BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI

ILMIY AXBOROTI

9/2023

9/2023

Научный вестник Бухарского государственного университета

Scientific reports of Bukhara State University

E-ISSN 2181-1466

ISSN 2181-6875

@buxdu_uz @buxdu1 @buxdu1 www.buxdu.uz

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI ILMIY AXBOROTI
SCIENTIFIC REPORTS OF BUKHARA STATE UNIVERSITY
НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК БУХАРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Ilmiy-nazariy jurnal
2023, № 9, oktabr

Jurnal 2003-yildan boshlab **filologiya** fanlari boʻyicha, 2015-yildan boshlab **fizika-matematika** fanlari boʻyicha, 2018-yildan boshlab **siyosiy** fanlar boʻyicha Oʻzbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasi huzuridagi Oliy attestatsiya komissiyasining dissertatsiya ishlari natijalari yuzasidan ilmiy maqolalar chop etilishi lozim boʻlgan zaruruiy nashrlar roʻyxatiga kiritilgan.

Jurnal 2000-yilda tashkil etilgan.
Jurnal 1 yilda 12 marta chiqadi.

Jurnal Oʻzbekiston matbuot va axborot agentligi Buxoro viloyat matbuot va axborot boshqarmasi tomonidan 2020-yil 24-avgust № 1103-sonli guvohnoma bilan roʻyxatga olingan.

Muassis: Buxoro davlat universiteti
Tahririyat manzili: 200117, Oʻzbekiston Respublikasi,Buxoro shahri Muhammad Iqbol koʻchasi, 11-uy.
Elektron manzil: nashriyot_buxdu@buxdu.uz

MUNDARIJA *** СОДЕРЖАНИЕ *** CONTENTS		
ANIQ VA TABIIY FANLAR * EXACT AND NATURAL SCIENCES *** ТОЧНЫЕ И ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ**		
Fouzia A., Rasulov T.H.	Modified proximal point algorithm for minimization and fixed-point problem in geodesic space with positive curvature	4
Norkobilov A.T., Bakhtiyorov A.N., Elmanov J.B.	Modeling of membrane processes for the separation of azeotropic mixtures	9
Doliyev Sh.Q.	Juft regressiya va korrelyasiya tahlillari orqali noaniq sharoitlar uchun ekonometrik model tuzish	14
Dusanova G.M., Tadjiyeva M.K., Egamberdiyeva M.X., Qobilov F.Sh., Bozorov Sh.I.	Maktabgacha ta'lim muassasalarida 3-7 yoshli bolalar uchun ratsional ovqatlanish tamoyillarini ishlab chiqish	20
Farxodov S.U.	Texnologik jarayonlarni optimallashtirishda texnik vositalarni tadqiq qilish	28
Jumayev J., Fatilloyeva M.N.	Manbasiz turli materialli bir o'lchovli sohalarda issiqlik tarqalishini sonli o'rganish	35
Rahmonov E.S.	Bir jinsli sohalarda Karleman formulasi	43
Raxmatov I.I., Jo'rayev H.O., Mirzayev M.S., Halimov N.N.	O'zbekiston sharoitida quyosh fotoelektrik stansiyalarini ishlatishning ilmiy-texnik imkoniyatlari	48
Shaxriddinov F.F., Akbarov M.M., Egamberdiyeva M.X., Ergashov A.M.	7-12 yoshdagi bolalarni ratsional ovqatlanishining yangi tamoyillarini ishlab chiqish	58
Shaxriddinov F.F., Berdimuradov X.T., Ibragimov A.K., Irgasheva M.E., Shodiyeva E.B.	Sportchilar uchun funksional ovqatlanish mahsulotlarini tahlil qilish	66
Barakayev N.R., Uzoqov Y.A., Ergashev A.M., Sayfullayev N.I.	O'zbekiston sharoitida zamonaviy un ishlab chiqarish texnologik liniyasini narariy jihatdan asoslash	74
Шарипов М.З., Хайитов Д.Э., Эргашева Н. М. Олимпур Ф.И., Файзиева З.Х., Зокирова З.М.,	Доменная структура бората железа	79
Bozorov I.N., Rasulov T.H., Tosheva N.A.	Panjaradagi chekli o'lchamli qo'zg'alishga ega bir zarrachali Hamiltonian uchun Birman-Shvinger prinsipi	84
Tosheva N.A.	Uchinchi tartibli operatorli matritsalar oilasi uchun Birman-Shvinger prinsipi va uning tadbiqlari	91
Akramova D.I, Qurbonova D.N.	On classification of singularities related to oscillatory integrals	99

УДК 517.968.72

ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ПОСТАВЛЕННОЙ УРАВНЕНИЮ СМЕШАННОГО ТИПА ИНТЕГРАЛЬНОМУ УРАВНЕНИЮ ФРЕДГОЛЬМА 1-РОДА

Меражова Шахло Бердиевна,
доцент кафедры «Дифференциальные уравнения»,
Бухарский государственный университет
s.b.merajova@buxdu.uz, shsharipova@mail.ru

Аннотация. *В настоящее время во всём мире проводятся исследования в бурно развивающемся направлении математической физики, посвященном методам исследования обратных задач. Эта область стала одной из важнейших проблем в физике и технических науках, поскольку решение этих проблем позволяют находить параметры, которые не могут быть определены напрямую. Это направление имеет применение во многих областях. Прямые и обратные задачи для уравнений смешанного типа являются актуальными с точки зрения приложений.*

В данной статье показана эквивалентность обратной задачи, поставленной уравнению смешанного параболо-гиперболического типа, интегральному уравнению Фредгольма 1-го рода.

Обратные задачи математической физики часто приводят к некорректно поставленным задачам, типичным примером является уравнения Фредгольма первого рода. В нашем случае тоже задача приводится к уравнению Фредгольма 1-го рода.

Ключевые слова: *уравнение смешанного параболо-гиперболического типа, интегральное уравнение, интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода, прямая задача, обратная задача, корректная задача, некорректная задача, ряд Фурье.*

ARALASH TIPDAGI TENGLAMAGA QO'YILGAN TESKARI MASALANING FREDGOLM 1-TUR INTEGRAL TENGLAMASIGA EKVIVALENTLIGI

Annotatsiya. *Hozirgi kunda jahon miqyosida matematik fizikaning eng tez rivojlanayotgan sohasi* **–** *teskari masalalarni tadqiq qilish usullariga alohida e'tibor qaratilmoqda. Bu soha fizika va texnik fanlardagi eng muhim muammolardan biriga aylandi, chunki ularni hal qilish bevosita aniqlab bo'lmaydigan parametrlarni topishga imkon beradi. Bu yo'nalish juda ko'p sohalarda tadbiq etilgan. Aralash tipdagi tenglamalar uchun to'g'ri va teskari masalalar qo'llanish nuqtayi nazaridan dolzarbdir.*

Ushbu maqolada aralash parabola-giperbolik tipdagi tenglamaga qo'yilgan teskari masalaning Fredgolm 1-tur integral tenglamasiga ekvivalentligi ko'rsatilgan.

Matematik fizikaning teskari masalalari ko'pincha nokorrekt qo'yilgan masalalarga olib keladi; tipik misol sifatida Fredgolmning 1- tur integral tenglamasini qarash mumkin. Bizning holatimizda ham masala 1-turdagi Fredgolm tenglamasiga keltiriladi. Fredgolmning 1-tur integral tenglamasi nokorrekt masalaga misol bo'ladi.

Kalit so'zlar: *aralash parabola-giperbolik tipdagi tenglama, integral tenglama, Fredgolm 1-tur integral tenglamasi, to'g'ri masala, teskari masala, korrekt masala, nokkorekt masala, Furye qatori.*

EQUIVALENCE OF THE INVERSE PROBLEM POSED BY A MIXED-TYPE EQUATION TO THE FREDHOLM INTEGRAL EQUATION OF THE 1ST KIND

Abstract. *Currently, research is being conducted all over the world in the rapidly developing area of mathematical physics, devoted to methods for studying inverse problems. This area has become one of the most important problems in physics and engineering sciences, since the solution to these problems makes it possible to find parameters that cannot be determined directly. This direction has application in many areas. Direct and inverse problems for mixed type equations are relevant from the point of view of applications.*

This article shows the equivalence of the inverse problem posed to an equation of mixed parabolic-hyperbolic type and the Fredholm integral equation of the 1st kind.

Inverse problems of mathematical physics often lead to incorrectly posed problems; a typical example is the Fredholm equation of the first kind. In our case, too, the problem is reduced to the Fredholm equation of the 1st kind.

Key words: *equation of mixed parabolic-hyperbolic type, integral equation, Fredholm integral equation of the 1st kind, direct problem, inverse problem, well-posed problem, ill-posed problem, Fourier series.*

Введение. На сегодняшний день в геологии, электродинамике, газодинамике, процессах распространения волн, геофизике и многих других областях обратные задачи для смешанных дифференциальных уравнений в частных производных составляют основу исследуемых задач. Определение решения обратной задачи, основываясь на дополнительной информации о решении прямой задачи, проведение исследований прямых и обратных задач, на сегодняшний день остаётся одной из важных задач математической физики.

В настоящее время во всём мире проводятся исследования в бурно развивающемся направлении математической физики, посвящённом методам исследования обратных задач. Эта область стала одной из важнейших проблем в физике и технических науках, поскольку решение этих проблем позволяет находить параметры, которые не могут быть определены напрямую. Это направление имеет применение во многих областях. Прямые и обратные задачи для уравнений смешанного типа являются актуальными с точки зрения приложений. Таким образом, возникает необходимость исследования корректности прямых и обратных задач для уравнения смешанного параболо-гиперболического типа. В приложениях нахождение решений прямых и обратных задач, поставленных для уравнений смешанного параболо-гиперболического типа, являются целенаправленными научными исследованиями.

Теория краевых задач для уравнений смешанного типа является одним из центральных разделов теории уравнений в частных производных и встречается при решении многих важных вопросов прикладного характера. Прямые и обратные задачи для уравнений смешанного типа изучены относительно меньше, чем задачи для уравнений конкретного типа. Тем не менее, такие задачи являются актуальными с точки зрения приложений. Например, в работах А.Н. Тихонова и А.А. Самарского [7] показано, что в однородной среде в случае её малой проводимости напряжённость электромагнитного поля удовлетворяет волновому уравнению, в случае же сравнительно большой проводимости, когда можно пренебречь токами смещения по сравнению с токами проводимости, упомянутая величина удовлетворяет уравнению теплопроводности. В работах И.М. Гельфанда [8] и Ф.И. Франкля [9] замечено, что процесс движение газа в закрытом канале с пористыми стенками описывается волновым уравнением, а вне его — уравнением диффузии. Прямые задачи для уравнений смешанного параболо-гиперболического типа изучались в работах Ф. Трикоми, Г. Фикера, Т. Д. Джураева, В.Н. Врагова, М.С. Салахитдинова,

К.Б. Сабитова [3-5], Б.И. Исломова [10] и др. Обратные задачи об определении правой части или начальной функции в начально-краевых задачах для уравнений смешанного параболо-гиперболического типа в прямоугольной области рассматривались в работах К.Б. Сабитова, Э.М. Сафина, С.Н. Сидирова и др., где на основе спектрального метода установлены критерии единственности и существования решения.

Различные обратные задачи определения коэффициентов, правых частей отдельных типов дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка, т. е. параболических, гиперболических и эллиптических уравнений, изучались во многих работах В.Г. Романова [1], А.М. Денисова, С.И. Кабанихина [11], Р.Р.Ашурова, С.З.Джамолова,

А.И. Прилепко, Д.Г. Орловского, И.А. Васина и др. Обратные задачи восстановления ядра в гиперболических интегро-дифференциальных уравнениях исследовались в работах В.Г. Романова [1], Д.К. Дурдиева[2], Ж.Д. Тотиевой, А.А. Рахмонова [15,16], У.Д. Дурдиева, З.Р. Бозорова и др. С другой стороны, весьма малое количество работ посвящено численным методам решения обратных задач. Можно отметить на эту тему работу В. Г. Романова, В. А. Дедок, А. А. Дучкова, А.Л. Карчевского [6] и других. Для каждого класса дифференциальных уравнений имеются типичные постановки задач. Характерной чертой этих задач является их корректность.

В этой статье показано эквивалентность обратной задачи об источнике для уравнений смешанного параболо-гиперболического типа интегральному уравнению Фредгольма 1-го рода.

Методика исследования.

В начале приведём постановку задачи и выводим основные соотношения.

В прямоугольной области $G \coloneqq \{(x,t): 0 < x < l; -\alpha < t < \beta\}$ рассмотрим дифференциальное уравнение

$$\theta(t)u_t(x,t) + \theta(-t)u_{tt}(x,t) - \sigma u_{xx}(x,t) = g(x), \quad (x,t) \in G \qquad (1)$$

где $\theta(t)$ – θ-функция Хевисайда, α, β, l, σ – заданные положительные числа, со следующими условиями:

краевые:

$$u(0,t) = 0,\ u(l,t) = 0,\ t \in [-\alpha, \beta]. \tag{2}$$

склейки при $t = 0$:

$$u(x, t+0) = u(x, t-0),\quad \lim_{t\to -0} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \lim_{t\to +0} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t},\quad x \in [0, l], \tag{3}$$

и считаем, имеет место нелокальное условие:

$$u(x,\beta) - u(x,-\alpha) = \phi(x),\qquad x \in [0, l]. \tag{4}$$

Будем считать, что функция $g(x)$ непрерывна и $g(0) = g(l) = 0$.

Соотношения (1)-(4) являются прямой задачей, т.е., если известны функции $\phi(x), g(x)$ и постоянная σ, то решение $u(x,t)$ может быть найдено из соотношений (1)-(4).

Обратная задача: Необходимо определить функцию $g(x)$, если о решении прямой задачи (1)-(4) известна следующая дополнительная информация:

$$u(x,\beta) = \psi(x),\quad x \in [0, l]. \tag{5}$$

Решение прямой задачи (3.1.1)-(3.1.4) представляется в виде ряда:

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) sin(\omega_k x),\qquad \omega_k = \frac{\pi}{l}k, k \in N. \tag{6}$$

Точно также разлагаем в ряд Фурье $\phi(x)$ и $g(x)$ функции по собственным функциям $sin(\omega_k x)$. Подставляем их разложения в задачу (1)-(.4) и получим следующие уравнения:

$$\begin{cases} u'_k(t) + \sigma\omega_k^2 u_k(t) = g_k, \\ u''_k(t) + \sigma\omega_k^2 u_k(t) = g_k. \end{cases}$$

Решая эти уравнения получим коэффициенты $u_k(t)$ в следующим виде:

$$u_k(t) = \begin{cases} \lambda_k \phi_k e^{-\lambda\omega_k^2 t} + \frac{g_k}{\lambda\omega_k^2}, & t > 0, \\ \lambda_k \phi_k \left(cos(\sqrt{\sigma}\omega_k t) - \sqrt{\sigma}\omega_k sin(\sqrt{\sigma}\omega_k t)\right) + \frac{g_k}{\sigma\omega_k^2}, & t < 0, \end{cases} \tag{7}$$

здесь ϕ_k и g_k – коэффициенты разложения функций $\phi(x)$ и $g(x)$ в соответствующие ряды Фурье и

$$\lambda_k = \frac{1}{e^{-\sigma\omega_k^2\beta} - \left(cos(\sqrt{\sigma}\omega_k\alpha) + \sqrt{\sigma}\omega_k sin(\sqrt{\sigma}\omega_k\alpha)\right)}.$$

В работе [13] показано, что решение обратной задачи (1)-(5) существует и единственно тогда и только тогда, когда знаменатель дроби не обращается в нуль и начально заданные функции удовлетворяют условиям гладкости требуемого порядка. Найдены условия на α, β и $k \in N$, когда это не происходит. Везде ниже будем предполагать, что эти условия выполнены.

(7) подставляя (6) получим решение прямой задачи (1)-(4) в следующем виде:

$$u(x,t) = \begin{cases} \sum_{k=1}^{\infty}\left(\lambda_k \phi_k e^{-\sigma\omega_k^2 t} + \frac{g_k}{\lambda\omega_k^2}\right)\sin(\omega_k x), 0 < t < \beta, \\ \sum_{k=1}^{\infty}\left(\lambda_k\phi_k cos(\sqrt{\sigma}\omega_k t) - \sqrt{\sigma}\omega_k\lambda_k\phi_k sin(\sqrt{\sigma}\omega_k t) + \frac{g_k}{\sigma\omega_k^2}\right)\sin(\omega_k x), -\alpha < t < 0. \end{cases} \tag{8}$$

Теперь будем решать обратную задачу, с заданным условием (5), т.е. если $u_k(\beta) = \psi_k$, найти $g(x)$.

Найдем, какая функция разлагается в ряд Фурье

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{g_k}{\omega_k^2} \sin(\omega_k x),$$

если известно, что

$$g(x) = \sum_{k=1}^{\infty} g_k \sin(\omega_k x).$$

Проинтегрируем разложение Фурье для функции $g(x)$ два раза:

$$\int_0^x g(s)\,ds = \sum_{k=1}^{\infty} g_k \int_0^x \sin(\omega_k s)ds = -\sum_{k=1}^{\infty} g_k \frac{1}{\omega_k}(\cos(\omega_k)-1) = -\sum_{k=1}^{\infty} g_k \frac{1}{\omega_k}\cos(\omega_k) + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{g_k}{\omega_k}.$$

$$\int_0^x\int_0^y g(s)\,dsdy = \int_0^x\left(-\sum_{k=1}^{\infty} g_k \frac{1}{\omega_k}\cos(\omega_k) + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{g_k}{\omega_k}\right)dx = -\sum_{k=1}^{\infty}\frac{g_k}{\omega_k^2}\sin(\omega_k) + x\sum_{k=1}^{\infty}\frac{g_k}{\omega_k},$$

отсюда

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{g_k}{\omega_k^2}\sin(\omega_k) = x\sum_{k=1}^{\infty}\frac{g_k}{\omega_k} - \int_0^x\int_0^y g(s)\,dsdy =$$

$$= x\sum_{k=1}^{\infty}\frac{g_k}{\omega_k} - \int_0^x (x-s)d(s)ds. \qquad (9)$$

С другой стороны

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{g_k}{\omega_k} = \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{\omega_k}\frac{2}{l}\int_0^l g(x)sin(\omega_k x)dx = \int_0^l \frac{2}{l}g(x)\left(\sum_{k=1}^{\infty}\frac{sin(\omega_k x)}{\omega_k}\right)dx = \int_0^l \frac{2}{l}g(x)\frac{l-x}{2}dx$$

$$= \frac{1}{l}\int_0^l g(x)(l-x)dx.$$

Значить

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{g_k}{\omega_k} = \frac{1}{l}\int_0^l g(x)(l-x)dx. \qquad (10)$$

Данные представления имеют место в предположении, что ряд Фурье для функция $g(x)$ сходится равномерно. В последнем равенстве воспользовались суммой известного ряда

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{sin(\omega_k x)}{\omega_k} = \frac{l-x}{2}, 0 < x < 2l.$$

(10) подставляем в (9) получим:

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{g_k}{\omega_k^2}\sin(\omega_k) = \frac{x}{l}\int_0^l (x-s)g(s)ds - \int_0^x (x-s)g(s)ds = \int_0^l\left(\frac{x}{l}(l-s) - (x-s)\theta\big((x-s)\big)\right)g(s)ds,$$

т.е. имеем

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{g_k}{\omega_k^2}\sin(\omega_k) = \int_0^l K(x,s)g(s)ds, \qquad (11)$$

где

$$K(x,s) = \begin{cases} s\left(1-\frac{x}{l}\right), & s \le x, \\ x\left(1-\frac{s}{l}\right), & s > x. \end{cases}$$

Чтобы решить обратную задачу воспользуемся формальным решением прямой задачи (1)-(4), которое получили в виде ряда (8), при $t > 0$ и используем дополнительное условие (5):

$$\psi(x) = \sum_{k=1}^{\infty}\left(\lambda_k\phi_k e^{-\sigma\omega_k^2\beta} + \frac{g_k}{\sigma\omega_k^2}\right)\sin(\omega_k x).$$

Отсюда, использовав разложения $\psi(x)$ в ряд Фурье, получим:

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left(\lambda_k\phi_k e^{-\sigma\omega_k^2\beta} + \frac{g_k}{\sigma\omega_k^2}\right)\sin(\omega_k x) = \sum_{k=1}^{\infty}\psi_k\sin(\omega_k x).$$

Далее находим

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{g_k}{\omega_k^2} \sin(\omega_k x) = \sigma \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k \sin(\omega_k x) - \sigma \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k \phi_k e^{-\sigma \omega_k^2 \beta} \sin(\omega_k x).$$

Введём обозначение:

$$\phi_\beta(x) = \sigma\psi(x) - \sigma \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k \phi_k e^{-\omega_k^2 \beta} sin(\omega_k x)$$

и из (11) видим, что решение обратной задачи (1)-(5) эквивалентно решению интегрального уравнения Фредгольма 1-ого рода:

$$\phi_\beta(x) = \int_0^l K(x,s) g(s) ds. \qquad (12)$$

Результаты и их обсуждение

И так доказана следующая

Лемма. *Решение обратной задачи (1)-(5) эквивалентно решению интегрального уравнения Фредгольма первого рода (12). Так как ядро уравнения (12) симметрично и непрерывно, это уравнение имеет решения [14].*

Полученное уравнение типичный пример некорректно поставленной задачи.

Уравнения Фредгольма первого рода, также представляет трудности для изучения, существенно отличные от интегральных уравнений второго рода. Рассмотрим следующий пример:

Пример 1. Пусть задано интегральное уравнение Фредгольма первого рода

$$\int_a^b K(t,s)\varphi(s) ds = f(t),$$

ядро интегрального уравнения многочлен относительно t и s:

$K(t,s) = a_0(s)t^m + a_1(s)t^{m-1} + \cdots + a_m(s),$

где $a_i(s)$— многочлены относительно s $(i = 1,2,\ldots,m)$.

Тогда левая часть интегрального уравнения будет иметь вид $b_0 t^m + b_1 t^{m-1} + \cdots + b_m$ для любой $\varphi(t) \in C[a,b]$, а следовательно, такой же вид должна иметь и правая часть интегрального уравнения, т.е. функция $f(t)$.

Таким образом, для любой непрерывной функции решение интегрального уравнения Фредгольма 1-рода, вообще говоря, не существует при сколь угодно «хорошем» ядре.

Пример 2. Рассмотрим следующее уравнение

$$\int_0^1 \varphi(s) ds = t,$$

с ядром $K(t,s) \equiv 1$ и $f(t) = t$. Очевидно, что в классе интегрируемых (в частности, непрерывных) функций это уравнение не имеет решений.

Выводы.

Введем обозначение

$$A[x, g(s)] := \int_0^l K(x,s) g(s) ds = \phi_\beta(x), 0 \le x \le l,$$

здесь $g(s)$ искомая функция. Это уравнение имеет решение не для всякой функции $\phi_\beta(x)$.

Будем предполагать, что интегральное уравнение (12) имеет единственное решение, т. е. если для некоторой функции $\phi_\beta(x)$ уравнение (12) имеет решение $g(s)$, то оно единственно.

Так как ядро $K(x,s)$ является симметричным (см. (11)) и $K'_x(x,s)$ имеет разрыв первого рода при $x = s$ (см. [14]), то уравнение (12) однозначно разрешимо.

Численное решение уравнения Фредгольма 1-ого рода показано в работах [12].

ЛИТЕРАТУРА:

1. Романов В.Г. Обратные задачи математической физики. М.: Наука, 1984, 264с.

2. Дурдиев Д.К., Меражова Ш.Б. О решении обратных задач для уравнения смашенного параболо-гиперболического типа: одномерный случай.// Бухоро давлат университети илмий ахборотномаси, 2015 йил, 2-сон, 2-6 бб.

3. Сабитов К.Б., Сафин Э.М., Обратная задача для уравнения смешанного параболо-гиперболического типа в прямоугольной области. Известия вузов. Математика 2010, №4, с. 55-62

4. Сабитов К.Б., Начально-граничная и обратные задачи для неоднородного уравнения смешанного параболо-гиперболического уравнения. Математические заметки, 2017, том 102, выпуск 3, с. 415-435

5. Сабитов К.Б., Нелокальная задача для неоднородного уравнения параболо-гиперболического типа в прямоугольной области. Математические заметки, 2011, том 89, выпуск 4, с. 596-602

6. Карчевский А.Л.. Численное решение одномерной обратной задачи для системы упругости. ДАН, 2000, т. 375, N 2, с. 235-238.

7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Гостехиздат, 1953.

8. Гельфанд И.М. Некоторые вопросы анализа и дифференциальных уравнений // Успехи мат. наук. 1959. Т. 14, № 3. С. 3–19.

9. Франкль Ф.И. Избранные труды по газовой динамике. М.: Наука, 1973.

10. Исломов Б., Холбеков Ж.А. Аналог задачи Трикоми для нагруженного параболо-гиперболического уравнения с тремя линиями изменения типа. I // Узб. мат. журн. 2015. № 4. С. 47–56.

11. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск: Сибирское научное изд-во, 2009.

12. Меражова Ш.Б. О численном решении обратной задачи для уравнения смешанного параболо-гиперболического типа по определению правой части уравнения. // Математические заметки СВФУ (Mathematical notes of NEFU), – 2022. Том 29(3), –С. 108–127. (3. Scopus. IF= 0.225)

13. Merajova Sh.B. Inverse source problem of determining the right side for equation of mixed parabolic-hyperbolic type: one-dimensional case. // Uzbek Mathematical Journal. – 2022. Volume 66(4). – P.93-104.

14. Краснов М.Л. Интегральные уравнения. Введение в теорию. М.: Наука, 1975. — 302 с.

15. Дурдиев Д.К., Рахмонов А.А. Задача об определении двумерного ядра в системе интегро-дифференциальных уравнений вязкоупругой пористой среды // Сиб. журн. индустр. математики. 2020. Т. 23, № 2. С. 63–80.

16. Дурдиев Д.К., Тотиева Ж.Д. О глобальной разрешимости одной многомерной обратной задачи для уравнения с памятью // Сиб. мат. журн. 2021. Т. 62, № 2. С. 269–285.