // Вестник науки и образования. **94**:16 (2020). Часть 2. С. 25-28.
24. Бобоева М.Н., Шукрова М.Ф. Обучение теме «Множества неотрицательных целых чисел» с технологией «Бумеранг» // Проблемы педагогики. № 6 (51), 2020. С. 81-83.

---

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЯ

**Бахтиёрова С.И. Email: Bakhtiyorova1177@scientifictext.ru**

*Бахтиёрова Собирахон Иктиёровна – магистрант,  
кафедра технологического образования, педагогический факультет,  
Бухарский государственный университет, г. Бухара, Республика Узбекистан*

**Аннотация:** сегодня в процессе подготовки будущих учителей технологии в высшей школе формирование практических и лабораторных занятий по предмету «Материаловедение» на основе инновационных педагогических технологий, отвечающих государственным образовательным стандартам, дает значительные результаты. Эти результаты позволяют повысить эффективность за счет улучшения качества образования. Создание электронного учебника на основе инновационных педагогических технологий создает основу для решения ряда проблем. Данная статья посвящена обсуждению этих проблем.

**Ключевые слова:** материаловедение, инновационные технологии, информация, компьютерные технологии, виртуальные лаборатории.

## USE OF SOFTWARE IN TEACHING MATERIALS SCIENCE

**Bakhtiyorova S.I.**

*Bakhtiyorova Sobirahon Ikhtiyorovna – Master Student,  
DEPARTMENT OF TECHNOLOGICAL EDUCATION, PEDAGOGICAL FACULTY,  
BUKHARA STATE UNIVERSITY, BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN*

**Abstract:** nowadays, in the process of training future technology teachers in higher education, the formation of practical and laboratory classes in the subject of "Materials Science" on the basis of innovative pedagogical technologies that meet state educational standards, gives significant results. These results allow for increased efficiency by improving the quality of education. The creation of an electronic textbook based on innovative pedagogical technologies creates the basis for solving a number of problems. This paper is devoted to a discussion of these problems.

**Keywords:** material science, innovative technologies, information, computer technologies, virtual laboratories, software tools.

УДК 37.02

Доменные печи, используемые в металлургической промышленности Республики Узбекистан, имеются на Навоийском горно-металлургическом комбинате, Зарафшанском гидрометаллургическом заводе, Бекабадском металлургическом комбинате. Известно, что в учебных заведениях системы образования Республики Узбекистан, где преподается предмет «Материаловедение», в первую очередь преподается добыча металлов в виде руды, затем переработка руд и сдача их в металлообрабатывающую промышленность в виде полуфабрикатов.

Учитывая то, что сегодня доменных печей в учебных заведениях нет, мы не можем представить себе процессы, наблюдаемые внутри доменных печей, невозможно увидеть в реальной жизни, процессы основаны на компьютерных инструментах (видео, 3D анимация,

виртуальные лаборатории). Организация образовательных процессов - одна из актуальных задач современности.

Для выполнения вышеупомянутых задач могут быть выражены следующие виртуализированные представления реальных виртуализированных представлений процессов, происходящих в доменной печи.

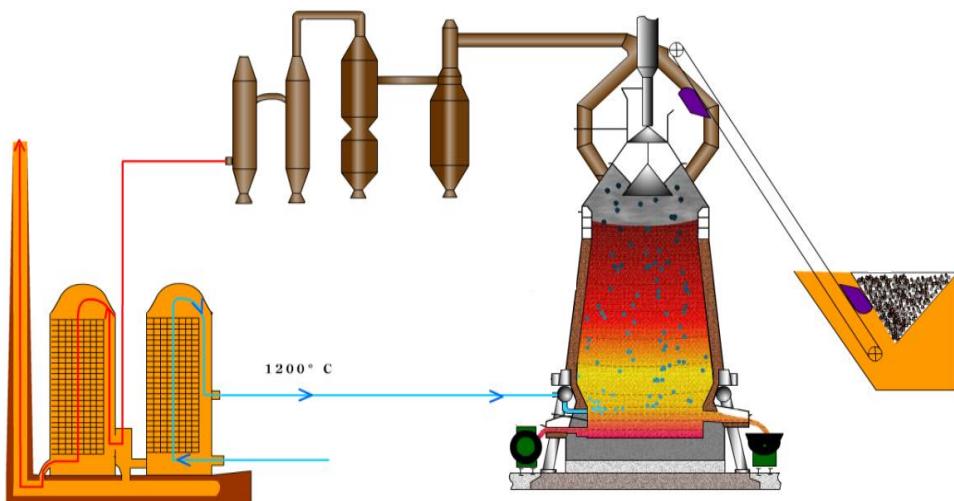


Рис. 1. Схема работы доменной печи

Производство чугуна в доменных печах - сложный техпроцесс, состоящий из нескольких этапов, а доменная печь - это шахтная печь, непрерывно работающая 8-10 лет. Его общий объем составляет до 5000 м<sup>3</sup> и более. Снаружи печь сделана из стали, а внутренняя - из шамотного кирпича. Наблюдаемые процессы осуществляются внутри доменной печи несколькими основными частями: бункер, калошник, шихта, распар, заплечник, горин и ливчат.

Процесс производства чугуна в доменных печах начинается с перемещения смеси агломерата, железной руды, флюса и кокса в бункер с помощью специальных подъемников. Процесс производства чугуна в доменных печах завершается переводом имеющихся сплавов в жидкое состояние и поступление в печь, а также отделением чугуна из печей.

Сегодня в процессе подготовки будущих учителей технологий в высшей школе формирование практических и лабораторных занятий по предмету «Материаловедение» на основе инновационных педагогических технологий, отвечающих государственным образовательным стандартам и квалификационным требованиям, дает значительные результаты и, конечно, эти результаты позволяют повысить эффективность за счет улучшения качества образования.

Создание электронного учебника на основе инновационных педагогических технологий в системе образования, сочетающего в себе учебные пособия, учебники, таблицы, видеоролики, слайды, программные тесты, анимацию, фотографии и др. создает основу для решения ряда проблем.

В электронном учебнике, созданном на основе таких инновационных педагогических технологий, студент одновременно читает все материалы, относящиеся к науке, теоретической части темы, слайдам, анимациям, фото, роликам, видео и теме. Они могут использовать набор нестандартных и запрограммированных тестов для определения индекса коррекции.

В целом учебный процесс на основе инновационных педагогических технологий дает хорошие результаты, в том числе:

1. Позволяет качеству урока, полноценному формированию содержания урока и достижению образовательных целей.

2. Тип обучения должен быть направлен на решение проблем или стимулировать исследование, а лекция должна стимулировать мышление каждого слушателя.

3. Существующее руководство по электронному обучению гарантирует, что студент будет иметь большую базу данных с помощью слуховых и зрительных органов чувств одновременно.

4. Ведение материаловедения на основе виртуализации и инновационных педагогических технологий, используемых на лабораторных занятиях, позволяет студентам осваивать знания на основе современных технических концепций.

**Вывод:** Используя инновационные и педагогические технологии, можно усовершенствовать методы формирования знаний, умений и навыков студентов при проведении лабораторных и практических занятий по предмету «Материаловедение».

Преподавание предмета «Материаловедение» в высших учебных заведениях на основе инновационных педагогических технологий служит повышению эффективности педагогического, психологического и физиологического развития студентов.

Содержание программного электронного учебника по предмету «Материаловедение», разработанного на основе инновационных технологий, состоит из большой базы данных (видео-анимации), что позволяет учителю задействовать воображение учащихся на уроках. Его рекомендуется использовать для полноценного формирования и эффективной организации учебного процесса.

### *Список литературы / References*

1. Kakhhorov S.K., Zhuraev A.R. Method of application of virtual stands in teaching subjects of electrical engineering, radio engineering and electronics // LXII International correspondence scientific and practical conference, 2019. C. 44-47.
2. Жураев А.Р. Выбор оптимизированного содержания трудового образования и методика его обучения (5А112101–Методика трудового обучения). Ташкент, 2014. С. 107.
3. Жураев А.Р., Аслонова М.С., Бахранова У.И. Методика использования электронных учебников в обучении направления “Технология и дизайн” предмета технологии // Проблемы педагогики. № 3 (35). 2018. С. 23 – 25.
4. Zhuraev A.R. Research and methodology background to the optimization of labour and professional training curriculum in general secondary education // Science and world. 35:7 (2016). C. 70-71.
5. Zhuraev A.R. Using Electronic Teaching Materials for Training Future Teachers // Eastern European Scientific Journal. № 1, 2019. C. 432-435.
6. Жураев А.Р. Методика применения виртуальных лабораторий в обучении предметам гидравлики и теплотехники // LXII International correspondence scientific and practical conference «International scientific review of the problems and prospects of modern science and education», 2019. C. 48-50.
7. Zhuraev A.R. Methods of applying virtual laboratories in teaching hydraulics and heat technology // European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences, 2019. № 7 (7). C. 35-40.
8. Жураев А.Р., Йулдошова Г.С. Значение использования программы «AutoCAD» при обучении учеников 7 класса по направлению «Технология и дизайн» // Наука, образование и культура. 28:4 (2018), с 58 – 60.
9. Zhuraev A.R. Types of education and importance of ensuring the coherence of education content in terms of subject // Science and world. 35:7 (2016). C. 67-69.
10. Juraev A.R. Using the ispring suite software to evaluate future teachers' professional competencies // Zamonaviy fan ta'lim va tarbiyaning dolzarb muammolari. № 1 / 2019. 755-762 c.
11. Жураев А.Р., Бахранова У.И. Использование задач и понятий, относящихся к геометрическим фигурам, для интегрированного обучения трудовому образованию с предметом геометрия // Дотижения науки и образования. 8:7, 2016. С. 83–85.

12. Жураев А.Р. Метод эффективного использования технических средств обучения в организации учебного процесса в направлении «технологическое образование» // Вестник науки и образования. 2020, 97:19. Часть 2. С. 38–41.
13. Жураев А.Р. Проблема компьютеризации учебных процессов // “Academy” научно–методический журнал. № 11 (62) / Россия. Москва, 2020. С. 28–31.
14. Бахранова У.И., Хайдарова Ф.Ш., Об определителе Фредгольма, ассоциированном семейством обобщенных моделей Фридрихса // Достижения науки и образования. 8:7, 2016. С. 5–7.
15. Saidov Q.S, Bakhranova U.I. Didactic opportunities to use virtual learning tools in the preparation of future teachers for professional careers // European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences. 8:12, 2020. Часть II. С. 92-96.
16. Жураев А.Р. Совершенствование методики формирования профессиональных компетенций будущих учителей на основе программных средств обучения. Автореферат диссертации доктора философии (PhD) по педагогическим наукам. 13.00.05 – Теория и методика профессионального образования. Ташкент, 2019. С. 56.

# **ИСКУССТВОВЕДЕНИЕ**

---

## **УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ОБУЧЕНИЯ БУХАРСКИМ ФОЛЬКЛОРНЫМ ПЕСНЯМ В СРЕДНЕЙ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЕ**

**Ражабов Т.И. Email: Rajabov6107@scientifictext.ru**

*Rajabov Tukhtasin Ibodovich – доктор философии по педагогике (PhD), ассистент,  
кафедра музыкального образования, факультет искусствоведения,  
Бухарский государственный университет, г. Бухара, Республика Узбекистан*

**Аннотация:** в статье рассматриваются бухарские фольклорные песни как один из основных инструментов психологического и эмоционального воздействия на учащихся начальной школы. Формирование и развитие музыкальных композиций, тенденция народного музыкального фольклора, их гармония с эмоциями дают им возможность эстетического воспитания. Чувство патриотизма, преданности человечеству, преданности людям, гуманизму, трудолюбию и ученикам, увидев внутренние эмоции и эмоции человека, выраженные в содержании фольклорных песен, будут давать резкие позитивные изменения в их психическом состоянии. В статье идет речь о большой воспитательной образности народных песен, особенно педагогических, психологических подходах при воспитании молодежи.

**Ключевые слова:** Бухарский фольклор, песня, культурное наследие, музыка, ритм, музыкальное воображение, традиция, ценность.

## **IMPROVEMENT OF SCIENTIFIC AND METHODOLOGICAL POSSIBILITIES OF TEACHING BUKHARA CHILDREN'S FOLKLORE SONGS IN SECONDARY EDUCATIONAL SCHOOL**

**Rajabov T.I.**

*Rajabov Tuktasin Ibodovich – PhD in Pedagogy, Assistant,,  
DEPARTMENT OF MUSIC EDUCATION, FACULTY OF ART VISION,  
BUKHARA STATE UNIVERSITY, BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN*

**Abstract:** the article discusses Bukhara folk songs as one of the main instruments of psychological and emotional impact of primary school students. The formation and development of musical compositions, the tendency of folk musical folklore, their harmony with emotions give them the opportunity of aesthetic education. The feeling of patriotism, devotion to humanity, devotion to people, humanism, hard work and students, seeing the inner emotions and emotions of a person, expressed in the content of folk songs, will have dramatic positive changes in their mental state. The article deals with the great educational imagery of folk songs, especially pedagogical, psychological approaches to the education of young people.

**Keywords:** Bukhara folklore, song, cultural heritage, music, rhythm, musical imagination, tradition, value.

УДК 781

В мировом искусствоведении восточная музыка занимает особое место. Соответственно в этой системе наследие Бухарского музыкального искусства традиции и обряды, многовековая история и национальные ценности имеет особую ценность. Изучение этого искусства во взаимосвязи с национальными ценностями в рамках современной педагогики актуально как никогда. Для гармоничного развития узбекского искусства с нашими

национальными традициями были созданы широкие возможности, в том числе наследие Бухарской музыки гармонично развивалось в духе многовековых традиций и обрядов.

В этом плане, изучение с точки зрения педагогических взглядов Бухарских детских фольклорных песен и их свойств, отражающих качества, присущие нашему народу - является одной из важнейших задач, стоящих перед данной отраслью науки. В целях повышения музыкального таланта и культуры молодого поколения, деятельность музыкальных школ и школ искусств в каждом городе и районе нашей республики подразумевают приобщение детей к национальным ценностям, в том числе, формирование правильного отношения к фольклорным песням, являющимся национальным наследием прошлого.

В связи с этим человек, приверженный совершенству, должен на высоком уровне признать социальные и духовные достижения общества и работать в гармонии со своей работой и духовностью, а также эмоционально и интеллектуально воспринимать произведения искусства. Это поможет ему расширить свое воображение через способность воспринимать, воспринимать и понимать вечные ценности, в том числе народные песни.

Характерными особенностями бухарских фольклорных образцов являются: национальные особенности, особенности пения, фольклорное пение, составление формы пения, восприятие национального музыкального развития в сознании человека, текст песни с помощью этнического образа жизни народа и отражающие национальные ценности.

Бухарский фольклорный ансамбль имеет уникальное воспитательно-дидактическое значение, что положительно сказывается на эстетическом воспитании учащихся, внедрении национальных ценностей, традиций предков и формировании гармонично развитой личности. Узбекское народное искусство, являющееся образным выражением культурной и духовной жизни нашего народа, занимает особое место в своих образовательных возможностях, что отражает уникальный дух молодого поколения, исторические традиции и обряды, прошлое и настоящее. Поэтому желательно подчеркнуть, что внимание детей общего среднего образования к фольклорным песням пренебрежимо мало, как отмечается в предмете «Музыкальная культура» учебного плана 1-7-го класса, в котором содержится много информации и образцов народной музыки.

Детские фольклорные песни в народном музыкальном наследии стремительно охватывают учащихся своим характером, поэтическим текстом, который выражает уникальный образ жизни ребенка, его мировоззрение, игру, доброжелательную к ребенку, голоса, связанные с детьми. Простой, компактный, игривый характер песен делает детей более доступными для духовного мира, с большим количеством обучения и игр.

Основа народных песен нашего народа заключается в том, что они призывают к добрым делам, таким как мужество, честность и доброта, любовь, уважение к родине, уважение к родителям, уважение к пожилым людям. Содержание и качество музыкальных курсов во многом зависят от профессиональной подготовки учителя, глубокого анализа образцов народной музыки, прежде всего в области художественного исполнения, и способности организовывать уроки захватывающим образом [1-30].

### *Список литературы / References*

1. Мадримов Б.Х. Бухарский шашмаком - феномен в культуре Центральной Азии // Наука, техника и образование. 74:10 (2020). С. 111-113.
2. Норова Ш.У. Повышение профессиональной компетентности путем подготовки молодежи к хоровой деятельности // Наука, техника и образование. 74:10 (2020). С. 114.
3. Дустов С.Д. Влияние самостоятельной работы на музыкально-эстетическое воспитание // Academy, 62:11 (2020), С.44-46.
4. Мустафаев Б.И. Некоторые вопросы развития профессиональных навыков учителя музыкальной культуры // Academy, 62:11 (2020). С. 47-50.
5. Каюмов И.Ф. Психологические истоки музыки // Academy, 62:11 (2020). С. 56-58.
6. Кушаев И.А., Ахтамов И.И. Педагогические основы традиционной профессиональной музыки (на примере искусства дастана) // Academy, 62:11 (2020). С. 59-62.

7. *Мадримов Б.Х.* Представление учителя музыкальной культуры о педагогическом творчестве и педагогической технологии // Вестник науки и образования, 99:21-2 (2020). С. 33-36.
8. *Норова Ш.У.* Взаимозависимость социальной среды и образовательного процесса и их влияние на личность студента // Вестник науки и образования, 99:21-2 (2020). С. 44-47.
9. *Миришев У.М.* Музыкально-эстетическое воспитание и современные требования к учителю музыки // Вестник науки и образования, 99:21-2 (2020). С. 48-51.
10. *Холиков К.Б.* Музыкальная педагогика и психология // Вестник науки и образования, 99:21-2 (2020). С. 58-61.
11. *Ражабов Т.И., Ибодов У.Р.* Обеспечение национального наследия в обучении песням бухарского детского фольклора на уроках музыки // Вестник науки и образования, 99:21-2 (2020). С. 55-58.
12. *Мадримов Б.Х.* Развитие музыкальной культуры в Средней Азии // Педагогическое образование и наука, 2017. № 2. С. 138-139.
13. *Норова Ш.У., Наимов Т.Дж.* Воспитательное значение классических музыкальных произведений в образовании студентов // Academy. 56:5 (2020). С. 55-57.
14. *Нурилаев Ф.Г., Нурилаева Н.К.* Роль Фольклорных песен в воспитании учащихся // Проблемы педагогики, 2020. С. 15-17.
15. *Миришев У.М., Миришева Д.А.* Роль народных песен в нравственном воспитании учащихся // Проблемы педагогики, 2020. С. 6-7.
16. *Каримов О.И.* Значение специфических особенностей и воспитательных возможностей узбекских народных инструментов // Academy, 2020. С. 78-80.
17. *Madrimov B., Uzakova (Nayimova) M.A.* About the voice songs of the Chulpan // Theoretical & Applied Science. 4 (84), 2020. С. 434-437.
18. *Ражабов Т.И.* Тематическая классификация узбекской детской народной музыки и игр // Наука, образование и культура, 2020. С. 61-63.
19. *Dustov S.D.* The history of the Emergence of National Musical Instruments // International Journal of Psychosocial Rehabilitation. 2020. С. 7125-7130.
20. *Ramazonova U.H., Sayfullaeva O.* Makom art is a priority in the musical culture of Uzbekistan / Проблемы педагогики. № 2 (47), 2020. С. 87-88.
21. *Yarashev J.* Artistic and Aesthetic Features of “Buchor” Tune // Eastern European Scientific Journal. 2019. С. 118-122.
22. *Шамсиев Ш.И.* Формы организации музыкального общения // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 67-70.
23. *Мухamedов Т.Д.* Способы направления студентов на информационные технологии // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 70-73.
24. *Rakhmatov N.E.* Problems of Creative Approach in The Pedagogical Activity of Future Music Teachers // The American Journal of Social Science and Education Innovations, 2 (09), 2020. С. 855-963.
25. *Алаева З.М.* Педагогика как наука и искусство воспитания // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 74-77.
26. *Гулов С.Н.* Музыка и её воздействие на психическую деятельность человека // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 85-88.
27. *Ражабов А.Ш.* Дирижирование, хор и управление им // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 108-111.
28. *Ramazonova U.Kh., Rakhmatova M.O.* Social norms, sanctions and personality // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 111-114.
29. *Хасанов Х.Р.* Культура и искусство в эпоху Амира Темура и темуридов // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 115-118.
30. *Akhmedova M.* Psycholinguic features of oriental speech etiquette // Euro-Asia Conferences. 1:1 (2021). С. 203-205.

# **СОДЕРЖАНИЕ ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ К ВЕДЕНИЮ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ**

**Раджабов А.Ш.<sup>1</sup>, Джалилов Ф.А.<sup>2</sup> Email: Rajabov1177@scientifictext.ru**

<sup>1</sup>*Раджабов Азamat Шарифович - старший преподаватель;*

<sup>2</sup>*Джалилов Farukh Abdurayimovich – студент,  
кафедра музыкального образования, факультет искусствоведения,  
Бухарский государственный университет,  
г. Бухара, Республика Узбекистан*

**Аннотация:** в данной статье описано содержание подготовки студентов к ведению деятельности в учебном процессе. В практической деятельности в школе учитель и ученик должны находиться в постоянном общении. Это будет проводиться в форме индивидуальных занятий. Широко освещаются индивидуальные уроки дирижирования, чтобы повысить музыкальные знания, наблюдательность и умение ученика делать соответствующие выводы, улучшить свои навыки, укрепить волю и сформировать правильное музыкальное мышление. Даны основные принципы установки дирижера.

**Ключевые слова:** дирижер, хор, вокал, перформанс, дикция, оркестр, регистр, нота, мелодия, ансамбль.

## **CONTENTS OF PREPARING STUDENTS FOR ACTIVITIES IN THE EDUCATIONAL PROCESS**

**Rajabov A.Sh.<sup>1</sup>, Jalilov F.A.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Rajabov Azamat Sharifovich - Senior Lecturer;*

<sup>2</sup>*Jalilov Farukh Abdurayimovich – Student,*

*DEPARTMENT OF MUSIC EDUCATION, FACULTY OF ART HISTORY,  
BUKHARA STATE UNIVERSITY,  
BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN*

**Abstract:** this article discusses the role of spirituality in the lives of young people, the goals and objectives of the science of conducting in the process of training music teachers. The process of training in the conducting class in the preparation of future music teachers for conducting activities is to acquire and put into practice all the musical, theoretical knowledge necessary for the professional activity of future music teachers. Opportunities for the implementation of the objectives of the program are shown. The basic principles of conductor installation are given.

**Keywords:** conductor, choir, vocal, standard, diction, intonation, register, tessitura, melody, facial expressions.

УДК 781

Дирижирование-важнейшая форма музыкального образования и исполнительства, а его содержание и сущность отражают широкий спектр процессов. Дирижирование как искусство и профессия - одна из самых сложных и разнообразных среди музыкальных специальностей. Любой музыкант может выразить свою ответственность или проявить свои навыки соло на определенном музыкальном инструменте или голосе. А в групповом исполнении (ансамбль, хор, оркестр) они знают обязанности друг друга. Дирижирование-особое требование, так как его инструмент управляет всей командой. Мечта и главное оружие настоящего музыканта - его инструмент. Инструмент дирижера - хор или оркестр. Поэтому исполнительский коллектив следует рассматривать как живого, сплоченного, творческого музыканта, ощущающего эмоциональное воздействие музыки, - артиста, красочного и многогранного целого.

Независимо от того, находится ли дирижер перед исполнителями хора или перед публикой, он несет ответственность не только за себя, но и за выступление возглавляемого

им коллектива, - сказал известный дирижер-просветитель А.П. Иванов-Радкевич. Искусство дирижирования состоит из творческой интерпретации музыкального произведения, которое должно быть способно донести до коллектива свои художественные цели посредством действий, выразительных выражений лица и, в данном случае, продемонстрировать свое исполнение.

Ответственность дирижера заключается в том, чтобы прочувствовать содержание произведения искусства во время его исполнения и испытать его через свой внутренний мир.

В настоящее время хорошо развита система дирижерско-хоровой подготовки учителей музыки. Этот период-период взаимозависимости специальных дисциплин, среди которых хоровое дирижирование является основным. В соответствии с общими идеально-воспитательными и музыкально-воспитательными задачами данный курс дает возможность студентам пройти обучение в качестве учителей музыки, дирижеров хора.

Уроки хорового дирижирования развивают у учащихся музыкальные навыки (слух, чувство, ритм, память и т.д.) для развития профессиональных знаний и навыков выполнения вокальных и хоровых произведений в школе.

Основными видами воспитательной работы являются: освоение мелодии музыки, использование хоровых голосов и аккордов, игра на фортепиано, дирижирование хоровыми произведениями в исполнении концертмейстера на фортепиано. Опыт работы учителей музыки с хорами показывает, что основная задача педагогов при проведении занятий - научить будущих хоровых дирижеров обладать всеми знаниями и навыками для свободного управления хоровым исполнением. Образовательные цели дирижерского класса в педагогических вузах заключаются не только в обучении музыкантов и дирижеров, но и в обучении детей, которые умеют с ними работать, могут заинтересовать их в музыкальном, певческом, вокальном и хоровом искусстве. подготовка пантов.

Как учитель, она может подарить хору хорошее настроение во время выступления, а также научить учеников правильно оценивать содержание музыки в их среде и соответственно петь. Проведение занятий дает прекрасную возможность развить такие качества учителя, как внимание, наблюдательность, мышление, независимость. Основная задача школьного учителя перед учениками в художественном исполнении, организации работы, организации требует особого и творческого подхода к учебному материалу. Это означает, что содержание курса дирижирования будет зависеть от будущей профессиональной карьеры дирижера как учителя музыки. Подготовка к дирижированию требует многогранного и систематического процесса, который кратко описан ниже и обобщает знания, навыки и компетенции, необходимые учителю музыки во время курса:

Знание музыкальных инструментов. В него входят элементы музыкальной речи, мелодия, тема, мелодия, лад, виды мелодических движений, принципы музыкального развития, планы изучения произведения.

Знание особенностей работы с учениками разного возраста школьного хора. Сюда входит подбор репертуара для каждого занятия, особенности детских голосов, настройка припева под тон работы на камертоне, правильный выбор вокально-хоровых упражнений. обратить внимание на целесообразность возможностей), определить причину дефектов интонации, устраниТЬ их, поработать над формированием и воспроизведением вокальных звуков, работу хормейстера над ансамблем, текстами песен и дикция, умение дирижера творчески общаться с коллективом на репетициях.

Основные принципы установки дирижера (план, положение) - метроритмическая структура музыки, закономерности структуры метроритмических движений, группировка метроритмических движений, их целесообразность.

К содержанию подготовки студентов к ведению деятельности при проведении занятий предъявляется ряд требований [1-30]. Это:

Работа над приобретением навыков раскрытия идейного и художественного содержания произведения через средства достижения музыкального содержания и смысла; Уметь с пониманием интерпретировать мнение автора (поэта и композитора) во время музыкального исполнения; Приобретение навыков интуиции в вокально-интонационном владении

партитурой; Звуковое сопровождение и партитура игры на фортепиано; Правильное использование вокального хора при правильном планировании репетиционного процесса; Организовывать произведения разных периодов и разных стилей и понимать современные хоровые произведения, понимать их различные аспекты, обогащать свой личный репертуар хоровых произведений, приобретать необходимые знания и навыки в хоровой аранжировке, обработке; Научиться овладевать процессом освоения и исполнения музыкального произведения в группе, настраивать звуки и правильно их тренировать; Привлекайте хор к организации концертов, создавайте в учениках необходимый азарт и настроение, ведите себя на сцене, научите их правильно использовать звуки во время выступления.

### *Список литературы / References*

1. *Мадримов Б.Х.* Бухарский шашмаком - феномен в культуре Центральной Азии // Наука, техника и образование. 74:10 (2020). С. 111-113.
2. *Норова Ш.У.* Повышение профессиональной компетентности путем подготовки молодежи к хоровой деятельности // Наука, техника и образование. 74:10 (2020). С. 114-117.
3. *Дустов С.Д.* Влияние самостоятельной работы на музыкально-эстетическое воспитание // Academy, 62:11 (2020). С. 44-46.
4. *Мустафаев Б.И.* Некоторые вопросы развития профессиональных навыков учителя музыкальной культуры // Academy, 62:11 (2020). С. 47-50.
5. *Кушаев И.А., Ахтамов И.И.* Педагогические основы традиционной профессиональной музыки (на примере искусства дастана) // Academy, 62:11 (2020). С. 59-62.
6. *Мадримов Б.Х.* Представление учителя музыкальной культуры о педагогическом творчестве и педагогической технологии // Вестник науки и образования, 99:21-2 (2020). С. 33-36.
7. *Норова Ш.У.* Взаимозависимость социальной среды и образовательного процесса и их влияние на личность студента // Вестник науки и образования, 99:21-2 (2020). С. 44-47.
8. *Миришаев У.М.* Музыкально-эстетическое воспитание и современные требования к учителю музыки // Вестник науки и образования, 99:21-2 (2020). С. 48-51.
9. *Ражабов Т.И., Ибодов У.Р.* Обеспечение национального наследия в обучении песням бухарского детского фольклора на уроках музыки // Вестник науки и образования, 99:21-2 (2020). С. 55-58.
10. *Каюмов И.Ф.* Психологические истоки музыки // Academy, 62:11 (2020). С. 56-58.
11. *Холиков К.Б.* Музыкальная педагогика и психология // Вестник науки и образования, 99:21-2 (2020). С. 58-61.
12. *Мадримов Б.Х.* Развитие музыкальной культуры в Средней Азии // Педагогическое образование и наука, 2017.№ 2. С. 138-139.
13. *Норова Ш.У., Наимов Т.Дж.* Воспитательное значение классических музыкальных произведений в образовании студентов // Academy. 56:5 (2020). С. 55-57.
14. *Нурилаев Ф.Г., Нурилаева Н.К.* Роль фольклорных песен в воспитании учащихся // Проблемы педагогики, 2020. С. 15-17.
15. *Миришаев У.М., Миришаева Д.А.* Роль народных песен в нравственном воспитании учащихся // Проблемы педагогики, 2020. С. 6-7.
16. *Каримов О.И.* Значение специфических особенностей и воспитательных возможностей узбекских народных инструментов // Academy, 2020. С. 78-80.
17. *Madrimov B., Uzakova (Nayimova) M.A.* About the voice songs of the Chulpan // Theoretical & Applied Science. 4 (84), 2020. С.434-437.
18. *Ражабов Т.И.* Тематическая классификация узбекской детской народной музыки и игр // Наука, образование и культура, 2020. С. 61-63.
19. *Dustov S.D.* The history of the Emergence of National Musical Instruments // International Journal of Psychosocial Rehabilitation. 2020. С. 7125-7130.

20. *Ramazonova U.H., Sayfullaeva O.* Makom art is a priority in the musical culture of Uzbekistan / Проблемы педагогики. № 2 (47), 2020. С. 87-88.
21. *Yarashev J.* Artistic and Aesthetic Features of “Buchor” Tune // Eastern European Scientific Journal. 2019. C. 118-122.
22. *Rajabov A.* The development of music and instrumental performance in Central Asia // International Journal of Applied Research. 6 (5), 2020. C. 95-97.
23. *Шамсиев Ш.И.* Формы организации музыкального общения // Вестник науки и образования. № 21 (97), 2020, часть 2. С. 67-70.
24. *Мухамедов Т.Д.* Способы направления студентов на информационные технологии // Вестник науки и образования. №21 (97), 2020, часть 2. С. 70-73.
25. *Алаева З.М.* Педагогика как наука и искусство воспитания // Вестник науки и образования. № 21 (97), 2020, часть 2. С. 74-77.
26. *Гулов С.Н.* Музыки и её воздействие на психическую деятельность человека // Вестник науки и образования. № 21 (97), 2020, часть 2. С. 85-88.
27. *Ражабов А.Ш.* Дирижирование, хор и управление им // Вестник науки и образования. № 21 (97), 2020, часть 2. С. 108-111.
28. *Ramazanova U.Kh., Rakhatova M.O.* Social norms, sanctions and personality // Вестник науки и образования. № 21 (97), 2020, часть 2. С. 111-114.
29. *Хасанов Х.Р.* Культура и искусство в эпоху Амира Темура и темуридов // Вестник науки и образования. № 21 (97), 2020, часть 2. С. 115-118.
30. *Rahmatova M.O., Tosheva D.* Theory and methods of musical educational of children // Вестник науки и образования. № 21 (97), 2020, часть 2. С. 52-53.

# **ОБУЧЕНИЕ СТУДЕНТОВ В ДУХЕ УВАЖЕНИЯ К НАЦИОНАЛЬНЫМ ЦЕННОСТЯМ ПОСРЕДСТВОМ МУЗЫКАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**Норова Ш.У. Email: Norova1177@scientifictext.ru**

*Норова Шоира Умрзаковна – преподаватель,  
кафедра музыкального образования, факультет искусствоведения,  
Бухарский государственный университет,  
г. Бухара, Республика Узбекистан*

**Аннотация:** теория и практика музыкального образования неразрывно связаны с нашей культурой. Как и в других областях человеческой культуры, важные особенности и законы в музыке свободно выражаются в процессе изучения этапов ее развития. Корни узбекской музыки уходят в глубь веков. Об этом свидетельствуют многочисленные памятники древней культуры, богатое литературное наследие великих узбекских мыслителей, поэтов и писателей. Школьное музыкальное образование - это многогранный педагогический процесс, направленный на воспитание учащихся в духе уважения к национальным ценностям, в духе изысканности через их музыкальное развитие.

**Ключевые слова:** культура, ценности, теория, право, педагогика, изысканность, наследие.

## **TRAINING STUDENTS IN THE SPIRIT OF RESPECT FOR NATIONAL VALUES THROUGH MUSICAL EDUCATION**

**Norova Sh.U.**

*Norova Shoira Umirzakovna – Teacher,  
DEPARTMENT OF MUSIC EDUCATION, FACULTY OF ART VISION,  
BUKHARA STATE UNIVERSITY,  
BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN*

**Abstract:** the theory and practice of music education are inextricably linked with our culture. As in other areas of human culture, important features and laws are freely expressed in music in the process of studying its stages of development. The roots of Uzbek music go back to ancient times. Numerous monuments of ancient culture, the rich literary heritage of great Uzbek thinkers, poets and writers testify to this. School music education is a multifaceted pedagogical process aimed at educating students in the spirit of respect for national values, in the spirit of sophistication through their musical development.

**Keywords:** culture, values, theory, law, pedagogy, sophistication, heritage.

УДК 781

Национальная программа обучения также поставила множество научных, методических и организационных задач для развития музыкального образования. В ней говорится: «Мы провозгласили воспитание идеального человека приоритетом государственной политики. Когда мы говорим об идеальном человеке, мы имеем в виду, прежде всего, образованных людей, которые умны, способны мыслить независимо и которые своим поведением подают пример другим».

Теория и практика музыкального образования неразрывно связаны с нашей культурой. Как и в других областях человеческой культуры, важные особенности и законы в музыке свободно выражаются в процессе изучения этапов ее развития. Корни узбекской музыки уходят в глубь веков. Об этом свидетельствуют многочисленные памятники древней культуры, богатое литературное наследие великих узбекских мыслителей, поэтов и писателей. Школьное музыкальное образование - это многогранный педагогический процесс, направленный на воспитание учащихся в духе уважения к национальным ценностям, в духе изысканности через их музыкальное развитие.

За годы независимости большое внимание было уделено образованию. В частности, в соответствии с Постановлением Президента Республики Узбекистан от 17 ноября 2017 года № ПП-3391 «О мерах по дальнейшему развитию искусства узбекского национального макома» проводится подготовка к Республиканскому конкурсу «Молодые исполнители макома» имени Юнуса Раджаби, который проводится в три тура каждый год, повышает престиж музыкального искусства в стране, и тысячи юношей и девушек во время этого праздника проявляются в таланте. Музыкальное образование также играет особую роль в обучении молодых людей, которые могут соответствовать вышеуказанным требованиям.

Уроки музыки в начальной школе являются основой музыкального образования в школе. Уроки музыки призваны привить молодым, жестокосердным людям любовь к красоте и развить их способности. Одна из причин стремления к музыкальному образованию в младших классах заключается в том, что с детства формируются художественные интересы и развиваются навыки. Поэтому специфика этой возрастной группы важна в области педагогики, особенно музыки. Народная музыка является основой музыкального искусства в целом, и исторические и археологические раскопки показывают, что, согласно древнему зороастрийскому, то есть огнепоклонническому религиозному произведению наших предков «Авесто», в наших различных церемониях, связанных с поклонением богам.

Сфера нашей музыки расширилась за счет новых форм и жанров. В частности, стали создаваться такие произведения, как хор, кантата, опера, балет, симфония. При этом большое внимание уделялось изучению нашего народного музыкального наследия, особенно детской музыки. Создан ряд песен, вокально-симфонических сюит и кантат таких композиторов, как М. Бурханов, А. Мухаммедов, М. Левиев, Д. Зокиров, Ф. Назаров, Г., Кадыров, Ш., Рамазонов, М. Насимов. С. Бобоев создал детскую оперу «Ёрилтош». Нодим Норходжаев, Комил Кенджаев, Аваз Мансуров, Шермат Ирматов, Дилюром Омонуллаева и другие создали современные произведения для детей и юношества.

Эффективность урока музыки измеряется тем, насколько хорошо учащиеся усваивают материал. В частности, чтобы добиться четкой звуковой интонации в пении, необходимо иметь базовые знания нотной грамоты. Однако есть студенты, не обладающие достаточными знаниями музыкальной грамотности. Обследование таких учеников на уроках показывает, что они не сфокусированы, то есть нестабильны, их интересы не выражены четко. Во время выступления они ошибаются в длине или высоте звука, а иногда и в подсчете пауз. Если у вас нет четкого представления о структуре, расположении, высоте и длине нот, вы обязательно сделаете некоторые ошибки, играя в классе.

Исправление этих недостатков в успеваемости учащихся с помощью передовых методов работы при одновременном обеспечении целостности образовательных и развивающих целей урока сделает урок более эффективным. Физиологические и психологические характеристики учащихся начальных классов отличаются от традиционных форм, таких как повествование тем в классе, прямое повествование, объяснение, демонстрация необходимой информации. Другими словами, уроки должны быть организованы с эффективным использованием форм, которые делают их более интересными [1-30].

### *Список литературы / References*

31. *Мадримов Б.Х.* Бухарский шашмаком - феномен в культуре Центральной Азии // Наука, техника и образование. 74:10 (2020). С. 111-113.
32. *Норова Ш.У.* Повышение профессиональной компетентности путем подготовки молодежи к хоровой деятельности // Наука, техника и образование. 74:10 (2020). С. 114.
33. *Дустов С.Д.* Влияние самостоятельной работы на музыкально-эстетическое воспитание // Academy, 62:11 (2020), С.44-46.
34. *Мустафаев Б.И.* Некоторые вопросы развития профессиональных навыков учителя музыкальной культуры // Academy, 62:11 (2020). С. 47-50.
35. *Каюмов И.Ф.* Психологические истоки музыки // Academy, 62:11 (2020). С. 56-58.

36. Кушаев И.А., Ахтамов И.И. Педагогические основы традиционной профессиональной музыки (на примере искусства дастана) // Academy, 62:11 (2020). С. 59-62.
37. Мадримов Б.Х. Представление учителя музыкальной культуры о педагогическом творчестве и педагогической технологии // Вестник науки и образования, 99:21-2 (2020). С. 33-36.
38. Норова Ш.У. Взаимозависимость социальной среды и образовательного процесса и их влияние на личность студента // Вестник науки и образования, 99:21-2 (2020). С. 44-47.
39. Миришев У.М. Музикально-эстетическое воспитание и современные требования к учителю музыки // Вестник науки и образования, 99:21-2 (2020). С. 48-51.
40. Холиков К.Б. Музикальная педагогика и психология // Вестник науки и образования, 99:21-2 (2020). С. 58-61.
41. Ражабов Т.И., Ибодов У.Р. Обеспечение национального наследия в обучении песням бухарского детского фольклора на уроках музыки // Вестник науки и образования, 99:21-2 (2020). С. 55-58.
42. Мадримов Б.Х. Развитие музыкальной культуры в Средней Азии // Педагогическое образование и наука, 2017. № 2. С. 138-139.
43. Норова Ш.У., Наимов Т.Дж. Воспитательное значение классических музикальных произведений в образовании студентов // Academy. 56:5 (2020). С. 55-57.
44. Нурилаев Ф.Г., Нурилаева Н.К. Роль Фольклорных песен в воспитании учащихся // Проблемы педагогики, 2020. С. 15-17.
45. Миришев У.М., Миришева Д.А. Роль народных песен в нравственном воспитании учащихся // Проблемы педагогики, 2020. С. 6-7.
46. Каримов О.И. Значение специфических особенностей и воспитательных возможностей узбекских народных инструментов // Academy, 2020. С. 78-80.
47. Madrimov B., Uzakova (Nayimova) M.A. About the voice songs of the Chulpan // Theoretical & Applied Science. 4 (84), 2020. С. 434-437.
48. Ражабов Т.И. Тематическая классификация узбекской детской народной музыки и игр // Наука, образование и культура, 2020. С. 61-63.
49. Dustov S.D. The history of the Emergence of National Musical Instruments // International Journal of Psychosocial Rehabilitation. 2020. С. 7125-7130.
50. Ramazonova U.H., Sayfullaeva O. Makom art is a priority in the musical culture of Uzbekistan / Проблемы педагогика. № 2 (47), 2020. С. 87-88.
51. Yarashev J. Artistic and Aesthetic Features of "Buchor" Tune // Eastern European Scientific Journal. 2019. С. 118-122.
52. Шамсиев Ш.И. Формы организации музыкального общения // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 67-70.
53. Мухамедов Т.Д. Способы направления студентов на информационные технологии // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 70-73.
54. Rakhamatov N.E. Problems of Creative Approach in The Pedagogical Activity of Future Music Teachers // The American Journal of Social Science and Education Innovations, 2 (09), 2020. С. 855-963.
55. Алаева З.М. Педагогика как наука и искусство воспитания // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 74-77.
56. Гулов С.Н. Музыка и её воздействие на психическую деятельность человека // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 85-88.
57. Ражабов А.Ш. Дирижирование, хор и управление им // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 108-111.
58. Ramazonova U.Kh., Rakhamatova M.O. Social norms, sanctions and personality // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 111-114.
59. Хасанов Х.Р. Культура и искусство в эпоху Амира Темура и темуридов // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 115-118.
60. Akhmedova M. Psycholinguic features of oriental speech etiquette // Euro-Asia Conferences. 1:1 (2021). С. 203-205.

# **СПОСОБЫ РАЗВИТИЯ НАВЫКОВ ПОНИМАНИЯ МУЗЫКИ**

**Рахимов Р.Н. Email: Rahimov1177@scientifictext.ru**

*Рахимов Равшан Наимович – преподаватель,  
кафедра музыкального образования, факультет искусствоведения,  
Бухарский государственный университет, г. Бухара, Республика Узбекистан*

**Аннотация:** особое внимание уделяется восприятию музыки. Эта проблема привлекла внимание музыколов. Известные средневековые ученые Абу Наср аль-Фараби, Абу Али ибн Сино, Абдурахман Джами, Алишер Навои и многие другие ученые подчеркивали важность прослушивания музыки, ее восприятия и понимания в развитии психики, настроения и интеллекта человека. Восприятие музыки играет важную роль в качестве ведущего занятия в классе, бывает в двух вариантах. В первом случае конкретное произведение слушается и понимается, а его художественное описание представляет собой простой музыкально-педагогический анализ предмета. Во втором случае музыкальное произведение сначала слушается (воспринимается), а затем изучается та или иная деятельность, напевая.

**Ключевые слова:** звуки мужества, отваги, возбуждения, физической силы, радости, жанр, структура, средства выражения, исполнения.

## **WAYS TO DEVELOP MUSIC COMPREHENSION SKILLS**

**Rahimov R.N.**

*Rahimov Ravshan Naimovich – Teacher,  
DEPARTMENT OF MUSIC EDUCATION, FACULTY OF ART VISION,  
BUKHARA STATE UNIVERSITY, BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN*

**Abstract:** music has been given special attention to its perception. This problem has attracted the attention of musicologists. Well-known medieval scholars Abu Nasr al-Farabi, Abu Ali Ibn Sino, Abdurahman Jami, Alisher Navoi and many other scholars emphasized the importance of listening to music, its perception and understanding in the development of the human psyche, mood and intellect. Music perception plays an important role as a leading activity in the classroom. It happens in two cases. In the first case, a particular work is listened to and understood, and its artistic description is a simple musical-pedagogical analysis of the subject. In the second case, the piece of music is first listened to (perceived) and then this or that activity is studied by singing more.

**Keywords:** tones of courage, bravery, arousal, physical vigor, Joy, attention, genre, structure, means of expression, performance.

УДК 781

С момента образования музыки как науки на Ближнем Востоке в средние века музыкальная педагогика сосредоточилась на искусстве, включая музыку, и ее восприятии. Эта проблема привлекла внимание музыколов. Известные средневековые ученые Абу Наср аль-Фараби, Абу Али ибн Сино, Абдурахман Джами, Алишер Навои и многие другие ученые подчеркивали важность прослушивания музыки, ее восприятия и понимания в развитии психики, настроения и интеллекта человека. Просматривая страницы музыкальной литературы, мы можем увидеть следующее.

Абу Наср аль-Фараби, подчеркивая важность прослушивания музыки для духовного и физического развития человека, сказал: «Музыка полезна в этом смысле. Спасает». «Или важно с раннего возраста воспитывать в ребенке музыкальные чувства, которые укрепят его психическое состояние». В своих произведениях Абу Али ибн Сина также выразил великие идеи о важности музыкального восприятия и физического воспитания для человека, чтобы он был духовно зрелым, физически сильным и разносторонним. Прослушивание музыки и

ее восприятие может привести к различным психическим изменениям. Абдурахман Джами подчеркнул способность музыкальных слушателей вызывать разные настроения и настроения и выразил силу мелодий следующим образом;

- А) Тон отваги и отваги;
- Б) Тонами радости и счастья;
- В) Грустные тона;
- Ж) Тона, смешанные с печалью, грустью, радостью и удовольствием.

В творческом наследии восточных мыслителей передовые идеи по музыкальному воспитанию подрастающего поколения, развитию познавательных способностей. На протяжении веков эти идеи и богатый опыт применялись в образовательном процессе, а проблемы прослушивания и понимания музыки находят отражение в исследованиях музыкантов. Исходя из этого, в качестве выпускной квалификационной работы была выбрана тема «Развитие у студентов навыков восприятия и восприятия музыки» для предоставления педагогических советов и выработки некоторых рекомендаций. Прежде всего, конкретные темы уроков основаны на основных темах, определенных для каждого термина, и помогают понять специфику музыки во время урока.

Во-вторых, прослушивание музыки, пение и занятия по музыкальной грамотности рассматриваются не как самостоятельная часть урока, а как музыкальная деятельность, которая исследует тему урока. В-третьих, для того, чтобы сделать урок интересным и повысить эффективность обучения, будут использованы танцевальные и музыкальные ритмические движения, аплодисменты и детские музыкальные инструменты - погремушка, дойрача, пение и т.д. Эти занятия представляют большой интерес для студентов из-за характера игры.

Все музыкальные упражнения, используемые на уроках, являются составной частью и логической частью предмета, и в этом плане предмет «Музыкальная культура» относится к сложному (интегрально-смешанному) типу урока, который подчинен общей теме. урока относится к следующим музыкальным занятиям, которые логически связаны; восприятие музыки (слушание) пение, музыкальная грамотность, танцевальные и ритмические движения, хлопки в ладоши и игра на музыкальных инструментах, музыкальное творчество.

Восприятие музыки играет важную роль в качестве ведущего занятия в классе. Бывает в двух случаях. В первом случае конкретное произведение слушается и понимается, а его художественное описание представляет собой простой музыкально-педагогический анализ предмета. Слушание помогает понять и осмысливать произведение, получить некоторые знания о музыкальных особенностях произведения (жанр, структура, средства выражения, исполнения) и художественном содержании. Во втором случае музыкальное произведение сначала слушается (воспринимается), а затем изучается та или иная деятельность, напевая. Особенности его художественного содержания выразились в практической деятельности.

Например, изучаемая песня сначала один или два раза прослушивается учителем, обсуждается характер работы, а затем начинается изучение. Сначала слушается танцевальная музыка, а после понимания описания мелодии изучается выражение танцевальных движений. Часто работа изучается в сочетании нескольких занятий (слушание, пение, танцы и т. д.). Этот метод обучения позволяет досконально изучить работу и в то же время развить сложные навыки. Музыкальная грамотность важна как деятельность, которая теоретически объединяет все виды деятельности.

Независимо от того, какая деятельность (слушание, пение, танцы и т. д.) Используется на уроке, изучается работа, используемая на практике, и формируются новые представления о ее особенностях (жанр, структура, исполнение и т. д.). Таким образом, музыкальная грамотность состоит не только из методов музыкальной грамотности, но и из набора общих знаний и понятий (музыкальные формы, жанры, инструментальное исполнение, народная, композиционная музыка, их различия, национальные местные стили музыки, классическая музыка, нотная грамотность, так далее.).

Важно отметить, что музыкальное восприятие (слушание) и музыкальная грамотность взаимосвязаны, что ведет к практике всех остальных видов деятельности. Пение важно для

развития у учащихся музыкальных и исполнительских навыков. Во время группового пения в классе ученик контролирует свой голос, слушает своих сверстников и пытается петь вместе с ними.

В конце концов, слушание и пение являются частью учебной программы. Помимо изучения их посредством прослушивания и пения, он также предоставляет возможности для всестороннего овладения музыкальными движениями и творческой деятельностью, а также выражением музыкальных описаний посредством этих занятий [1-30].

### *Список литературы / References*

1. *Мадримов Б.Х.* Бухарский шашмаком - феномен в культуре Центральной Азии // Наука, техника и образование. 74:10 (2020). С. 111-113.
2. *Норова Ш.У.* Повышение профессиональной компетентности путем подготовки молодежи к хоровой деятельности // Наука, техника и образование. 74:10 (2020). С. 114-117.
3. *Дустов С.Д.* Влияние самостоятельной работы на музыкально-эстетическое воспитание // Academy, 62:11 (2020), С.44-46.
4. *Мустафаев Б.И.* Некоторые вопросы развития профессиональных навыков учителя музыкальной культуры // Academy, 62:11 (2020). С. 47-50.
5. *Каюмов И.Ф.* Психологические истоки музыки // Academy, 62:11 (2020). С. 56-58.
6. *Кушаев И.А., Ахтамов И.И.* Педагогические основы традиционной профессиональной музыки (на примере искусства дастана) // Academy, 62:11 (2020). С. 59-62.
7. *Мадримов Б.Х.* Представление учителя музыкальной культуры о педагогическом творчестве и педагогической технологии // Вестник науки и образования, 99:21-2 (2020). С. 33-36.
8. *Норова Ш.У.* Взаимозависимость социальной среды и образовательного процесса и их влияние на личность студента // Вестник науки и образования, 99:21-2 (2020). С. 44-47.
9. *Миришаев У.М.* Музыкально-эстетическое воспитание и современные требования к учителю музыки // Вестник науки и образования, 99:21-2 (2020). С. 48-51.
10. *Холиков К.Б.* Музыкальная педагогика и психология // Вестник науки и образования, 99:21-2 (2020). С. 58-61.
11. *Ражабов Т.И., Ибодов У.Р.* Обеспечение национального наследия в обучении песням бухарского детского фольклора на уроках музыки // Вестник науки и образования, 99:21-2 (2020). С. 55-58.
12. *Мадримов Б.Х.* Развитие музыкальной культуры в Средней Азии // Педагогическое образование и наука, 2017. № 2. С. 138-139.
13. *Норова Ш.У., Наимов Т.Дж.* Воспитательное значение классических музыкальных произведений в образовании студентов // Academy. 56:5 (2020). С. 55-57.
14. *Нурилаев Ф.Г., Нурилаева Н.К.* Роль Фольклорных песен в воспитании учащихся // Проблемы педагогики, 2020. С. 15-17.
15. *Миришаев У.М., Миришаева Д.А.* Роль народных песен в нравственном воспитании учащихся // Проблемы педагогики, 2020. С. 6-7.
16. *Каримов О.И.* Значение специфических особенностей и воспитательных возможностей узбекских народных инструментов // Academy, 2020. С. 78-80.
17. *Madrimov B., Uzakova (Nayimova) M.A.* About the voice songs of the Chulpan // Theoretical & Applied Science. 4 (84), 2020. С. 434-437.
18. *Ражабов Т.И.* Тематическая классификация узбекской детской народной музыки и игр // Наука, образование и культура, 2020. С. 61-63.
19. *Dustov S.D.* The history of the Emergence of National Musical Instruments // International Journal of Psychosocial Rehabilitation. 2020. С. 7125-7130.
20. *Ramazonova U.H., Sayfullaeva O.* Makom art is a priority in the musical culture of Uzbekistan / Проблемы педагогика. № 2 (47), 2020. С. 87-88.

21. *Yarashhev J.* Artistic and Aesthetic Features of “Buchor” Tune // Eastern European Scientific Journal. 2019. С. 118-122.
22. *Шамсиев Ш.И.* Формы организации музыкального общения // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 67-70.
23. *Мухамедов Т.Д.* Способы направления студентов на информационные технологии // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 70-73.
24. *Rakhmatov N.E.* Problems of Creative Approach in The Pedagogical Activity of Future Music Teachers // The American Journal of Social Science and Education Innovations, 2 (09), 2020. С. 855-963.
25. *Алаева З.М.* Педагогика как наука и искусство воспитания // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 74-77.
26. *Гуллов С.Н.* Музыка и её воздействие на психическую деятельность человека // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 85-88.
27. *Ражабов А.Ш.* Дирижирование, хор и управление им // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 108-111.
28. *Ramazanova U.Kh., Rakhmatova M.O.* Social norms, sanctions and personality // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 111-114.
29. *Хасанов Х.Р.* Культура и искусство в эпоху Амира Темура и темуридов // Вестник науки и образования. 97:21 (2020). С. 115-118.
30. *Akhmedova M.* Psycholinguic features of oriental speech etiquette // Euro-Asia Conferences. 1:1 (2021). С. 203-205.

# **НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ**

**ИЗДАТЕЛЬСТВО  
«ПРОБЛЕМЫ НАУКИ»**

**АДРЕС РЕДАКЦИИ:**  
153008, РФ, Г. ИВАНОВО, УЛ. ЛЕЖНЕВСКАЯ, Д. 55, 4 ЭТАЖ  
ТЕЛ.: +7 (915) 814-09-51

**HTTPS://3MINUT.RU  
E-MAIL: INFO@P8N.RU**

**ТИПОГРАФИЯ:**  
ООО «ПРЕССТО».  
153025, Г. ИВАНОВО, УЛ. ДЗЕРЖИНСКОГО, Д. 39, СТРОЕНИЕ 8

**ИЗДАТЕЛЬ  
ООО «ОЛИМП»**  
**УЧРЕДИТЕЛЬ: ВАЛЬЦЕВ СЕРГЕЙ ВИТАЛЬЕВИЧ**  
117321, Г. МОСКВА, УЛ. ПРОФСОЮЗНАЯ, Д. 140