BIR O‘LCHOVLI MODEL INTEGRO-DIFFERENSIAL ISSIQLIK O‘TKAZUVCHANLIK TENGLAMASI UCHUN ISSIQLIK MANBALARINI ANIQLASH HAQIDA TESKARI MASALA

Shahlo Berdiyevna Merajova **Dilnoza Orifovna Azimova**
Buxoro davlat universiteti

ANNOTATSIYA

Teskari va nokorrekt masalalar nazariyasi fanning deyarli barcha sohalarida qo‘llaniladi. Ushbu maqolada bir o‘lchovli model integro-differensial issiqlik o‘tkazuvchanlik tenglamasi uchun issiqlik manbalarini aniqlash haqida teskari masalaniang qo‘yilishi va yechish algoritmi berilagan.

Kalit so‘zlar: teskari masala, to‘g‘ri masala, issiqlik o‘tkazuvchalik tenglamasi, integro-differensial tenglama.

ONE-DIMENSIONAL MODEL INTEGRO-DIFFERENTIAL HEAT CONDUCTION EQUATION FOR THE DETERMINATION OF HEAT SOURCES

Shahlo Berdievna Merajova **Dilnoza Orifovna Azimova**
Bukhara State University

ABSTRACT

The theory of inverse and incorrect problems is used in almost all fields of science. This paper presents an algorithm for solving and solving the inverse problem of determining heat sources for the one-dimensional model integro-differential thermal conductivity equation.

Keywords: inverse problem, direct problem, heat transfer equation, integro-differential equation.

KIRISH

Respublikamiz mustaqillikka erishgandan keyin bizning o’zbek yigit-qizlari jahon arenalarida sport va ilm-fanning turli sohalarida yutuqlarga erishib yurtimiz sharafini himoya qilishmoqda. Ularga o’z sohasini mukammal biladigan mutaxassislar bo’lib yetishishi uchun jahon standartlari darajasida bilim berish, fanlarni chuqur o’rgatish, fanning ishlab chiqarish bilan aloqasini mustahkamlash bugungi kunning muhim vazifalaridan biridir [1-30].

Ushbu maqola matematik fizika fanida muhim o‘rin tutgan integro-differensial issiqlik o’tkazuvchanlik tenglamasi uchun issiqlik manbalarini aniqlash haqida teskari masalaning qo’yilishi va uning yechilishiga bag’ishlangan bo`lib, bunday masalalar mantiqiy fikrlashni, mavzu yuzasidan chuqur bilimlarni talab qiladi. Maqolada integro-

differensial issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi uchun issiqlik manbalarini aniqlash masalalari uchun teskari masalaning qo'yilishi va yechilishiga bag'ishlangan.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODOLOGIYA.

Matematik fizikaning to'g'ri masalalarida tadqiqotchilar yechimni (oshkor yoki taqribiy) turli xil fizikaviy hodisalarni tavsiflovchi funksiyalarni topishga intilishadi, masalan, tovush, issiqlik, seysmik tebranishlarning tarqalishi, elektromagnit to'lqinlar va boshqalar [1-5], [7-12], [14-18], [20-21]. Bunday holda, muhit xossalari (tenglama koeffitsientlari), shuningdek jarayonning dastlabki holati (statsionar bo'lmagan holda) yoki uning chegaradagi xususiyatlari (chegaralangan maydon va / yoki statsionar holat) ma'lum deb taxmin qilinadi. Biroq, muhit holati (xossalari) amalda, ko'pincha noma'lum bo'ladi. Demak, jarsyon sodir bo'layotgan sohada tenglamalarning koeffitsiyentlarini, yoki noma'lum boshlang'ich yoki chegaraviy shartlarini, yoki sohaning joylashuvi, chegaralari va boshqa xususiyatlarini aniqlash uchun zarur bo'lgan teskari masalalarni qo'yish va yechish zarur [24-26].

Teskari va nokorrekt masalalar nazariyasi fanning deyarli barcha sohalarida, xususan, quyidagi kabi amaliy masalalarni hal qilishda keng qo'llaniladi:

• fizika (kvant mexanikasi, akustika, elektrodinamika va boshqalar);

• geofizika (seysmik razvedka, elektr qidiruvi, tortishish kuchi, magnit razvedka va boshqalar);

• tibbiyot (rentgen-tomografiya, NMR-tomografiya, ultratovush va boshqalar);

• ekologiya (havo, suv holatini diagnostikasi, kosmik monitoring va boshqalar);

• iqtisodiyot (optimal boshqaruv nazariyasi, moliyaviy matematika va boshqalar) [6].

MUHOKAMA VA NATIJALAR

Quyidagi masalani qaraylik:

$$\begin{cases} U_t - U_{xx} = \int_0^t K(\tau)U\big(x,(\tau)\big)d\tau + f(x) \quad t\epsilon(0,T] & (1) \\ U|_{t=0} = \varphi(x) & (2) \\ U|_{x=0} = U|_{x=l} = 0 & (3) \end{cases}$$

Masalani yechish uchun Furye usulidan foydalanamiz, bu uhcun

$$U(x,t) = X(x)\cdot T(t) \quad (4)$$

tenglik yordamida xos funksiyani topamiz, ya'ni o'zgaruvchilarni ajratish metodini qo'llaymiz:

$$X(x)\cdot T'(t) - X''(x)\cdot T(t) = 0$$

$$\frac{T'(t)}{T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)} = -\lambda$$

$$X''(x) + \lambda X(x) = 0$$

$$k^2 + \lambda = 0$$

$$k = \pm i\sqrt{\lambda}$$

$$X(x) = C_1 \cos\sqrt{\lambda}x + C_2 \sin\sqrt{\lambda}x$$

$$X(0) = X(l) = 0$$
$$X(0) = C_1 = 0$$

$X(l) = C_2 \sin\sqrt{\lambda}\, l = 0 \qquad C_2 \neq 0;\ \sin\sqrt{\lambda} l = 0 \qquad \sqrt{\lambda} = \frac{\pi n}{l}$

$\lambda_n = \left(\frac{\pi n}{l}\right)^2$ –xos sonlar

$X_n(x) = \sin\frac{\pi n}{l}x$ – xos funksiyalar.

$U(x,t)$, $\varphi(x)$, $f(x)$ funksiyalarni xos funksiyalar bo‘yicha qatorga yoyamiz.

$$U(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n(t) \sin\frac{\pi n}{l}x \qquad (5)$$

$$\varphi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n \sin\frac{\pi n}{l}x \qquad (6)$$

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n \sin\frac{\pi n}{l}x \qquad (7)$$

$\sum_{n=1}^{\infty} U'_n(t) sin\frac{\pi n}{l} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\pi n}{l}\right)^2 U_n(t) \sin\frac{\pi n}{l}x = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t K(\tau) U_n(t - \tau) \sin\frac{\pi n}{l}x d\tau + \sum_{n=1}^{\infty} f_n \sin\frac{\pi n}{l}x$

$$U'_n(t) + \left(\frac{\pi n}{l}\right)^{2U_n(t)} = \int_0^t K(\tau) U_n(t-\tau) d\tau + f_n$$

Quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$$F(x,t) = \int_0^t K(\tau) U_n\ (t - \tau) d\tau + f_n. \qquad (*)$$

Natijada issiqlik o‘tkazuvchalik tenglamasiga qo‘yilagan Koshi masalasini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} U'_n(t) + (\lambda_n{}^2) U_n(t) = F(t) & (8) \\ U_n(0) = \varphi_n & (9) \end{cases}$$

(8) ni tenglamani yechamiz:

Ushbu tenglama birinchi tartibli chiziqli oddiy differensial tenglama. Tenglamani o‘zgarmasni variatsiyalash usuli bilan yechamiz:

$$U'_n(t) = -\lambda_n^2 U_n(t)\ ,$$
$$\frac{dU_n(t)}{U_n(t)} = -\lambda_n^2\, dt\ ,$$
$$lnU_n(t) = -\lambda_n^2 t + lnC\ ,$$
$$U_n(t) = C \cdot e^{-\lambda_n^2 t}.$$

O‘zgarmasni variatsiyalaymiz:

$$U_n(t) = C(t) \cdot e^{-\lambda_n^2 t}$$

$U'_n(t) = C(t) \cdot e^{-\lambda_n^2 t} - \lambda_n^2 C(t) e^{-\lambda_n^2 t}$

$C'(t) \cdot e^{-\lambda_n^2} t - \lambda_n^2 C(t) \cdot e^{-\lambda_n^2 t} + \lambda_n^2 C(t) \cdot e^{-\lambda_n^2 t} = F(t)$

$$C'(t) = F(t) e^{\lambda_n^2 t}$$
$$C(t) = \int_0^t F(\tau) e^{\lambda_n^2 \tau} d\tau + C.$$

$U_n(t) = e^{-\lambda_n^2 t}\left[\int_0^t F(\tau)\cdot e^{\lambda_n^2 C} d\tau + C\right]$,

$U_n(t) = \int_0^t F(\tau)\cdot e^{-\lambda_n^2 (t-\tau)} d\tau + C\cdot e^{-\lambda_n^2 t}$,

$U_n(0) = C = \varphi_n$.

Natijada quyidagi yechimni olamiz

$$U_n(t) = \int_0^t F(\tau)\cdot e^{-\lambda_n^2 (t-\tau)} d\tau + \varphi_n\, e^{-\lambda_n^2 t}. \qquad (10)$$

(*) belgilashni (10) keltirib qo‘yamiz. Hosil bo‘lgan integral tenglamalarning yechimi dastlabki tenglamaning yechimi bo‘ladi.

XULOSA

Hozirgi kunda teskari masalarni o‘rganish dolzarb hisoblanadi. Maqolada bir o‘lchovli model integro-differensial issiqlik o‘tkazuvchanlik tenglamasi uchun issiqlik manbalarini aniqlash haqida teskari masala qaralib, yechish usuli berildi.

REFERENCES

1. Дурдиев У.Д. Численное определение зависимости диэлектрической проницаемости слоистой среды от временной частоты. // Сибирские Электронные Математические Известия, 17 (2020), стр. 179-189.

2. Durdiev U.D. A problem of identification of a special 2D memory kernel in an integro-differential hyperbolic equation. //Eurasian journal of mathematical and computer applications, 7:2 (2019), pp. 4–19.

3. Durdiev U.D. A problem of determining a special spatial part of 3D memory kernel in an integro-differential hyperbolic equation. //Mathematical Methods in the Applied Sciences – John Wiley & Sons, 42:18 (2019), pp. 7440–7451.

4. Durdiev U.D. An Inverse Problem for the System of Viscoelasticity Equation in the Homogeneous Anisotropic Media. //Journal of Applied and Industrial Mathematics – Springer, 13:4 (2019), pp. 1-8.

5. Дурдиев Д.К Мержова Ш.Б. О решении обратных задач для уравнения смашенного параболо-гиперболического типа: одномерный случай.// Бухоро давлат университети илмий ахборотномаси, 2015 йил, 2-сон, 2-6 бетлар

6. Маматова Н.Х. Преподавание предмета «математика для экономистов» при помощи метода кейс-стади. //Вестник Науки и образования. 19(97), 2, 2020, c. 45-50.

7. Маматова Н.Х., Меражова Ш.Б. Постановка задачи для построения оптимальной интерполяционной формулы пространства в С.Л.Соболева напериодических функций L_2^m (0,1) // “Молодой учёный ” международный научный журнал, 2016,10 ЧАСТЬ I, 13-14

8. Меражова Ш.Б., Нуриддинов Ж.З., Меражов Н.И., Хидиров У.Б. Методы решений задачи Коши для уравнения волны в случае n=2 и n=3// Academy, 4 (55), 2020, c. 21-25.

9. Меражова Ш.Б. Решение методам продолжения задач математической физики в полуограниченных областях // Молодой учёный, 12 (2016), с. 43-45.
10. Меражова Ш.Б. Численное решения первой и второй краевой задачи для уравнения смешанно-составного типа. Романовский юбилейига бағишланган конференция материаллари тўплами. //Тошкент, 2004, 81-84-б.
11. Меражова Ш.Б. Тексиликда аралаш турдаги модел тенгламага қўйилган биринчи чегаравий масала ечими ҳақида. "Таҳлилнинг долзарб муаммолари ва татбиқлари" Илмий конференция материаллари.// Қарши 4-5 октябрь 2019 й. 173-174 бб
12. Меражова Ш.Б., Н.Х.Маматова. Априорная оценка для решения первой краевой задачи для уравнения смешанного типа// Молодой учёный, 12 (116), 2016, с. 42-56.
13. Меражова Ш.Б., Мардонова Ф.Я. Эквивалентность задачи для уравнения смешанного типа и задачи Коши для уравнений симметрической системе// Ученый XXI века 6-1 (53), 2019, с. 20-23.
14. Тураева Н.А. Методические рекомендации по обучению будущих учителей математики конструированию и анализу урока. ///Вестник Науки и образования. 19(97), 2, 2020, с. 45-50.
15. Меражова Ш.Б. Понятие прямой и обратной задачи в преподавании предмета уравнений математической физики. //Вестник Науки и образования. 19(97), 2, 2020, с. 81-85.
16. Merajova Sh.B. Methods of teaching the practical application of topics related to differential equations. //European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences Vol. 8 No. 9, 2020 ISSN 2056-5852 pp37-40.
17. Merajova Sh.B. Numerical solution of the second boundary value problem for an equation of mixed-composite type. //Volume 6, No.10, October 2019 Journal of Global Research in Mathematical Archives RESEARCH PAPER
18. Меражова Ш.Б., Азимова Д.О., Меражов Н.И. Устойчивая разностная схема для второй краевой задачи поставленной для уравнения смешанно-составного типа на пространстве R^{n+1}. "Комплексный анализ, математическая физика и нелийные уравнения" международная научная конференция, сборник тезисов,// Россия, УФА, 2020, С. 43-45
19. Narmanov A.Ya. Parmonov H.F. On the geometry of hamiltonian symmetries. //Mathematics and Statistics 8(3): 293-298, 2020.
20. Жўраев Ф. М. Исломов Б. И. Аналог задачи Дарбу для вырождающегося нагруженного уравнения гиперболического типа.// Докл. Межд. Науч. Конф. 19-24 июля 2010. Владикавказ, Россия, С. 194-195/