SCIENTIFIC-METHODICAL JOURNAL OF

# «SCIENTIFIC PROGRESS»

ISSN: 2181-1601

2021, MARCH 15

Google Scholar

CYBERLENINKA

# The 21st Century Skills for Professional Activity

Proceedings of the 3rd International Scientific-Practical Distance **Conference**

www.scientificprogress.uz

UZBEKISTAN

www.scientificprogress.uz

«The XXI Century Skills for Professional Activity»
International Scientific-Practical Conference

SCIENTIFIC-METHODICAL JOURNAL OF
«SCIENTIFIC PROGRESS»
ISSN: 2181-1601

# THE 21st CENTURY SKILLS FOR PROFESSIONAL ACTIVITY

## PROCEEDINGS OF THE 3rd INTERNATIONAL SCIENTIFIC-PRACTICAL DISTANCE CONFERENCE

www.scientificprogress.uz

TASHKENT, UZBEKISTAN
2021, MARCH 15

# ОБ ОДНОМ КВАДРАТИЧНОМ СТОХАСТИЧЕСКОМ ОПЕРАТОРЕ В $S^2$

Мамуров Бобохон Жураевич, доцент
Шарипова Мубина, магистр,
Кафедра математического анализа, физико-математический факультет, Бухарский государственный университет.

**Аннотация:** Квадратичные и кубические стохастические операторы используются для решения задач, возникающих в математической генетике, физике и химии. Доказано, что рассматриваемый квадратичный стохастический оператор имеет единственную неподвижную точку.

**Ключевые слова:** симплекс, квадратичные стохастические операторы, неподвижные точки.

Квадратичные операторы привлекают внимание специалистов в различных областях математики и ее приложений (см. например [1]). Мы будем придерживается определения и обозначения работы [1].

В данной работе с целью дальнейшего рассмотрения выпуклых комбинаций с другими квадратичными операторами, изучается существовании неподвижных точек одного квадратичного стохастического оператора.

Пусть $E = \{1,2,...,n\}$. Множество

$$S^{n-1} = \left\{ x = (x_1,...,x_n) \in R^n : x_i \geq 0, \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \right\}$$

называется $(n-1)$ - *мерным симплексом.* Каждый элемент $x \in S^{n-1}$ является вероятностной мерой на $E$, и его можно интерпретировать как состояние биологической (физической и т.п.) системы, состоящей из n элементов.

Квадратичный стохастический оператор $V : S^{n-1} \to S^{n-1}$ имеет вид:

$$V : x'_k = \sum_{i,j=1}^{n} p_{ij,k} x_i x_j ,$$

где $p_{ij,k} \geq 0, \quad p_{ij,k} = p_{ji,k}, \quad \sum_{k=1}^{n} p_{ij,k} = 1$ .

В $S^2$ рассмотрим квадратичный стохастический оператор:

$$\text{V:} \quad \begin{cases} x_1^1 = \frac{1}{3}x_1^2 + \frac{1}{3}x_2^2 + \frac{1}{3}x_3^2 + 2x_1x_2, \\ x_2^1 = \frac{1}{3}x_1^2 + \frac{1}{3}x_2^2 + \frac{1}{3}x_3^2 + 2x_2x_3, \\ x_3^1 = \frac{1}{3}x_1^2 + \frac{1}{3}x_2^2 + \frac{1}{3}x_3^2 + 2x_1x_3. \end{cases} \qquad (1)$$

Система (1) преобразуем

$$\text{V:} \quad \begin{cases} x_1^1 - x_2^1 = 2x_2(x_1 - x_3), \\ x_2^1 - x_3^1 = 2x_3(x_2 - x_1), \\ x_2^1 - x_1^1 = 2x_1(x_3 - x_2). \end{cases} \qquad (2)$$

1) Пусть $x_1 < x_2 < x_3$, тогда $x_2^1 - x_3^1 < 0$ и $x_2 - x_1 > 0$ второе уравнение системы (2) не выполняется;

2) Пусть $x_1 > x_2 > x_3$, тогда $x_2^1 - x_3^1 > 0$ и $x_2 - x_1 < 0$ второе уравнение системы (2) не выполняется;

3) Пусть $x_3 > x_1 > x_2$, тогда $x_1^1 - x_2^1 > 0$ и $x_1 - x_3 < 0$ первое уравнение системы (2) не выполняется;

4) Пусть $x_3 > x_2 > x_1$, тогда $x_2^1 - x_3^1 < 0$ и $x_2 - x_1 > 0$ второе уравнение системы (2) не выполняется;

5) Пусть $x_1 > x_3 > x_2$, тогда $x_3^1 - x_1^1 < 0$ и $x_3 - x_2 > 0$ третье уравнение системы (2) не имеет места;

6) Пусть $x_1 = x_2 = x_3$, тогда все три уравнения системы (2) выполняются.

Значит, система (2) имеет место только при $x_1 = x_2 = x_3$. Из равенства $x_1 + x_2 + x_3 = 1$, имеем $3x_1 = 1$, $x_1 = \frac{1}{3}$ и $x_2 = \frac{1}{3}$, $x_3 = \frac{1}{3}$.

Таким образом имеет место следующая теорема.

**Теорема.** Квадратичный стохастический оператор (1) имеет единственную неподвижную точку $\lambda^* = (\lambda_1^*, \lambda_2^*, \lambda_3^*) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. У.У. Жамилов, У.А. Розиков, «О динамике строго невольтерровских квадратичных стохастических операторов на двумерном симплексе», Математический сборник, 200:9 (2009), 81-94.