



BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTI

Научный вестник Бухарского государственного университета
Scientific reports of Bukhara State University

5/2025



@buxdu_uz

@buxdu1

@buxdu1

www.buxdu.uz



5/2025

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTI SCIENTIFIC REPORTS OF BUKHARA STATE UNIVERSITY НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК БУХАРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Ilmiy-nazariy jurnal
2025, № 5, may

Jurnal 2003-yildan boshlab **biologiya** fanlari bo'yicha, 2015-yildan boshlab **fizika-matematika** fanlari bo'yicha, 2018-yildan boshlab **siyosiy** fanlar bo'yicha, **tarix** fanlari bo'yicha 2023-yil 29-avgustdan boshlab O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar Vazirligi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasining qaroridagi tahlili natijalari yuzasidan ilmiy maqolalar chop etilishi lozim bo'lgan nazariy maqolalar ro'yxatiga kiritilgan.

Jurnal 2000-yilda tashkil etilgan.

Jurnal 1 yilda 12 marta chiqadi.

Jurnal O'zbekiston matbuot va axborot agentligi Buxoro viloyat matbuot va axborot boshqarmasi tomonidan 2020-yil 24-avgust № 1505-sonli qaroriga bilan ro'yxatga olingan.

Munosab: Buxoro davlat universiteti

Tahririyat manzili: 200117, O'zbekiston Respublikasi, Buxoro shahri Muhtaromad iqbol ko'chasi, 11-uy.
Elektron manzil: nashriyat_buxdu@buxdu.uz

TAHRIR HAY'ATI:

Bosh muharrir: Xaridov Obidjon Xalilovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor
Bosh muharrir o'rinbosari: Raximov To'loji Hasanovich, fizika-matematika fanlari doktori (DSc), professor
Mas'ul kotib: Shirinova Mexrigiya Shokirovna, filologiya fanlari bo'yicha fahafa doktori (PhD), dotsent

Kazimov Nikolay Dmitriyevich, fizika-matematika fanlari doktori (DSc), professor (O'zP, Qozg'ov nomidagi birlashtirilgan milliy ta'limni davlat universiteti, Rossiya)

Danava M., filologiya fanlari doktori, professor (Bolgariya)

Mingali S.E., iqtisodiyot fanlari doktori, professor (Indoneziya)

Mirza V.N., kimyo fanlari doktori (Kazaniya)

Tashqariyev R.A., tarix fanlari doktori (Qozg'ovna)

Morozov M.E., fizika-matematika fanlari nomodi (Malayziya)

Mingaliyev Rustiyor Rajabovich, filologiya fanlari doktori, professor

Adilov Rustiyor Rahmonovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Abzalova Merisilla Kadriyeva, filologiya fanlari doktori, professor

Asanov Muxit Raxmatovich, tarix fanlari doktori, professor

Raximov Sharif Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor, xalqaro pedagogika fanlari akademiyasining faoliyati a'zosi (xalqaro)

Raximov Mahabbat Qurbanovna, filologiya fanlari doktori, professor

Raximov Nuhmatov Ravshanovich, biologiya fanlari doktori, professor

Raximov Rustam G'aniyevich, siyosiy fanlar nomodi, dotsent

Raximov Rustam Raxmatovich, fizika-matematika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, fizika-matematika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Raximov Rustam Raxmatovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

Qasimova Dilruba Raximovna, filologiya fanlari doktori, professor

MUNDARIJA *** СОДЕРЖАНИЕ *** CONTENTS		
МАТЕМАТИКА *** MATHEMATICS *** МАТЕМАТИКА		
Durdiyev D.Q., Rajabova M.O.	Riman-liuvill vaqt hosilasi qatnashgan kasr tartibli diffuziya-to'liqin tarqalish tenglamasi uchun boshlang'ich va nolokal chegaraviy masala	5
Жумаев Ж., Очилов Б.Г., Иззатуллоев А.Э.	Применение математических пакетов к решению дифференциальных уравнений в частных производных	11
Дурдиев У.Д.	Коэффициентная обратная задача для уравнения четвертого порядка с дробным оператором Капуто	18
Sayfullayeva Sh.Sh.	Keli daraxtida aniqlangan modellar uchun asosiy holatlar	29
Abdurahmonov A., Normaxmatov Sh.X.	Matematik modellar va ehtimollar nazariyasining amaliy qo'llanilishi	33
Ahmadova O.O.	Qisqartirib akslantirish prinsipining ba'zi tatbiqlari	37
Khodjabekov M.U., Ashurov B.I.	Tasodifiy jarayonlarda mexanik sistema materiallarining dissipativ xarakteristikalarini ekvivalent chiziqlashtirish	43

Axmedova G.A., Karimova A.N.	Tenglamalarni yechishda funksiyaning asosiy xossalaridan foydalanish	51
Bakhriddinova H.U.	Canonical product in the unit disc	58
Jurayev F.M., Muhitdinov D.F.	Trapetsiya parametrlari orasidagi ba'zi munosabatlarni aniqlash bo'yicha takliflar	64
Mamanazarov A.O., Sobirjonova M.Q.	An initial boundary-value problem for a fourth order space degenerate partial differential equation	73
Muhammadjonova M.A.	On some convenient methods for solving functional equations	82
Raximov N.N.	Viyet formulalarining ko'phad ildizlarini Topish hamda ko'paytuvchilarga ajratish tatbiqi	87
Sipatdinova B.K.	Ikkinchi tur uch o'lchovli tipi buziladigan giperbola-parabolik tenglama uchun yarimdavriy chegaraviy masala haqida	92
Tog'aynazarov S., Ergashova D.B., Omonjonov A.F., Toshmurodov R.B., Zokirova H.A.	Uch karrali integral yordamida hajm hisoblash	99
Usmonov D.A., Toxirjonov U.R.	Kasr tartibli integro-differensial operatorni o'z ichiga oluvchi differensial tenglama uchun boshlang'ich-chegaraviy masala	103

Merajova Sh.B., Turayeva N.A.,	Differensial tenglamalarga qo'yilgan chegaraviy masalalarni grin funksiyasi yordamida yechish	111
---	---	-----

Raximova Z.Z.		
Turdiyev X.X., Barakayev A.T.	Vaqt bo'yicha kasr tartibli hosila qatnashgan buzilgan diffuziya tenglamasi uchun boshlang'ich-chegaraviy masalani tadqiq etish	115
Turdiyev X.X., Rashidov R.R.	Hilfer operatorli kasrli diffuziya tenglamasi uchun masala	122
Tursunov I.E.	Darajali qatorlar va fure qatori yordamida Sonli qatorlar yig'indisini hisoblash	128
Сафаров Ж.Ш.	Задача определения ядра интегро-дифференциального уравнения с интегральным условием перепределенности	133
Мейлиев Х.Ж., Хайдаров Ш.А., Эшонкулов Ж.С.	Эргодическое свойства квадратичных стохастических оператора	140
Husenova J.T.	Parametr funksiyalari maxsus ko'rinishga ega fridriks	150

DIFFERENSIAL TENGLAMALARGA QO'YILGAN CHEGARAVIY MASALALARNI GRIN FUNKSIYASI YORDAMIDA YECHISH

Merajova Shahlo Berdiyevna,

Buxoro davlat universiteti
differensial tenglamalar kafedrası dotsenti,
f.-m.f.f.d. (PhD)

e-mail: s.b.merajova@buxdu.uz, shsharipova@mail.ru

Turayeva Nabiya Abdullayevna,

Buxoro davlat universiteti
differensial tenglamalar kafedrası dotsenti, p.f.n.
n.a.turayeva@buxdu.uz

Raximova Zilola Zavqiddinovna,

Buxoro davlat pedagogika instituti
aniq va tabiiy fanlar fakulteti kimyo ta'lim yo'nalishi tyutori
zilolaraximova12@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu maqolada chegaraviy masalalarni yechishda qo'llaniladigan Grin funksiyasi tushunchasiga to'xtalamiz. Yuqori tartibli oddiy differensial tenglamalar nazariyasida n -tartibli chiziqli tenglamalar alohida o'rin tutadi. Buning sababi chiziqli differensial tenglamalar nazariyasi har tomonlama chuqur o'rganib chiqilgan, yechish metodlari mavjud va chiziqli tenglamalar fizika, mexanika, texnikada keng tatbiq qilinadi. Matematik fizika va oddiy differensial tenglamalariga qo'yilgan masalalarni Grin funksiyasi qurib yechish usuli ham alohida o'rin tutadi.

Maqolada keltirilgan ma'lumotlardan matematika ta'lim yo'nalishida tahsil olayotgan bakalavrlar, magistrlar va barcha qiziquvchilar foydalanishlari mumkin.

Kalit so'zlar: differensial tenglama, chiziqli oddiy differensial tenglama, chegaraviy masala, Grin funksiyasi.

РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ, ПОСТАВЛЕННЫХ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ, С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФУНКЦИИ ГРИНА

В этой статье мы остановимся на понятии функции Грина, используемом при решении краевых задач. В теории обыкновенных дифференциальных уравнений высшего порядка особое место занимают линейные уравнения n -го порядка так, как теория линейных дифференциальных уравнений всесторонне изучена, существуют методы их решения, а линейные уравнения широко используются в физике, механике и технике. Функция Грина — один из методов решения задач математической физики и обыкновенных дифференциальных уравнений.

Информация, представленная в статье, может быть использована бакалаврами, магистрами и всеми заинтересованными лицами, обучающимися по направлению математика.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение, линейное обыкновенное дифференциальное уравнение, краевая задача, функция Грина.

SOLUTION OF BOUNDARY VALUE PROBLEMS POSED FOR DIFFERENTIAL EQUATIONS USING THE GREEN'S FUNCTION

In this article, we will focus on the concept of the Green's function used in solving boundary value problems. In the theory of higher-order ordinary differential equations, linear equations of the n -th order occupy a special place. Since the theory of linear differential equations has been comprehensively studied, there are methods for solving them, and linear equations are widely used in physics, mechanics, and engineering. The Green's function is one of the methods for solving problems in mathematical physics and ordinary differential equations.

The information presented in the article can be used by bachelors, masters and all interested persons studying in mathematics.

Keywords: differential equation, linear ordinary differential equation, boundary value problem, Green's function.

Kirish. Differensial tenglamaga qo'yilgan Koshi masalasi, shu tenglamaning berilgan nuqtadan o'tuvchi integral chizig'ini topishdan iborat edi. Klassik fizikaning va tatbiqiy matematikaning bir qator masalalari differensial tenglamaning berilgan ikki nuqtadan o'tuvchi integral chizig'ini topish masalasiga keltiriladi. Bu masala Koshi masalasidan tubdan farq qiladi. Chunki berilgan ikki nuqtaning har biri uchun alohida qo'yilgan Koshi masalalari yechimga ega bo'lsa ham yuqoridagi masala yechimga ega bo'lishi yoki bo'lmasligi ham mumkin. Odatda bunday turdagi masalaga **chegaraviy masala** deyiladi.

Ikkinchi tartibli chiziqli differensial tenglama berilgan bo'lsin:

$$a_0(x)y'' + a_1(x)y' + a_2(x)y = f(x), \quad x \in [x_0; x_1]. \quad (1)$$

Ushbu tenglama tenglamani chegaralangan sohada qarasak, tenglamaga quyidagicha chegaraviy shart qo'yilishi mumkin.

$$\begin{cases} \alpha y'(x_0) + \beta y(x_0) = 0 \\ \gamma y'(x_1) + \delta y(x_1) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

(1) va (2) ko'rinishdagi masalaga **chegaraviy masala** deyiladi.

Ushbu chegaraviy masalaning yechimini topish uchun dastlab (1) tenglamaning umumiy yechimini topamiz va (2) shartlardan foydalanib ixtiyoriy o'zgaruvchlarni aniqlaymiz. Koshi masalasidan farqli ravishda chegaraviy masala har doim ham yechimga ega bo'lavermaydi.

Oddiy differensial tenglamaga qo'yilgan chegaraviy masalalarning Grin funksiyasini qurish haqida [1-3] adabiyotlarda ma'lumot berilgan. Grin fuksiyasi usuli differensial tenglamalarga qo'yilgan ko'pgina masalarni yechishda keng qo'llaniladi [4-6].

Biz ushbu maqolada masala yechimi uchun Grin funksiyasini qurgandan so'ng masala yechimini topishning o'ziga xos tomonlari aytilib, masalalarda jarayon ko'rsatildi.

Chegaraviy masalalarni yechishning qulay usullaridan biri bu Grin funksiyasi usulidir. Ushbu maqolada biz asosan oddiy differensial tenglamaga qo'yilgan chegaraviy masalani yechishda Grin funksiyasidan foydalanish haqida bayon etamiz. Ular statsionar va statsionar bo'lmagan yechimlarni, shu jumladan turli xil chegara sharoitlarida topishga yordam beradi. Grin funksiyasi turli chegaraviy shartlarda statsionar (vaqtga bog'liq bo'lmagan) va nostatsionar (vaqtga bog'liq bo'lgan) yechimlarni topishga yordam beradi.

Asosiy qism. Dastlab differensial tenglamalar nazariyasida muhim o'rin tutadigan Grin funksiyasi ta'rifini keltiramiz.

Ta'rif. (1), (2) chegaraviy masalaning $G(x, s)$ **Grin funksiyasi** deb $x_0 \leq x \leq s$, $s \leq x \leq x_1$ da aniqlangan va har bir fiksirlangan s da quyidagi xossalarga ega bo'lgan funksiyaga aytiladi

1. $x \neq s$ funksiya (1) tenglamaga mos quyidagi bir jinsli tenglamani qanoatlantiradi:

$$a_0(x)y'' + a_1(x)y' + a_2(x)y = 0; \quad (3)$$

2. $x = x_0$ va $x = x_1$ da mos (2) chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi;

3. $x = s$ da $G(x, s)$ funksiya x o'zgaruvchi bo'yicha uzluksiz va x bo'yicha birinchi tartibli

hosilasi $\frac{1}{a_0(s)}$ ga teng bo'lgan sakrashga ega, ya'ni,

$$\begin{cases} G(s+0, s) = G(s-0, s), \\ G_x'(s+0, s) - G_x'(s-0, s) = \frac{1}{a_0(s)}. \end{cases} \quad (4)$$

Grin funksiyasini qurish uchun shunday $y_1(x)$ va $y_2(x)$ funksiyalar topish kerakki, bu funksiyalar (3) tenglamani qanoatlantiradi. Undan tashqari, $y_1(x)$ (2) chegaraviy shartlardagi 1- shartni $y_2(x)$ esa (2) chegaraviy shartlardagi 2-shartni qanoatlantiradi.

Agar $y_1(x)$ funksiya bir vaqtning o'zida ikkala chegaraviy shartlarni ham qanoatlantirmasa, u vaqtda Grin funksiyasi mavjud va u quyidagicha tuziladi:

$$G(x, s) = \begin{cases} a(s)y_1(x) & \text{agar } x_0 \leq x \leq s, \\ b(s)y_2(x) & \text{agar } s \leq x \leq x_1. \end{cases} \quad (5)$$

$a(s)$ va $b(s)$ funksiyalar Grin funksiyasining 3-xossasidan topiladi:

$$\begin{cases} b(s)y_2(s) = a(s)y_1(s), \\ b(s)y_2'(s) = a(s)y_1'(s) + \frac{1}{a_0(s)}. \end{cases} \quad (6)$$

(6) dan $a(s)$ va $b(s)$ ni topib (5) formulaga qo'ysak Grin funksiyasi kelib chiqadi.

Grin funksiya qurilgandan so'ng, dastlabki (1)-(2) masalaning yechimini quyidagicha aniqlaymiz:

$$y(x) = \int_{x_0}^{x_1} G(x,s)f(s)ds. \quad (7)$$

1-masala. Quyidagi chegaraviy masala berilgan bo'lsin:

$xy'' + y' = f(x)$, $y(1) = 0$ va $y(x)$ chegaralangan funksiya

bo'lsa, masalaning Grin funksiyasini tuzing.

Yechish. Dastlab berilgan tenglamaga mos bir jinsli tenglamani yechamiz:

$$xy'' + y' = 0, \quad \frac{dy'}{y'} = -\frac{1}{x}dx, \quad \ln y' = -\ln x + \ln C_1, \quad y' = \frac{C_1}{x}, \quad y = C_1 \ln x + C_2.$$

Endi chegaraviy shartlardan foydalanamiz:

$$y(1) = 0 \Rightarrow C_2 = 0, \quad y_1(x) = \ln x.$$

Qidirilayotgan funksiya chegaralangan ekanligidan: $C_1 = 0$, $y_2(x) = 1$

Berilgan masalaning Grin funksiyasini tuzamiz. (6) shartdan foydalanib quyidagi sistemani hosil qilamiz:

$$\begin{cases} b(s) = a(s) \ln s, \\ b(s) \cdot 0 = a(s) \frac{1}{s} + \frac{1}{s}. \end{cases}$$

$$b(s) = a(s) \ln s, \quad a(s) = -1, \quad b(s) = -\ln s.$$

$$\text{Demak, } G(x,s) = \begin{cases} -\ln x, & \text{agar } 1 \leq x \leq s, \\ -\ln s \cdot \ln x, & \text{agar } s \leq x < \infty. \end{cases}$$

2-masala. Quyidagi chegaraviy masala berilgan bo'lsin:

$$y'' + y = 1, \quad y(0) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

Masalaning Grin funksiyasini tuzing va yechimini aniqlang.

Yechish. Berilgan tenglamaga mos bir jinsli tenglamani yechamiz:

$$y'' + y = 0.$$

Tenglamaning umumiy yechimi: $y(x) = C_1 \cos x + C_2 \sin x$.

$y_1(x) = \sin(x)$ va $y_2(x) = \cos(x)$ – birinchi funksiya birinchi chegaraviy shartni, ikkinchisi ikkinchi chegaraviy shartni qanoatlantiradi, demak Grin funksiyasi mavjud.

Ta'rifdan foydalanib Grin funksiyasini quramiz, (5) ga asosan:

$$G(x,s) = \begin{cases} a(s) \sin(x) & \text{agar } 0 \leq x \leq s, \\ b(s) \cos(x) & \text{agar } s \leq x \leq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Xossalardan foydalanib, $a(s)$ va $b(s)$ funksiyalarni aniqlaymiz, bu uchun quyidagi tenglamalar sistemasini yechamiz:

$$\begin{cases} b(s) \cos(s) = a(s) \sin(s), \\ -b(s) \cdot \sin(s) - a(s) \cos(s) = 1. \end{cases}$$

Bundan

$$\begin{cases} a(s) = -\cos(s), \\ b(s) = -\sin(s). \end{cases}$$

Demak masalaning Grin funksiyasi:

$$G(x,s) = \begin{cases} -\cos(s) \sin(x) & \text{agar } 0 \leq x \leq s, \\ -\sin(s) \cos(x) & \text{agar } s \leq x \leq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Endi (7) formuladan foydalanib, berilgan masalaning yechimini topamiz:

$$y(x) = \int_{x_0}^{x_1} G(x,s)f(s)ds = \int_0^{\frac{\pi}{2}} G(x,s) \cdot 1ds = -\cos(x) \int_0^x \sin(s)ds - \sin(x) \int_x^{\frac{\pi}{2}} \cos(s)ds =$$

$$= \cos(x) \cos(s)|_0^x - \sin(x) \sin(s)|_x^{\frac{\pi}{2}} = \cos^2(x) - \cos(x) - \sin(x) + \sin^2(x) = 1 - \cos(x) - \sin(x).$$

Demak, berilgan masalaning yechimi: $y(x) = 1 - \cos(x) - \sin(x)$.

Izoh: Berilgan masalaning yechimini topishda birinchi integralga Grin funksiyasidagi ikkinchi funksiyani, ikkinchi integralga birinchi funksiyani qo'yib hisoblash kerak!

Endi masalani yechishning xarakteristikalar usulini ko'rsatamiz. Berilgan tenglamaga mos bir jinsli tenglamaning umumiy yechimini topamiz: $\tilde{y}(x) = C_1 \cos x + C_2 \sin x$. O'ng tomoniga qarab bir jinsli bo'lmagan tenglamaning xususiy yechimini aniqlaymiz: $\bar{y}(x) = 1$. Bir jinsli bo'lmagan chiziqli yuqori tartibli tenglamaning umumiy yechimi haqidagi teorema asosan:

$$y(x) = \tilde{y}(x) + \bar{y}(x),$$

ya'ni $y(x) = C_1 \cos x + C_2 \sin x + 1$. Chegaraviy shartlardan C_1 va C_2 larni aniqlaymiz:

$$y(0) = C_1 + 1 = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = C_2 + 1 = 0, \text{ bundan, } C_1 = C_2 = -1. \text{ Demak, berilgan masalaning yechimi:}$$

$$y(x) = 1 - \cos(x) - \sin(x).$$

Xulosa. Grin funksiya usulidan nafaqat oddiy differensial tenglamalarga qo'yilgan chegaraviy masalalarni yechishda, balki xususiy hosilali, kasr tartibli differensial tenglamalarni yechishda ham keng qo'llaniladi.

Yuqoridagi mulohazalarga asosanib, biz yechimni topishning Grin funksiyasi usuliga to'xtaldik. Bu usulni o'z ilmiy ishlarida tatbiq qiladigan tadqiqotchilarga ushbu maqolamiz foydali bo'ladi deb umid qilamiz.

ADABIYOTLAR:

1. Салоҳиддинов М.С., Насриддинов Г.Н. Оддий дифференциал тенглалар. Т., «Ўзбекистон», 1994, 382 б..
2. Филипов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Научно-издательский центр «Регулярная и хаотическая динамика», 2000, 177 стр.
3. Merajova Sh.B. Differensial tenglamalardan misol va masalalar to'plami, B. "Durdona", 2022y. 144 b.
4. D. K. Durdiev, I. I. Hasanov, "Inverse coefficient problem for a partial differential equation with multi-term orders fractional Riemann–Liouville derivatives", Вестн. Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьют. науки, 34:3 (2024), 321–338.
5. Mohammad-Sadegh Behnam-Rasouli., No'el Challamel, Abbas Karamodin , Ahmad Aftab. Application of the Green's function method for static analysis of nonlocal stress-driven and strain gradient elastic nanobeams. International Journal of Solids and Structures 295 (2024) 112794.
6. Russell G. Keanini, Jerry Dahlberg, Philip Browna, Mehdi Morovati, Hamidreza Moradi, Donald Jacobs, Peter T. Tkacika. Stochastic estimation of Green's functions with application to diffusion and advection-diffusion-reaction problems. Applied Mathematics and Computation 457 (2023) 128186.