ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ТЕРМИЗ ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ФАНЛАРИ АКАДЕМИЯСИ В.И.РОМАНОВСКИЙ НОМЛИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ

МАТЕМАТИКАНИНГ ЗАМОНАВИЙ МАСАЛАЛАРИ: МУАММОЛАР ВА ЕЧИМЛАР

мавзусидаги республика миқёсидаги илмий онлайн конференция материаллари тўплами

21-23 октябр 2020 йил

ТЕРМИЗ 2020

Ушбу анжуман Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2020 йил 2 февралдаги 56-Ф-сон фармойиши билан тасдиқланган “2020 йилда Республика миқёсида ўтказиладиган илмий ва илмий-техник тадбирлар режаси” га мувофиқ онлайн конференция ҳолатида 2020 йил 21-23 октябр кунлари соат 09-00 дан 17-00 гача

1-шўъба https://us04web.zoom.us/j/4734850492

2-шўъба https://us04web.zoom.us/j/6985593125

3-шўъба https://us05web.zoom.us/j/6737248879

4-шўъба https://us05web.zoom.us/j/5041275665

манзилларида ўтказилган.

Таҳрир ҳайъати:

Аллаков И. – “Алгебра ва геометрия” кафедраси профессори, ф-м.ф.д.
Мирсабуров М. – “Математик тахлил” кафедраси профессори, ф-м.ф.д.
Нормуродов Ч.Б. – “Амалий математика ва информатика” профессори, ф.-м.ф.д.
Ибрагимов Н.Ш. – “Алгебра ва геометрия” кафедраси ўқитувчиси

Илмий мақолаларни тўплаб, нашрга тайёрловчи:

Н.Ш.Ибрагимов – “Алгебра ва геометрия” кафедраси ўқитувчиси

1. Марченко В.А. Некоторые вопросы теории дифференциального оператора второго порядка // Труды Москва.Матем.Об.ва.1952.Т1.С.327-420.
2. Гельфанд И.М., Левитан Б.М. Об определении дифференциального уравнения по его спектральной функции // Изв.АН СССР. сер. матем. Москва. 1951. Т.15. №4. С.309-360.
3. Левитан Б.М., Саргсян И.С. Операторы Штурма-Лиувилля и Дирака. М.:Наука.1988.
4. Isaacson E.L., Trubowitz E. The inverse Sturm- Liouville problem I // Comm. Pure Appl. Math. 1983. V. 36. P.767-783.
5. A.B.Hasanov. Shturm-Liuvill chegaraviy masalalari nazariyasiga kirish. I. "Fan". Toshkent – 2011.

Об единственности решение обратной задачи для одного модельного уравнения смешанного параболо-гиперболического типа

Ш.Б. Меражова (БухГу) г.Бухара, shsharipova@mail.ru

В данной работе приводится постановка обратной задачи для одного модельного уравнения смешенного параболо-гиперболического типа в прямоугольной области в одномерном случае и доказывается теорема об единственности решения этой задачи.

В прямоугольной области $D:=\{(x,t);0<x<l,-t_2<t<t_1\}$, здесь t_2 и t_1 – заданные положительные числа, рассмотрим уравнения смешанного параболо-гиперболического типа:

$$Lu=\begin{cases} u_t-\lambda^2 u_{xx}=f(x)g(t), & t>0, \\ u_{tt}-\lambda^2 u_{xx}=f(x)g(t), & t<0. \end{cases} \tag{1}$$

Обратная задача — тип задач, часто возникающий во многих разделах науки, когда значения параметров модели должны быть получены из наблюдаемых данных.

Обратной задачейматематической физики называется задача, в которой некоторые из тех функций, которые принято задавать в прямой задаче, неизвестны (и именно их отыскание и представляет основной интерес), а вместо них дана некоторая дополнительная информация о решении прямой задачи [1].

Теория краевых задач для уравнений смешанного типа является одним из центральных разделов теории уравнений в частных производных и встречается при решении многих важных вопросов прикладного характера.

Прямые и обратные задачидля уравнений смешанного типа изучены относительно меньше, чем задачи для уравнений конкретного типа[2].

К настоящему времени наиболее полные результаты получены по исследованию прямых задач для уравнений смешанного типа, но работы связанные с поиском решения обратных задач для уравнения смешанного типа практически мало [3], [4].

Теперь для (1) уравнения рассмотрим следующую обратную задачу:

Задача. Найти в области $D=\{(x,t)\in R^2: x\in(0,l); t\in(-t_2,t_1)\}$, (где t_2,t_1- положительные заданные числа), функции $u(x,t)$ и $f(x)$ удовлетворяющие условиям:

$$u(x;t)\in C(\overline{D})\cap C^1(D)\cap C^{2,1}_{x,t}(D_+\cup\{t=t_1\})\cap C^2(D_-\cup\{t=-t_2\}), \tag{2}$$

$$f(x)\in C(0;l), \tag{3}$$

$$Lu(x,t)=f(x)g(t),\ (x,t)\in D_+\cup D_-, \tag{4}$$

$$u(0,t)=u(l,t)=0 \quad , \quad -t_2\le t\le t_1, \tag{5}$$

$$u(x,-t_2)=\varphi(x) \quad , \quad 0\le x\le l, \tag{6}$$

$$u(x,t_1)=\psi(x) \quad , \quad 0\le x\le l \tag{7}$$

где $g(t)$, $\varphi(x)$и$\psi(x)$ – заданные достаточно гладкие функции, $\phi(0)=\phi(l)=0$, $\psi(0)=\psi(l)=0$, $D_+=D\cap\{t>0\}$, $D_-=D\cap\{t<0\}$.

Для решения задачи(2) - (7) используем метод разделения переменных. Из-за того, что решения ищется в виде произведения отдельных функций от заданных переменных, метод называется методом разделения переменных. Метод разделения переменных иначе называется методом Фурье.Этим методом пользуются при построении решений, так называемых смешанных задач для широкого класса уравнений с частными производными.

Формально решаемпоставленную задачу методом разделения переменных. Простые рассуждения показывает, что $\omega_k = \frac{\pi k}{l}$, $k \in Z$ являются собственными числами, а $X_k(x) = \sin\frac{\pi k}{l}x$ являются собственными функциями.

Функции $u(x,t)$, $f(x)g(t)$, $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ разлагаются в ряд Фурье следующим образом:

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t)\sin\omega_k x, \tag{9}$$

$$f(x)g(t) = g(t)\sum_{k=1}^{\infty} f_k \sin\omega_k x, \tag{10}$$

$$\varphi(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k \sin\omega_k x, \tag{11}$$

$$\psi(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k \sin\omega_k x. \tag{12}$$

Подставляя (9)-(10) в уравнения (1) получим следующие уравнения:

$$\begin{cases} u_k'(t)\sin\omega_k x + (\lambda\omega_k)^2 u(t)\sin\omega_k x = f_k g(t)\sin\omega_k x, \\ u_k''(t)\sin\omega_k x + (\lambda\omega_k)^2 u(t)\sin\omega_k x = f_k g(t)\sin\omega_k x. \end{cases}$$

Отсюда,

$$u_k'(t) + (\lambda\omega_k)^2 u_k(t) = f_k g(t), \tag{13}$$

$$u_k''(t) + (\lambda\omega_k)^2 u_k(t) = f_k g(t). \tag{14}$$

Из условий (6) и (7), находим следующие соотношения:

$$\begin{cases} u_k(-t_2) = \varphi_k, \\ u_k(t_1) = \psi_k. \end{cases} \tag{15}$$

Здесь,

$$\varphi_k = \frac{2}{l}\cdot\int_0^l \varphi(x)\cdot\sin\omega_k x\,dx,$$

$$\psi_k = \frac{2}{l}\cdot\int_0^l \psi(x)\cdot\sin\omega_k x\,dx.$$

Решая уравнения(13) и(14), получаем следующие решения:

$$u_k(t) = C_k e^{-(\lambda\omega_k)^2 t} + f_k\int_0^t g(s)e^{-\lambda^2\omega_k^2(t-s)} \quad , \quad t > 0 \tag{16}$$

$$u_k(t) = a_k \cos\lambda\omega_k t + b_k \sin\lambda\omega_k t + \frac{f_k}{\lambda\omega_k}\int_0^t g(s)\cos\lambda\omega_k(t-s), \quad t<0 \tag{17}$$

Из условий

$$u(x,0-0) = u(x,0+0),$$
$$u_t(x,0-0) = u_t(x,0+0),$$

находим условия склейки для u_k

$$\begin{cases} u_k(0-0) = u_k(0+0), \\ u_k'(0-0) = u_k'(0+0). \end{cases} \tag{18}$$

Используя условия (15) и (12) получаем линейную систему уравнений относительно неизвестных a_k, b_k, C_k и f_k.

Полученная система позволяет нам определить неизвестные коэффициенты.

Решая линейную систему уравнений из (9), (10), (16) и (17) находим решения заданной задачи.

Теорема.Если существует решение обратной задачи, то оно единственно тогда только тогда, когда выполнено следующее условие:

$$-e^{\lambda^2\omega_k^2 t_1}\left(\cos\lambda\omega_k t_2 + \lambda\omega_k \sin\lambda\omega_k t_2\right)\int_0^{t_1} g(s)e^{-\lambda^2\omega_k(t_1-s)}ds + \frac{1}{\lambda\omega_k}\int_{-t_2}^{0} g(s)\sin\lambda\omega_k(t_2+s) \neq 0$$

Список использованной литературы

1. Романов В.Г. Обратные задачи математической физики. М. «Наука», 1984,264стр.
2. Джураев Т.Д. Краевые задачи для уравнений смешанного и смешанного составного типов. Т. "Фан" 1979 -238 б.
3. Сабитов К.Б. К теории уравнений смешанного параболо-гиперболического типа со спектральным параметром //Дифференциальные уравнения. -1989.-Т.25 -№1 - С.117-126
4. Дурдиев Д.К., Меражова Ш.Б. О решении обратных задач для уравнения смашенного параболо-гиперболического типа: одномерный случай.//Бухоро давлат университети илмий ахборотномаси, 2015 йил, 2-сон, 2-6 бетлар.

Интегрирование нелинейного уравнения типа синус-Гордона в классе периодических функций

Муминов У.Б. (СамГУ) г. Самарканд, umuminov153@gmail.com
Маннонов Г.А. (СамГУ) г. Самарканд, mannanovgayrat1994@gmail.com

В настоящей работе рассматривается задачи Коши для уравнение типасинус-Гордон

$$q_{xt} = chq,\ q = q(x,t),\ x \in R,\ t>0, \tag{1}$$

с начальным условием

$$q(x,t)\big|_{t=0} = q_0(x),\ x \in R, \tag{2}$$

в классе действительных π-периодических по x (не обязательно конечнозонных) функций:

$$q(x+\pi,t) = q(x,t) \in \mathrm{C}^{1,1}_{x,t}(\mathrm{t}>0) \bigcap \mathrm{C}(\mathrm{t} \geq 0). \tag{3}$$