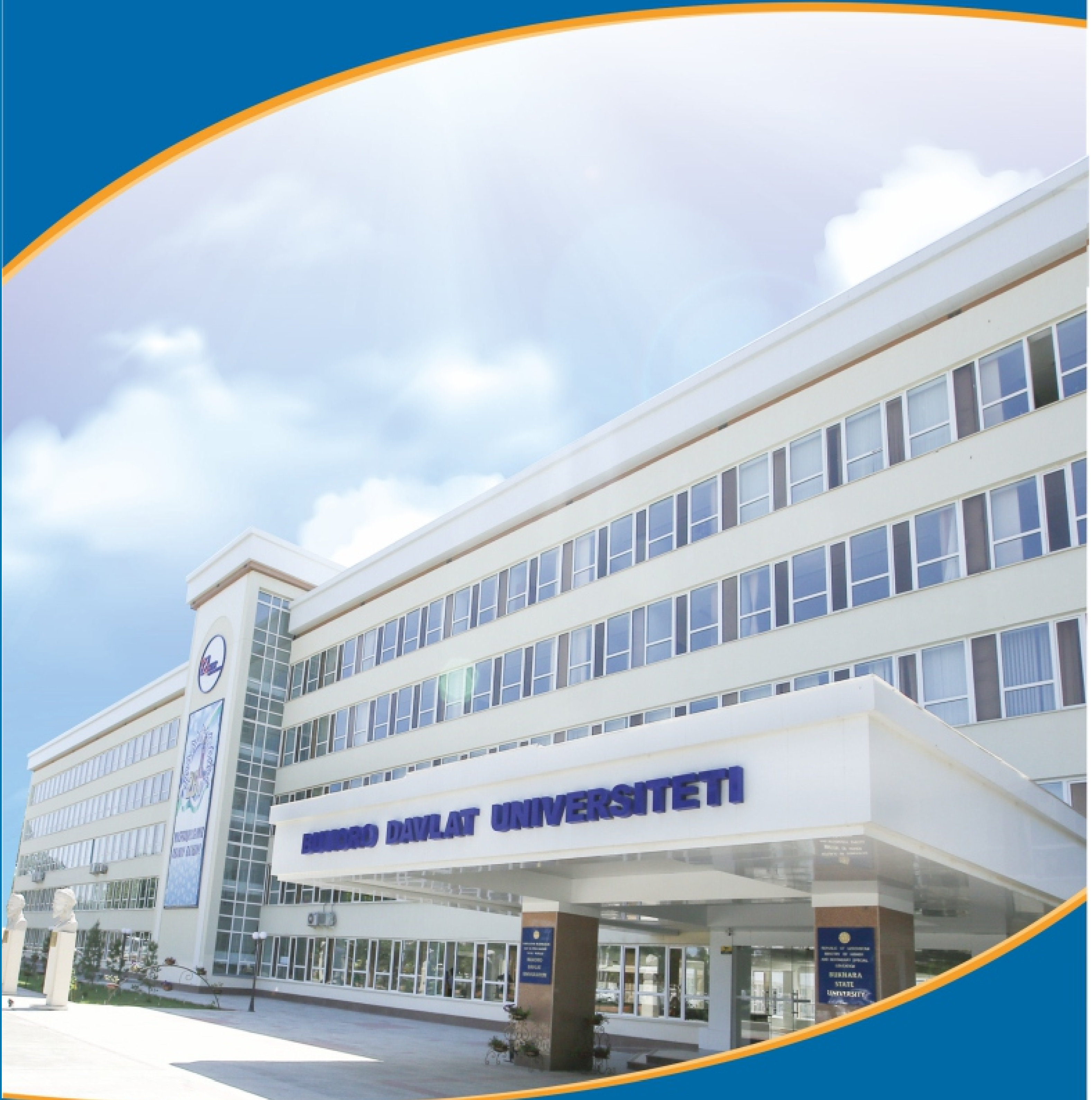
E-ISSN 2181-1466
9 772181 146004
ISSN 2181-6875
9 772181 687004

Научный вестник Бухарского государственного университета
Scientific reports of Bukhara State University
2/2023

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI
ILMIY AXBOROTI



2/2023

https://buxdu.uz

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTI
SCIENTIFIC REPORTS OF BUKHARA STATE UNIVERSITY
НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК БУХАРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Ilmiy-nazariy jurnal
2023, № 2

Jurnal 2003-yildan boshlab **filologiya** fanlari bo‘yicha, 2015-yildan boshlab **fizika-matematika** fanlari bo‘yicha, 2018-yildan boshlab **siyosiy** fanlar bo‘yicha O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasining dissertatsiya ishlari natijalari yuzasidan ilmiy maqolalar chop etilishi lozim bo‘lgan zaruriy nashrlar ro‘yxatiga kiritilgan.

Jurnal 2000-yilda tashkil etilgan.
Jurnal 1 yilda 6 marta chiqadi.

Jurnal O‘zbekiston matbuot va axborot agentligi Buxoro viloyat matbuot va axborot boshqarmasi tomonidan 2020-yil 24-avgust № 1103-sonli guvohnoma bilan ro‘yxatga olingan.

Muassis: Buxoro davlat universiteti
Tahririyat manzili: 200117, O‘zbekiston Respublikasi,Buxoro shahri Muhammad Iqbol ko‘chasi, 11-uy.
Elektron manzil: nashriyot_buxdu@buxdu.uz

MUNDARIJA *** СОДЕРЖАНИЕ *** CONTENTS		
ANIQ VA TABIIY FANLAR * EXACT AND NATURAL SCIENCES *** ТОЧНЫЕ И ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ**		
Latipov H.M.	To‘rtinchi tartibli operatorli matritsaga mos Fredgolm determinantining asosiy xossalari	3
Norqulov J.F., Kengboyev S.A., Azimov R.B.	Silindrik tishli uzatmalarda tishnig qiyalik burchagi o‘zgarganda ta’sir qiladigan kuchlarni aniqlash va ishlash samaradorligini takomillashtirish	9
Alimov H.N., Mirzayev B.R., Toshmatov D.Sh., Yo’ldoshev B.A.	Kasr tartibli diffuziya tenglamasidan manbani aniqlash masalasi	13
Farxodov S.U., Yusupov X.N., Doliyev Sh.Q., Toshtemirov R.T.	Po’lat ishlab chiqarish jarayonini nazorat qilishda optimallashtirish usulini qo’llash	20
Ibodullayev M.X., Norqulov J.F., Saidov B.Y.	Neft va gaz sanoati korxonalarida issiqlik almashinish apparatlarining zamonaviy samarador konstruksiyasining hisobi	28
Nuriddinov J.Z., Primov J.F.	Parabolik tipdagi integro-differensial tenglama uchun teskari masalalar	36
Sayliyeva G.R.	Uch o‘lchamli qo‘zg‘alishga ega umumlashgan Fridrixs modelining xos qiymatlari haqida	45
To‘rayev Sh.D., Norqulov U.E., Nazarov M.M.	Turbogeneratorning texnik holatini baholash metodologiyasi	51
Юлдашева Н.Б.	Темир боратнинг оптик, магнитооптик ва фотомагнит хоссалари	57
Shoimov B.S., Jamolov Sh.J.	Singulyar koeffitsiyentga ega bo’lgan giperbolik tipdagi tenglama uchun Koshi masalasi	66
Jumayev J., Muhammadova M.	Ochiq oqim kengayishi kattaligidan turbulent qovushoqlik tenglamasi modelida foydalanish	71
Фаязов К.С., Худайберганов Я.К.	Условная корректность начально-краевой задачи для системы неоднородных уравнений параболического типа с двумя линиями вырождения	76
Jumayev J., Baqoyeva S.T.	Nostatsionar konveksiya masalasini oshkor usulda yechish	86
TILSHUNOSLIK * LINGUISTICS *** ЯЗЫКОЗНАНИЕ**		
Akramov I.I.	Researching the origins of aphorisms	91
G‘aybullayeva N.I.	Tilga kognitiv yondashuvning shakllanish taraqqiyoti	95
Raxmatova M.M., Inoyatova D.I.	O’zbek badiiy adabiyotida xunuklik tushunchasining ifodalanishi	100
Қутлиева М.Ғ.	Инглиз ва ўзбек тилларида қўшма сўзларда урғунинг аҳамияти	105
Maxmudova S.X.	“Ostona” konsepti lingvomadaniy birliklarining badiiy matndagi o‘rni	110
Rabiyeva M.G’, Mustoqova S.U.	Evfemizmlarning ingliz va o’zbek tillarida lingvomadaniy shartlanishi	115
Navruzova N.X.	Connotation in verbs and its expressive functions	119
Nazarova N.A.	Bases of the theoretical study of anthroponyms and their	126

UO‘K: 512

UCH O‘LCHAMLI QO‘ZG‘ALISHGA EGA UMUMLASHGAN FRIDRIXS MODELINING XOS QIYMATLARI HAQIDA

Sayliyeva Gulrux Rustam qizi,
Buxoro davlat universiteti, Buxoro, O‘zbekiston
g.r.saylieva@buxdu.uz

Annotatsiya. *Ushbu maqolada uch o‘lchamli qo‘zg‘alishga ega bo‘lgan* $h_{\mu,\lambda}$, $\mu,\lambda>0$ *umumlashgan Fridrixs modelining xos qiymatlari o‘rganilgan. Dastlab* $h_{\mu,\lambda}$ *operatorning muhim spektri mashhur Veyl teoremasidan foydalanib aniqlangan, so‘ngra uning diskret spektri tahlil qilingan.* $h_{\mu,\lambda}$ *operator xos qiymatlarini o‘rganish masalasi bir va ikki o‘lchamli qo‘zg‘alishga ega operatorlarning xos qiymatlarini o‘rganish masalasiga keltirilgan. Qurilgan yordamchi operatorlar xos qiymatlarining mavjudlik shartlari topilgan.*

Kalit so‘zlar: *umumlashgan Fridrixs modeli, qo‘zg‘alish operatori, muhim spektr, Fredgolm determinanti, diskret spektr.*

Abstract. *In this article, the eigenvalues of the generalized Friedrichs model* $h_{\mu,\lambda}$, $\mu,\lambda>0$ *with perturbation of rank three are studied. First, the essential spectrum of the operator* $h_{\mu,\lambda}$ *was determined using the famous Weyl's theorem, and then its discrete spectrum was analyzed. The problem of the investigation of the eigenvalues of the operator* $h_{\mu,\lambda}$ *is reduced to the study of the eigenvalues of the operators with perturbation rank one and two. The existence conditions for the eigenvalues of the constructed auxillary operators.*

Keywords: *generalized Friedrichs model, perturbation operator, essential spectrum, Fredholm determinant, discrete spectrum.*

Аннотация. *В данной статье исследуются собственные значения обобщённой модели Фридрихса* $h_{\mu,\lambda}$, $\mu,\lambda>0$ *с трёхмерным возмущением. Сначала определяется его существенный спектр с помощью знаменитой теоремы Вейля, а затем анализируется его дискретный спектр. Задача исследования собственных значений оператора* $h_{\mu,\lambda}$ *приведена к изучению собственных значений операторов с одномерным и двумерным возмущением. Найдены условия существования собственных значений построенных вспомогательных операторов.*

Ключевые слова: *обобщённая модель Фридрихса, оператор возмущения, существенный спектр, определитель Фредгольма, дискретный спектр.*

Kirish. Kvant mexanikasi, statistik mexanika, gidrodinamika va ko‘plab sohalarda Fridrixs modeli va umumlashgan Fridrixs modeli deb ataluvchi operatorlar uchrab turadi. Bunday turdagi operatorlar xos qiymatlari soni, joylashuv o‘rni va ularning mavjudlik shartlarini aniqlash operatorlar nazariyasining ko‘p o‘rganiladigan obyektlaridan hisoblanadi. Mazkur maqolada Fok fazosining qirqilgan ikki zarrachali qism fazosida ta’sir qiluvchi umumlashgan Fridrixs modeli qaraladi. Bu model chiziqli, chegaralangan va o‘z-o‘ziga qo‘shma operator bo‘lib, panjaradagi soni saqlanmaydigan va ikkitadan oshmaydigan zarrachalar sistemasiga mos keladi. U ikkinchi tartibli operatorli matritsa ko‘rinishiga ega. Birinchi diagonal elementi songa ko‘paytirish operatori, ikkinchi diagonal element esa bir o‘lchamli qo‘zg‘alishga ega Fridrixs modelidir. Diagonal bo‘lmagan elementlari zamonaviy matematik fizikaga paydo qilish va yo‘qotish operatorlari deyiladi.

Ta’kidlash lozimki, uch zarrachali diskret Shryodinger operatorlarning muhim va diskret spektrlarini tadqiq qilishda ikki zarrachali diskret Shryodinger operatori muhim ahamiyat kasb etadi. Panjaradagi soni saqlanmaydigan va uchtadan oshmaydigan zarrachalar sistemasiga mos uchinchi tartibli operatorli matritsalarning muhim va diskret spektrlarini tavsiflashda ikki zarrachali diskret Shryodinger operatori rolini umumlashgan Fridrixs modeli o‘ynaydi. Bunday operatorli matritsalar uchun uch zarrachali diskret Shryodinger operatori uchun o‘rinli bo‘lgan xossalar ko‘plab ishlarda o‘rganilgan. Uch zarrachali diskret

Shryodinger operatori uchun o‘rinli bo‘lmagan “ikki yoqlama Yefimov hodisa”si operatorli matritsalar uchun o‘rinli bo‘lishini [1,2] ishlarda o‘rganilgan hamda xos qiymatlar soni uchun asimptotik formula topilgan. Bunda umumlashgan Fridrixs modeli uchun muhim spektrning chap va o‘ng chegaralari bir vaqtda xos qiymat yoki virtual sath bo‘lish shartlari [3,4] ishlarda tahlil qilingan. O‘rganilgan model ikki o‘lchamli qo‘zg‘alishga ega ekanligini qayd qilish lozim.

$\mathbb{C}$ kompleks sonlar maydoni, $L_2(\mathbb{T})$ bir o‘lchamli $\mathbb{T}=(-\pi;\pi]$ torda aniqlangan kvadrati bilan integrallanuvchi (kompleks qiymatli) funksiyalarning Gilbert fazosi bo‘lsin. $\mathcal{H}_0 := \mathbb{C}$ va $\mathcal{H}_1 := L_2(\mathbb{T})$ fazolarning to‘g‘ri yig‘indisidan tashkil topgan $\mathcal{H} := \mathcal{H}_0 \oplus \mathcal{H}_1$ Gilbert fazosida quyidagi operatorli matritsani qaraymiz:

$$h_{\mu,\lambda} := \begin{pmatrix} h_{00} & \mu h_{01} \\ \mu h_{01}^{*} & h_{11}^{0} - \lambda v \end{pmatrix}. \qquad (1)$$

Odatda bu operatorli matritsaga umumlashgan Fridrixs modeli deb ataladi. Bu yerda μ,λ-nomanfiy haqiqiy sonlar, $h_{\mu,\lambda}$ operatorli matritsaning $h_{ij}:\mathcal{H}_j \to \mathcal{H}_i,\ i \le j,\ i = 0,1$ va v elementlari quyidagicha aniqlangan:

$$h_{00}f_0 = \varepsilon f_0, \qquad h_{01}f_1 = \int_{\mathbb{T}} \sin t\, f_1(t)dt,$$
$$(h_{11}^{0}f_1)(x) = (a + 1 - \cos(2x))f_1(x), \qquad (2)$$
$$(vf_1)(x) = \cos x \int_{\mathbb{T}} \cos t\, f_1(t)dt.$$

Bu yerda ε va a fiksrlangan haqiqiy sonlar, $f_i \in \mathcal{H}_i$, $i = 0, 1$, h_{01}^{*} operator h_{01} operatorga qo‘shma operator. Sodda hisoblashlar yordamida

$$(h_{01}^{*}f_0)(x) = \sin x \cdot f_0,\ f_0 \in \mathcal{H}_0$$

ekanligini hosil qilamiz. Funksional analiz elementlaridan foydalanib, $h_{\mu,\lambda}$ umumlashgan Fridrixs modelining chiziqli chegaralangan va o‘z-o‘ziga qo‘shma operator ekanligi tekshiriladi.

Umumlashgan Fridrixs modelining xos qiymatlari.

Ta’kidlash joizki, $h_{0,0}$ operatorli matritsaga $h_{\mu,\lambda}$ umumlashgan Fridrixs modelining qo‘zg‘almas operatori deyiladi. $h_{0,0}$ operatorining qo‘zg‘alish operatori uch o‘lchamli operatorli matritsa bo‘ladi. Chekli o‘lchamli qo‘zg‘alishlarda muhim spektrning o‘zgarmasligi haqidagi mashhur Veyl teoremasiga asosan $h_{\mu,\lambda}$ umumlashgan Fridrixs modelining muhim spektri $h_{0,0}$ operatorli matritsaning muhim spektriga teng bo‘ladi, ya’ni $\sigma_{\text{ess}}(h_{\mu,\lambda}) = \sigma_{\text{ess}}(h_{0,0})$. Aniqlanishiga ko‘ra, $h_{0,0}$ operatorli matritsaning muhim spektri $u(x) = a + 1 - \cos(2x)$ funksiyaning qiymatlar to‘plamidan iborat. Shu sababli $\sigma_{\text{ess}}(h_{0,0}) = [a, a+2]$ bo‘ladi. Demak $\sigma_{\text{ess}}(h_{\mu,\lambda}) = [a, a+2]$ tenglik o‘rinli ekan. Endi $h_{\mu,\lambda}$ umumlashgan Fridrixs modelining diskret spektrini o‘rganish maqsadida mos ravishda $\mathcal{H}$ va $\mathcal{H}_1$ Gilbert fazolarida

$$h_{\mu}^{(1)} := \begin{pmatrix} h_{00} & \mu h_{01} \\ \mu h_{01}^{*} & h_{11}^{0} \end{pmatrix}, \qquad h_{\lambda}^{(2)} := h_{11}^{0} - \lambda v \qquad (3)$$

kabi aniqlangan operatorlarni qaraymiz. $\mathbb{C}\backslash[a, a+2]$ sohada aniqlangan ushbu:

$$\Delta_{\mu}^{(1)}(z) := \varepsilon - z - \mu^2 \int_{\mathbb{T}} \frac{\sin^2 t\, dt}{a + 1 - \cos(2t) - z}$$

$$\Delta_{\lambda}^{(2)}(z) := 1 - \lambda \int_{\mathbb{T}} \frac{\cos^2 t\, dt}{a + 1 - \cos(2t) - z}$$

funksiyalarni qaraymiz. Odatda bu funksiyalarga mos ravishda $h_{\mu}^{(1)}$ va $h_{\lambda}^{(2)}$ operatorlari uchun Fredgolm determinantlari deyiladi [5].

Quyidagi lemma $h_{\mu}^{(1)}$ operatorning xos qiymatlari va $\Delta_{\mu}^{(1)}(\cdot)$ funksiyaning nollari orasidagi bog‘lanishni ifodalaydi.

1-lemma. $z \in \mathbb{C} \setminus [a, a+2]$ soni $h_\mu^{(1)}$ operatorning xos qiymati bo‘lishi uchun $\Delta_\mu^{(1)}(z) = 0$ tenglikning bajarilishi zarur va yetarlidir.

Isbot. Zaruriyligi. Faraz qilaylik, $z \in \mathbb{C} \setminus [a, a+2]$ soni $h_\mu^{(1)}$ operatorning xos qiymati, $f = (f_0, f_1) \in \mathcal{H}$ unga mos xos vektor-funksiya bo‘lsin. U holda f_0 va f_1 elementlar

$$\begin{cases} (\varepsilon - z) f_0 + \mu \int\limits_{\mathbb{T}} \sin t\, f_1(t) dt = 0 \\ \mu \sin x\, f_0 + (a + 1 - \cos(2x) - z) f_1(x) = 0 \end{cases} \qquad (4)$$

tenglamalar sistemasini qanoatlantiradi. $z \in \mathbb{C} \setminus [a, a+2]$ ekanligidan barcha $x \in \mathbb{T}$ lar uchun ushbu munosabat bajarilishini hosil qilamiz.

$$a + 1 - \cos(2x) - z \neq 0 \qquad (5)$$

(4) tenglamalar sistemasining ikkinchi tengligidan $f_1(x)$ uchun

$$f_1(x) = -\frac{\mu \sin x\, f_0}{a + 1 - \cos(2x) - z} \qquad (6)$$

ifodani hosil qilamiz. $f_1(x)$ uchun topilgan (6) ifodani (4) tenglamalar sistemasining birinchi tengligiga qo‘yib,

$$\left[\varepsilon - z - \mu^2 \int\limits_{\mathbb{T}} \frac{\sin^2 t\, dt}{a + 1 - \cos(2t) - z} \right] f_0 = 0 \qquad (7)$$

tenglikni hosil qilamiz. Agar (7)-tenglikda $f_0 = 0$ bo‘lsa, u holda (6)-ifodaga ko‘ra $f_1(x) = 0$ bo‘lishi kelib chiqadi. Bu esa $f = (f_0, f_1)$ ning z xos qiymatga mos xos-vektor funksiyasi bo‘lishiga ziddir. Shu sababli

$$\varepsilon - z - \mu^2 \int\limits_{\mathbb{T}} \frac{\sin^2 t\, dt}{a + 1 - \cos(2t) - z} = 0$$

tenglik bajarilishi kelib chiqadi. Ya’ni $\Delta_\mu^{(1)}(z) = 0$.

Yetarliligi. Faraz qilaylik, biror $z \in \mathbb{C} \setminus [a, a+2]$ soni uchun $\Delta_\mu^{(1)}(z) = 0$ tenglik o‘rinli bo‘lsin. U holda f_0 va f_1 koordinatalari (6)-munosabat bilan bog‘langan $f = (f_0, f_1)$, ($f = \mathrm{const} \neq 0$) vektor-funksiya

$$h_\mu^{(1)} f = zf \qquad (8)$$

tenglikni qanoatlantiradi va $f \in \mathcal{H}$ munosabat bajariladi. Shu sababli ta’rifga ko‘ra $z \in \mathbb{C} \setminus [a, a+2]$ soni $h_\mu^{(1)}$ operatorning xos qiymati bo‘ladi. Lemma isbotlandi.

Endi $h_\lambda^{(2)}$ operatorning xos qiymati va $\Delta_\lambda^{(2)}(\cdot)$ funksiyaning nollari orasidagi bog‘lanishni ifodalovchi tasdiqni keltiramiz.

2-lemma. $z \in \mathbb{C} \setminus [a, a+2]$ soni $h_\lambda^{(2)}$ operatorning xos qiymati bo‘lishi uchun $\Delta_\lambda^{(2)}(z) = 0$ tenglikning bajarilishi zarur va yetarlidir.

Isbot. Zaruriyligi. Faraz qilaylik, $z \in \mathbb{C} \setminus [a, a+2]$ soni $h_\lambda^{(1)}$ operator uchun xos qiymat, $f_1 \in \mathcal{H}_1$ esa z xos qiymatga mos xos funksiya bo‘lsin. U holda f_1 funksiya

$$(a + 1 - \cos(2x) - z) f_1(x) - \lambda \cos x \int\limits_{\mathbb{T}} \cos t\, f_1(t) dt = 0 \qquad (9)$$

tenglikni qanoatlantiradi. Ushbu

$$C = \int\limits_{\mathbb{T}} \cos t\, f_1(t) dt \qquad (10)$$

belgilashni kiritamiz. U holda (5)-munosabatni inobatga olib, (9)-tenglikdan $f_1(x)$ uchun

$$f_1(x)=\frac{C\cos x}{a+2-\cos(2x)-z} \qquad (11)$$

ifodani hosil qilamiz. $f_1(x)$ uchun topilgan (11)-ifodani (10)-belgilashga qo‘yib,

$$\left[1-\lambda\int_{\mathbb{T}}\frac{\cos^2 t\ dt}{a+1-\cos(2t)-z}\right]C=0 \qquad (12)$$

tenglikni hosil qilamiz. Agar oxirgi tenglikda $C=0$ bo‘lsa, u holda (11)-munosabatdan $f_1(x)=0$ bo‘lishi kelib chiqadi. Bu esa $f_1(x)$ ning z xos qiymatga mos xos funksiyasi bo‘lishiga ziddir. Shu sababli

$$1-\lambda\int_{\mathbb{T}}\frac{\cos^2 t\ dt}{a+1-\cos(2t)-z}=0$$

tenglik bajariladi. Ya’ni $\Delta_\lambda^{(2)}(z)=0$.

Yetarliligi. Faraz qilaylik, biror $z\in\mathbb{C}\setminus[a,a+2]$ soni uchun $\Delta_\lambda^{(2)}(z)=0$ tenglik o‘rinli bo‘lsin. U holda (11)-tenglik yordamida aniqlangan $f_1(x)$ funksiya $h_\lambda^{(2)}f_1=zf_1$ tenglikni qanoatlantiradi va $f_1\in\mathcal{H}_1$ munosabat bajariladi. Shu sababli $z\in\mathbb{C}\setminus[a,a+2]$ son $h_\lambda^{(2)}$ operatorning xos qiymati bo‘ladi. Lemma isbotlandi.

Quyidagi teorema $h_{\mu,\lambda}$ hamda $h_\mu^{(1)}$ va $h_\lambda^{(2)}$ operatorlar xos qiymatlari orasidagi bog‘lanishni ifodalaydi.

1-teorema. $z\in\mathbb{C}\setminus[a,a+2]$ soni $h_{\mu,\lambda}$ operatorning xos qiymati bo‘lishi uchun bu z soni uning $h_\mu^{(1)}$ va $h_\lambda^{(2)}$ operatorlardan kamida bittasining xos qiymati bo‘lishi zarur va yetarlidir.

Isbot. Faraz qilaylik, biror $z\in\mathbb{C}\setminus[a,a+2]$ soni $h_{\mu,\lambda}$ operatorning xos qiymati va $(f_0,f_1)\in\mathcal{H}$ unga mos xos vektor-funksiya bo‘lsin. U holda f_0 va f_1 elementlar quyidagi tenglamalar sistemasini qanoatlantiradi:

$$\begin{cases}(\varepsilon-z)f_0+\dfrac{\mu}{\sqrt{2}}\displaystyle\int_{\mathbb{T}}\sin t\, f_1(t)\,dt=0\,;\\ \mu\sin x\, f_0+(a+1-\cos(2x)-z)f_1(x)-\lambda\cos x\displaystyle\int_{\mathbb{T}}\cos t\, f_1(t)\,dt=0.\end{cases} \qquad (13)$$

Yuqoridagi (10)-belgilashdan foydalanib, (13)-tenglamalar sistemasining ikkinchi tenglamasidan $f_1(x)$ uchun

$$f_1(x)=\frac{\lambda\cos x\, C}{a+2-\cos(2x)-z}-\frac{\mu\sin(x)\, f_0}{a+2-\cos(2x)-z} \qquad (14)$$

ifodani hosil qilamiz.

$f_1(x)$ uchun topilgan (14)-ifodani (13)-sistemaning birinchi tenglamasiga qo‘yamiz hamda (10)-belgilashdan foydalanamiz. U holda

$$\begin{cases}\left(\varepsilon-z-\dfrac{\mu^2}{\sqrt{2}}\displaystyle\int_{\mathbb{T}}\frac{\sin^2 t\ dt}{a+1-\cos(2t)-z}\right)f_0+C\dfrac{\mu\lambda}{\sqrt{2}}\displaystyle\int_{\mathbb{T}}\frac{\sin t\cos t\ dt}{a+1-\cos(2t)-z}=0\\ \mu\lambda\displaystyle\int_{\mathbb{T}}\frac{\sin t\cos t\, dt}{a+1-\cos(2t)-z}f_0+C\left(1-\lambda\displaystyle\int_{\mathbb{T}}\frac{\cos^2 t\ dt}{a+1-\cos(2t)-z}\right)=0\end{cases} \qquad (15)$$

tenglamalar sistemasi hosil bo‘ladi. (15)-tenglamalar sistemasi tarkibidagi ushbu

$$I(z)=\int_{\mathbb{T}}\frac{\sin t\cos t\, dt}{a+1-\cos(2t)-z} \qquad (16)$$

integralda integral osti funksiyasi toq funksiya bo‘lganligi sababli uning nolga nisbatan simmetrik oraliq bo‘yicha integrali nolga teng, ya’ni

$I(z) = 0.$

U holda (15)-tenglamalar sistemasi quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$\begin{cases} \left(\varepsilon - z - \mu^2 \int\limits_{\mathbb{T}} \frac{\sin^2 t\, dt}{a + 1 - \cos(2t) - z}\right) f_0 = 0 \\ \left(1 - \lambda \int\limits_{\mathbb{T}} \frac{\cos^2 t\, dt}{a + 1 - \cos(2t) - z}\right) C = 0 \end{cases} \qquad (17)$$

(17)-tenglamalar sistemasi nolmas yechimga ega bo‘lishi uchun

$$\left(\varepsilon - z - \mu^2 \int\limits_{\mathbb{T}} \frac{\sin^2 t\; dt}{a + 1 - \cos(2t) - z}\right) \times \left(1 - \lambda \int\limits_{\mathbb{T}} \frac{\cos^2 t\; dt}{a + 1 - \cos(2t) - z}\right) = 0$$

ya’ni $\Delta_\mu^{(1)}(z) \cdot \Delta_\lambda^{(2)}(z) = 0$ bo‘lishi zarur va yetarlidir. Bundan $z \in \mathbb{C} \setminus [a, a+2]$ soni $h_{\mu,\lambda}$ operatorning xos qiymati bo‘lishi uchun $\Delta_\mu^{(1)}(z) = 0$ va $\Delta_\lambda^{(2)}(z) = 0$ tengliklarning kamida bittasining bajarilishi zarur va yetarli ekanligini hosil qilamiz.

$h_\mu^{(1)}$ operatorning xos qiymatlar soni va joylashuv o‘rnini aniqlash maqsadida quyidagi hisoblashlarni amalga oshiramiz. Dastlab, $\Delta_\mu^{(1)}(a)$ ni hisoblaymiz:

$$\Delta_\mu^{(1)}(a) = \varepsilon - a - \mu^2 \int\limits_{\mathbb{T}} \frac{\sin^2 t\; dt}{1 - \cos(2t)} = \varepsilon - a - \mu^2 \int\limits_{\mathbb{T}} \frac{\sin^2 t\; dt}{2\sin^2 t} = \varepsilon - a - \mu^2 \pi.$$

Ko‘rinib turibdiki, agar $\varepsilon \leq a$ bo‘lsa, u holda ixtiyoriy $\mu > 0$ uchun $\Delta_\mu^{(1)}(a) < a$ tengsizlik o‘rinli. Shu sababli $\lim\limits_{z \to -\infty} \Delta_\mu^{(1)}(z) = +\infty$ tenglikdan hamda $\Delta_\mu^{(1)}(\cdot)$ funksiyaning $(-\infty; a)$ oraliqda uzluksiz, monoton kamayuvchi ekanligidan $\Delta_\mu^{(1)}(\cdot)$ funksiya $(-\infty; a)$ oraliqda yagona nolga teng ekanligi kelib chiqadi. Demak, 1-lemmaga ko‘ra ixtiyoriy $\mu > 0$ soni uchun $h_\mu^{(1)}$ operator $(-\infty; a)$ oraliqda yagona xos qiymatga ega bo‘ladi. Faraz qilaylik, $\varepsilon > a$ bo‘lsin. U holda ixtiyoriy $\mu \leq \sqrt{(\varepsilon - a)/\pi}$ lar uchun $h_\mu^{(1)}$ operator $(-\infty; a)$ oraliqda yotuvchi yagona xos qiymatga ega bo‘ladi.

Endi $\Delta_\mu^{(1)}(a+2)$ ni hisoblaymiz:

$$\Delta_\mu^{(1)}(a+2) = \varepsilon - a - 2 + \mu^2 \int\limits_{\mathbb{T}} \frac{\sin^2 t\; dt}{1 - \cos(2t)} = \varepsilon - a - 2 + \mu^2 \int\limits_{\mathbb{T}} \frac{\sin^2 t\; dt}{2\cos^2 t} =$$

$$= \varepsilon - a - 2 + \frac{\mu^2}{2} \int\limits_{\mathbb{T}} \mathrm{tg}^2 t\; dt \geq \varepsilon - a - 2 + \frac{\mu^2}{2} \int\limits_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{1}{\cos^2 t} - 1\right) dt = +\infty$$

Shu sababli ixtiyoriy $\mu > 0$ soni uchun $h_\mu^{(1)}$ operator $a + 2$ dan o‘ngda yotuvchi yagona xos qiymatga ega.

$h_\lambda^{(2)}$ operatorning xos qiymatlarini o‘rganish maqsadida $\Delta_\lambda^{(2)}(a)$ ni hisoblaymiz:

$$\Delta_\lambda^{(2)}(a) = 1 - \lambda \int\limits_{\mathbb{T}} \frac{\sin^2 t\; dt}{1 - \cos(2t)} = 1 - \frac{\lambda}{2} 2\pi = 1 - \lambda\pi.$$

Agar $\lambda \leq 1/\pi$ bo'lsa, u holda $\lim_{z\to+\infty} \Delta_\lambda^{(2)}(z) = 1$ tenglikdan hamda $\Delta_\lambda^{(2)}(\cdot)$ funksiyaning $(a;+\infty)$ oraliqda uzluksiz, monoton o'suvchi ekanligidan $h_\lambda^{(2)}$ operator a dan chapda yotuvchi xos qiymatlarga ega emas. Ixtiyoriy $\lambda > 1/\pi$ soni uchun $h_\lambda^{(2)}$ operator a dan chapda yotuvchi yagona xos qiymatga ega. $\Delta_\lambda^{(2)}(\cdot)$ funksiyaning aniqlanishiga ko'ra istalgan $z > a+2$ uchun barcha $\lambda > 0$ soni uchun $\Delta_\lambda^{(2)}(z) > 1$ tengsizlik o'rinli. Bu esa o'z navbatida ixtiyoriy $\lambda > 0$ soni uchun $h_\lambda^{(2)}$ operator $a+2$ dan chapda yotuvchi xos qiymatlarga ega emas.

Olingan natijalar hamda 1- va 2- lemmalarni inobatga olsak 1-teorema to'la isbot bo'ladi.

Xulosa. Ushbu maqolada ikkinchi tartibli operatorli matritsa ko'rinishdagi $h_{\mu,\lambda}$, $\mu,\lambda > 0$ umumlashgan Fridrixs modeli Fok fazosining qirqilgan ikki zarrachali qism fazosidagi chiziqli chegaralangan o'z-o'ziga qo'shma operator sifatida qaralgan. $h_{\mu,\lambda}$ operatorning muhim spektri topilgan. $h_{\mu,\lambda}$ operatorning xos qiymatlarini o'rganish masalasi nisbatan sodda ko'rinishga ega ikkita $h_\mu^{(1)}$ va $h_\lambda^{(2)}$ operatorlarning xos qiymatlarini o'rganish masalasiga keltirilgan hamda ular orasida bog'lanish o'rnatilgan. $h_\mu^{(1)}$ va $h_\lambda^{(2)}$ operatorlarga mos Fredgolm determinantlari qurilgan.

ADABIYOTLAR:

1. *Friedrichs K.O. Uber die Spectralzerlegung einee Integral operators. Math. Ann.,* ***115****:1 (1938), 249 − 272.*

2. *Friedrichs K.O. On the perturbation of continuous spectra. Comm. Pure Appl. Math.,* ***1****:4 (1948), 361 − 406.*

3. *Лакаев С.Н., Некоторые спектральные свойства модели Фридрихса. Труды сем.им. Петровского И.Г., 11 (1986), С. 210–238.*

4. *Абдуллаев Ж.И., Лакаев С.Н. Асимптотика дискретного спектра разностного трёхчастичного оператора Шредингера на решётке. Теоретическая и математическая физика, 136:2 (2003), С. 231 − 245.*

5. *Albeverio S., Lakaev S.N., Muminov Z.I. Schroedinger operators on lattices. The Efimov effect and discrete spectrum asymptotics. Ann. Henri Poincare.* ***5*** *(2004), P. 743 − 772.*

6. *Расулов Т.Х., Дилмуродов Э.Б. Бесконечность числа собственных значений* $2\times 2-$ *операторных матриц. Асимптотика дискретного спектра. Теоретическая и математическая физика. 205:3 (2020), С. 368-390.*

7. *Rasulov T.H., Dilmurodov E.B. Eigenvalues and virtual levels of a family of* 2×2 *operator matrices. Methods of Functional Analysis and Topology.* ***25****:3 (2019), P. 273–281.*

8. *Rasulov T.H., Dilmurodov E.B. Analysis of the spectrum of a* 2×2 *operator matrix. Discrete spectrum asymptotics. Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics.* ***11****:2 (2020), P. 138–144.*

9. *Rasulov T.H., Dilmurodov E.B. Estimates for the bounds of the essential spectrum of a* 2×2 *operator matrix. Contemporary Mathematics.* ***1****:4 (2020), P. 170–182.*

10. *Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Т. 4, Анализ операторов. - М., Мир, 1982, - 426 с.*