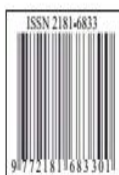


PEDAGOGIK MAHORAT

2
2022



PEDAGOGIK MAHORAT

Ilmiy-nazariy va metodik jurnal

2-son (2022-yil, aprel)

Jurnal 2001-yildan chiqa boshlagan

Buxoro – 2022

PEDAGOGIK MAHORAT

Ilmiy-nazariy va metodik jurnal 2022, № 2

Jurnal O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasi huzuridagi OAK Rayosatining 2016-yil 29-dekabrda qarori bilan **pedagogika** va **psixologiya** fanlari bo‘yicha dissertatsiya ishlari natijalari yuzasidan ilmiy maqolalar chop etilishi lozim bo‘lgan zaruriy nashrlar ro‘yxatiga kiritilgan.

Jurnal 2001-yilda tashkil etilgan.

Jurnal 1 yilda 6 marta chiqadi.

Jurnal O‘zbekiston matbuot va axborot agentligi Buxoro viloyat matbuot va axborot boshqarmasi tomonidan 2016-yil 22-fevral № 05-072-sonli guvohnoma bilan ro‘yxatga olingan.

Muassis: Buxoro davlat universiteti

Tahririyat manzili: O‘zbekiston Respublikasi, Buxoro shahri Muhammad Iqbol ko‘chasi, 11-uy

Elektron manzil: ped_mahorat@umail.uz

TAHRIR HAY’ATI:

Bosh muharrir: Adizov Baxtiyor Rahmonovich – pedagogika fanlari doktori, professor

Bosh muharrir o‘rinbosari: Navro‘z-zoda Baxtiyor Nigmatovich – iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Mas’ul kotib: Hamroyev Alijon Ro‘ziqulovich – pedagogika fanlari doktori (DSc), dotsent

Xamidov Obidjon Xafizovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Beginqulov Uzoqboy Shoyimqulovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Mahmudov Mels Hasanovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Ibragimov Xolboy Ibragimovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Yanakiyeva Yelka Kirilova, pedagogika fanlari doktori, professor (N. Rilski nomidagi Janubiy-G‘arbiy Universitet, Bolgariya)

Qahhorov Siddiq Qahhorovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Mahmudova Muyassar, pedagogika fanlari doktori, professor

Kozlov Vladimir Vasilyevich, psixologiya fanlari doktori, professor (Yaroslavl davlat universiteti, Rossiya)

Mustafa Said Arslon, , filologiya fanlari doktori, professor (Turkiya)

Tadjixodjayev Zokirxo‘ja Abdusattorovich, texnika fanlari doktori, professor

Amonov Muxtor Raxmatovich, texnika fanlari doktori, professor

O‘rayeva Darmonoy Saidjonovna, filologiya fanlari doktori, professor

Durdiyev Durdimurod Qalandarovich, fizika-matematika fanlari doktori, professor

Mahmudov Nosir Mahmudovich, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Olimov Shirinboy Sharopovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Chariyev Irgash To‘rayevich, pedagogika fanlari doktori, professor

Qiyamov Nishon Sodiqovich, , pedagogika fanlari doktori (DSc), professor

Qahhorov Otabek Siddiqovich, iqtisodiyot fanlari doktori (DSc), dotsent

To‘xsanov Qahramon Rahimboyevich, filologiya fanlari doktori, dotsent

Hayitov Shodmon, tarix fanlari doktori, professor

To‘rayev Halim Hojiyevich, tarix fanlari doktori, professor

Rajabov Qahramon, tarix fanlari doktori, professor

Shomirzayev Maxmatmurod Xuramovich, pedagogika fanlari doktori, professor

Muhitdinova Xadicha Sobirovna, pedagogika fanlari doktori, professor

Niyozmetova Roza Hasanovna, pedagogika fanlari doktori, professor

Qurbonova Gulnoz Ne‘matovna, pedagogika fanlari doktori (DSc)

ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ МАСТЕРСТВО
Научно-теоретический и методический журнал
№ 2, 2022

Журнал включен в список обязательных выпусков ВАК при Кабинете Министров Республики Узбекистан на основании Решения ВАК от 29 декабря 2016 года для получения учёной степени по педагогике и психологии.

Журнал основан в 2001г.

Журнал выходит 6 раз в год

Журнал зарегистрирован Бухарским управлением агентства по печати и массовой коммуникации Узбекистана.

Свидетельство о регистрации средства массовой информации № 05-072 от 22 февраля 2016 г.

Учредитель: Бухарский государственный университет

Адрес редакции: Узбекистан, г. Бухара, ул. Мухаммад Икбол, 11.

e-mail: ped_mahorat@umail.uz

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Главный редактор: Адизов Бахтиёр Рахманович – доктор педагогических наук, профессор

Заместитель главного редактора: Навруз-заде Бахтиёр Нигматович – доктор экономических наук, профессор

Ответственный редактор: Хамраев Алижон Рузикулович – доктор педагогических наук (DSc), доцент

Хамидов Обиджон Хафизович, доктор экономических наук

Бегимкулов Узакбай Шаимкулович, доктор педагогических наук, профессор

Махмудов Мэлс Хасанович, доктор педагогических наук, профессор

Ибрагимов Холбой Ибрагимович, доктор педагогических наук, профессор

Янакиева Елка Кирилова, доктор педагогических наук, профессор (Болгария)

Каххаров Сиддик Каххарович, доктор педагогических наук, профессор

Махмудова Муяссар, доктор педагогических наук, профессор

Козлов Владимир Васильевич, доктор психологических наук, профессор (Ярославль, Россия)

Чудакова Вера Петровна, PhD (Психология) (Киев, Украина)

Таджиходжаев Закирходжа Абдусаттарович, доктор технических наук, профессор

Аманов Мухтор Рахматович, доктор технических наук, профессор

Ураева Дармоной Саиджановна, доктор филологических наук, профессор

Дурдыев Дурдымурад Каландарович, доктор физико-математических наук, профессор

Махмудов Насыр Махмудович, доктор экономических наук, профессор

Олимов Ширинбой Шарофович, доктор педагогических наук, профессор

Чариев Иргаш Тураевич, доктор педагогических наук, профессор

Киямов Нишон Содикович, доктор педагогических наук, профессор

Каххаров Отабек Сиддикович, доктор экономических наук (DSc)

Тухсанов Кахрамон Рахимбоевич, доктор филологических наук

Хайитов Шодмон Ахмадович, доктор исторических наук, профессор

Тураев Халим Хожиевич, доктор исторических наук, профессор

Ражабов Кахрамон, доктор исторических наук, профессор

Шомирзаев Махматмурод Хурамович, доктор педагогических наук, профессор

Мухитдинова Хадича Собировна, доктор педагогических наук, профессор

Ниезметова Роза Хасановна, доктор педагогических наук, профессор

Курбонова Гулноз Негматовна, доктор педагогических наук (DSc)

PEDAGOGICAL SKILLS

The scientific-theoretical and methodical journal

№ 2, 2022

The journal is submitted to the list of the scientific journals applied to the scientific dissertations for **Pedagogic** and **Psychology** in accordance with the Decree of the Presidium of the Ministry of Legal office of Uzbekistan Republic on Regulation and Supervision of HAC (The Higher Attestation Commission) on December 29, 2016.

The journal is published 6 times a year

The journal is registered by Bukhara management agency for press and mass media in Uzbekistan.

The certificate of registration of mass media № 05-072 of 22 February 2016

Founder: Bukhara State University

Publish house: Uzbekistan, Bukhara, Muhammad Ikbol Str., 11.

e-mail: ped_mahorat@umail.uz

EDITORIAL BOARD:

Chief Editor: Pedagogical Sciences of Pedagogy, Prof. Bakhtiyor R. Adizov.

Deputy Editor: Pedagogical Sciences of Economics, Prof. Bakhtiyor N. Navruz-zade.

Editor: Doctor of Pedagogical Sciences (DSc), Asst. Prof. Alijon R. Khamraev

Doctor of Economics Sciences Obidjan X. Xamidov

Doctor of Pedagogical Sciences, Prof. Uzakbai Sh. Begimkulov

Doctor of Pedagogical Sciences, Prof. Mels Kh. Mahmudov

Doctor of Pedagogical Sciences, Prof. Holby I. Ibrahimov

Ph.D. of Pedagogical Sciences, Prof. Yelka K. Yanakieva (Bulgaria)

Doctor of Pedagogical Sciences, Prof. Siddik K. Kahhorov

Doctor of Pedagogical Sciences, Prof. M. Mahmudova

Doctor of Psychology, Prof. Vladimir V. Kozlov (Yaroslavl, Russia)

Ph.D. of Psychology, Vera P. Chudakova (Kiev, Ukraina)

Doctor of Technical sciences, Prof. Mukhtor R. Amanov

Doctor of Technical sciences, Prof. Zakirkhodja A. Tadjikhodjaev

Doctor of Philology, Prof. Darmon S. Uraeva

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Prof. Durdimurod K. Durdiev

Doctor of Economics, Prof. Nasir N. Mahmudov

Doctor of Pedagogical Science, Prof. Shirinboy Sh. Olimov

Doctor of Pedagogical Science, Prof. Irgash T. Chariev

Doctor of Pedagogical Science, Prof. Nishon S. Kiyamov

Doctor of Economics Sciences Otabek S. Kahhorov

Doctor of Philology Qahramon R. Tuxsanov

Doctor of historical sciences Shodmon A. Hayitov

Doctor of Historical science, Prof. Halim H. Turaev

Doctor of Historical science, Prof. Q. Rajabov

Doctor of Pedagogical Sciences, Prof. Maxmatmurod X. Shomirzaev

Doctor of Pedagogical Sciences, Prof. Xadicha S. Shomirzaev

Doctor of Pedagogical Sciences, Prof. Roza X. Niyozmetova

Doctor of Pedagogical Sciences, Prof. Gulnoz N. Qurbonova

Shaxlo NURULLAYEVA. Talabalarning pedagogik jarayonga metodik-refleksiv tayyorgarligini amalga oshirish yo'llari	131
Xadicha MUXITDINOVA. Boshlang'ich sinflarda o'zbek tilini o'qitishda uzviylik va uzluksizlikni ta'minlash	135
Mehrixon RAXMONOVA. Boshlang'ich sinf o'qituvchisining ta'lim jarayonidagi innovatsion potentsialligini takomillashtirish	138
Gulchehra SO'FIYOYEVA. Boshlang'ich sinf o'quvchilarining fazoviy tasavvurini rivojlantirish pedagogik muammo sifatida	140
Nodirabegim RAJABOVA. Bo'lajak boshlang'ich sinf o'qituvchilarining tadqiqotchilik ko'nikmalarini rivojlantirish	144
FILOLOGIYA VA TILLARNI O'QITISH.....	148
Dilorum YULDASHEVA, Madina RO'ZIYEVA. Lison-tafakkur-nutq munosabati – substansial tilshunoslikning bosh mavzusi.....	148
Nigora ADIZOVA. Bolalarni o'simliklar dunyosi bilan tanishtiruvchi qiziqmashoqlar.....	153
Дилором ЮЛДАШЕВА, Диловар ГУЛАМОВА. Обучение родному языку в школе и его результаты.....	156
Yulduz NUROVA. O'zbek xalq paremlarida quyuq ovqat nomlarining etnolingvistik tadqiqi	161
Madina SA'DULLAYEVA. Muhabbat konseptining gender xususiyatlari	164
Khilola MAKSUDOVA. Blended learning in esp institution of pharmacy directions	167
ANIQ VA TABIIY FANLAR	170
Shahlo MERAJOVA, Nilufar SAIDOVA. Aralash masalalarni o'zgaruvchilarni ajratish usuli bilan yechish bo'yicha ba'zi metodik tavsiyalar	170
Abdug'afur AVLIYOQULOV. Umumiy o'rta ta'lim maktablarida matematika fanini o'qitishda integrativ yondashuvlar metodologiyasining pedagogik-psixologik asoslari	175
Baxriddin IZBASAROV, Ixtiyor KAMOLOV, Axat AXMEDOV, Asqar ISMATOV. Molekulyar fizika fanidan talabalar mustaqil ta'limini tashkil etishni takomillashtirish	179
Axror ESHTEMIROV. Fizikaga oid masalalarni yechishda modellashtirish metodining o'ziga xos xususiyatlari	182
Nazokat ABDULLAYEVA. “Diskret tuzilmalar” kursini kompyuter injiniringi yo'nalishida zamonaviy muhandislar tayyorlashdagi o'rni (o'qitiladigan boshqa fanlar bilan integratsiyasi va mazmuni).....	186
Laziz NEMATOV. Texnika yo'nalishidagi oliy ta'lim muassasalarida “elektrotexnika va elektronika” fanini o'qitish muammolari	192
Erkin BOZOROV, Asqar ERGASHEV. “Tibbiyotda magnit rezonans tomografiyasi” mavzusini yangi pedagogik texnologiyasi asosida o'qitish.....	196
Fazliddin ATOYEV. Elektron ta'lim resurslari orqali talabalarning o'quv jarayonini tashkil etish imkoniyatlari.....	200
Shaydulla MENGLIYEV. Veb saytda sun'iy intellektning afzalliklari.....	204
Gulbahor Xudoynazarova, Nargiza Amonova. Maktab kimyo fanini o'qitishda grafik organayzerlarning roli	208
Maxmuda TOYIROVA. Umumiy o'rta ta'lim maktablarida o'quvchilar kreativ sifatlarini shakllantirish usullari	212
Ruzumboy ESHCHANOV, Dilshoda SHIRINOVA. Kimyo darslarida mineral o'g'itlar mavzusini o'qitishda barqaror taraqqiyot ta'limi tushunchalarini rivojlantirish.....	218
TASVIRIY SAN'AT VA MUSIQA TA'LIMI.....	222
Akmal BEGMATOV. Ustoz-shogird munosabatining musiqiy ta'limda tutgan o'rni	222
JISMONIY MADANIYAT VA SPORT.....	224
Mehrididdin ABDULLAYEV. Yosh yengil atletikachilarning tayyorgarlik jarayonlarida jismoniy tayyorgarlik dinamikasini aniqlash.....	224
Nuriddin NAZAROV. O'quv-mashg'ulot guruhi o'rta masofaga yuguruvchilarning jismoniy tayyorgarligi tuzilishi dinamikasi	228
Ulug'bek ABDURAXMANOV. Kurashchilarning kuch sifatlarini rivojlantirish uslubiyati va vositalari	232
Абдулло ИНОЯТОВ, Эркин ЭШОВ, Миршод САТТООВ. Классификация направлений оздоровительной физической культуры для средних и старших возрастных групп	235
Mansurbek MA'RUF OV. Ekologik og'ir hududlarda talabalar bilan tabaqalashtirilgan jismoniy tarbiya mashg'ulotlarini olib borishning o'ziga xosligi.....	237
Alisher IBRAGIMOV. Mahallalarida ayollarni sportga yo'naltirishning ayrim ilmiy pedagogik muammolari	241
Jamshid YARASHEV. Classification, systematization and terminology of technical methods of freestyle wrestling	245
“Pedagogik mahorat” jurnali uchun maqolalarni rasmiylashtirish talablari	247

ANIQ VA TABIIY FANLAR

Shahlo MERAJOVA

Buxoro davlat universiteti
differensial tenglamalar kafedrası katta o'qituvchisi

Nilufar SAIDOVA

Buxoro davlat universiteti
differensial tenglamalar kafedrası o'qituvchisi

ARALASH MASALALARNI O'ZGARUVCHILARNI AJRATISH USULI BILAN YECHISH BO'YICHA BA'ZI METODIK TAVSIYALAR

Ushbu maqolada matematik fizika tenglamalariga qo'yilgan aralash masalalarni o'zgaruvchilarni ajratish usuli bilan yechish bo'yicha metodik tavsiyalar berilgan. Bir jinsli bo'lgan va bir jinsli bo'lmagan tenglamalarda aralash masalani yechishning o'ziga xos tomonlari ko'rsatilgan

Kalit so'zlar: matematik fizikaning klassik tenglamalari, aossiy masalalarning qo'yilishi, aralash masala, o'zgaruvchilarni ajratish usuli, bir jinsli tenglama, bir jinsli bo'lmagan tenglama, Furiye qatorlari, funksional qator yaqinlashishi.

В статье даны методические рекомендации по решению смешанных задач для уравнений математической физики методом разделения переменных. Показаны особенности решения смешанной задачи для однородных и неоднородных уравнений.

Ключевые слова: классические уравнения математической физики, основные задачи, смешанные задачи, метод разделения переменных, однородные уравнения, неоднородные уравнения, ряд Фурье, сходимость функциональных рядов.

The article gives guidelines for solving mixed problems for equations of mathematical physics by the method of separation of variables. The features of the solution of the mixed problem for homogeneous and inhomogeneous equations are shown.

Key words: classical equations of mathematical physics, basic problems, mixed problems, method of separation of variables, homogeneous equations, inhomogeneous equations, Fourier series, convergence of functional series.

Kirish. O'zgaruvchilarni ajratish usuli boshqacha Furiye usuli deb ham atalib, differensial tenglamalarga qo'yilgan chegaraviy masalalarni yechishda keng qo'llaniladi. "Matematika", "Amaliy matematika va informatika", "Fizika" yo'nalishlari talabalariga ushbu usulni o'rgatishda nimalarga e'tibor berish kerak? Qanday o'rgatish kerak? Bu usulning mohiyati nimada? Usulning xususiyati? Bu savollarga javob berish kerak.

Dastlab, matematik fizika tenglamalariga qo'yiladigan asosiy masalalarni qaraymiz.

Jarayon sodir bo'layotgan soha $G \in R^n$ bo'lib, S uning chegarasi bo'lsin. S ni bo'laklari silliq sirt hisoblaymiz [1].

Differensial tenglamalar uchun, asosan, 3 tipdagi masalalar bir biridan farq qiladi.

A. Koshi masalasi. Bu masala, asosan giperbolik va parabolik tipdagi tenglamalar uchun qo'yiladi; G soha butun R^n fazo bilan ustma-ust tushadi, bu holda chegaraviy shartlar bo'lmaydi.

B. Chegaraviy masala elliptik tipdagi tenglamalar uchun qo'yiladi; S da chegaraviy shartlar beriladi, boshlang'ich shartlar tabiiy bo'lmaydi.

D. Aralash masala giperbolik va parabolik tipdagi tenglamalar uchun qo'yiladi; $G \neq R^n$ bo'lib, boshlang'ich va chegaraviy shartlar beriladi.

Biz ushbu maqolada aralash masalalarning qo'yilishi va yechish usuliga to'xtalamiz.

Asosiy qism. Chegaraviy masalalar, asosan, chegarada berilgan shartlarga qarab farqlanadi. Oddiylik uchun biz bir o'lchovli holda aralash masalalarni mos boshlang'ich shartlar bilan ko'rib chiqamiz. Masala boshlang'ich va chegaraviy shartlar birgalikda qaralgan holda aralash masala ham deb yuritiladi, aralash masala turi chegaraviy shartga qarab farqlanadi. Matematik fizikaning ko'pgina chiziqli masalalari o'zgaruvchilarni ajratish usuli bilan hal qilinadi.

Dastlab bir jinsli tenglama uchun qo'yilgan aralash masalani o'zgaruvchilarni ajratish usuliga bilan yechish masalasiga to'xtalamiz.

Uchlari $x=0$ va $x=l$ nuqtalarda mahkamlangan tor tebtanishi tenglamasi masalasi uchun Furiye yoki o'zgaruvchilarni ajratish usulini bayon qilamiz. Bu masala quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (1)$$

boshlang'ich shartlar:

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad u_t|_{t=0} = \psi(x), \quad (2)$$

chegaraviy shartlar:

$$u|_{x=0} = 0, \quad u|_{x=l} = 0. \quad (3)$$

O'zgaruvchilarni ajratish usulida tenglamaning xususiy yechimlarini quyidagi ko'rinishda qidiramiz:

$$u(x, t) = X(x)T(t), \quad (4)$$

bu funksiyalar aynan nolga teng emas va (3) chegaraviy shartlarni qanoatlantirsin.

Demak, biz quyidagi oddiy differensial tenglamalarga kelimiz:

$$T''(t) + a^2 \lambda T(t) = 0, \quad (5)$$

$$X''(x) + \lambda X(x) = 0, \quad (6)$$

bu yerda $\lambda > 0$, $\lambda = const$.

Shunday qilib, chegaraviy shartlar quyidagicha bo'ladi:

$$X(0) = 0, \quad X(l) = 0. \quad (7)$$

Natijada biz (6)-(7) Shturm-Liu vill masalasi hosil bo'ladi.

Har bir chegaraviy masala uchun o'ziga xos Shurm-Liu vill masalasi hosil bo'ladi. Shunga e'tibor qaratish kerak!

Bu masalaning xos sonlari:

$$\lambda_k = \left(\frac{\pi k}{l}\right)^2 \quad k = 1, 2, \dots$$

va bu xos sonlarga quyidagi xos funksiyalar mos keladi:

$$X_k(x) = \sin \frac{\pi k x}{l}.$$

$\lambda = \lambda_k$ bo'lganda (5) tenglama quyidagi umumiy yechimga ega:

$$T_k(t) = a_k \cos \frac{k \pi a t}{l} + b_k \sin \frac{k \pi a t}{l},$$

shuning uchun

$$u_k(x, t) = X_k(x)T_k(t) = \left(a_k \cos \frac{k \pi a t}{l} + b_k \sin \frac{k \pi a t}{l}\right) \sin \frac{k \pi x}{l}$$

funksiya har qanday a_k va b_k uchun (1) masalani va (3) chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi.

(2)-(3) shartlarni qanoatlantiruvchi (1) masalaning yechimini qator ko'rinishida qidiramiz:

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{k \pi a t}{l} + b_k \sin \frac{k \pi a t}{l}\right) \sin \frac{k \pi x}{l}. \quad (8)$$

Agar bu qator tekis yaqinlashuvchi bo'lib, uni hadma-had ikki marta differensiallash mumkin bo'lsa, u vaqtda qator yig'indisi (1) tenglamani va (3) chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi.

Differensial tenglamalar kursida quyidagi teorema isbotlanadi:

Teorema [2]. Agar u_k ($k = 1, 2, \dots, n, \dots$) funksiyalar chiziqli va bir jinsli $L(u) = 0$ (oddiy differensial tenglama yoki xususiy hosilali differensial tenglama) tenglamaning xususiy yechimlari bo'lsa, u holda $u = \sum_{k=1}^{\infty} C_k u_k$ qator ham berilgan tenglamaning yechimi bo'ladi, agar tenglamada qatnashadigan hosilalarni, qatorni hadma-had differensiallash yo'li bilan hisoblash mumkin bo'lsa.

Hadma-had differensiallash imkonini, qator va uni differensiallash natijasida hosil qilingan qatorlarning tekis yaqinlashishi beradi.

Faraz qilamiz (8) qatorni hadma-had differensiallash mumkin. U vaqtda a_k va b_k doimiy koeffitsiyentlarni shunday aniqlaymizki (8) qator yig'indisi (2) boshlang'ich shartlarni qanoatlantirsin, natijada quyidagi tengliklarga kelimiz:

$$\varphi(x) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \sin \frac{k \pi x}{l}, \quad (9)$$

$$\psi(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k \pi a}{l} b_k \sin \frac{k \pi x}{l}. \quad (10)$$

(9) va (10) formulalar $\varphi(x)$ va $\psi(x)$ funksiyalarning $(0, l)$ intervalda sinuslar bo'yicha Furye yoyilmasini beradi. Bu yoyilmalarning koeffitsiyentlari quyidagi formulalar bilan topiladi:

$$a_k = \frac{2}{l} \int_0^l \varphi(x) \sin \frac{k\pi x}{l} dx,$$

$$b_k = \frac{2}{k\pi a} \int_0^l \psi(x) \sin \frac{k\pi x}{l} dx,$$

ya'ni, $a_k = \varphi_k, b_k = \frac{l}{k\pi a} \psi_k$, ular yordamida (8) formula bilan aniqlangan funksiya masalaning yechimini to'liq beradi.

(8) qatorning umumiy hadi uchun quyidagi tengsizlik o'rinli:

$$|u_k(x, t)| \leq |a_k| + |b_k|.$$

Quyidagi sonli qator

$$\sum_{k=1}^{\infty} (|a_k| + |b_k|)$$

(8) funksional qator uchun mojaranta qator bo'ladi. Agar mojaranta qator yaqinlashsa, (8) funksional qator tekis yaqinlashadi va uning yig'indisi uzluksiz funksiya.

(8) qatordan t va x o'zgaruvchilar bo'yicha ikki marta differensiallash natijasida olingan qatorlar quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2} = -\frac{\pi a}{l} \sum_{k=1}^{\infty} k^2 \left(a_k \cos \frac{k\pi a t}{l} + b_k \sin \frac{k\pi a t}{l} \right) \sin \frac{k\pi x}{l},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x^2} = -\frac{\pi}{l} \sum_{k=1}^{\infty} k^2 \left(a_k \cos \frac{k\pi a t}{l} + b_k \sin \frac{k\pi a t}{l} \right) \sin \frac{k\pi x}{l}.$$

Ushbu qatorlar uchun quyidagi sonli qator mojaranta qatorlar bo'ladi:

$$\sum_{k=1}^{\infty} k^2 (|a_k| + |b_k|).$$

Boshlang'ich berilgan funksiyalar quyidagi shartlarni qanoatlantirsa (8) qator va uni differensiallash natijasida hosil bo'lgan qatorlar tekis yaqinlashuvchi bo'ladi:

1) $\varphi(x)$ funksiyadan 2-tartibgacha olingan hosilalar uzluksiz, 3-tartibli hosilasi bo'lakli-uzluksiz bo'lib, quyidagi shart bajarilsa:

$$\varphi(0) = \varphi(l) = 0; \quad \varphi''(0) = \varphi''(l) = 0.$$

2) $\psi(x)$ funksiya uzluksiz differensiallanuvchi, 2-tartibli hosilasi bo'lakli-uzluksiz bo'lib, quyidagi shart bajarilsa:

$$\varphi(0) = \varphi(l) = 0.$$

Biz (1)-(3) aralash masalani yechish usulini to'liq tahlil qildik.

Muhokamalar va natijalar. Endi bir jinsli bo'lmagan hol uchun o'zgaruvchilarni ajratish usulini parabolik tenglamalarga qo'yilgan aralash masala misolida qaraymiz. Quyidagi

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} + f(x, t) & (0 < x < l, t > 0) \\ u(x, 0) = \varphi(x) & 0 < x < l \\ u(0, t) = \mu_1(t), u(l, t) = \mu_2(t) & t > 0 \end{cases}$$

aralash masalani yechish talab qilinsin.

Dastlab, quyidagi bir jinsli tenglamani bir jinsli chegaraviy shartlar bilan yechamiz:

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} & 0 < x < l, 0 < t \leq T \\ u(x, 0) = \varphi(x) & 0 < x < l, \\ u(0, t) = 0, u(l, t) = 0 \end{cases} \quad (I)$$

Yuqoridagi kabi yechimni o'zgaruvchilarni ajratish usuli bilan yechamiz. $X(x)$ topish uchun biz Shturm-Liuvill masalasini hosil qilamiz:

$$X'' + \lambda X = 0, \quad X(0) = X(l) = 0.$$

Bundan $\lambda_n = \left(\frac{\pi n}{l}\right)^2$ ($n = 1, 2, \dots$) λ xos sonlarga mos xos funksiyalar: $X_n(x) = \sin \frac{\pi n}{l} x$.

$T(t)$ funksiya uchun tenglamani yechib, $T_n(t) = C_n e^{-a^2 \lambda_n t}$.

Bir jinsli tenglamaga qo'yilgan masala xususiy yechimlari:

$$u_n(x, t) = X_n(x)T_n(t) = C_n e^{-a^2 \lambda_n^2 t} \sin \frac{\pi n}{l} x$$

Superpozitsiya prinsipiga asosan xususiy yechimlarning yig'indisi masala yechimi:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2 t} \sin \frac{\pi n}{l} x. \quad (11)$$

$u(x, t)$ funksiya chegaraviy shartlarni qanoatlantiradi. Boshlang'ich shartni ham qanoatlantirishini talab etamiz: $\varphi(x) = u(x, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{\pi n}{l} x$.

ya'ni C_n - $\varphi(x)$ funksiya Furye koeffitsiyentlari

$$C_n = \varphi_n = \frac{2}{l} \int_0^l \varphi(\xi) \sin \frac{\pi n}{l} \xi d\xi. \quad (12)$$

Endi koeffitsiyentlari (12) formula bilan aniqlanadigan (11) qatomi qaraymiz va bu qator (I) masalaning barcha shartlarini qanoatlantirishini qo'rsatamiz.

Buning uchun (11) qator bilan aniqlanuvchi $u(x, t)$ funksiya differensiallanuvchi bo'lib, tenglamani $0 < x < l$, $t > 0$ sohada qanoatlantirishini va bu sohaning chegaralarida ($t = 0$, $x = 0$, $x = l$) uzluksiz bo'lishini ko'rsatishimiz kerak.

Tenglama chiziqli bo'lgani uchun superpozitsiya prinsipiga asosan xususiy yechimlardan iborat qator ham yechim bo'ladi, agar u yaqinlashuvchi bo'lsa, uni x bo'yicha ikki marta, t bo'yicha bir marta differensiallash mumkin. $t \geq \bar{t} > 0$ (\bar{t} - ixtiyoriy yordamchi berilgan son) da xususiy hosilalarning $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial u_n}{\partial t}$

va $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2}$ qatorlari ham tekis yaqinlashadi.

Haqiqatan [2],

$$\left| \frac{\partial u_n}{\partial t} \right| = \left| -C_n \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 a^2 n^2 e^{-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2 t} \sin \frac{\pi n}{l} x \right| < \left| C_n \left(\frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 e^{-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2 t} \right|.$$

Faraz qilamiz, $\varphi(x)$ funksiya chegaralangan bo'lsin, ya'ni $|\varphi(x)| \leq M$.

U holda

$$|C_n| = \left| \frac{2}{l} \int_0^l \varphi(\xi) \sin \frac{\pi n}{l} \xi d\xi \right| < \frac{2}{l} \int_0^l M d\xi = \frac{2}{l} \cdot M \cdot l = 2M; \text{ chunki } \left| \sin \frac{\pi n}{l} \xi \right| \leq 1.$$

U vaqtda $\left| \frac{\partial u_n}{\partial t} \right| < 2M \left(\frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 e^{-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2 t}$, $t \geq \bar{t}$ uchun. Shunga o'xshash:

$\left| \frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2} \right| < 2M \left(\frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 e^{-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2 t}$, $t \geq \bar{t}$ uchun. Umuman: $\left| \frac{\partial^{k+l} u_n}{\partial t^k \partial x^l} \right| < 2M \left(\frac{\pi n}{l} \right)^{2k+l} a^{2k} e^{-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2 t}$, $t \geq \bar{t}$ uchun.

$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n$ - majoranta qatorning yaqinlashishini tekshiramiz, $\alpha_n = N n^q e^{-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2 t}$. D'alamber alomatiga asosan:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\alpha_{n+1}}{\alpha_n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{N(n+1)^q e^{-\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 (n+1)^2 a^2 t}}{N n^q e^{-\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 n^2 a^2 t}} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^q e^{-\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 (2n+1) a^2 t} = \frac{1}{\infty} = 0.$$

Bundan (11) qatorni $t \geq \bar{t} > 0$ sohada hadma-had differensiallash mumkin degan xulosa chiqadi. Superpozitsiya prinsipidan foydalanib, bu qator issiqlik o'tkazuvchilik tenglamasini qanoatlantirishini isbotlash mumkin. Shu bilan $t > 0$ da (11) qator yetarlicha marta differensiallanuvchi va tenglamani qanoatlantiradi.

Endi bir jinsli bo‘lmagan issiqlik o‘tkazuvchanlik tenglamasini nol boshlang‘ich va nol chegaraviy shartlar bilan qarab chiqaylik:

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} + f(x,t) & (0 < x < l, t > 0) \\ u(x,0) = 0 \\ u(0,t) = 0, u(l,t) = 0 \end{cases} \quad (II)$$

Bu masalaning $u(x,t)$ yechimini xos funksiyalarning, ya‘ni $\left\{ \sin \frac{\pi n}{l} x \right\}$ funksiyalarning Furiye qatori ko‘rinishida qidiramiz:

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(t) \sin \frac{\pi n}{l} x. \quad (13)$$

Agar $u_n(t)$ funksiya topilsa, berilgan masala yechilgan bo‘ladi. $f(x,t)$ funksiyani ham xos funksiyalar bo‘yicha qatarga yoyamiz:

$$f(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) \sin \frac{\pi n}{l} x, \quad (14)$$

bu yerda $f_n(t) = \frac{2}{l} \int_0^l f(\xi,t) \sin \frac{\pi n}{l} \xi d\xi$.

(13) va (14) ni etib (II) ga qo‘yamiz: $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi n}{l} x \left\{ \left(\frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 u_n(t) + u_n'(t) - f_n(t) \right\} = 0$.

Yoyilmadagi barcha koeffitsiyentlar nolga teng bo‘lsa, bu tenglik o‘rinli bo‘ladi:

$$u_n'(t) = - \left(\frac{\pi n}{l} \right)^2 a^2 u_n(t) + f_n(t).$$

$u(x,t)$ funksiya uchun boshlang‘ich shartdan foydalanib, $u_n(t)$ funksiya uchun boshlang‘ich shartni olamiz: $u_n(0) = 0$.

Natijada oddiy differensial tenglamaga qo‘yilgan Koshi masalasini hal qilamiz, uning yechimi:

$$u_n(t) = \int_0^t e^{-\left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 a^2 (t-\tau)} f_n(\tau) d\tau.$$

Ushbu funksiyani (13) ga etib qo‘yib (II) masalaning yechimini hosil qilamiz.

Xulosa qilib shuni aytishimiz mumkinki, bu usuldan nafaqat parabolik, elliptik va aralash tipdagi differensial tenglamalarga qo‘yilgan chegaraviy masalalarni, balki klassik va chiziqli bo‘lmagan tenglamalarga qo‘yilgan to‘g‘ri va teskari masalalarni yechishda ham foydalanish mumkin [3, 4].

Adabiyotlar

1. Saloxiddinov M.S. Matematik fizika tenglamalari. –Toshkent: “O‘zbekiston”, 2002.
2. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. -М.: Изд-во МГУ. 2004.
3. Меражова Ш.Б. Понятие прямой и обратной задачи в математической физике. “Pedagogik mahorat” maxsus son (2020, iyun).
4. Merajova Sh.B., Mardonova F.Ya. Xususiy hosilali differensial tenglamalar” fanini interfaol usullardan foydalanib o‘qitish samarasi haqida. “Pedagogik mahorat” 2019-yil. 5-son, 131-133b.