SOI: 1.1/TAS DOI: 10.15863/TAS

International Scientific Journal

Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) **e-ISSN:** 2409-0085 (online)

Year: 2020 **Issue:** 04 **Volume:** 84

Published: 17.04.2020 **http://T-Science.org**

QR – Issue **QR – Article**

Ismoil Ibragimovich Safarov
Institute of Chemistry and Technology
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor to department
of Advanced Mathematics, Tashkent, Uzbekistan
safarov54@mail.ru

Nurillo Raximovich Kulmuratov
Navoi State Mining Institute
Senior Lecturer to Department of
Technology Engineering, docent, Uzbekistan
nurillo.Kulmuratov.64@mail.ru

Baxtiyor Zafarovich Nuriddinov
Institute of Chemistry and Technology
Senior Lecturer to Department of Technology Engineering,
Doktorant, Tashkent, Republic of Uzbekistan

Nuriddin Esanov
Bukhara Engineering-Technological Institute
Senior Lecturer to Department of Technology Engineering,
Bukhara, Republic of Uzbekistan

MATHEMATICAL MODELING OF VIBRATION PROCESSES IN WAVE-LASTED ELASTIC CYLINDRICAL BODIES

Abstract*: Environments of the set of problems put forward by practice are some of the urgent problems in which the propagation of wave processes in three-dimensional limited bodies is considered. Such processes are important in aircraft manufacturing, rocket engineering, mechanical engineering and construction. They occur during explosions, impacts, some technological operations and in a number of other cases. The main elements of most designs are composite shells and plates. Therefore, the study of dynamic processes in such objects is of the greatest interest.*

Key words*: short-term impulse, stress waves, construction, two-layer cylinder, rigid fastening, three-dimensional equations.*

Language*: Russian*

Citation: Safarov, I. I., Kulmuratov, N. R., Nuriddinov, B. Z., & Esanov, N. (2020). Mathematical modeling of vibration processes in wave-lasted elastic cylindrical bodies. *ISJ Theoretical & Applied Science, 04 (84)*, 321-327.

Soi: http://s-o-i.org/1.1/TAS-04-84-56 ***Doi***: crossref https://dx.doi.org/10.15863/TAS

Scopus ASCC*: 2210.*

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В ТРЕСЛОЙНЫХ УПРУГИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛАХ

Аннотация*: Среди множества выдвигаемых практикой задач одними из актуальных являются задачи, в которых рассматривается распространение волновых процессов в трехмерних ограниченных телах. Важные значение такие процессы имеют в авиастроении, ракетостроении, машиностроении и строительства. Они возникает при взрывах, ударах, некоторых технологических операциях и в ряде других* *случаев. Основными элементами большинства конструкций являются составные оболочки и пластинки. Поэтому изучение динамических процессов в таких объектах представляет наибольший интерес.*

Ключевые слова: *кратковременный импульс, волны напряжения, конструкция, двухслойный цилиндр, жесткое скрепление, трехмерные уравнения.*

Введение

Конструкции, состоящие из элементов, обладающих различной геометрией и жесткостью, широко используются в машиностроении, энергетике, нефтяной и химической промышленности, строительстве и т.д. Среди них наиболее распространение получили конструкции многослойной цилиндрической формы.

Примером использования состыкованных цилиндрических оболочек являются трубопроводы, где начали применяться и многослойные оболочки. Экспериментально доказано высокая несущая способность таких конструкций, которые нашли применение в химической, атомной промышленности и ракетостроении [1,2] и Многослойными конструкциями являются ракеты на твердом топливе [3],сосуды давления [4], и т.д. Во многих случаях сложные конструкции работает под действием кратковременных нагрузок [5]. Исследование напряженно- деформированного состояния, возникающего в таких конструкциях при динамическом нагруженное, связано со значительными трудностями. При падении на конструкцию кратковременных импульсов, инициируемых, например, взрывчатым веществом, ударом твердого тела и т.п., распределение давления может быт локализовано в виде пятна ограниченных размеров [6,7].

Экспериментальные исследования ограничиваются в основном регистрацией конечных поверхностных параметров процесса и не позволяют проследить, как развиваются и взаимодействуют волны напряжений в материале элементов конструкции [8,9]. В большинстве теоретических работ исследуется поведение конструкций, как правило, с применением уравнений теории пластин и оболочек [10,11]. Рассматривается действие на оболочки подвижных осесимметричных не осесимметричных нагрузок [12]. Однако подход с позиций теории оболочек не позволяет исследовать распространение волн напряжений в материале тела. Это возможно только на основе трехмерных уравнений.

В работах [13, 14] проведены исследования трехмерных процессов в толстостенных цилиндрах, подверженных процессов импульсные нагруженные, с использованием уравнений теории упругости. Вмести с тем вопросы исследования динамического поведения составных конструкций, содержащих зоны быстрого изменения механических свойств материала, изучены недостаточно. Важной задачей является развитие методов расчета таких многослойных толстостенных конструкций.

Постановка задачи.

В настоящей работе исследуется реакция конечного трехслойного цилиндра на действие импульса давления, имеющего ограниченные размеры в пространстве и времени. Физико - механически и геометрические (поперечные сечения) параметры слоев разные. Первый и третий оболочек изготовлено из твердых материалов. Средний слой заполнителя изготовлены из мягких материалов. Предполагается, что между слоями обеспечивается жесткое скрепление без натяга по всей поверхности контакта. Задача решается, в цилиндрических координатах r, φ, z. Расчетная схема приведена на рисунке 1. Слои нумеруются, начиная с внутреннего.

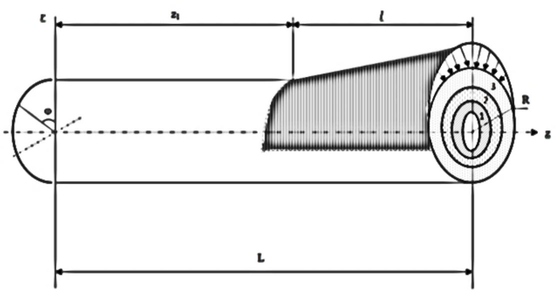

Рисунок 1. Расчетная схема. Схема трехслойного толстенного цилиндра, нагруженного локальным импульсом давления

Система дифференциальных уравнений в цилиндрической системе координат, описывающая деформирование элементарного объема в k - ем слое, следующая [13]

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^{(k)}}{\partial x_j} + \rho_k F_{ki} = \rho_k \frac{\partial^2 u_{ki}}{\partial t^2}, \quad (i, j = 1,2,3; \kappa = 1,2,3) \qquad (1)$$

формулы Коши

$$\varepsilon_{ij}^{(k)} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \qquad (2)$$

и начальные условия при t=0:

$$u_{ki}(u_k, \vartheta_\kappa, w_k) = 0, \ \frac{\partial u_{ki}}{\partial t} = 0 \qquad (3)$$

где $\sigma_{ij}^{(k)}$ - тензор напряжений кого слоя; u_{ki} - вектор перемещений кого слоя; F_{ki} - вектор плотности массовых сил *к*-го слоя; ρ_k - плотности кого цилиндрического слоя, *t*-время. Система (1) - (3) замыкается граничными условиями $r = r_k$ [14]:

$$\sigma_r^k = \sigma_r^{k+1}; \ u_k = u_{k+1}; \quad \tau_r^k = \tau_r^{k+1}; \ \vartheta_k = \vartheta_{k+1}; \quad \tau_{r\varphi}^k = \tau_{r\varphi}^{k+1}; \ w_k = w_{k+1}. \qquad (5)$$

При $r = r_0$ ставится условия свободно от напряжения:

$$\sigma_{rr}^{(1)} = 0; \tau_{r\varphi}^{(1)} = 0; \tau_{rz}^{(1)} = 0. \qquad (6)$$

На внешней поверхности тертого цилиндра ставится следующие условия

$$\sigma_{rr}^{(3)} = P(r,\varphi,z); \tau_{r\varphi}^{(3)} = 0; \tau_{rz}^{(3)} = 0. \qquad (7)$$

Граничные условия формулируются для каждой поверхности, ограничивающей область тела с неизменяющимися характеристиками материала (рисунке 1). На закрепленном торце цилиндр (*z=0*):

$$u_k = \vartheta_k = w_k = 0. \qquad (8)$$

Давления P(7) в случае локального награждения представлено зависимостью от координат и времени в виде

$$P(r,\varphi,z) = \begin{cases} P_a\left(\frac{t}{T_0}\right)\xi_p \cos n\varphi; \ 0 \le t \le T_0, \\ 0 \le z \le l, \ -\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \frac{\pi}{2} \\ 0; \quad l > z; \\ P_a\left(1 - \frac{t}{T_1}\right)\xi_p \cos n\varphi; \ T_0 \le t \le T_1, \\ 0 \le z \le l, \ -\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \frac{\pi}{2} \\ 0; \quad t > T_1; \end{cases} \qquad (10)$$

где P_a - амплитудное значение нагрузки, T_0-период воздействия внешних нагрузок*;* *l*- длина цилиндра который воздействуют импульсная нагрузка и ξ_p - постоянная величина. Искомые функции в уравнениях системы (1)-(10) зависят от трех пространственных переменных и времени.

Методы решения.

В связи с линейностью постановки задачи решение ищем в виде:

$$u_{kn} = \sum_{n=0}^{\infty} U_{kn}(r,z,t)\cos n\varphi, \quad \vartheta_{kn} = \sum_{n=0}^{\infty} V_{kn}(r,z,t)\sin n\varphi, \quad w_{kn} = \sum_{n=0}^{\infty} W_{kn}(r,z,t)\cos n\varphi, \qquad (11)$$

где U_{kn}, V_{kn}, W_{kn} - амплитуды перемещений, *n*-целые число.

Подставляя (11) в (1) - (9), тогда получим следующие системы дифференциальных уравнений в частных производных в перемещениях

$$\begin{aligned}
&\frac{\lambda_k + 2\mu_k}{\mu_k}\left(\frac{\partial^2 W_n}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial W_n}{\partial r} - \frac{W_n}{r^2}\right) + \\
&+ \frac{\lambda_k + \mu_k}{\mu_k}\left(\frac{\partial^2 U_n}{\partial r \partial z} + \frac{n}{r}\frac{\partial V_n}{\partial r}\right) - \\
&- E_k\frac{n^2}{r^2}W_n + E_k\frac{\partial^2 W_n}{\partial z^2} - \frac{(\lambda_k + 3\mu_k)n}{\mu_k r^2}V_n = \frac{\rho_k c_0^2}{\mu_k}\frac{\partial^2 W_n}{\partial t^2}, \\
&E_k\frac{\partial^2 V_n}{\partial r^2} + E_k\frac{1}{r}\frac{\partial V_n}{\partial r} - \frac{(\lambda_k + \mu_k)n}{\mu_k r}\times \\
&\times\left(\frac{\partial W_n}{\partial r} + \frac{\partial U_n}{\partial z}\right) - \\
&- E_k\frac{V_n}{r^2} - -\frac{\lambda_k + 2\mu_k}{\mu_k r^2}n^2 V_n + E_k\frac{\partial^2 V_n}{\partial z^2} - \\
&- \frac{(\lambda_k + 3\mu_k)n}{\mu_k r^2}W_n = \frac{\rho_k c_0^2}{\mu_k}\frac{\partial^2 V_n}{\partial t^2}, \\
&E_k\frac{\partial^2 U_n}{\partial r^2} + E_k\frac{1}{r}\frac{\partial U_n}{\partial r} + \frac{\lambda_k + \mu_k}{\mu_k r}\left(\frac{\partial W_n}{\partial z} + n\frac{\partial V_n}{\partial z} + r\frac{\partial^2 W_n}{\partial r \partial z}\right) - \\
&- E_k\frac{n^2}{r}U_n + \frac{\lambda_k + 2\mu_k}{\mu_k}\frac{\partial^2 U_n}{\partial z^2} = \frac{\rho_k c_0^2}{\mu_k}\frac{\partial^2 U_n}{\partial t^2},
\end{aligned} \qquad (12)$$

где $\lambda_\kappa, \mu_\kappa$ - коэффициенты Ляме (9), $E_k = 1$. Задача решается в безразмерных величинах. В качестве масштаба длины используется внешний радиус цилиндра R, а масштаба времени - *R/c₀*. Компоненты вектора смещений отнесены к $p_0 R / \mu_k$.

Решение (12) с учтем граничных и начальных условий (3) –(8) осуществляется методом конечных разностей. Область $0 \le r \le R$ разбиваем на N отрезков h_r ($h_r = R/N$), а время воздействия - на J малых шагов τ.

При рассмотрении различных вариантов задачи принималось *N*=40, *J* зависело от интервала времени, в котором производилось численное интегрирование. В каждой внутренней точке пластины i ($i = 3,4,.....N+1$)в моменты времени $t = (m-2)\tau \quad (m = 2,3,....J)$ уравнение (1) записывалось в конечных разностях.

Для расчета многослойного изотопного цилиндра конечной длины применяется разностную схему [15]. В узлах лежащих внутри упругой области, с помощью центральных разностей вида

$$\frac{\partial W(r_i,t)}{\partial r} = \frac{1}{2h_r}(W_{i+1}^m - W_{i-1}^m) + 0(h_r^2);$$

$$\frac{\partial^2 W(r_i,t)}{\partial r^2} = \frac{1}{h_r^2}(W_{i+1}^m - 2W_i^m - W_{i-1}^m) + 0(h_r^2);$$

$$\frac{\partial W(r_i,t_m)}{\partial t}=\frac{1}{2\tau}(W_i^{m+1}-W_i^{m-1})+0(\tau^2);$$
$$\frac{\partial^2 W(r_i,t_m)}{\partial t^2}=\frac{1}{\tau^2}(W_i^{m+1}-2W_i^m+W_i^{m-1})+0(\tau^2); \qquad (13)$$
$$\frac{\partial^4 W(r_i,t)}{\partial r^4}=\frac{1}{h_r^4}(W_{i+2}^m-4W_{i+1}^m+6W_i^m-4W_{i-1}^m+W_{i-2}^m)+0(h_r^2);$$

Здесь $W_i^m,.......W_{i-2}^m,W_i^{m+1}$- сеточные функции; r_i - координата узла на линии r; Остальные функции $V_i^m,.......V_{i-2}^m,V_i^{m+1}$ – напишется аналогичном виде (13). Разностные аппроксимации производных по r имеют одинаковый (второй) порядок точности по отношению к h_r, точность аппроксимации производных по времени порядка τ^2.

В узлах, лежавших внутри вязкоупругой области, с помощью центральных разностей вида (13) записываем явную аппроксимацию уравнений, определяющих $w_\kappa, \vartheta_\kappa, u_k$:

$$\begin{aligned}
U_{i,j}^{m+1} &= 2U_{i,j}^m+U_{i,j}^{m-1}+\\
&+c_1\left[U_{i,j+1}^m-2U_{i,j}^m+U_{i,j-1}^m+c_2(U_{i,j+1}^m-U_{i,j-1}^m)\right]-\\
&-c_3U_{i,j}^m+c_4(U_{i+1,j}^m-2U_{i,j}^m+U_{i-1,j}^m)+\\
&+c_5(V_{i+1,j}^m-V_{i-1,j}^m)+c_6(W_{i+1,j}^m-W_{i-1,j}^m)+\\
&+c_7(W_{i+1,j+1}^m-W_{i-1,j+1}^m-W_{i+1,j-1}^m+W_{i+1,j-1}^m);\\
V_{i,j}^{m+1} &= 2V_{i,j}^m-V_{i,j}^{m-1}+\\
&+c_1\left[V_{i,j+1}^m-2V_{i,j}^m+V_{i,j-1}^m+c_2(V_{i,j+1}^m-V_{i,j-1}^m)\right]-\\
&-c_8V_{i,j}^m+c_9(V_{i+1,j}^m-2V_{i,j}^m+V_{i-1,j}^m)-c_{10}W_{i,j}^m-\\
&-c_{11}(W_{i,j+1}^m-W_{i,j-1}^m)-c_5(U_{i+1,j}^m-U_{i-1,j}^m);\\
W_{i,j}^{m+1} &= 2W_{i,j}^m-W_{i,j}^{m-1}+\\
&+c_{12}\left[W_{i,j+1}^m-2W_{i,j}^m+W_{i,j-1}^m+c_2(W_{i,j+1}^m-W_{i,j-1}^m)\right]-\\
&-c_{13}W_{i,j}^m+c_9(W_{i+1,j}^m-2W_{i,j}^m+W_{i-1,j}^m)+c_{11}(V_{i,j+1}^m-V_{i,j-1}^m)+\\
&+c_7(U_{i+1,j+1}^m-U_{i-1,j+1}^m-U_{i+1,j-1}^m+U_{i+1,j-1}^m)-c_{10}V_{i,j}^m.
\end{aligned} \qquad (14)$$

Здесь

$$c=(\lambda_l+2\mu_l)/\mu_l;c_1=\mu_l\tau^2/\rho h_r^2a_0^2;\ \ c_2=0.5/(1/h_r-j+1);$$
$$c_3=4k^2c_1c_2^2;c_4=ch_r^2h_x^{-2};\ c_5=(c-1)kh_r h_x^{-1}c_1c_2;$$
$$c_6=c_5k^{-1};\ c_7=c_6c_2^{-1}/4;c_8=4(ck^2+1)c_1c_2^2;c_9=c_1h_r^2h_x^{-2};$$
$$c_{10}=4(c+1)kc_1c_2^2;c_{11}=(c-1)kc_1c_2;c_{12}=cc_1;c_8=4(c+k^2)c_1c_2^2.$$

При реализации на ЭВМ использовалась явная трехслойная схема аппроксимации производных по времени с постоянным шагом h_t [16,17]. Для получения разностного аналога пространственных производных расчетная область $r_0\le r\le R$, $0\le z\le L$ покрывалась сеткой, состоящей из четырёхугольных элементов со сторонами h_r и h_z В настоящей работе реализован алгоритм вывода результатов виде полей линий равных напряжений относительно переменных r и z при $\varphi=const$ и требуемой последовательности моментов времени. При этом обработка результатов состоит в анализе развития напряжений по набору плоских картин изолиний напряжений. Основным результатом такого представления данных является значительное сокращение времени всего исследования. Полученные в работе результаты позволяют, проследит особенности формирования и распространения, локализованных в теле волн напряжений в материалы трехслойного цилиндра, слои которого выполнены из разных материалов.

В расчетах были использованы следующие параметры: $L=0.7m,\ R=0.6m,\ r_0=0.1m,\ r_1=0.2,m\ r_2=0.4m,$ $r_3=0.6m,\ l=0.5m,$, $E_1=E_3=2\cdot10^5\ MPa,\ \nu_1=\nu_3=0.26,$ $\rho_1=\rho_3=7800kg/m^3,\ E_2=6.67\cdot10^4\ MPa,\ \nu_2=0.2,$ $\rho_2=2280kg/m^3$ импульс давления $P_a=1\cdot10^3\ MPa$, $T_0=2\cdot10^{-3}c$ характеристики сетки элементов $h_r=0.011m:,\ h_z=0.015m:\ h_t=2\cdot10^{-5}c\cdot$

При решении ограничивались пятью членами ряда Фурье, так как при заданном (13) изменении нагрузки удержание следующих членом ряда практически 10 членов изменяет амплитудное значение напряжение меньше чем на 3%. Шаг по времени определен из условия Куранта. Дальнейшее уточнение h_t осуществлялось в процессе расчетов. Для решения задачи шаг по времени выбрано $h_t=2\cdot10^{-5}c$.

Численные результаты.

Расчеты проводились для двух случаев расположения слоев. В первом случае внешний и внутренний слой выполнено из стали (2-4). На рисунке показаны напряжений волны, возникающие в сечении $\varphi=0$; $z=L$

Штриховые линии соответствуют напряжениям при равномерных нагрузках по оси z сплошные локальному нагруженную. Расчеты показали, что при одинаковых характеристиках награждения в материале внешнего слоя формируются волны напряжений. С одинаковыми параметрами (на рисунках 3-5, кривая) в первые моменты времени. При этом величина напряжений на пряженики не зависит от того, из какого материала выполнен внешний слой. По мере прохождения волн внутрь слоев в случае, когда внешний слой из ситалла (см. рис. 2-4), в материале возникают напряжения σ_r и σ_φ в два-три раза больше, чем при обратном расположении слоев (рис. 2-4).

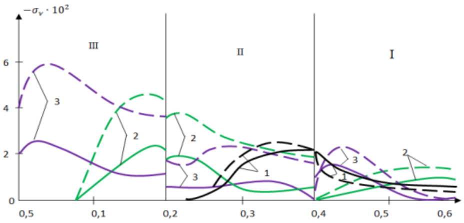

Рисунок 2. Изменение напряжений в сечении $\varphi = 0$ при локальном (сплошная кривая) и постоянном по оси z (штриховая) нагружении: $1 - t = 60h_t$; $2 - t = 120h_t$; $3 - t = 160h_t$.

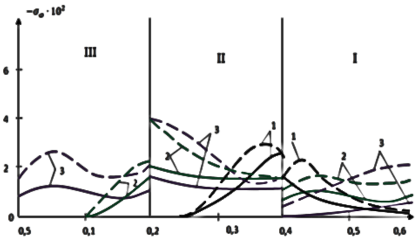

Рисунок 3. Изменение напряжений в сечении $\varphi = 0$ при локальном (сплошная кривая) и постоянном по оси z (штриховая) нагруженные: $1 - t = 60h_t$; $2 - t = 120h_t$; $3 - t = 160h_t$.

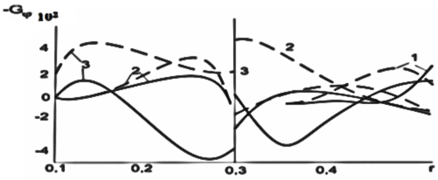

Рисунок 4. Изменение напряжений в сечении $\varphi = 0$ при локальном (сплошная кривая) и постоянном по оси z (штриховая) нагруженные: $1 - t = 60h_t$; $2 - t = 120h_t$; $3 - t = 160h_t$.

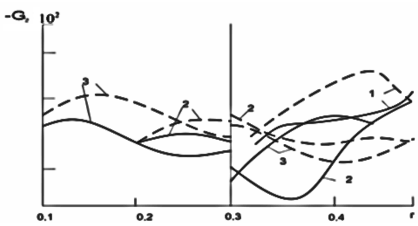

Рисунок 5. Изменение напряжений в сечении $\varphi = 0$ при локальном (сплошная кривая) и постоянном по оси z (штриховая) нагруженное: $1 - t = 60h_t$; $2 - t = 120h_t$; $3 - t = 160h_t$.

Это наблюдается как при равномерном по оси z нагружении, так и при локальном. В случае локального нагружения величина напряжений σ_r и σ_φ со временем падает, что объясняется увеличением области приложения напряжений в направлениях r, z и φ. При прохождении волн через встик материалов наблюдаются скачки напряжений σ_φ и σ_z. Характерной особенностью напряженного состояния при локальном нагруженные является возникновение соизмеримых по величине со сжимающими растягивающих напряжений σ_z уже в первые моменты нагруженное. На рис. 5 показаны обширные зоны в слое, выполненном могут быть причиной локального разрушения внутри слоя. При равномерном нагруженное по оси, z растягивающие σ_z по величине значительно меньше и возникают в слое из стали (рисунках 2- 4, кривая 3). Рассмотрим изменение напряжения

$\sigma_r = f(r,z)$ при одинаковом локальном нагруженные для обоих слоев, волны сжатия, по форме соответствующие импульсу давления, движутся в материале внешних слоев со скоростью продольных волн. В обоих случаях происходит уменьшение величины напряжений σ_r вследствие расширения области приложения напряжений. Так как скорости распространения волн в стали и ситалле близки (c_{cm}=5600м/с, c_{cum}=5040м/с), волны подходят к стыку слоев примерно в одинаковые моменты времени. Далее картины волнообразования начинают отличаться. В случае, когда внешний слой выполнен из ситалла (рис. 5), наблюдается свободное прохождение волной сжатия стыка. При отражении от внутренней поверхности происходит образование движущейся по внутренней поверхности цилиндра области перехода сжимающих напряжений в растягивающие. Далее зона растягивающих напряжений распространяется на большую часть расчетной области. При этом величина растягивающая σ_r достигает 0,6P_a. В следующие моменты времени волна растягивающая σ_r движется от внутренней поверхности цилиндра к стыку и отражается волной сжатия. Во внешний слой волна практически не проходит. Иная картина наблюдается, если внешний слой выполнен из стали. Волна сжатия σ_r отражается от стыка слоев волной растяжения, которая возвращается к внешней поверхности волной растяжения. В ситалле возникает волна сжимающих напряжений $\sigma_r = -0,2 \cdot P_a$. При ее отражении от внутренней поверхности цилиндра наблюдаются небольшие $\sigma_r = -0,18 \cdot P_a$ растягивающие напряжения. В целом при таком расположении слоев уровень напряжений значительно ниже. Рассмотрим изменение напряжения $\sigma_z = f(r,z)$ для $\varphi = 0$.

Из рис.5 видно, что при локальном нагруженных в обоих случаях расположения слоев уже в первые моменты времени возникает круговая полоса растягивающих напряжений

σ_z, охватывающая места приложения нагрузки.

Если внешний слой выполнен из ситалла, при прохождении волной стыка сжимающие σ_z увеличиваются скачком (максимальный перепад напряжений составляет $0,24P_a$) и достигают величины $\sigma_z = -0,5P_a$ на внутренней поверхности цилиндра.

На стыке образуется движущаяся к заделке ($z = 0$) зона перехода сжимающих напряжений в растягивающихся. Если внешний слой из стали, тогда не происходит увеличения напряжений при прохождении волной стыка слоев и картина волнообразования более гладкая. На стыке образуется скачок напряжены, против ложный по знаку в сравнении с напряжениями при первом случае слоев. Область существования растягивающих напряжений уменьшается.

Выводы.

По результатам исследования можно сделать следующие выводы. Сжимающие радиальные напряжения σ_r в случае равномерного по оси z нагруженное превышают более чем в два раза напряжения, полученные при локальном нагруженное. Образовавшая в обоих случаях нагруженния растягивающих зона σ_r в ситалле может служить причиной разрушения материала в зоне стыка. На стыке слоев возникают скачки напряжения σ_z и σ_φ могущие привести к сдвигу слоев относительно друг и нарушению геометрической формы объекта.

Особенностью развития напряжений при локальном нагруженные является возникновение интенсивных растягивающих напряжений уже в начале нагруженные. В отличие от равномерное нагруженное, когда растягивающие σ_z напряжения распространяется практически на всю толщину стенки.

Эффект усиления напряжений при входе волны в более плотный материал при локальном нагруженные инициирует бегущую по стыку волну σ_z с большими растягивающими напряжениями.

Заключения.

Исходя из изложенного выше, можно сказать, что разработанные алгоритмы позволяют исследовать волновые процессы развития напряжений в упругих телах, могут быть использованы при анализе динамической прочности составных тел вращения.

References:

1. Babich, Yu.N. (1980). Trexmernie volnovie prossi v sostavnix polnix silindrax, vzaimodeystvuyushix s okruzhayushix sredoy. *Problemi prochnosti*, №3, pp.101-104.
2. Galiev, Sh.U. (1981). *Dinamika gidrouprugoplasticheskix sistem*. (p.276). Kiyev: Naukova dumka.
3. Galiev, Sh.U. (1988). *Nelineynie volni v ogranichennix sploshnix sredax*. (p.276). Kiyev: Naukova dumka.
4. Nashif, A., Djons, D., & Khenderson, Dj. (1988). *Dempfirovaniye kolebaniy*: Per.s angl. (p.448). Moskva.: Mir.
5. Guz, A.N., & Kubenko, V.D. (1982). *Teoriya nestatsionarnoy aerogidrouprugosti obolochek*. (p.399). Kiyev: Naukova dumka.
6. Safarov, I.I., Kulmuratov, N.R., Teshaev, M.K., & Kuldaschov, N.U. (2019). Interaction of No stationary Waves on Cylindrical Body. *Applied Mathematics*, 10, Pp. 435-447. http://www.scirp.org/journal/am
7. Safarov, I.I., Kulmuratov, N.R., & Kuldaschov, N.U. (2019). Diffraction of Surface Harmonic Viscoelastic Waves on a Multilayer Cylinder with a Liquid. *Applied Mathematics*, 10, Pp. 468-484. http://www.scirp.org/journal/am
8. Safarov, I.I., & Boltaev, Z.I. (2019). Interaction of Harmonic Waves on a Viscoelastic Cylindrical Body. *Advance research Journal of Multidisciplinary Discoveries*. vol. 37, issue 1, Pp. 01-10. http://www.journal researchijf.com
9. Shmakov, V.P. (2011). *Izbrannie trudi po gidrouprugosti i dinamike uprugix konstruksiy* [Tekst]. (p.287). Moscow: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana.
10. Waki, Y., Mace, B.R., & Brennan, M.J. (2009). Free and forced vibrations of a tyre using a wave/finite element approach, *Journal of Sound and Vibration* 323, pp. 737-756.
11. Sabiniarz, P., & Kropp, W. (2010). A waveguide finite element aided analysis of the wave field on a stationary tyre, not is contact with the ground, *Journal of Sound and Vibration* 329, pp. 3041-3064.
12. Ming, R.S., Pan, J., & Norton, M.P. (2002). Free vibrations of elastic circular toroidal shells, *Applied Acoustics* 63, pp. 513–528
13. Jha, A. K., Inman, D.J., & Plaut, R. H. (2002). Free Vibration Analysis of an Inflated Toroidal Shell, *Journal of Vibration and Acoustics* 124(3), pp. 387–396.
14. Sahu, S.K., & Datta, P.K. (2006). *Research Advances in the Dynamic Stability Behaviour of Plates and Shells: 1987-2005*. ASME: Applied Mechanics Review, pp. 1-35.
15. Yang, J., & Fu, Y. (2007). Analysis of dynamic stability for composite laminated cylindrical shells with delaminations. *Compos. Struct*. -78, №3, pp. 309-315.
16. Carrer, J.A.M., Pereira, W.L.A., & Mansur, W.J. (2012). Two-dimensional elastodynamics by the time-domain boundary element method: Lagrange interpolation strategy in time integration. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, №36, pp.1164-1172.
17. Chen, Y.C., & Hwu, Ch. (2014). Boundary element method for vibration analysis of two-dimensional anisotropic elastic solids containing holes, cracks or interfaces. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, №40, pp.22-35.