Моя профессиональная карьера

Научно-образовательный электронный журнал

ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ

Выпуск №25 (том 4)
(апрель, 2022)

Международный научно-образовательный

электронный журнал

«ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ»

УДК 37

ББК 94

Международный научно-образовательный электронный журнал «ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ». Выпуск №25 (том 4) (апрель, 2022). Дата выхода в свет: 30.04.2022.

Сборник содержит научные статьи отечественных и зарубежных авторов по экономическим, техническим, философским, юридическим и другим наукам.

Миссия научно-образовательного электронного журнала «ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА В XXI ВЕКЕ» состоит в поддержке интереса читателей к оригинальным исследованиям и инновационным подходам в различных тематических направлениях, которые способствуют распространению лучшей отечественной и зарубежной практики в интернет пространстве.

Целевая аудитория журнала охватывает работников сферы образования (воспитателей, педагогов, учителей, руководителей кружков) и школьников, интересующихся вопросами, освещаемыми в журнале.

Материалы публикуются в авторской редакции. За соблюдение законов об интеллектуальной собственности и за содержание статей ответственность несут авторы статей. Мнение редакции может не совпадать с мнением авторов статей. При использовании и заимствовании материалов ссылка на издание обязательна.

ФИО авторов: *Мамуров Бобохон Жураевич*

Жураева Наргиза Олтинбоевна

Бухарский государственный университет

Физико-математический факультет

Название публикации: «МЕТОД ТРАЕКТОРИЙ ПРИ ДОКАЗАТЕЛЬСТВЕ НЕКОТОРЫХ БИНОМИАЛЬНЫХ ТОЖДЕСТВ»

Аннотация. В данной статье приведено применение метода траекторий при доказательстве некоторых биномиальных тождеств. Так, как комбинаторика занимается различного вида соединениями, которые можно образовать из элементов конечного множества. Для многих комбинаторных задач можно указать такую геометрическую интерпретацию, которая сводит задачу к подсчету числа путей (траекторий), обладающих определенным свойством. Используя этого метода, приведены решения ряд задач.

Ключевые слова: Множества, размещения, система координат, ломаная линия, траектория.

Мы рассмотрим применение метод траекторий при доказательстве некоторых биномиальных тождеств.

Задача 1. Возле кассы собралось $m+n$ человек, причем n из них имеют монеты стоимостью 5 тысяч сумов, а другие m имеют лишь по 10 тысяч сумов сумов. Сначала в кассе нет денег, билет стоит 5 тысяч сум. Сколько всего имеется способов размещения $m+n$ покупателей в очереди так, чтобы ни один покупатель не ждал сдачи ($m \leq n$)?

Допустим, что покупатели расположены в очереди некоторым образом. Пусть

$$\xi_i = \begin{cases} 1, \text{ если } i-й \text{ покупатель имеет 5 тысяч.,} \\ -1, \text{ если } i-й \text{ покупате 10 тысяч сум.} \end{cases}$$

Рассмотрим

$$S_k = \xi_1 + \xi_2 + \ldots + \xi_k \qquad (1)$$

Видно, что S_k является разностью между количеством 5 тысяч сумов монет и количеством 10 тысяч сумов, которые поданы в кассу первыми k покупателями.

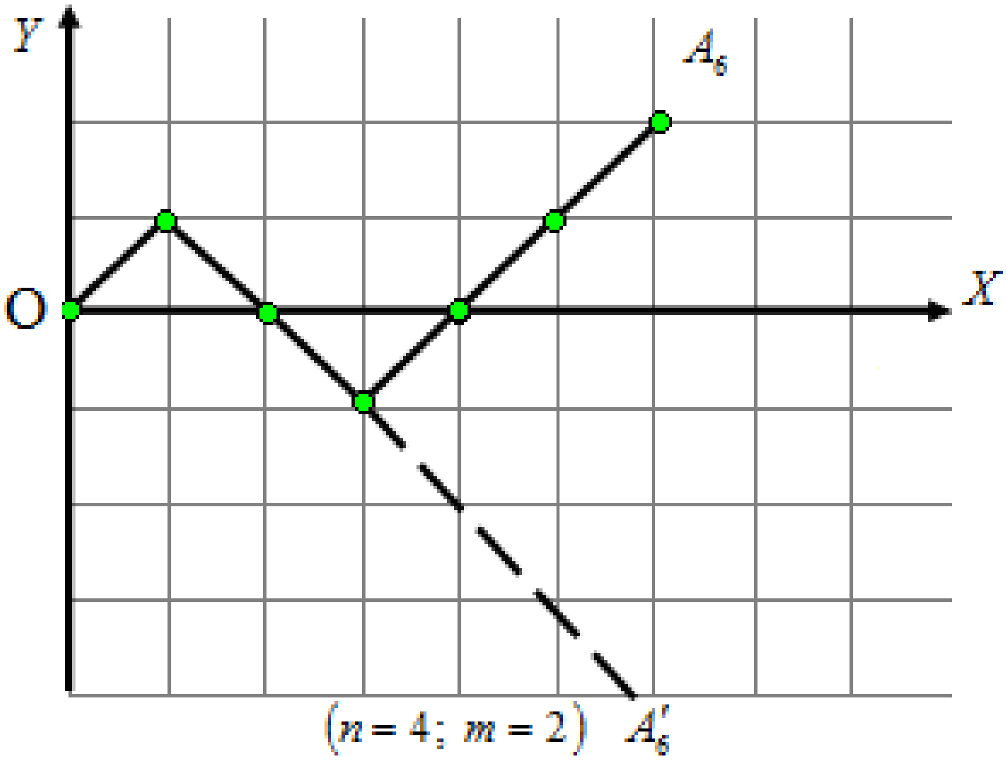

Рис 1.

Рассмотрим теперь систему координат XOY. Подстроим в ней точки $A_й = (k; S_k)$ ($k = 1, \ldots, m+n$) и рассмотрим ломаную, соединяющую точку $O = (0;0)$ с точкой $A_{m+n} = (m+n;\ n-m)$ и проходящую через точки $A_1, A_2, \ldots, A_{m+n-1}$ (рис. 1). Будем называть такую ломаную траекторией, соответствующей данному способу размещения покупателей в очереди. Каждая траектория состоит из $m+n$ отрезков, n из которых направлены вверх, а m направлены вниз. Если указать номера тех отрезков, которые направлены вверх, то тем самым траектория будет полностью определена. Следовательно, общее число траекторий равно C_{m+n}^{n}.

Траектории, соответствующие тем способам размещения покупателей, при которых ни один покупатель не ждет сдачи, не пересекают прямую $y = -1$.

Действительно, если для некоторого k $S_{k-1}=0$, $S_k=-1$, то это означает, что первые $k-1$ покупателей подали в кассу одинаковое количество 5 тысяч сумов и 10 тысяч сумов, а k-й покупатель подал 10 тысяч сумов и вынужден ожидать сдачу.

Определим число траекторий, пересекающих прямую $y=-1$. Поставим в соответствие каждой траектории T, пересекающей прямую $y=-1$ или имеющей с ней общую точку, новую траекторию T' по следующему правилу: до первой точки пересечения с прямой $y=-1$ траектория T' совпадает с T, а далее T' является симметричным отображением траектории T относительно прямой $y=-1$ (на рис. 1 траектория T' обозначена пунктирной линией). Все траектории T' заканчиваются в точке $A'_{m+n}=(m+n;\ m-n-2)$, являющейся симметричным отображением точки A_{m+n} относительно прямой $y=-1$. Установленное соответствие является взаимно однозначным, поэтому число траекторий, пересекающих прямую $y=-1$, равно числу ломаных, соединяющих точки O и A'_{m+n}. Это число легко подсчитать: если ломаная состоит из y отрезков, направленных вниз, и x отрезков, направленных вверх, то

$$x+y=m+n,\ y-x=n+2-m,$$

откуда $y=n+1$. Таким образом, число траекторий, пересекающих прямую $y=-1$, равно C_{m+n}^{n+1}. Искомое число траекторий равно

$$C_{m+n}^{n}-C_{m+n}^{n+1}=C_{m+n}^{n}\,\frac{n+1-m}{n+1}. \qquad (2)$$

Рассмотренная задача имеет важное значение в математической статистике, в частности в теории статистического контроля качества продукции. С ней также тесно связана так називаемая задача о баллотировании, которую еще в 1887 г. рассмотривал известный французский математик Бертран.

Задача 2. (Задача о баллотировании.) кандидат A собрал на выборах a голосов, кандидат B собрал b голосов ($a > b$). избиратели голосовали последовательно. Сколько существует таких способов подачи голосов, при которых A всегда будет впереди B по количеству поданных за него голосов?

Пусть $\varepsilon_i = +1$, если i -й голос подан за A, и $\varepsilon_i = -1$, если i -й голос подан за B. Возьмем $S_k = \varepsilon_1 + \ldots + \varepsilon_k$ и рассмотрим в системе координат OXY ломаную, соединяющую точки O, $(1 : S_i)$, …, $(k : S_k)$, …, $(a+b; S_{a+b})$ (рис. 2). очевидно, $S_{a+b} = a - b$. каждому способу подачи голосов соответствует определенная ломаная линия (траектория), соединяющая точки O и $(a+b; a-b)$. Траектория состоит из $a+b$ отрезков, причем a из них направлены вверх. Поэтому общее число траектории равно C_{a+b}^{a}. кандидат A всегда будет впереди B, если соответствующая траектория проходит через точку (1; 1) (первый голос должен быть подан за A) и не пересекает ось OX. Число таких траекторий может быть подсчитано по формуле (2), где следует взять $n = a-1$, $m = b$. Следовательно, искомое число способов подачи голосов

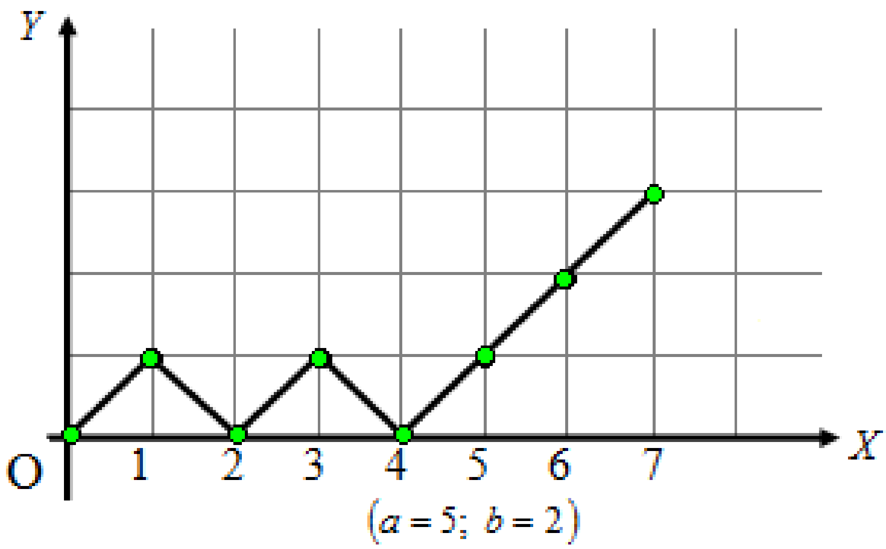

Рис. 2

равно

$$C_{a+b-1}^{a-1}\ \frac{a-1+1-b}{a-1+1}=\frac{a-b}{a+b}C_{a+b}^{a}\,. \tag{3}$$

Рассмотренные задача показывают, насколько полезной может быть интерпретация задача в терминах траекторий.

Теорема.

$$N_{x,\,y}=\frac{x!}{\left(\frac{x+y}{2}\right)!\left(\frac{x-y}{2}\right)!},$$

если число x и y-одинаковой четности, и

$$N_{x,\,y}=0,$$

если x и y-разной четности.

Доказательство. Допустим, что траектория состоит из p отрезков, направленных вверх, и q отрезков, направленных вниз (это означает, что среди чисел $\varepsilon_1,...,\varepsilon_x$ p чисел равны +1, а q чисел равны -1). Тогда

$$p+q=x\,,\ p-q=y\,,$$

откуда

$$p=\frac{x+y}{2}\,,\ q=\frac{x-y}{2}$$

(поскольку p и q-целые числа, x и y должны быть числами одинаковой четности). Так как траектория полностью определяется, если указат, какие отрезки направлены вверх, общее число траекторий из точки O в точку $(x;\,y)$ равно

$$N_{x,\,y}=C_x^{\frac{x+y}{2}}=\frac{x!}{\left(\frac{x+y}{2}\right)!\left(\frac{x-y}{2}\right)!}.$$

Результаты экспериментальных испытаний показывают, что значение педагогических технологий [1-39] в процессе обучения очень велико. Студенты склонны к той стороне, которая их направляет. Если заинтересуем их занятием и повысим их интерес к чтению, мы достигнем цели. Именно с помощью интерактивных методов студенты закрепляют пройденную темы и повышают свой интерес к математике. В то же время учащиеся развивают такие навыки, как память, наблюдательность, находчивость и внимательность.

Исторический подход в изучении учебных предметов в какой-то мере приближает процесс учения к научному познанию. Тот факт, что учитель при ознокомление с математическими понятиями, говорит об их истории и о его развитии (основенно заслуги наших великих предков) во время занятий, повысит интерес учащихся к предмету и воспитывают любов к родины, изложено в работе [7].

Основной целью первого урока по теории вероятностей является довести до студентов понятие случайное событие и операции над ними. Операции над случайными событиями –это операции над подмножествами. При этом в теории вероятностей употребляется своя терминология. В работе [8] установлено, что во время урока надо умело использовать полученное знание студентов заранее полученное другими математическим дисциплинами и их активностями.

В статье [13] раскрывается использование интерактивных методов обучения студентов. Автор изложил, содержание, методику, формы интерактивного метода «Кластер» для изучения темы «Множества и операции над ними». Потому что методика кластер – это карта понятий, которая позволяет студентам свободно размышлять над какой–то темой, дает возможность оценить свои знания и представления об изучаемом объекте, помогает развивать память. Использование подобных интерактивных методов является одним из средств пробуждения интереса к знаниям, способствует более глубокому усвоению материала, развивает критическое и логическое мышление студентов.

Традиционно под дистанционным обучением понимают совокупность технологий, обеспечивающих доставку обучаемым основного объема изучаемого материала, интерактивное взаимодействие обучаемых и преподавателей в процессе обучения, предоставление обучаемым возможности самостоятельной работы по освоению изучаемого материала, а также в процессе обучения. В настоящее время проблема организации дистанционного обучения становится все более актуальной. В статье [14] предлагается применение педагогических технологий при дистанционном обучении moodle.

Статья [17] посвящена технологии проблемного обучения, которая является одной из самых передовых педагогических технологий, применяемых в обучении математике. Перечислены его основные особенности. Описаны теоретические и практические проблемы. Перечислены этапы организации проблемно-ориентированной технологии обучения при обучении теме системы линейных уравнений многих неизвестных. Изучена возможность развития навыков восприятия проблемы, правильного принятия решения и проверки правильности решения.

Курс высшей математики, помимо традиционных, основаны на современных образовательных технологиях и требуют использования методов, побуждающих студентов к более самостоятельным исследованиям и работе. Это было отмечено педагогическими обществами и учеными во многих развитых странах, и в системе образования начали применяться современные образовательные технологии. В работе [21] показано, что использование передовых педагогических технологий в учебном процессе приводит к красочной, интересной организации уроков, а также широкому спектру возможностей для углубленного изучения учебных материалов.

В заключение отметим, что новые педагогические технологии по преподаванию математики, требуют от студентов много работы над собой, что в свою очередь помогает студентам проявлять свои таланты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rasulov T.H., Rashidov A.Sh. (2020). The usage of foreign experience in effective organization of teaching activities in Mathematics. International Journal of Scientific & Technology Research. 9:4, pp. 3068-3071.

2. Rasulov T.H., Rasulova Z.D. (2019). Organizing educational activities based on interactive methods on mathematics subject. Journal of Global Research in Mathematical Archives, 6:10, pp. 43-45.

3. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Роль математики в биологических науках // Проблемы педагогики № 53:2 (2021), С. 7-10.

4. Расулов Х.Р., Рашидов А.Ш. Организация практического занятия на основе инновационных технологий на уроках математики // Наука, техника и образование, 72:8 (2020), С. 29-32.

5. Дилмуродов Э.Б. (2016). Числовой образ матрицы размера 3x3 в частных случаях, Молодой ученый, 10, С. 5-7.

6. Дилмуродов Э.Б. (2016). Формула для числового образа трехдиагональной матрицы размера 3x3, Молодой ученый, 10, С. 3-5.

7. Мамуров Б.Ж., Жураева Н.О. Историзм в процессе обучения математике. Вестник науки и образования, 17-2 (95), 2020, С. 70-73.

8. Мамуров Б.Ж., Жураева Н.О. О первом уроке по теории вероятностей. Вестник науки и образования. 96:18 (2020), часть 2, С 5-7.

9. Авезов А.Х. Некоторые численные результаты исследования трехмерных турбулентных струй реагирующих газов // Вестник науки и образования, 17:95-2, (2020), с. 6-9.

10. Ходжиев С., Жураева Н.О. Некоторые методические советы при решении степенно показательных уравнений и неравенств. Проблемы педагогики, 6(57), 2021. стр. 23-29.

11. Мухитдинов Р.Т., Абдуллаева М.А. Эргодические свойства мер, порожденных одним классом квадратичных операторов // Проблемы науки, 63:4 (2021), с. 16-19.

12. Muhitdinov R.T., Do’stova S.B. Gipergeometrik qatorlar haqida ayrim mulohazalar // Science and Education, scientific journal, 2:11 (2021), 114-127.

13. Умарова У.У. (2020). Роль современных интерактивных методов в изучении темы «Множества и операции над ними», Вестник науки и образования. 94:16, часть 2, С. 21-24.

14. Умарова У.У. (2020). Использование педагогических технологий в дистанционном обучении моодле. Проблемы педагогики 51:6, С. 31-34.
15. Avezov A.X., Raxmatova N. Eyler integrallarining tadbiqlari // Scientific progress, 2:1 (2021), c.1397-1406.
16. Avezov A.X. (2019). On The Ahhlication of the Finite Element Metod in Dynamic and Static Problems of the Mechanics of A Deformable Body. International Journal. WWJMRD; 5(6): 10-14.
17. Бобоева М.Н. (2020). Проблемная образовательная технология в изучении систем линейных уравнений с многими неизвестными. Наука, техника и образование, 73:9, С. 48-51.
18. Boboeva M.N., Rasulov T.H. (2020). The method of using problematic equation in teaching theory of matrix to students. Academy. 55:4, pp. 68-71.
19. Ахмедов О.С. Основные требования к языку учителя математики. Наука, техника и образование. 2021. № 2 (77). Часть 2. стр. 74-75.
20. Ахмедов О.С. (2020). Метод «Диаграммы Венна» на уроках математики. Наука, техника и образование. №8 (72), С. 40-43.
21. Марданова Ф.Я. (2021). Нестандартные методы обучения высшей математике. Проблемы педагогики, 53:2, С. 19-22.
22. Mardanova F.Ya., Rasulov T.H. (2020). Advantages and disadvantages of the method of working in small group in teaching higher mathematics. Academy. 55:4, pp. 65-68.
23. Хайитова Х.Г. (2020). Использование эвристического метода при объяснении темы «Непрерывные линейные операторы» по предмету «Функциональный анализ». Вестник науки и образования, 16 2 (94). С. 25-28.
24. Хайитова Х.Г. (2021). Преимущества использования метода анализа при изучении темы «Непрерывные функции» по предмету «Математический анализ». Проблемы педагогики, 53:2, С. 35-38.
25. Умиркулова Г.Х. (2020). Использование MathCad при обучении теме «Квадратичные функции». Проблемы педагогики. 51:6, С. 93-95.

26. Умиркулова Г.Х. (2021). Существенный и дискретный спектры семейства моделей Фридрихса. Наука и образование сегодня. № 1 (60), С. 17-20.
27. Сайлиева Г.Р. Использование метода «Математический рынок» в организации практических занятий по «Дискретной математике». Проблемы педагогики. 53:2 (2021), С. 27-30.
28. Сайлиева Г.Р. Использование новых педагогических технологий в обучении предмету «Аналитическая геометрия». Вестник науки и образования. – 2020. – №. 18-2 (96). – С. 68-71.
29. Расулов Х.Р., Джуракулова Ф.М. Об одной динамической системе с непрерывным временем // Наука, техника и образование, 77:2-2 (2021) с. 19-22.
30. Jo'raqulova F.M. (2021) Matematika darslarida axborot komunikatsion tex-nologiyalardan foydalanib kasbga yo'naltirish. Scientific progress 2 (6), 1672-1679.
31. Дустова Ш.Б. (2020). Решение систем уравнения высшей степени при помощи программы Excel. Наука, техника и образование, 8 (72), С. 36-39.
32. Муҳитдинов Р.Т., Абдуллаева М.А. (2021). Гипергеометрик тенглама, унинг ечимлари ва гипергеометрик функциялар ҳақида. Science and Education 2 (11), 128-140.
33. Расулов Х.Р., Яшиева Ф.Ю. О некоторых вольтерровских квадратичных стохастических операторах двуполой популяции с непрерывным временем // Наука, техника и образование, 77:2-2 (2021) с.23-26.
34. Расулов Х.Р., Раупова М.Х. Яшиева Ф.Ю. Икки жинсли популяция ва унинг математик модели ҳақида // Science and Education, scientific journal, 2:10 (2021), p.81-96.
35. Исмоилова Д.Э. Метод формирования в преподавании темы Евклидовых пространств // Проблемы педагогики. 51:6 (2020). с. 89-91.
36. Исмоилова Д.Э. О свойствах определителя Фредгольма, ассоциированного с обобщенной моделью Фридрихса // Наука и образование сегодня. 60:1 (2020). с. 21-24.
37. Расулов Т.Х. (2020). Инновационные технологии изучения темы линейные интегральные уравнения. Наука, техника и образование. 73:9, С. 74-76.

38. Расулов Т.Ҳ., Расулов Х.Р. (2021). Ўзгариши чегараланган функциялар бўлимини ўқитишга доир методик тавсиялар. Scientific progress. 2:1, 559-567 бетлар.
39. Расулов Т.Х., Нуриддинов Ж.З. Об одном методе решения линейных интегральных уравнений. Молодой ученый, 2015, 90:10, С. 16-20.