

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
PIHII (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

SOI: [1.1/TAS](#) DOI: [10.15863/TAS](#)

International Scientific Journal Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2022 Issue: 04 Volume: 84

Published: 17.04.2020 <http://T-Science.org>

QR – Issue



QR – Article



Ismoil Ibragimovich Safarov

Institute of Chemistry and Technology
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor to department
of Advanced Mathematics, Tashkent, Uzbekistan
safarov54@mail.ru

Nurillo Raximovich Kulmurov

Navoi State Mining Institute
Senior Lecturer to Department of
Technology Engineering, docent, Uzbekistan
nurillo.Kulmurov.64@mail.ru

Baxtiyor Zafarovich Nuriddinov

Institute of Chemistry and Technology
Senior Lecturer to Department of Technology Engineering,
Doktorant, Tashkent, Republic of Uzbekistan

Nuriddin Esanov

Bukhara Engineering-Technological Institute
Senior Lecturer to Department of Technology Engineering,
Bukhara, Republic of Uzbekistan

MATHEMATICAL MODELING OF VIBRATION PROCESSES IN WAVE-LASTED ELASTIC CYLINDRICAL BODIES

Abstract: Environments of the set of problems put forward by practice are some of the urgent problems in which the propagation of wave processes in three-dimensional limited bodies is considered. Such processes are important in aircraft manufacturing, rocket engineering, mechanical engineering and construction. They occur during explosions, impacts, some technological operations and in a number of other cases. The main elements of most designs are composite shells and plates. Therefore, the study of dynamic processes in such objects is of the greatest interest.

Key words: short-term impulse, stress waves, construction, two-layer cylinder, rigid fastening, three-dimensional equations.

Language: Russian

Citation: Safarov, I. I., Kulmurov, N. R., Nuriddinov, B. Z., & Esanov, N. (2020). Mathematical modeling of vibration processes in wave-lasted elastic cylindrical bodies. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 04 (84), 321-327.

Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-04-84-56> **Doi:**  <https://dx.doi.org/10.15863/TAS>

Scopus ASCC: 2210.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В ТРЕСЛОЙНЫХ УПРУГИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛАХ

Аннотация: Среди множества выдвигаемых практикой задач одними из актуальных являются задачи, в которых рассматривается распространение волновых процессов в трехмерных ограниченных телах. Важное значение такие процессы имеют в авиационной, ракетостроительной, машиностроительной и строительной областях. Они возникают при взрывах, ударах, некоторых технологических операциях и в ряде других

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	РИИЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350

случаев. Основными элементами большинства конструкций являются составные оболочки и пластинки. Поэтому изучение динамических процессов в таких объектах представляет наибольший интерес.

Ключевые слова: кратковременный импульс, волны напряжения, конструкция, двухслойный цилиндр, жесткое скрепление, трехмерные уравнения.

Введение

Конструкции, состоящие из элементов, обладающих различной геометрией и жесткостью, широко используются в машиностроении, энергетике, нефтяной и химической промышленности, строительстве и т.д. Среди них наиболее распространение получили конструкции многослойной цилиндрической формы.

Примером использования состыкованных цилиндрических оболочек являются трубопроводы, где начали применяться и многослойные оболочки. Экспериментально доказано высокая несущая способность таких конструкций, которые нашли применение в химической, атомной промышленности и ракетостроении [1,2] и многослойными конструкциями являются ракеты на твердом топливе [3], сосуды давления [4], и т.д. Во многих случаях сложные конструкции работают под действием кратковременных нагрузок [5]. Исследование напряженно-деформированного состояния, возникающего в таких конструкциях при динамическом нагружении, связано со значительными трудностями. При падении на конструкцию кратковременных импульсов, инициируемых, например, взрывчатым веществом, ударом твердого тела и т.п., распределение давления может быть локализовано в виде пятна ограниченных размеров [6,7].

Экспериментальные исследования ограничиваются в основном регистрацией конечных поверхностных параметров процесса и не позволяют проследить, как развиваются и взаимодействуют волны напряжений в материале элементов конструкции [8,9]. В большинстве теоретических работ исследуется поведение

конструкций, как правило, с применением уравнений теории пластин и оболочек [10,11]. Рассматривается действие на оболочки подвижных осесимметричных не осесимметричных нагрузок [12]. Однако подход с позиций теории оболочек не позволяет исследовать распространение волн напряжений в материале тела. Это возможно только на основе трехмерных уравнений.

В работах [13, 14] проведены исследования трехмерных процессов в толстостенных цилиндрах, подверженных процессам импульсные нагруженные, с использованием уравнений теории упругости. Вместе с тем вопросы исследования динамического поведения составных конструкций, содержащих зоны быстрого изменения механических свойств материала, изучены недостаточно. Важной задачей является развитие методов расчета таких многослойных толстостенных конструкций.

Постановка задачи.

В настоящей работе исследуется реакция конечного трехслойного цилиндра на действие импульса давления, имеющего ограниченные размеры в пространстве и времени. Физико-механические и геометрические (поперечные сечения) параметры слоев разные. Первый и третий оболочки изготовлено из твердых материалов. Средний слой заполнителя изготовлены из мягких материалов. Предполагается, что между слоями обеспечивается жесткое скрепление без натяга по всей поверхности контакта. Задача решается в цилиндрических координатах r, φ, z . Расчетная схема приведена на рисунке 1. Слои нумеруются, начиная с внутреннего.

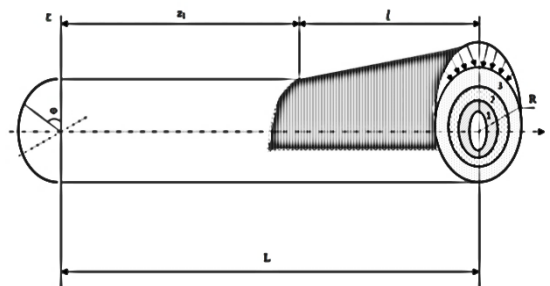


Рисунок 1. Расчетная схема. Схема трехслойного толстостенного цилиндра, нагруженного локальным импульсом давления

Система дифференциальных уравнений в цилиндрической системе координат, описывающая деформирование элементарного объема в k - ем слое, следующая [13]

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^{(k)}}{\partial x_j} + \rho_k F_{ki} = \rho_k \frac{\partial^2 u_{ki}}{\partial t^2}, \quad (i, j = 1, 2, 3; k = 1, 2, 3) \quad (1)$$

формулы Коши

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
 ISI (Dubai, UAE) = 0.829
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 0.126
 ESJI (KZ) = 8.716
 SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

$$\varepsilon_{ij}^{(k)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2)$$

и начальные условия при $t=0$:

$$u_{ki}(u_k, \vartheta_k, w_k) = 0, \frac{\partial u_{ki}}{\partial t} = 0, \quad (3)$$

где $\sigma_{ij}^{(k)}$ - тензор напряжений кого слоя; u_{ki} - вектор перемещений кого слоя; F_{ki} - вектор плотности массовых сил k -го слоя; ρ_k - плотности кого цилиндрического слоя, t -время. Система (1) - (3) замыкается граничными условиями $r = r_k$ [14]:

$$\begin{aligned} \sigma_r^k &= \sigma_r^{k+1}; u_k = u_{k+1}; \\ \tau_r^k &= \tau_r^{k+1}; \vartheta_k = \vartheta_{k+1}; \\ \tau_{r\varphi}^k &= \tau_{r\varphi}^{k+1}; w_k = w_{k+1}. \end{aligned} \quad (5)$$

При $r = r_0$ ставится условия свободно от напряжения:

$$\sigma_{rr}^{(1)} = 0; \tau_{r\varphi}^{(1)} = 0; \tau_{rz}^{(1)} = 0. \quad (6)$$

На внешней поверхности третьего цилиндра ставится следующие условия

$$\sigma_{rr}^{(3)} = P(r, \varphi, z); \tau_{r\varphi}^{(3)} = 0; \tau_{rz}^{(3)} = 0. \quad (7)$$

Граничные условия формулируются для каждой поверхности, ограничивающей область тела с неизменяющимися характеристиками материала (рисунке 1). На закрепленном торце цилиндр ($z=0$):

$$u_k = \vartheta_k = w_k = 0. \quad (8)$$

Давления $P(7)$ в случае локального нагружения представлено зависимостью от координат и времени в виде

$$P(r, \varphi, z) = \begin{cases} P_a \left(\frac{t}{T_0} \right) \xi_p \cos n\varphi; & 0 \leq t \leq T_0, \\ 0 \leq z \leq l, & -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \\ 0; & l > z; \\ P_a \left(1 - \frac{t}{T_1} \right) \xi_p \cos n\varphi; & T_0 \leq t \leq T_1, \\ 0 \leq z \leq l, & -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \\ 0; & t > T_1; \end{cases} \quad (10)$$

где P_a - амплитудное значение нагрузки, T_0 -период воздействия внешних нагрузок; l - длина цилиндра который воздействуют импульсная нагрузка и ξ_p - постоянная величина. Искомые функции в уравнениях системы (1)-(10) зависят от трех пространственных переменных и времени.

Методы решения.

В связи с линейностью постановки задачи решение ищем в виде:

$$u_{kn} = \sum_{n=0}^{\infty} U_{kn}(r, z, t) \cos n\varphi, \quad (11)$$

$$\vartheta_{kn} = \sum_{n=0}^{\infty} V_{kn}(r, z, t) \sin n\varphi,$$

$$w_{kn} = \sum_{n=0}^{\infty} W_{kn}(r, z, t) \cos n\varphi,$$

где U_{kn}, V_{kn}, W_{kn} - амплитуды перемещений, n - целые число.

Подставляя (11) в (1) - (9), тогда получим следующие системы дифференциальных уравнений в частных производных в перемещениях

$$\begin{aligned} & \frac{\lambda_k + 2\mu_k}{\mu_k} \left(\frac{\partial^2 W_n}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W_n}{\partial r} - \frac{W_n}{r^2} \right) + \\ & + \frac{\lambda_k + \mu_k}{\mu_k} \left(\frac{\partial^2 U_n}{\partial r \partial z} + \frac{n}{r} \frac{\partial V_n}{\partial r} \right) - \\ & - E_k \frac{n^2}{r^2} W_n + E_k \frac{\partial^2 W_n}{\partial z^2} - \frac{(\lambda_k + 3\mu_k)n}{\mu_k r^2} V_n = \frac{\rho_k c_0^2}{\mu_k} \frac{\partial^2 W_n}{\partial t^2}, \\ & E_k \frac{\partial^2 V_n}{\partial r^2} + E_k \frac{1}{r} \frac{\partial V_n}{\partial r} - \frac{(\lambda_k + \mu_k)n}{\mu_k r} \times \\ & \times \left(\frac{\partial W_n}{\partial r} + \frac{\partial U_n}{\partial z} \right) - \\ & - E_k \frac{V_n}{r^2} - \frac{\lambda_k + 2\mu_k}{\mu_k r^2} n^2 V_n + E_k \frac{\partial^2 V_n}{\partial z^2} - \\ & - \frac{(\lambda_k + 3\mu_k)n}{\mu_k r^2} W_n = \frac{\rho_k c_0^2}{\mu_k} \frac{\partial^2 V_n}{\partial t^2}, \\ & E_k \frac{\partial^2 U_n}{\partial r^2} + E_k \frac{1}{r} \frac{\partial U_n}{\partial r} + \frac{\lambda_k + \mu_k}{\mu_k r} \left(\frac{\partial W_n}{\partial z} + n \frac{\partial V_n}{\partial z} + r \frac{\partial^2 W_n}{\partial r \partial z} \right) - \\ & - E_k \frac{n^2}{r} U_n + \frac{\lambda_k + 2\mu_k}{\mu_k} \frac{\partial^2 U_n}{\partial z^2} = \frac{\rho_k c_0^2}{\mu_k} \frac{\partial^2 U_n}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (12)$$

где λ_k, μ_k - коэффициенты Ляме (9), $E_k = 1$. Задача решается в безразмерных величинах. В качестве масштаба длины используется внешний радиус цилиндра R , а масштаба времени - R/c_0 . Компоненты вектора смещений отнесены к $p_0 R / \mu_k$.

Решение (12) с учетом граничных и начальных условий (3) -(8) осуществляется методом конечных разностей. Область $0 \leq r \leq R$ разбиваем на N отрезков h_r ($h_r = R/N$), а время воздействия - на J малых шагов τ .

При рассмотрении различных вариантов задачи принималось $N=40$, J зависело от интервала времени, в котором производилось численное интегрирование. В каждой внутренней точке пластины i ($i = 3, 4, \dots, N+1$) в моменты времени $t = (m-2)\tau$ ($m = 2, 3, \dots, J$) уравнение (1) записывалось в конечных разностях.

Для расчета многослойного изотопного цилиндра конечной длины применяется разностную схему [15]. В узлах лежащих внутри упругой области, с помощью центральных разностей вида

$$\frac{\partial W(r_i, t)}{\partial r} = \frac{1}{2h_r} (W_{i+1}^m - W_{i-1}^m) + 0(h_r^2);$$

$$\frac{\partial^2 W(r_i, t)}{\partial r^2} = \frac{1}{h_r^2} (W_{i+1}^m - 2W_i^m + W_{i-1}^m) + 0(h_r^2);$$

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
 ISI (Dubai, UAE) = 0.829
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 0.126
 ESJI (KZ) = 8.716
 SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

$$\frac{\partial W(r_i, t_m)}{\partial t} = \frac{1}{2\tau} (W_i^{m+1} - W_i^{m-1}) + 0(\tau^2); \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 W(r_i, t_m)}{\partial t^2} = \frac{1}{\tau^2} (W_i^{m+1} - 2W_i^m + W_i^{m-1}) + 0(\tau^2);$$

$$\frac{\partial^4 W(r_i, t)}{\partial r^4} = \frac{1}{h_r^4} (W_i^m - 4W_{i+1}^m + 6W_i^m - 4W_{i-1}^m + W_{i-2}^m) + 0(h_r^2);$$

Здесь $W_i^m, \dots, W_{i-2}^m, W_i^{m+1}$ - сеточные функции; r_i - координата узла на линии r ; Остальные функции $V_i^m, \dots, V_{i-2}^m, V_i^{m+1}$ - напишется аналогичном виде (13). Разностные аппроксимации производных по r имеют одинаковый (второй) порядок точности по отношению к h_r , точность аппроксимации производных по времени порядка τ^2 .

В узлах, лежащих внутри вязкоупругой области, с помощью центральных разностей вида (13) записываем явную аппроксимацию уравнений, определяющих w_k, \mathcal{Q}_k, u_k :

$$\begin{aligned} U_{i,j}^{m+1} &= 2U_{i,j}^m + U_{i,j}^{m-1} + \\ &+ c_1 [U_{i,j+1}^m - 2U_{i,j}^m + U_{i,j-1}^m + c_2 (U_{i,j+1}^m - U_{i,j-1}^m)] - \\ &- c_3 U_{i,j}^m + c_4 (U_{i+1,j}^m - 2U_{i,j}^m + U_{i-1,j}^m) + \\ &+ c_5 (V_{i+1,j}^m - V_{i-1,j}^m) + c_6 (W_{i+1,j}^m - W_{i-1,j}^m) + \\ &+ c_7 (W_{i+1,j+1}^m - W_{i-1,j+1}^m - W_{i+1,j-1}^m + W_{i-1,j-1}^m); \\ V_{i,j}^{m+1} &= 2V_{i,j}^m - V_{i,j}^{m-1} + \\ &+ c_1 [V_{i,j+1}^m - 2V_{i,j}^m + V_{i,j-1}^m + c_2 (V_{i,j+1}^m - V_{i,j-1}^m)] - \\ &- c_8 V_{i,j}^m + c_9 (V_{i+1,j}^m - 2V_{i,j}^m + V_{i-1,j}^m) - c_{10} W_{i,j}^m - \\ &- c_{11} (W_{i,j+1}^m - W_{i,j-1}^m) - c_5 (U_{i+1,j}^m - U_{i-1,j}^m); \\ W_{i,j}^{m+1} &= 2W_{i,j}^m - W_{i,j}^{m-1} + \\ &+ c_{12} [W_{i,j+1}^m - 2W_{i,j}^m + W_{i,j-1}^m + c_2 (W_{i,j+1}^m - W_{i,j-1}^m)] - \\ &- c_{13} W_{i,j}^m + c_9 (W_{i+1,j}^m - 2W_{i,j}^m + W_{i-1,j}^m) + c_{11} (V_{i,j+1}^m - V_{i,j-1}^m) + \\ &+ c_7 (U_{i+1,j+1}^m - U_{i-1,j+1}^m - U_{i+1,j-1}^m + U_{i-1,j-1}^m) - c_{10} V_{i,j}^m. \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь

$$c = (\lambda_1 + 2\mu_1) / \mu_1; c_1 = \mu_1 \tau^2 / \rho h_r^2 a_0^2; c_2 = 0.5 / (1/h_r - j + 1);$$

$$c_3 = 4k^2 c_1 c_2^2; c_4 = ch_r^2 h_x^{-2}; c_5 = (c-1)kh_r h_x^{-1} c_1 c_2;$$

$$c_6 = c_5 k^{-1}; c_7 = c_6 c_2^{-1} / 4; c_8 = 4(ck^2 + 1)c_1 c_2^2; c_9 = c_1 h_r^2 h_x^{-2};$$

$$c_{10} = 4(c+1)kc_1 c_2^2; c_{11} = (c-1)kc_1 c_2; c_{12} = cc_1; c_{13} = 4(c+k^2)c_1 c_2^2.$$

При реализации на ЭВМ использовалась явная трехслойная схема аппроксимации производных по времени с постоянным шагом h_t [16,17]. Для получения разностного аналога пространственных производных расчетная область $r_0 \leq r \leq R, 0 \leq z \leq L$ покрывалась сеткой, состоящей из четырёхугольных элементов со сторонами h_r и h_z . В настоящей работе реализован алгоритм вывода результатов виде полей линий равных напряжений относительно переменных r и z при

$\varphi = const$ и требуемой последовательности моментов времени. При этом обработка результатов состоит в анализе развития напряжений по набору плоских картин изолиний напряжений. Основным результатом такого представления данных является значительное сокращение времени всего исследования. Полученные в работе результаты позволяют проследить особенности формирования и распространения, локализованных в теле волн напряжений в материалы трехслойного цилиндра, слой которого выполнены из разных материалов.

В расчетах были использованы следующие параметры: $L = 0.7m, R = 0.6m, r_0 = 0.1m, r_1 = 0.2m, r_2 = 0.4m, r_3 = 0.6m, l = 0.5m, E_1 = E_3 = 2 \cdot 10^5 MPa, \nu_1 = \nu_3 = 0.26, \rho_1 = \rho_3 = 7800 kg/m^3, E_2 = 6.67 \cdot 10^4 MPa, \nu_2 = 0.2, \rho_2 = 2280 kg/m^3$ импульс давления $P_0 = 1 \cdot 10^3 MPa, T_0 = 2 \cdot 10^{-3} c$ характеристики сетки элементов $h_r = 0.011m, h_z = 0.015m, h_t = 2 \cdot 10^{-5} c$.

При решении ограничивались пятью членами ряда Фурье, так как при заданном (13) изменении нагрузки удержание следующих членом ряда практически 10 членов изменяет амплитудное значение напряжения меньше чем на 3%. Шаг по времени определен из условия Куранта. Дальнейшее уточнение h_t осуществлялось в процессе расчетов. Для решения задачи шаг по времени выбрано $h_t = 2 \cdot 10^{-5} c$.

Численные результаты.

Расчеты проводились для двух случаев расположения слоев. В первом случае внешний и внутренний слой выполнено из стали (2-4). На рисунке показаны напряжений волны, возникающие в сечении $\varphi = 0; z = L$

Штриховые линии соответствуют напряжениям при равномерных нагрузках по оси z сплошные локальному нагруженную. Расчеты показали, что при одинаковых характеристиках нагружения в материале внешнего слоя формируются волны напряжений. С одинаковыми параметрами (на рисунках 3-5, кривая) в первые моменты времени. При этом величина напряжений на пруженики не зависит от того, из какого материала выполнен внешний слой. По мере прохождения волн внутрь слоев в случае, когда внешний слой из ситалла (см. рис. 2-4), в материале возникают напряжения σ_r и σ_φ в два-три раза больше, чем при обратном расположении слоев (рис. 2-4).

Impact Factor:

ISRA (India)	= 4.971	SIS (USA)	= 0.912	ICV (Poland)	= 6.630
ISI (Dubai, UAE)	= 0.829	РИИЦ (Russia)	= 0.126	PIF (India)	= 1.940
GIF (Australia)	= 0.564	ESJI (KZ)	= 8.716	IBI (India)	= 4.260
JIF	= 1.500	SJIF (Morocco)	= 5.667	OAJI (USA)	= 0.350

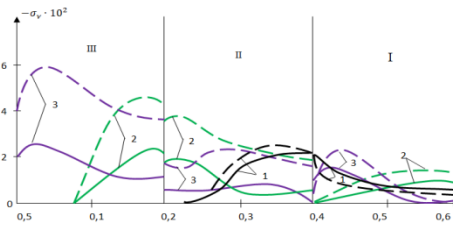


Рисунок 2. Изменение напряжений в сечении $\varphi=0$ при локальном (сплошная кривая) и постоянном по оси z (штриховая) нагружении: 1- $t=60h_t$; 2- $t=120h_t$; 3- $t=160h_t$.

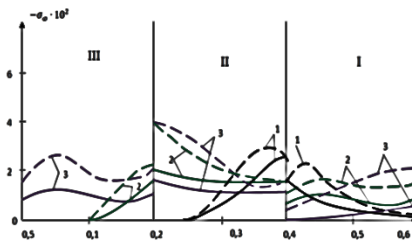


Рисунок 3. Изменение напряжений в сечении $\varphi=0$ при локальном (сплошная кривая) и постоянном по оси z (штриховая) нагружении: 1- $t=60h_t$; 2- $t=120h_t$; 3- $t=160h_t$.

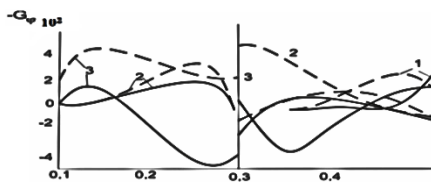


Рисунок 4. Изменение напряжений в сечении $\varphi=0$ при локальном (сплошная кривая) и постоянном по оси z (штриховая) нагружении: 1- $t=60h_t$; 2- $t=120h_t$; 3- $t=160h_t$.

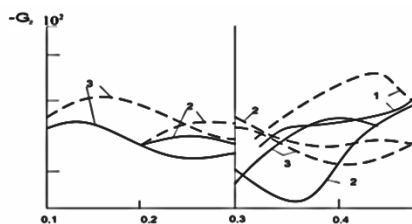


Рисунок 5. Изменение напряжений в сечении $\varphi=0$ при локальном (сплошная кривая) и постоянном по оси z (штриховая) нагружении: 1- $t=60h_t$; 2- $t=120h_t$; 3- $t=160h_t$.

Это наблюдается как при равномерном по оси z нагружении, так и при локальном. В случае локального нагружения величина напряжений σ_r и σ_φ со временем падает, что объясняется увеличением области приложения напряжений в направлениях r, z и φ . При прохождении волн через встик материалов наблюдаются скачки напряжений σ_φ и σ_z . Характерной особенностью напряженного состояния при локальном

нагружении является возникновение соизмеримых по величине со сжимающими растягивающих напряжений σ_z уже в первые моменты нагружения. На рис. 5 показаны обширные зоны в слое, выполненном могут быть причиной локального разрушения внутри слоя. При равномерном нагружении по оси, z растягивающие σ_z по величине значительно меньше и возникают в слое из стали (рисунках 2- 4, кривая 3). Рассмотрим изменение напряжения

Impact Factor:

ISRA (India) = 4.971
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИИЦ (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

$\sigma_r = f(r, z)$ при одинаковом локальном нагруженном для обоих слоев, волны сжатия, по форме соответствующие импульсу давления, движутся в материале внешних слоев со скоростью продольных волн. В обоих случаях происходит уменьшение величины напряжений σ_r вследствие расширения области приложения напряжений. Так как скорости распространения волн в стали и ситалле близки ($c_{cm}=5600\text{м/с}$, $c_{cum}=5040\text{м/с}$), волны подходят к стыку слоев примерно в одинаковые моменты времени. Далее картины волнообразования начинают отличаться. В случае, когда внешний слой выполнен из ситалла (рис. 5), наблюдается свободное прохождение волной сжатия стыка. При отражении от внутренней поверхности происходит образование движущейся по внутренней поверхности цилиндра области перехода сжимающих напряжений в растягивающие. Далее зона растягивающих напряжений распространяется на большую часть расчетной области. При этом величина растягивающая σ_r достигает $0,6P_a$. В следующие моменты времени волна растягивающая σ_r движется от внутренней поверхности цилиндра к стыку и отражается волной сжатия. Во внешний слой волна практически не проходит. Иная картина наблюдается, если внешний слой выполнен из стали. Волна сжатия σ_r отражается от стыка слоев волной растяжения, которая возвращается к внешней поверхности волной растяжения. В ситалле возникает волна сжимающих напряжений $\sigma_r = -0,2 \cdot P_a$. При ее отражении от внутренней поверхности цилиндра наблюдаются небольшие $\sigma_r = -0,18 \cdot P_a$ растягивающие напряжения. В целом при таком расположении слоев уровень напряжений значительно ниже. Рассмотрим изменение напряжения $\sigma_z = f(r, z)$ для $\varphi = 0$.

Из рис.5 видно, что при локальном нагруженном в обоих случаях расположения слоев уже в первые моменты времени возникает круговая полоса растягивающих напряжений

σ_z , охватывающая места приложения нагрузки.

Если внешний слой выполнен из ситалла, при прохождении волной стыка сжимающие σ_z увеличиваются скачком (максимальный перепад напряжений составляет $0,24P_a$) и достигают

величины $\sigma_z = -0,5P_a$ на внутренней поверхности цилиндра.

На стыке образуется движущаяся к заделке ($z=0$) зона перехода сжимающих напряжений в растягивающих. Если внешний слой из стали, тогда не происходит увеличения напряжений при прохождении волной стыка слоев и картина волнообразования более гладкая. На стыке образуется скачок напряжений, против ложный по знаку в сравнении с напряжениями при первом случае слоев. Область существования растягивающих напряжений уменьшается.

Выводы.

По результатам исследования можно сделать следующие выводы. Сжимающие радиальные напряжения σ_r в случае равномерного по оси z нагруженного превышают более чем в два раза напряжения, полученные при локальном нагруженном. Образовавшая в обоих случаях нагруженности растягивающих зона σ_r в ситалле может служить причиной разрушения материала в зоне стыка. На стыке слоев возникают скачки напряжения σ_z и σ_φ могущие привести к сдвигу слоев относительно друг и нарушению геометрической формы объекта.

Особенностью развития напряжений при локальном нагруженном является возникновение интенсивных растягивающих напряжений уже в начале нагруженном. В отличие от равномерное нагруженном, когда растягивающие σ_z напряжения распространяется практически на всю толщину стенки.

Эффект усиления напряжений при входе волны в более плотный материал при локальном нагруженном инициирует бегущую по стыку волну σ_z с большими растягивающими напряжениями.

Заключения.

Исходя из изложенного выше, можно сказать, что разработанные алгоритмы позволяют исследовать волновые процессы развития напряжений в упругих телах, могут быть использованы при анализе динамической прочности составных тел вращения.

Impact Factor:

ISRA (India)	= 4.971	SIS (USA)	= 0.912	ICV (Poland)	= 6.630
ISI (Dubai, UAE)	= 0.829	PIHHI (Russia)	= 0.126	PIF (India)	= 1.940
GIF (Australia)	= 0.564	ESJI (KZ)	= 8.716	IBI (India)	= 4.260
JIF	= 1.500	SJIF (Morocco)	= 5.667	OAJI (USA)	= 0.350

References:

1. Babich, Yu.N. (1980). Trexmernie volnovie prossi v sostavnix polnix silindrax, vzaimodeystvuyushix s okruzhayushix sredoy. *Problemi prochnosti*, №3, pp.101-104.
2. Galiev, Sh.U. (1981). *Dinamika gidrouprugoplasticheskix sistem.* (p.276). Kiyev: Naukova dumka.
3. Galiev, Sh.U. (1988). *Nelineynie volni v ogranichennix sploshnix sredax.* (p.276). Kiyev: Naukova dumka.
4. Nashif, A., Djons, D., & Khenderson, Dj. (1988). *Dempfirovaniye kolebaniy: Per.s angl.* (p.448). Moskva.: Mir.
5. Guz, A.N., & Kubenko, V.D. (1982). *Teoriya nestatsionarnoy aerogidrouprugosti obolochek.* (p.399). Kiyev: Naukova dumka.
6. Safarov, I.I., Kulmurotov, N.R., Teshayev, M.K., & Kuldashov, N.U. (2019). Interaction of No stationary Waves on Cylindrical Body. *Applied Mathematics*, 10, Pp. 435-447. <http://www.scirp.org/journal/am>
7. Safarov, I.I., Kulmurotov, N.R., & Kuldashov, N.U. (2019). Diffraction of Surface Harmonic Viscoelastic Waves on a Multilayer Cylinder with a Liquid. *Applied Mathematics*, 10, Pp. 468-484. <http://www.scirp.org/journal/am>
8. Safarov, I.I., & Boltaev, Z.I. (2019). Interaction of Harmonic Waves on a Viscoelastic Cylindrical Body. *Advance research Journal of Multidisciplinary Discoveries*. vol. 37, issue 1, Pp. 01-10. <http://www.journalresearchijf.com>
9. Shmakov, V.P. (2011). *Izbrannie trudi po gidrouprugosti i dinamike uprugix konstruksiy* [Tekst]. (p.287). Moscow: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana.
10. Waki, Y., Mace, B.R., & Brennan, M.J. (2009). Free and forced vibrations of a tyre using a wave/finite element approach, *Journal of Sound and Vibration* 323, pp. 737-756.
11. Sabiniarz, P., & Kropp, W. (2010). A waveguide finite element aided analysis of the wave field on a stationary tyre, not in contact with the ground, *Journal of Sound and Vibration* 329, pp. 3041-3064.
12. Ming, R.S., Pan, J., & Norton, M.P. (2002). Free vibrations of elastic circular toroidal shells, *Applied Acoustics* 63, pp. 513-528
13. Jha, A. K., Inman, D.J., & Plaut, R. H. (2002). Free Vibration Analysis of an Inflated Toroidal Shell, *Journal of Vibration and Acoustics* 124(3), pp. 387-396.
14. Sahu, S.K., & Datta, P.K. (2006). *Research Advances in the Dynamic Stability Behaviour of Plates and Shells: 1987-2005*. ASME: Applied Mechanics Review, pp. 1-35.
15. Yang, J., & Fu, Y. (2007). Analysis of dynamic stability for composite laminated cylindrical shells with delaminations. *Compos. Struct.* -78, №3, pp. 309-315.
16. Carrer, J.A.M., Pereira, W.L.A., & Mansur, W.J. (2012). Two-dimensional elastodynamics by the time-domain boundary element method: Lagrange interpolation strategy in time integration. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, №36, pp.1164-1172.
17. Chen, Y.C., & Hwu, Ch. (2014). Boundary element method for vibration analysis of two-dimensional anisotropic elastic solids containing holes, cracks or interfaces. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, №40, pp.22-35.