

Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского



Н. И. Лобачевский

Том 66

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

Научно-образовательный математический центр
Приволжского федерального округа

**XVI Международная Казанская школа-конференция
"Теория функций, ее приложения и смежные вопросы"**

Сборник трудов

(Казань, 22 – 27 августа 2023 г.)



Казанский (Приволжский) федеральный университет

2023

Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета, Научно-образовательный математический центр Приволжского федерального округа

ул. Кремлевская, 35, Казань, Республика Татарстан, Российская Федерация

Издание осуществлено в рамках реализации программы развития Научно-образовательного математического центра Приволжского федерального округа, соглашение № 075-02-2023-944.

УДК 517

ББК 22.16

Научный редактор: С. Р. Насыров.

**Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского. Т. 66
XVI Международная Казанская школа-конференция
"Теория функций, ее приложения и смежные вопросы",
Сборник трудов. – Казань: КФУ, 2023. – Т. 66. – 310 с.**

В том вошли материалы XVI Международной Казанской школы-конференции "Теория функций, ее приложения и смежные вопросы", организованной на базе Института математики и механики им. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета. Конференция проходила в Казани с 22 по 27 августа 2023 года.

Материалы предназначены для научных сотрудников, преподавателей, аспирантов и студентов старших курсов, специализирующихся в различных областях математики и ее приложений.

© Научно-образовательный математический центр ПФО, 2023

© Институт математики и механики им. Н. И. Лобачевского, 2023

© Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2023

<i>А. С. Никитин, А. С. Ситдилов, Д. В. Буштец.</i> Ограничения правилами суперотбора в передаче квантовой информации при наличии сопряженных суперотборных секторов	179
<i>А. А. Новиков, Р. Л. Зайнуллин.</i> Оператор фазового сдвига и вентили типа Z , управляемые множественными каналами.	181
<i>В. В. Обуховский, С. В. Корнев, Е. Н. Гетманова, В. А. Бочаров.</i> О существовании решения неявной случайной системы управления с обратной связью	184
<i>А. В. Ожегова, Л. Э. Хайруллина.</i> Равномерные аппроксимации периодического сильно сингулярного уравнения первого рода	185
<i>Б. П. Осиленкер.</i> Формула следа для полиномов, ортогональных в усиленных пространствах Соболева	187
<i>А. Ю. Попов, Т. Ю. Семенова.</i> Уточнение оценки скорости равномерной сходимости ряда Фурье непрерывной периодической функции ограниченной вариации	189
<i>А. Ю. Попов, А. П. Солодов.</i> Распространение оценки снизу С.А. Теляковского суммы синус-ряда с выпуклыми коэффициентами на более длинный отрезок	191
<i>П. Г. Поцейко, Е. А. Ровба, К. А. Смотрицкий.</i> Об одном методе суммирования Рисса в рациональной аппроксимации	193
<i>Е. Г. Прилепкина.</i> О конденсаторах с шаровыми пластинами	195
<i>В. А. Пчелинцев.</i> О первом собственном значении задачи Дирихле для эллиптических операторов в дивергентной форме	196
<i>А. В. Равчеев.</i> О локальных классах Бэра ляпуновских инвариантов	198
<i>Т. Х. Расулов.</i> Исследование дискретного спектра решетчатой модели спинбозон с не более чем двумя фотонами	201
<i>M. M. Rahmatullaev, Z. T. Abdukahorova.</i> Description of H_A -weakly periodic p -adic generalized Gibbs measures for the p -adic Ising model on the Cayley tree of order two	202
<i>M. M. Rahmatullaev, M. A. Rasulova.</i> Periodic ground states of the Potts-SOS model with an external field	204
<i>В. С. Рыхлов.</i> Решение начально-граничной задачи для волнового уравнения со смешанной производной и потенциалом общего вида	205
<i>К. Б. Сабитов.</i> Начально–граничные задачи для уравнения колебаний круглой пластины.	207
<i>Г. Р. Сайлиева.</i> Уравнение Фаддеева для одной 3×3 операторной матрицы с некомпактным возмущением	210
<i>В. Ж. Сакбаев.</i> Унитарные представления групп преобразований бесконечномерных пространств и инвариантные меры	212
<i>Р. Г. Салахудинов.</i> Изопериметрически монотонные функционалы области	213
<i>Ж. Ш. Сафаров.</i> О разрешимости одной обратной задачи для интегродифференциального уравнения с дополнительной информацией специального вида в ограниченной области	215
<i>Д. С. Сафаров, С. К. Миратов.</i> Точное периодическое и ограниченное решение обобщенного уравнения Клейна–Гордона с постоянными отклоняющимися аргументами	217

<i>Т. Ю. Семенова.</i> Оценка скорости равномерной сходимости ряда Фурье непрерывной периодической функции ограниченной p -вариации	219
<i>Д. С. Симушкин, С. В. Симушкин.</i> О среднем значении момента остановки универсальной d -гарантийной процедуры	221
<i>A. V. Smagin, N. B. Sadovnikova, V. I. Vasenev.</i> Differential equations in process modeling of dynamic systems with carbon sequestration: approaches, mathematical problems, modern challenges	222
<i>Ю. С. Солиев.</i> О квадратурных формулах с кратными узлами для сингулярного интеграла Гильберта по действительной оси	224
<i>С. В. Солодуша.</i> Об одном классе нелинейных систем интегральных уравнений I рода	226
<i>М. С. Сорока, В. В. Обуховский.</i> О начальной задаче для невыпуклозначных дифференциальных включений дробного порядка с импульсными характеристиками в банаховом пространстве	228
<i>А. П. Старовойтов, Е. П. Кечко, Т. М. Оснач.</i> Совместные рациональные аппроксимации тригонометрических рядов	229
<i>В. Д. Степанов.</i> Ассоциированная рефлексивность некоторых функциональных классов	232
<i>Л. И. Сухочева.</i> О «движении» собственных значений одного квадратичного пучка	233
<i>Ф. М. Талбаков.</i> Об абсолютной сходимости рядов Фурье почти-периодических функций	235
<i>S. M. Tashpulatov.</i> Spectra of the energy operator of two-magnon systems with four-spin exchange Hamiltonian	237
<i>С. Н. Тимергалиев.</i> О существовании решений нелинейных краевых задач равновесия пологих оболочек типа Тимошенко	238
<i>Н. А. Тошева.</i> Оператор канала для семейства операторных матриц третьего порядка	240
<i>А. Ю. Трынин.</i> Один метод суммирования тригонометрических рядов Фурье с помощью синк-аппроксимаций	242
<i>Д. А. Тукмаков.</i> Численное исследование динамики газовзвесей в аэродинамических и электрических полях	244
<i>М. В. Турбин, А. С. Устюжанинова.</i> Разрешимость начально-краевой задачи для модели Кельвина-Фойгта с памятью	246
<i>Г. Х. Умиркулова.</i> Некоторые спектральные свойства семейства моделей Фридрихса	248
<i>Е. П. Ушакова.</i> Операторы Римана–Лиувилля в пространствах Бесова	250
<i>Х. Фауаз.</i> О зарядах на квантовых логиках множеств	253
<i>К. Ю. Федоровский.</i> О задаче Дирихле для эллиптических систем второго порядка с постоянными коэффициентами	255
<i>В. В. Филатов.</i> Достаточные условия выполнения теоремы типа Лиувилля для ограниченных решений полулинейного уравнения на модельных многообразиях	259
<i>Б. Н. Хабибуллин.</i> Геометрические условия полноты экспоненциальных систем в пространствах функций на компактах комплексной плоскости	261

<i>Р. Л. Хажин.</i> О делимости квантовых процессов, демпфирующих фазы	265
<i>С. Г. Халиуллин.</i> Вероятностные алгебры и ультрапроизведения	267
<i>А. М. Халхужаев, Ж. Х. Боймуродов.</i> О дискретном спектре трехчастичного оператора Шредингера на решетке	268
<i>А. М. Халхужаев, Х. Г. Хайитова.</i> Исследование существенного спектра одной 2×2 -операторной матрицы в фермионном пространстве Фока	271
<i>Л. С. Харасова.</i> Метод интегральных уравнений исследования нелинейной краевой задачи для системы дифференциальных уравнений теории пологих оболочек типа Тимошенко	273
<i>Ю. Х. Хасанов.</i> О приближении равномерных почти-периодических функций	275
<i>А. П. Хромов.</i> О почленном интегрировании тригонометрического ряда Фурье и теореме Фейера – Лебега	277
<i>Г. В. Хромова.</i> Об одном аналоге интерполяционных параболических сплайнов	279
<i>И. Г. Царьков.</i> Свойства выпуклых множеств в несимметричных равномерно выпуклых пространствах с расширенной нормой	281
<i>Н. А. Чебаненко, В. А. Клячин.</i> О геометрических свойствах непрерывных отображений, сохраняющих ориентацию симплексов	283
<i>С. Т. Чориева, Г. М. Мирсабурова.</i> Задача Бицадзе–Самарского для гиперболического уравнения	284
<i>П. Л. Шабалин.</i> Задача Римана в полуплоскости для обобщенных аналитических функций со сверхсингулярной точкой	286
<i>И. А. Шакиров.</i> Об эффективности приближения константы Лебега оператора Фурье логарифмическими и логарифмическо-дробно-рациональными функциями	287
<i>М. В. Шамолин.</i> Инвариантные формы геодезических, потенциальных и диссипативных систем с конечным числом степеней свободы	289
<i>Ф. М. Шамсудинов, И. О. Бобоназаров.</i> Об одной переопределенной системе дифференциальных уравнений второго порядка с одной внутренней сингулярной линией	291
<i>Ф. М. Шамсудинов, Р. С. Валиев.</i> Об одной передопределенной системе дифференциальных уравнений второго порядка с двумя внутренними сингулярными линиями	293
<i>М. Ш. Шарипова.</i> Оценки для границ одной 3×3 операторной матрицы	295
<i>Ш. Н. Шералиев.</i> Об оценке гиперсингулярного оператора, связанного с перидинамикой	297
<i>E. A. Shirokova, P. N. Ivanshin.</i> On cauchy problem solution for a harmonic function in a simply connected domain with multily-connected boundary	298
<i>В. А. Шлык.</i> Устранимые множества для ньютонского пространства $N^{1,p}$ на метрическом пространстве с p -ограниченной геометрией	300
<i>В. И. Щербаков.</i> Расходимость рядов Фурье по обобщённым системам Хаара и Уолша в точках неустраняемого разрыва первого рода	301
<i>Д. Б. Эшмаматова, М. А. Таджиева, Р. Н. Ганиходжаев.</i> Динамика поведения траекторий отображений Лотки – Вольтерры в случае однородных турниров	304
<i>Ф. А. Юсупов, Д. Б. Эшмаматова.</i> Асимптотическое поведение композиции нелинейных отображений	305

<i>Ф. Ю. Яшиева. Исследование расположение собственных значений обобщенной модели Фридрикса с помощью редактора MATHCAD</i>	<i>307</i>
---	------------

solutions of the stated initial boundary problems are constructed in an explicit form

Keywords: equation of plate oscillations, initial and boundary conditions, method of separation of variables, existence, series, stability.

УДК 517.984

УРАВНЕНИЕ ФАДДЕЕВА ДЛЯ ОДНОЙ 3×3 ОПЕРАТОРНОЙ МАТРИЦЫ С НЕКОМПАКТНЫМ ВОЗМУЩЕНИЕМ

Г. Р. Сайлиева¹

¹ *g.r.saylieva@buxdu.uz*; Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан.

В данной работе изучен аналог уравнения Фаддеева для собственных векторов одного матричного оператора $H_{\mu,\lambda}$, который играет важную роль при изучении существенного спектра рассматриваемого оператора.

Ключевые слова: матричный оператор, уравнение Фаддеева, существенный спектр.

Исследованию существенного спектра системы с несохраняющимся ограниченным числом частиц на решетке посвящены многие работы, см. например [1, 2]. В настоящей работе рассматривается (решетчатый) матричный оператор $H_{\mu,\lambda}$, $\mu, \lambda > 0$, действующий в трехчастичном обрезанном подпространстве фоковского пространства.

Пусть \mathbb{T} – одномерный тор, \mathbb{C} – одномерное комплексное пространство, $L_2(\mathbb{T})$ – гильбертово пространство квадратично-интегрируемых (комплекснозначных) функций, определенных на \mathbb{T} и $L_2^s(\mathbb{T}^2)$ – гильбертово пространство квадратично-интегрируемых (комплекснозначных) симметричных функций, определенных на \mathbb{T}^2 . Обозначим через \mathcal{H} прямую сумму пространств $\mathcal{H}_0 := \mathbb{C}$, $\mathcal{H}_1 := L_2(\mathbb{T})$ и $\mathcal{H}_2 := L_2^s(\mathbb{T}^2)$.

Рассмотрим матричный оператор $H_{\mu,\lambda}$, действующий в гильбертовом пространстве \mathcal{H} и заданный как операторная матрица

$$H_{\mu,\lambda} := \begin{pmatrix} H_{00} & \mu H_{01} & 0 \\ \mu H_{01}^* & H_{11} & \mu H_{12} \\ 0 & \mu H_{12}^* & H_{22}^0 - \lambda V \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где элементы этой операторной матрицы, определяются по формулам

$$H_{00}f_0 = af_0, \quad H_{01}f_1 = \int_{\mathbb{T}} \sin(t) f_1(t) dt;$$

$$(H_{11}f_1)(x) = (a + 1 + \cos(2x))f_1(x), \quad (H_{12}f_2)(x) = \int_{\mathbb{T}} \sin(t) f_2(x, t) dt;$$

$$(H_{22}^0 f_2)(x, y) = (a + 2 + \cos(2x) - \cos(2y))f_2(x, y), \quad V := V_1 + V_2;$$

$$(V_1 f_2)(x, y) = \cos(y) \int_{\mathbb{T}} \cos(t) f_2(x, t) dt, \quad (V_2 f_2)(x, y) = \cos(x) \int_{\mathbb{T}} \cos(t) f_2(t, y) dt$$

Пусть $\overline{\mathcal{H}}_0 := \mathcal{H}_0$, $\overline{\mathcal{H}}_1 = \overline{\mathcal{H}}_2 = \mathcal{H}_1$, $\overline{\mathcal{H}} = \overline{\mathcal{H}}_0 \oplus \overline{\mathcal{H}}_1 \oplus \overline{\mathcal{H}}_2$ и операторные матрицы $\mathcal{A}_{\mu,\lambda}(z)$ и $\mathcal{K}_{\mu,\lambda}(z)$ при каждом $z \in \mathbb{C} \setminus [a, a+4]$ действуют в пространстве $\overline{\mathcal{H}}$ по формулам

$$\mathcal{A}_{\mu,\lambda}(z) := \begin{pmatrix} A_{00}(z) & 0 & 0 \\ 0 & A_{11}(z) & 0 \\ 0 & 0 & A_{22}(z) \end{pmatrix}, \quad \mathcal{K}_{\mu,\lambda}(z) := \begin{pmatrix} K_{00}(z) & K_{01} & 0 \\ K_{10} & K_{11}(z) & K_{12}(z) \\ 0 & K_{21}(z) & K_{22}(z) \end{pmatrix},$$

где операторы $A_{ii}(z) : \overline{\mathcal{H}}_i \rightarrow \overline{\mathcal{H}}_i$, $i = 0, 1, 2$ определены как

$$A_{00}(z)g_0 = g_0, \quad (A_{11}(z)g_1)(x) = (a+1 - \cos(2x) - z)g_1(x);$$

$$(A_{22}(z)g_2)(x) = \left(1 - \lambda \int_{\mathbb{T}} \frac{\cos^2(t)dt}{a+2 - \cos(2x) - \cos(2t) - z}\right)g_2(x),$$

а операторы $K_{ij}(z) : \mathcal{H}_j \rightarrow \mathcal{H}_i$, $i, j = 0, 1, 2$ определены как

$$K_{00}(z)g_0 = (1+a-z)g_0, \quad (K_{01}g_1)(x) = \mu \int_{\mathbb{T}} \sin(t)g_1(t)dt;$$

$$(K_{10}(z)g_0)(x) = -\mu \sin(x)g_0, \quad (K_{11}(z)g_1)(x) = \frac{\mu^2}{2} \sin(x) \int_{\mathbb{T}} \frac{\sin(t)g_1(t)dt}{a+2 - \cos(2x) - \cos(2t) - z};$$

$$(K_{12}(z)g_2)(x) = -\mu\lambda \cos(x) \int_{\mathbb{T}} \frac{\sin(t)g_2(t)dt}{a+2 - \cos(2x) - \cos(2t) - z};$$

$$(K_{21}(z)g_1)(x) = -\frac{\mu}{2} \sin(x) \int_{\mathbb{T}} \frac{\cos(t)g_1(t)dt}{a+2 - \cos(2x) - \cos(2t) - z};$$

$$(K_{22}(z)g_2)(x) = \lambda \cos(x) \int_{\mathbb{T}} \frac{\cos(t)g_2(t)dt}{a+2 - \cos(2x) - \cos(2t) - z}.$$

Теорема. Число $z \in \mathbb{C} \setminus [a, a+4]$ является собственным значением операторной матрицы $H_{\mu,\lambda}$ тогда и только тогда, когда число $\lambda = 1$ является собственным значением оператора $T_{\mu,\lambda}(z) = \mathcal{A}_{\mu,\lambda}^{-1}(z)\mathcal{K}_{\mu,\lambda}(z)$. Кроме того, собственные значения z и 1 имеют одинаковую кратность.

Литература

1. Лакаев С.Н., Расулов Т.Х. Об эффекте Ефимова в модели теории возмущений существенного спектра // Матем. заметки. – 2003. – Т. 73. – № 4. – С. 556–564.
2. Расулов Т.Х. Исследование существенного спектра одного матричного оператора // ТМФ. – 2010. – Т. 164. – № 1. – С. 62–77.

THE FADDEEV EQUATION FOR OF A 3×3 OPERATOR MATRIX WITH A NONCOMPACT PERTURBATION

G. R. Saylieva

In this paper, we study an analogue of the Faddeev equation for the eigenvectors of an operator matrix $H_{\mu,\lambda}$, which plays an important role in the study of the essential spectrum of the considered operator.

Keywords: matrix operator, Faddeev equation, essential spectrum.

**ТРУДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦЕНТРА
ИМЕНИ Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО**

Т. 66

**XVI МЕЖДУНАРОДНАЯ КАЗАНСКАЯ
ШКОЛА-КОНФЕРЕНЦИЯ
"ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ, ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ
И СМЕЖНЫЕ ВОПРОСЫ"**

**Материалы конференции
(Казань, 22 – 27 августа 2023 г.)**

Разработка авторского LaTeX-стиля оформления: С. Р. Насыров.
Техническая редакция, набор и верстка: С. Р. Насыров.