O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI

DIFFERENSIAL TENGLAMALAR KAFEDRASI

ESANOV NURIDDIN QURBONOVICH

MATERIALLAR QARSHILIGI FANIDAN

5140300– Mexanika va matematik modellashtirish bakalavriat yo'nalishi

talabalariga amaliy mashg'ulotlar uchun o'quv uslubiy qo'llanma

Buxoro 2021

Buxoro davlat universiteti
o'quv-metodik kengash 5-sonli
yig'ilishining bayonnomasidan

K O' CH I R M A

29.12.2021 **Buxoro shahri**

K U N T A R T I B I:

1. Turli masalalar.

Differensial tenglamalar kafedrasi o'qituvchisi Esanov Nuriddin Qurbonovichning 5140300-Mexanika va matematik modellashtirish ta'lim yo'nalishi uchun "Materiallar qarshiligi" deb nomlangan o'quv-uslubiy qo'llanmani tavsiya etish.

E SH I T I L D I:

M.Y. Farmanova (kengash kotibasi) - Differensial tenglamalar kafedrasi o'qituvchisi Esanov Nuriddin Qurbonovichning 5140300-Mexanika va matematik modellashtirish ta'lim yo'nalishi uchun "Materiallar qarshiligi" deb nomlangan o'quv-uslubiy qo'llanmani nashrga tavsiya etishni ma'lum qildi. Ushbu uslubiy qo'llanmaga: BuxMTI Oliy matematika kafedrasi f.-m.f.d. (DSc) Z.I.Boltayev va BuxDU Amaliy matematika va dasturlash texnologiyalari kafedrasi dotsenti J.Jumayevlar tomonidan ijobiy taqriz berilgani ta'kidlandi. Uslubiy qo'llanma muhokamasi haqidagi Fizika-matematika fakulteti (2021-yil 18-sentabr) va Differensial tenglamalar kafedrasi (2021-yil 15-sentabr) yig'ilish qarori bilan tanishtirdi.

Yuqoridagilarni inobatga olib o'quv-metodik kengash

Q A R O R Q I L A D I:

1Differensial tenglamalar kafedrasi o'qituvchisi Esanov Nuriddin Qurbonovichning 5140300-Mexanika va matematik modellashtirish ta'lim yo'nalishi uchun "Materiallar qarshiligi" deb nomlangan o'quv-uslubiy qo'llanma nashrga tavsiya etilsin.

O'quv-metodik kengash raisi **R.G'. Jumayev**

O'quv-metodik kengash kotibasi **M.Y. Farmanova**

Ma’sul muharrir:

Safarov I.I. – fizika-matematika fanlari doktori, professor.

Taqrizchilar:

Boltaev Z.I.- fizika-matematika fanlar doktori (DSc)

Jumaev J.- fizika-matematika fanlar nomzodi dotsent

O’quv uslubiy qo’llanma O’zbekiston Respublikasi Oliy va o’rta ta’lim vazirligi tomonidan tasdiqlangan namunaviy o’quv dasturi asosida, mexanika va matematik modellashtirish talimi yo’nalishi talabalarining amaliy mashg’ylot darslari uchun uslubiy qo’llanma sifatida yozilgan. Barcha konstruksiya elementlariga mustahkamlik, bikirlik va ustivorlik talablari qo’yiladi. Bu talablarni ta’minlash uchun konstruksiya elementlarida tashqi kuch ta’siridan hosil bo’ladigan zo’riqish va deformatsiyalarni bilish zarur.

Konstruksiya elementlarida hosil bo’lgan zo’riqish va deformatsiya macalalarni qo’yilishini talabalar mustaqil aniqlashi, ularning fanni yaxshi o’zlashtirishiga, muhandislarga qo’yilgan masalalarni hal etish, qulay usul va vositalarni aniqlashni, ma’lumotlar bazasini tahlil qilishga, texnik va ma’lumotlar adabiyotlaridan foydalanishga o’rgatadi.

Amaliy mashg’ulotlar talabada bilimlarini mustahkamlovchi, amaliy misol va masalalarni hal qilish uchun umum-pedagogik tushunchalar va asosiy pedagogik mahoratlarni rivojlantirishga qaratilgan.

Uslubiy qo’llanma 5140300-“ Mexanika va matematik modellashtirish” bakalavriat ta’lim yo’nalish talabalari uchun mo’ljallangan.

So‘z boshi

“Materiallar qarshiligi” fanining maqsadi – inshoot elementlari va konstruksiyalarida tashqi kuchlar ta’siridan hosil bo’ladigan zo’riqish va deformasiyalarni aniqlab, ularning mustahkamligi, bikirligi, ustuvorligini ta’minlashdan iborat.

“Materiallar qarshiligi” fanining asosiy vazifalari – inshoot va konstruksiyalarda tashqi kuchlar ta’siridan hosil bo’ladigan ichki zo’riqish kuchlari va deformatsiyalarni aniqlash; inshoot elementlarining materiali ma’lum bo’lsa ichki zo’riqish kuchlari va deformatsiyasiga ko’ra har bir element va inshootning mustahkamligini, bikirligini va ustuvorligini tekshirish; aniqlangan ichki kuchlar va deformatsiyalar miqdoriga ko’ra, elementning mustahkamligini, bikirligi va ustuvorligini ta’minlovchi inshoot elementlarining o’lchamlarini belgilash, Bunday ko‘nikmalarga talabalar yechilishi turlicha qiyinlikda bo‘lgan masalalarni mustaqil ravishda yechish jarayonida ega bo‘ladi. Albatta talabalarda, masalalarni mustaqil yechish jarayonida ko‘pgina amaliy savollar va tushunmovchiliklar paydo bo‘ladi. Masalalarni yechishda talabalarda hosil bo‘lgan amaliy savollarga darslik, o‘quv qo‘llanma, masalalar to‘plamidan va ma’ruzalar kursidan javob topmasligi mumkin. Shuning uchun ham bu o‘quv uslubiy qo‘llanma asosan tashqi kuch qo’yilganda ularning epyuralarni qurishda va talabalar uy vazifasini bajarishda juda ham qo‘l keladi.

«Materiallar qarshiligi» fanidan talabalar amaliy mashg‘ulotlari bo‘yicha tayyorlangan ushbu o‘quv uslubiy qo‘llanma bakalavriat bosqichi 5140300-“ Mexanika va matematik modellashtirish” bakalavriat ta’lim yo’nalish talabalari uchun mo’ljallangan.

I.BO‘YLAMA CHO‘ZILISH VA SIQILISH

I.1. Brus uchun bo‘ylama kuchlarni aniqlash va ularning epyuralarini qurish

Konstruksiya elementlarining markaziy cho‘zilishi va siqilishi amaliyotda juda ko‘p uchraydi. Masalan: ko‘tarish kranlari yuk ko‘targanda troslarining cho‘zilishi, avtomobillarni shatakka olganda troslarining cho‘zilishi, zavodlarda ishlangan gazlarni atmosferaga chiqaradigan juda ham katta trubalarning, teleminoralarning xususiy og‘irligidan siqilishi va boshqalarni misol qilib keltirish mumkin.

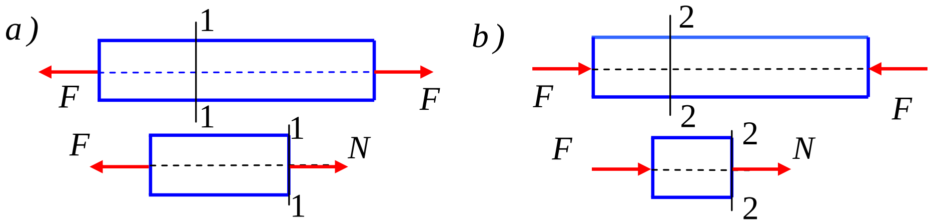
Sirtqi cho‘zuvchi yoki siquvchi kuchlar ta’sirida bo‘lgan sterjenlar ko‘ndalang kesimlarida faqat bo‘ylama ichki kuch faktori hosil bo‘lib, qolgan beshta ichki kuch faktorlari nolga teng bo‘lsa $(Q_x = Q_y = M_x = M_y = M_z = 0)$, bunday sterjen markaziy cho‘zilish yoki siqilish holatida bo‘ladi. Sterjen ko‘ndalang kesimining og‘irlik markazlarini tutashtiruvchi to‘g‘ri chiziq bo‘ylab yo‘nalgan va uning ko‘ndalang kesimga normal bo‘lgan bo‘ylama kuchni N_z yoki N bilan belgilaymiz.

Demak, bunda oltita ichki kuch faktorlaridan faqat bittasi qoladi, ya’ni

$$N = \int_A \sigma_z dA. \qquad (*)$$

Demak, *bo‘ylama kuch* deb sterjenning ko‘ndalang kesimida hosil bo‘lgan normal kuchlanishlarning teng ta’sir etuvchisiga aytiladi. Bo‘ylama kuchlarni aniqlash uchun kesish usulidan foydalanamiz. Cho‘zuvchi bo‘ylama kuchlarni qaralayotgan kesimdan tashqariga, siquvchi bo‘ylama kuchlarni kesimga qaratib yo‘naltiramiz. Cho‘zuvchi bo‘ylama kuchni musbat, siquvchi bo‘ylama kuchni esa manfiy deb qabul qilamiz. Ko‘ndalang kesimdagi bo‘ylama kuchni kesimdan tashqariga yo‘naltiramiz, agar hisoblar natijalarida bo‘ylama kuch manfiy ishora bilan chiqsa, uning yo‘nalishini teskari tomonga o‘zgartiramiz.

Ba’zi bir murakkab hollarda N_z kuchning yo‘nalishi noma’lum bo‘lsa, uni kesimdan tashqariga yo‘naltirish maqsadga muvofiqdir. Agar hisoblar natijalarida N_z kuch manfiy ishora bilan chiqsa, uning yo‘nalishini teskari tomonga o‘zgartirib qo‘yishimiz lozim. Murakkab hollarda, ya’ni sterjenga bir nechta kuchlar ta’sir etsa, N_z kuchning sterjen o‘qi bo‘ylab o‘zgarishi bo‘yicha to‘liq tasavvurga ega bo‘lish uchun uning grafigini qurish maqsadga muvofiqdir.

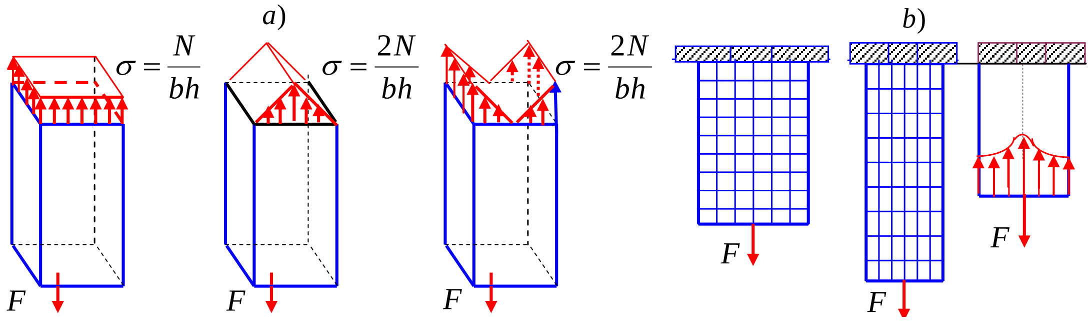


Sterjen ko‘ndalang kesimida o‘qi bo‘ylab hosil bo‘lgan bo‘ylama kuchning o‘zgarish qonunini ko‘rsatuvchi grafik *bo‘ylama kuch epyurasi* deb ataladi.

Turli oraliqlarda hosil bo‘lgan bo‘ylama kuch epyuralarini qurish uchun sterjen o‘qiga parallel bo‘lgan sanoq chiziq olamiz. Sanoq chiziqning chap tomoniga manfiy va o‘ng tomoniga musbat ichki kuchlar qiymatlarini perpendikulyar ravishda masshtabda o‘lchab qo‘yamiz va nuqtalarni to‘g‘ri chiziq bilan tutashtiramiz. Hosil qilingan epryurani sterjen o‘qiga perpendikulyar chiziqlar bilan shtrixlaymiz.

I.2. Sterjen ko‘ndalang kesimlaridagi kuchlanishlar

Bo‘ylama cho‘zilgan (siqilgan) sterjenlarning ko‘ndalang kesimda faqat normal kuchlanish σ hosil bo‘ladi. Bo‘ylama kuch juda kichik yuzasiga ta’sir etayotgan ichki $\sigma \cdot dA$ kuchlarning teng ta’sir etuvchisi bo‘lgani uchun uni (*) ko‘rinishida ifodalash mumkin. Agar kuchlanishni aniqlashni masalaning faqat statik tomonidan qarasak, unda bo‘ylama kuch N bir qiymatiga kesim bo‘yicha kuchlanishning cheksiz ko‘p tarqalish qonuni to‘g‘ri keladi. Quyidagi *chizma*da keltirilgan normal σ kuchlanishning barcha tarqalish qonuniga, bo‘ylama kuchning bir qiymati $N = F$ to‘g‘ri keladi



Shunday qilib, kuchlanishning ko‘ndalang kesim bo‘yicha tarqalish qonuni aniq bo‘lmaguncha (*) integral tenglamadan kuchlanishni aniqlab bo‘lmaydi, qaralayotgan masala statik aniqmas hisoblanadi. Kuchlanishning cheksiz ko‘p statik mumkin bo‘lgan epyuralaridan biri haqiqiy hisoblanadi, agar u sterjenning deformatsiyalanish xarakteriga to‘g‘ri kelsa, buning uchun masalaning geometrik tomonini tekshirish maqsadga muvofiq bo’ladi.

Tajribalar shuni ko‘rsatadiki, agar sterjenning yon sirti o‘qiga parallel va perpendikulyar to‘g‘ri chiziqlar o‘tkazib to‘r chizilsa bo‘ylama kuch ta’sirida deformatsiyadan keyin ham to‘g‘ri chiziqlar perpendikulyarligicha qoladi (*b-chizma*).

Demak, fikran tasavvur qilishimiz mumkin, prizmatik sterjenlarning sirtidagi bo‘ylama elementlari bir xil uzunlikka uzayadi. Unda tabiy holki, ichki bo‘ylama elementlari ham bir xil uzunlikka uzayadi, ya’ni ko‘ndalang kesimi parallel ravishda siljib ko‘chadi. Bu tajriba tekis kesim gipotezasiga to‘g‘ri keladi, bu gipotezani birinchi bo‘lib golland olimi D.Bernulli aytganligi uchun uning nomi bilan ham yuritiladi.

Tekis kesim gipotezasi – *sterjenning deformatsiyagacha tekis bo‘lgan va sterjen o‘qiga perpendikulyar bo‘lgan kesimlari deformatsiyadan keyin ham tekis va sterjen o‘qiga perpendikulyar*.

Fikran sterjendan ajratilgan barcha bo‘ylama elementlar bir xil sharoitda bo‘ladi, unda ko‘ndalang kesimning barcha nuqtalaridagi normal kuchlanishlar bir xil bo‘lishi shart:

$$\sigma = const \qquad \sigma = N/A. \qquad N/m^2; \; kN/m^2.$$

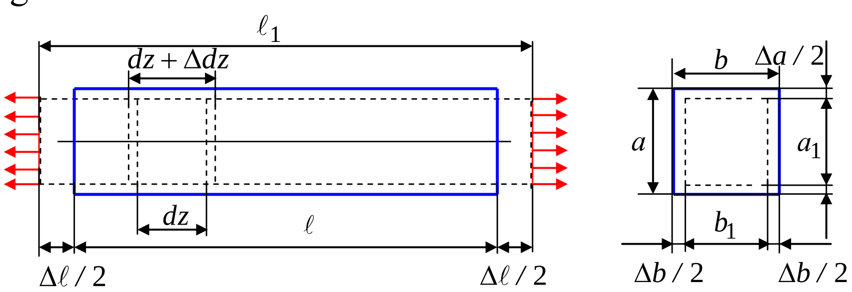
I.3. To‘g‘ri brusning markaziy cho‘zilishi va siqilishida bo‘ylama deformatsiya. Guk qonuni

Tajribalar shuni ko‘rsatadiki, stenjenga o‘qi bo‘yicha yo‘nalgan cho‘zuvchi kuch ta’sir etsa, uning uzunligi ortadi, ko‘ndalang kesim o‘lchamlari esa qisqaradi (3.1-chizma). Siqilishda teskari holat ro‘y beradi, ya’ni siqilishda sterjen uzunligi qisqaradi, ko‘ndalang kesim o‘lchamlari ortadi. Sterjenning dastlabki uzunligi ℓ ga, deformatsiyadan keyingi uzunligi ℓ_1 ga teng bo‘lsin. Sterjen uzunligining ortishi *absolyut bo‘ylama cho‘zilish*, kamayishi esa *absolyut bo‘ylama qisqarish* deb ataladi va u $\Delta\ell$ bilan belgilanib m metrda o‘lchanadi.

Absolyut bo‘ylama cho‘zilish quyidagi formula bilan ifodalanadi.

$$\Delta\ell = \ell_1 - \ell. \tag{3.1}$$

Qaralayotgan sterjendan fikran uzunligi dz bo‘lgan cheksiz kichik element ajratib olamiz. Kuch qo‘yilgandan keyin element Δdz absolyut bo‘ylama cho‘zilishga ega bo‘ladi.



3.1-chizma.

Sterjen uzunlik birligiga to‘g‘ri keluvchi absolyut bo‘ylama deformatsiya nisbiy bo‘ylama deformatsiya deb ataladi va ε bilan belgilanadi:

$$\varepsilon = \Delta dz/dz; \;\; \Delta dz = \varepsilon dz.$$

Markaziy cho‘zilishda barcha kesimlarda $\sigma = const$ va $\varepsilon = const$ ekanligini hisobga olib, kichik elementning deformatsiyasini yig‘indisi quyidagicha ifodalanadi:

$$\Delta\ell = \int_0^\ell \varepsilon dz = \varepsilon \int_0^\ell dz = \varepsilon\ell.$$

Shunday qilib, markaziy cho‘zilishda nisbiy bo‘ylama deformatsiya quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$\varepsilon = \Delta\ell/\ell. \tag{3.2}$$

Bu formuladan ko‘rinib turibdiki, nisbiy bo‘ylama deformatsiya birliksiz (kattalik) son.

Turli materiallardan yasalgan sterjen namunalari ustida cho‘zilish va siqilishga o‘tkazilgan tajribalar, cho‘zuvchi kuch ma’lum bir chegaraga yetguncha absolyut bo‘ylama deformatsiya kuchga hamda sterjen uzunligiga to‘g‘ri proporsional va ko‘ndalang kesim yuzasiga, teskari proporsional ekanligini ko‘rsatadi. Bu mulahozalarning matematik ifodasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\Delta\ell = \frac{N\ell}{EA}. \tag{3.3}$$

Bu formula Guk qonuning tajribalar natijasi ifodasidir.

Yuqoridagi (3.3) formuladan ko‘rinib turibdiki, absolyut bo‘ylama deformatsiya cho‘zuvchi kuch va sterjen uzunligiga to‘g‘ri proporsional, elastiklik moduli va ko‘ndalang kesim yuziga teskari proporsional. Bu ifodadagi E bo‘ylama elastiklik moduli deb ataladi. Bo‘ylama elastiklik moduli materialning cho‘zilishga (siqilish) qarshilik ko‘rsata olish xususiyatini bildiradi. O‘lchov birligi N/m^2; kN/m^2. AE sterjen ko‘ndalang *kesimining cho‘zilish (siqilish)dagi bikirligi* deb ataladi.

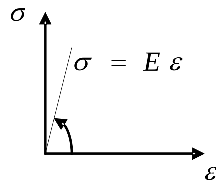
(3.3) formulaning har ikkala tomonini sterjen uzunligiga ℓ ga bo‘lsak quyidagi hosil bo‘ladi:

$$\frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{N}{EA} \text{ yoki } \varepsilon = \frac{N}{EA}, \tag{3.4}$$

Bu (3.4) formulaga (3.1) ifoda qo‘yilsa Guk qonunining boshqa ko‘rinishdagi matematik ifodasi hosil bo‘ladi:

$$\sigma = E\varepsilon. \tag{3.5}$$

Guk qonuni fizik qonun bo‘lib, u normal kuchlanish σ nisbiy bo‘ylama deformatsiya ε ga to‘g‘ri proporsional bog‘lanishda ekanligini ifodalaydi.



3.2 - chizma

(3.5) formuladan quyidagini hosil qilish mumkin:

$$E = \sigma/\varepsilon. \tag{3.6}$$

ya’ni elastiklik moduli normal kuchlanishning o‘ziga to‘g‘ri keluvchi nisbiy bo‘ylama deformatsiyaga nisbatini ifodalaydi. Guk qonunini grafik ko‘rinishida ham tasvirlash mumkin (*3.2-chizma*). Buning uchun ma’lum masshtabda gorizantal o‘q bo‘yicha nisbiy bo‘ylama deformatsiyani, vertikal o‘q bo‘yicha esa normal kuchlanishlarni qo‘yib quriladi. Natijada og‘ma to‘g‘ri chiziq hosil bo‘ladi.

Og‘ma to‘g‘ri chiziq bilan ε o‘qi orasidagi burchakning tangensi elastiklik moduliga to‘g‘ri proporsional:

$$tg\alpha = \sigma/\varepsilon = E. \tag{3.7}$$

I.4. Ko‘ndalang deformatsiya. Puasson koeffitsienti

Sterjen bo‘ylama deformatsiyalanganda, uning ko‘ndalang kesim o‘lchamlarining o‘zgarishi ro‘y beradi. Cho‘zuvchi kuch ta’sir etsa, sterjen uzunligi ortadi ko‘ndalang kesim o‘lchamlari qisqaradi. Siqilishda teskarisi ro‘y beradi, ya’ni uzunligi qisqaradi ko‘ndalang kesim o‘lchamlari esa ortadi. Cho‘zilish va siqilishda sterjen ko‘ndalang kesim o‘lchamlarining o‘zgarishi *ko‘ndalang deformatsiya* deb ataladi. Sterjenning dastlabki ko‘ndalang kesim o‘lchamlarini a va b bilan belgilaymiz. Bu o‘lchamlardan biri a tomonining deformatsiyasini qaraymiz, sterjen cho‘zilganda ko‘ndalang a o‘lcham Δa ga qisqaradi, bunga *absalyut ko‘ndalang deformatsiya* deyiladi, ya’ni

$$\Delta a = a - a_1 \tag{4.1}$$

Absalyut ko‘ndalang deformatsiyaning dastlabki o‘lchamga nisbati

$$\varepsilon^{!} = \Delta a/a. \tag{4.2}$$

nisbiy ko‘ndalang deformatsiya deb ataladi.

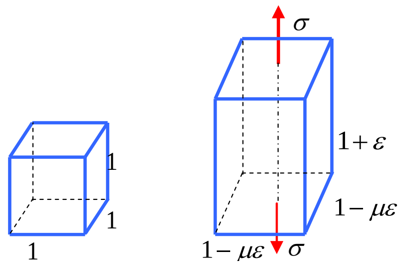
Nisbiy ko‘ndalang deformatsiya tegishli bo‘ylama deformatsiyaga to‘g‘ri proporsional va ishorasi bo‘yicha teskari:

$$\varepsilon^{!} = -\mu\varepsilon. \tag{4.2}$$

Bu erda μ *ko‘ndalang deformatsiya koeffitsienti* bo‘lib, materialning mexanik xarakteristikalaridan birini ifodalaydi, bu koeffitsient kattaligi birinchi bo‘lib matematik yo‘l bilan fransuz matematigi Puasson tomonidan aniqlangan. Bu koeffitsient nisbiy ko‘ndalang deformatsiyaning nisbiy bo‘ylama deformatsiyaga nisbatining absalyut qiymatiga teng o‘zgarmas miqdordir.

$$\mu = \left|\varepsilon^! / \varepsilon\right|. \tag{4.4}$$

Ko‘ndalang deformatsiya koeffitsienti miqdori qanday chegarada o‘zgarishini aniqlaymiz. Buning uchun 4.1-chizmadagi sterjenning dastlabki holatidan ikkita ko‘ndalang va to‘rtta bo‘ylama tekisliklar yordamida tomonlari uzunliklari 1 birlikka teng bo‘lgan kubni fikran ajratib olamiz.



4.1-chizma

Sterjen cho‘zilganda ajratib olingan kub o‘lchamlari o‘zgaradi: vertikal yo‘nalishda ε nisbiy cho‘zilish miqdoriga ortadi, ko‘ndalang kesim har bir o‘lchamlari $\varepsilon^! = \mu\varepsilon$ nisbiy siqilish miqdoriga qisqaradi. Shunday qilib kub yangi o‘lchamlarni qabul qiladi: balandligi $1+\varepsilon$ asos tomonlari $1-\mu\varepsilon$ teng bo‘ladi.

Kubning dastlabki hajmi $V = 1$ birlikka teng, deformatsiyadan keyin esa kubning hajmi $V^! = (1+\varepsilon)(1-\mu\varepsilon)^2$ ga teng bo‘ladi. Bu ifodadagi hadlarni ko‘paytirib ikkinchi tartibli kichik hadlarni e’tiborga olmasak kub hajmining nisbiy o‘zgarish quyidagiga teng:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{V^! - V}{V} = \frac{1+\varepsilon(1-2\mu)-1}{1} = \varepsilon(1-2\mu); \text{.yoki } \frac{\Delta V}{V} = \frac{\sigma}{E}(1-2\mu). \tag{4.5}$$

Sterjen cho‘zilganda uning hajmi o‘zgarmasligini e’tiborga olib yuqoridagi tenglikdan:

$$(1-2\mu) \geq 0 \qquad 2\mu \leq 1 \qquad \mu \leq 0{,}5$$

Shunday qilib, Puasson koeffitsienti nazariy jihatdan 0 dan 0,5 gacha o‘zgaradi.

Turli materiallar uchun Puasson koeffitsienti va elastiklik moduli qiymatlari tajriba yo‘li bilan aniqlanadi.

I.5.Cho‘zilish (siqilish) da sterjenlarni mustahkamlikka hisoblash

Sterjenning xavfli ko‘ndalang kesimlarida hosil bo‘ladigan normal kuchlanish qiymati uning materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanishdan ortib ketmasa, bunday sterjenning mustahkamligi ta’minlangan hisoblanadi.

Ruxsat etilgan normal kuchlanish $[\sigma]$ harfi bilan belgilanadi. Sterjen materiali cho'zilish va siqilishga turlicha qarshilik ko'rsatsa, ruxsat etilgan normal kuchlanish cho'zilishda $[\sigma_{ch}]$ va siqilishda $[\sigma_s]$ bilan belgilanadi.

Umumiy holda cho'zilgan va siqilgan sterjenlarning mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} \leq [\sigma]. \tag{4.1}$$

Bu ifodadan, sterjen uchun aniqlanishi lozim bo'lgan xarakteristikalariga qarab quyidagi uch turdagi masalani yechish mumkin.

1. *Sterjenni mustahkalikka tekshirish.*

Bunda quyida keltirilgan formuladan sterjen mustahkamligi aniqlanadi:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]. \tag{4.2}$$

Agar sterjenni cho'zuvchi (siquvchi) kuchlar va sterjenning ko'ndalang kesim o'lchamlari berilgan bo'lsa, unda qaralayotgan kesimdagi maksimal normal kuchlanishni aniqlab, uni berilgan ruxsat etilgan kuchlanish bilan taqqoslaymiz. Taqqoslash natijasi orasidagi farq $\pm 5\%$ dan ortmasligi lozim.

2. *Sterjen ko'ndalang kesim o'lchamlarini aniqlash.*

Agar sterjenga ta'sir etuvchi kuchlar va sterjen materiali ma'lum bo'lsa, unda sterjenning xavfli ko'ndalang kesim o'lchamlari quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$A \geq \frac{N_{\max}}{[\sigma]}. \tag{4.3}$$

3.*Sterjen ko'tara oladigan eng katta kuchni aniqlash.*

Agar sterjenning ko'ndalang kesimi o'lchamlari va uning materiali berilgan bo'lsa, sterjen ko'tara oladigan eng kata kuch quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$N_{\max} \leq A[\sigma]. \tag{4.4}$$

Konstruksiya elementlarining uzoq ishlash davrida yemirilmasligini ta'minlaydigan eng katta kuchlanishga *ruxsat etilgan kuchlanish* deb ataladi. Ruxsat etilgan kuchlanish xavfli kuchlanishdan bir necha marta kichik bo'lishi lozim.

Plastik matariallardan tayyorlangan konstruksiya elementlari xavf xatarsiz ishlashini ta'minlovchi ruxsat etilgan kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{o.ch.}}{n_{o.ch.}}. \tag{4.5}$$

bunda, $n_{o.ch}$ oquvchanlik chegarasidagi mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti bo‘lib, qiymati $1,4 \div 1,6$ ga teng.

Mo‘rt matariallardan tayyorlangan konstruksiya elementlar xavf xatarsiz ishlashini taminlovchi ruxsat etilgan kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

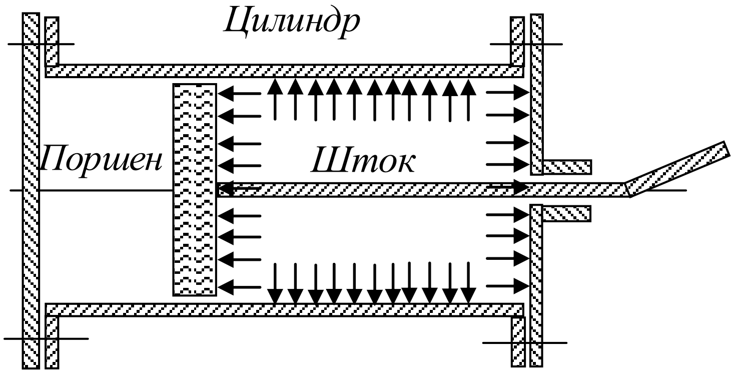
$$[\sigma] = \frac{\sigma_{m.ch.}}{n_{m.ch.}}. \qquad (4.6)$$

bunda $n_{m.ch.}$ mustahkamlik chegarasidagi mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti bo‘lib, qiymati $2,5 \div 3,0$ ga teng

Yog‘och materiallari uchun esa mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti 3 dan 8 gacha oraliqda tanlanadi.

STATIK ANIQ MASALALAR

1.1-masala. Bug‘ mashinasi silindri porshenining diametri 40 sm (rasmga q), porshen shtogining diametri 5,6 sm. Bug‘ning bosimi $q = 10at = 10kg/sm^2$,($1at = 1kg/sm^2 = 9{,}81 \cdot 10^4\ N/m^2$). Mashinaning bir yurishi vaqtidagi shtokning eng katta kuchlanishi va uzunligining shunga yarasha o‘zgarishi topilsin. Shtokning uzunligi 75 sm, shtokning materiali po‘lat.



1.1-masala uchun rasm.

Yechish. Quyidagicha belgilaymiz: silindr diametri $D = 40\ sm$, shtokning diametri $d = 5{,}6\ sm$, uzunligi $\ell = 75\ sm$, bug‘ning bosimi $q = 10\,at = 10\,кг/sm^2 = 9{,}81 \cdot 10^5\ N/m^2$, elastiklik moduli $E = 2 \cdot 10^7\ N/sm^2 = 19{,}62 \cdot 10^{10}\ N/m^2$, porshen yuzi:

$$A_1 = \frac{\pi D^2}{4} = 0{,}785 \cdot 40^2 = 1256\ sm^2 = 0{,}1256\ m^2.$$

Shtokdagi kuchni quyidagi formuladan aniqlaymiz:

$F = A_1 \cdot q = 1256 \cdot 10 = 12560\ кг = 0{,}1256 \cdot 9{,}81 \cdot 10^5 = 1{,}23 \cdot 10^5\ N.$ (siqilish)

Shtokning ko‘ndalang kesim yuzi:

$$A_2 = \frac{\pi d^2}{4} = 0{,}785 \cdot (5{,}6)^2 = 24{,}65\ sm^2 = 2{,}465 \cdot 10^{-3}\ m^2.$$

Shtokdagi kuchlanishni topamiz:

$$\sigma = \frac{F}{A_2} = \frac{12560}{24{,}65} = 510\ кг/sm^2 = \frac{1{,}23 \cdot 10^5}{2{,}465 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^2\ N/m^2.$$

Shtokning qisqarishi quyidagiga teng:

$$\Delta \ell = \frac{F\ell}{EA_2} = \frac{12560 \cdot 75}{2 \cdot 10^6 \cdot 24{,}65} = 0{,}0191\ sm = \frac{1{,}23 \cdot 10^5 \cdot 75 \cdot 10^{-2}}{19{,}62 \cdot 10^{10} \cdot 2{,}465 \cdot 10^{-3}} = 1{,}91 \cdot 10^{-4}\ m.$$

1.2-masala. Agar poezd joyidan qo‘zg‘alayotganda kuchlanish po‘latning oquvchanlik chegarasidan oshmasligi lozim bo‘lsa, temir yo‘l vagonlari tortqisi vinti materiali uchun statik nagruzkani hisoblashda ruxsat etilgan kuchlanish qanday bo‘lishi lozim? Oquvchanlik chegarasini $\sigma_T = 0{,}6\sigma_V$, mustahkamlik chegarasini $\sigma_V = 50\, N/мм^2$ deb olamiz. Poyezd joyidan to‘satdan qo‘zg‘algandagi kuchlanish asta-sekin qo‘zg‘algandagidan ikki marta katta bo‘lishini hisobga oling.

Yechish. Oquvchanlik chegarasini $\sigma_{\text{T}} = 0{,}6\sigma_V$ vaqtincha qarshiligini $\sigma_V = 5000\, N/sm^2$ teng deb, qabul qilamiz. Poezdning joyidan kutilmaganda qo’g’alishida kuchlanish, sekin-asta qo’zg’alishiga nisbatan ikki marna katta bo’lishini e’tiborga olish lozim.

Unda ruxsat etilgan kuchlanish quyidagiga teng deb bo’ladi:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{T}}}{2} = 0{,}6\frac{5000}{2} = 1500\, N/sm^2.$$

1.3-masala. Balandligi 3 m bo‘lgan cho‘yan ustunning ko‘ndalang kesimi halqasimon bo‘lib, tashqi diametri 25 sm, ichki diametri 20 sm. Kolonna 50 *kN* kuch bilan siqiladi. Ko‘ndalang kesim yuzidagi kuchlanish, absolyut va nisbiy siqilish nimaga teng?

Berilganlar:

$$h = 3\ m = 300\ sm; \quad F = 50\, kN = 5\cdot 10^4\ N; \quad D = 25\ sm; \ d = 20\ sm.$$

Yechish. Kolonna ko‘ndalang kesimidagi kuchlanishni aniqlaymiz.

Yuqoridagi (2.1) formulaga asosan kuchlanish quyidagicha ifodalanadi

$$\sigma = \frac{N}{A}.$$

Ko‘ndalang kesimi halqasimon bo‘lgan kollonnaning kesim yuzasi quyidagicha ifodalanadi:

$$A = \pi\frac{D^2}{4} - \pi\frac{d^2}{4}.$$

Unda kuchlanish miqdorini quyidagi formuladan aniqlaymiz:

$$\sigma = -\frac{N}{\pi\left(\frac{D^2}{4} - \frac{d^2}{4}\right)} = -\frac{5\cdot 10^4}{\pi\left(\frac{25^2}{4} - \frac{20^2}{4}\right)\cdot 10^{-4}} = -\frac{5\cdot 10^4}{\pi\left(\frac{625}{4} - \frac{400}{4}\right)\cdot 10^{-4}} =$$

$$= -\frac{2\cdot 10^5}{706{,}5\cdot 10^{-4}} = -283{,}085\, N/sm^2.$$

Kolonnaning absolyut siqilishini aniqlaymiz:

$$\Delta\ell = \frac{Fh}{EA} = \frac{5\cdot 10^4\cdot 3}{1{,}2\cdot 10^{11}\left(\frac{\pi 625}{4} - -\frac{\pi 400}{4}\right)\cdot 10^{-4}} = \frac{60}{270\cdot\pi\cdot 10^3} = 0{,}0707\cdot 10^{-3}\, m = 0{,}71 mm.$$

Kolonnaning nisbiy siqilishini aniqlaymiz:

$$\varepsilon = \frac{\Delta h}{h} = \frac{0{,}71}{300} = 2{,}36\cdot 10^{-4}.$$

1.4-masala. Yog‘och ustunning ko‘ndalang kesimi doira bo‘lib, diametri 20 sm. Agar undagi siquvchi kuchlanish 4 MPa dan oshmasa, ustun qancha yuk ko‘tara olishi mumkin?

Berilganlar: $d = 20\ sm;\ \ [\sigma] = 400\ N/sm^2 = 0{,}4 kN/sm^2 = 4\, MPa.$

Yechish. Yog‘och ustunning ko‘tara oladigan yukini, uning mustahkamlik shartidan aniqlaymiz**:**

$$[\sigma] \geq \frac{F}{A}.$$

Bunda ustunning ko‘ndalang kesim yuzasi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$A = \pi\frac{d^2}{4} = \pi\frac{20^2}{4} = 314\ sm^2 = 314\cdot 10^{-4}\, m^2.$$

Unda ustun ko‘tara oladigan yuk quyidagiga teng bo‘ladi, uning mustahkamlik shartidan aniqlaymiz**:**

$$F = A[\sigma] = 314\cdot 10^{-4}\cdot 4\cdot 10^6 = 125{,}6\ kN.$$

1.5-masala. Dumaloq kesimli po‘lat sterjen 100 kN kuch bilan cho‘ziladi. Nisbiy uzayish 1/2000 dan oshmasligi, kuchlanish 120 MPa dan oshmasligi lozim. Sterjenning shu shartlarini qanoatlantiradigan eng kichik diametrini toping.

Berilganlar: $N = 100\ kN = 1\cdot 10^5\ N;\ \ [\varepsilon] \leq \frac{1}{2000};\ \ E = 2\cdot 10^{11}\ N/m^2;$

$\sigma_{\max} \leq 120\cdot 10^{-6}\ N/m^2.$

Yechish: Po‘lat sterjen ko‘ndalang kesim yuzasi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$A = \pi\frac{d^2}{4}.$$

Cho‘zilish va siqilishdagi Guk qonunidan foydalanamiz:

$$\Delta\ell = \frac{F\ell}{EA}.$$

Guk qonunining har ikkala tomonini sterjen uzunligiga bo‘lamiz:

$$\frac{\Delta\ell}{\ell}=\frac{F}{EA}.$$

Bu ifodani quyidagi ko‘rinishda ifodalash mumkin:

$$\varepsilon=\frac{F}{EA}.$$

Unda po‘lat sterjenning bikirlik sharti ifodasi:

$$[\varepsilon]\geq\frac{F}{EA}.$$

Berilganlarni bu formulaga qo‘yamiz:

$$[\varepsilon]\geq\frac{1\cdot 10^5}{2\cdot 10^{11}\frac{\pi d^2}{4}}.$$

Bundan:

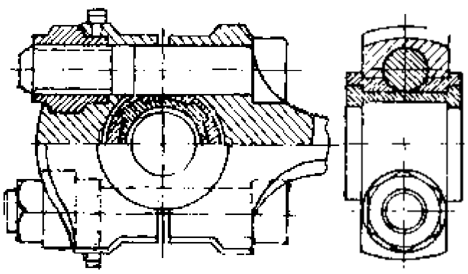
$$d\geq\sqrt{\frac{1\cdot 10^5\cdot 4}{\pi\cdot 2\cdot 10^{11}[\varepsilon]}}=\sqrt{\frac{1\cdot 10^5\cdot 4\cdot 2000}{3{,}14\cdot 2\cdot 10^{11}}}=0{,}03569m=3{,}57\,sm.$$

Sterjennig normal kuchlanish bo’yicha mustahkamlik shartidan:

$$[\sigma]\geq\frac{F}{A};\ d=2\sqrt{\frac{1\cdot 10^5}{\pi\cdot 12\cdot 10^7}}=3{,}25\cdot 10^{-2}\,m=3{,}25\ sm.$$

Demak, bu ikki diametrlardan yuqoridagi shartlarni qanoatlantiruvch quyidagi diametrni qabul qilamiz. $d=3{,}57\,sm$.

1.6-masala. Shatun ajraladigan kallagining ikkala qismini biriktiradigan ikki boltdan har birining diametrini aniqlang (rasmga qarang). Shatundagi zo‘riqish $F=128\ kN$; bolt materiali uchun ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma]=6000\ N/sm^2$.



1.6-masala uchun rasm.

Yechish: *Berilganlar:* $F=128000\ N$; $[\sigma]=6000\ N/sm^2$.

Sterjenning mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$[\sigma] \geq \frac{F}{A}.$$

Bundan

$$A \geq \frac{F}{[\sigma]}.$$

Bu ifodada $A = \pi d^2 / 4$ bo‘lganligi sababli sterjen diametrini quyidagicha ifodalaymiz:

$$2\frac{\pi d^2}{4} \geq \frac{F}{[\sigma]}; \quad d = \sqrt{\frac{2F}{\pi[\sigma]}}.$$

Bundan boltning diametrini topamiz:

$$d \geq \sqrt{\frac{2 \cdot 128000}{\pi \cdot 6000 \cdot 10^4}} = \sqrt{\frac{256}{18{,}84 \cdot 10^4}} = \sqrt{\frac{13{,}5881}{10^4}} = \frac{3{,}6862}{100} m \approx 3{,}7\,sm = 37\,mm.$$

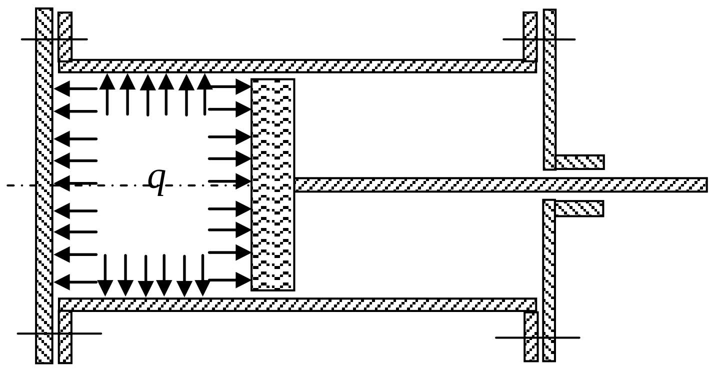
1.7-masala. Dvigatel silindridagi ish bosimi (tashqi bosimdan ortiqcha bosim) $q = 10\,at = 10\,kg/sm^2$, silindrning ichki diametri 350 mm (rasmga qarang). Agar bolt materiali uchun ruxsat etilgan kuchlanish 40 MPa bo‘lsa, qopqoqni silindr devoriga mahkamlash uchun diametri 18 mm li boltdan qancha kerak bo‘ladi?

Yechish: porshen yuziga tushadigan kuchni quyidagi formuladan aniqlaymiz:

$$N = \frac{\pi D^2}{4} \cdot q = \frac{3{,}14 \cdot 35^2}{4} \cdot 100 = 96162{,}6\,N.$$

Boltni mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} \leq [\sigma]; \quad A \geq \frac{F}{[\sigma]}; \quad A = \frac{\pi d^2}{4}.$$

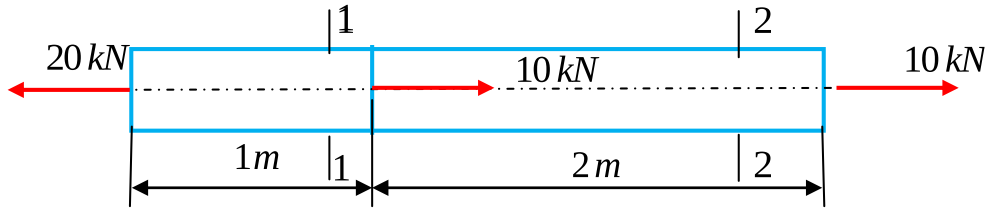


1.7-masala uchun rasm.

Agar boltlar soni n ta bo‘lsa mustahkamlik shartidan foydalanib boltlar sonini aniqlaymiz:

$$\sigma_{max} = \frac{F}{n \cdot A} \le [\sigma];\ n \ge \frac{F}{[\sigma]A} = \frac{4F}{\pi[\sigma]d^2} = \frac{4 \cdot 96162{,}6}{3{,}14 \cdot (1{,}8)^2 \cdot 10^{-4} \cdot 40 \cdot 10^6} = 9{,}45 = 10\ ta$$

1.8-masala. Agar po‘lat sterjenning ko‘nlalang kesim yuzasi 4 sm^2 bo‘lsa, rasmda ko‘rsatilganidek yuklangan po‘lat sterjen 1-1 va 2-2 kesimlaridagi kuchlanishni va uning to‘liq uzayishini aniqlang.



1.8-masala uchun rasm.

Yechish. Sterjenni 1-1 kesim bilan hayolan kesamiz va masalan, o‘ng qismini tashlab yuboramiz, chap qismini ham tashlab yuborish mumkin edi, odatda yechimni soddalashtirish uchun sterjenning ko‘proq kuch qo‘yilgan qismi tashlab yuboriladi. Qolgan chap qismidagi qo‘yilgan 20 kN kuchni muvozanatlash uchun 1-1 kesimdagi ichki kuchlarning teng ta’sir etuvchisi ham 20 kN ga teng bo‘lishi va o‘ngga, ya’ni qolgan qismidan tashqi tomonga yo‘nalishi lozim. Shunday qilib, 1-1 kesimda cho‘zuvchi zo‘riqish ham $N_1 = 20\,кН\ га$ teng. Shunday mulohaza yuritib, 2-2 kesimdagi zo‘riqish ham cho‘zuvchi va $N_2 = 10\,кН$ ga teng ekanligini aniqlaymiz. Endi kuchlanishni topishimiz mumkin.

1-1 kesimdagi kuchlanish:

$$\sigma_{1-1} = \frac{N_1}{A} = \frac{20000}{4 \cdot 10^{-4}} = 5 \cdot 10^7\ N/m^2$$

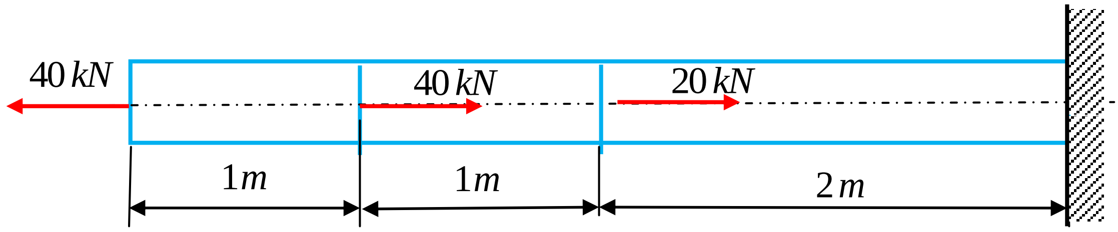
2-2 kesimdagi kuchlanish:

$$\sigma_{2-2} = \frac{N_2}{A} = \frac{10000}{4 \cdot 10^{-4}} = 2{,}5 \cdot 10^7\ N/m^2$$

Chap qismdagi (1 m uzunlikdagi) zo‘riqish o‘ng qismdagi (2 m uzunlikdagi) zo‘riqishga teng bo‘lmaganligi uchun har bir oraliqdagi deformatsiyani alohida-alohida topish lozim. Sterjenning to‘liq deformatsiyasi ayrim qismlardagi deformatsiyalarni qo‘shish yo‘li bilan (ular har xil ishorali bo‘lsa, algebraik qo‘shish yo‘li bilan) topiladi . Ushbu holda

$$\Delta\ell = \Delta\ell_1 + \Delta\ell_2 = \frac{N_1\ell_1}{EA} + \frac{N_2\ell_2}{EA} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 4 \cdot 10^{-4}} + \frac{1 \cdot 10^4 \cdot 2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 4 \cdot 10^{-4}} =$$
$$= 0{,}0005\,m \approx 0{,}5\,mm.$$

1.9-masala. 1.9- rasmda ko‘rsatilgan po‘lat sterjenning barcha oraliqlaridagi kuchlanishlarni va uning to‘liq deformatsiyasini toping. Sterjenning ko‘ndalang kesimi $F = 5\ sm^2$.



1.9-masala uchun rasm.

Yechish. Qaralayotgan sterjenimiz uchta oraliqdan iborat, chunki qistirib mahkamlangan kesimdan 2 m, 3m va 4m erkin uchiga 1.9-rasmda ko‘rsatilganidek to‘plangan kuchlar qo‘yilgan. Kesish usulidan foydalanib barcha oraliqlar uchun zo‘riqish kuchlarini aniqlaymiz:

1-chi oraliqda

$$-40 + N_1 = 0; \quad N_1 = 40kN.$$

2-chi oraliqda

$$-40 + 40 + N_2 = 0; \quad N_2 = 0.$$

3-chi oraliqda

$$-40 + 40 + 20 + N_3 = 0; \quad N_3 = -20kN.$$

Barcha oraliqlar uchun kuchlanish qiymatlarini aniqlaymiz:

1-chi oraliqda

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{40000}{5 \cdot 10^{-4}} = 80 \cdot 10^6\ N/m^2 = 80\,MPa.$$

2-chi oraliqda

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{0}{5 \cdot 10^{-4}} = 0.$$

3-chi oraliqda

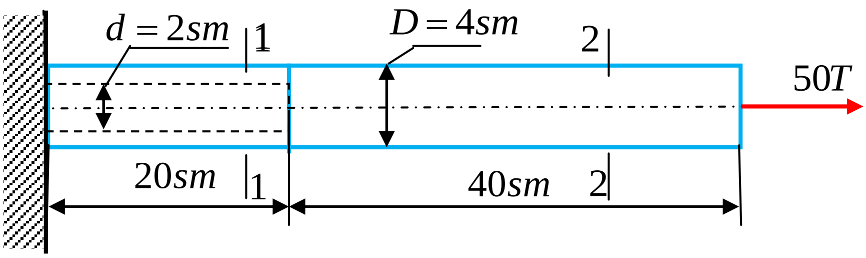
$$\sigma_3 = -\frac{N_3}{A} = -\frac{20000}{5 \cdot 10^{-4}} = -40 \cdot 10^6\ N/m^2 = -40\,MPa.$$

Sterjenning to‘liq absalyut bo‘ylama deformatsiyasini aniqlaymiz:

$$\Delta l = \frac{N_1 \ell_1}{EA} + \frac{N_2 \ell_2}{EA} + \frac{N_3 \ell_3}{EA} = \frac{40000 \cdot 1}{EA} - \frac{0 \cdot 1}{EA} - \frac{20000 \cdot 2}{EA} = 0.$$

1.10-masala. 1.10-rasmda tasvirlangan po‘lat sterjenning o‘ng qismidagi kesimi yaxlit dumaloq, chap qismidagi kesimi halqasimon. Sterjenning ikkala qismidagi kuchlanishlarni va uning to‘liq uzayishini toping.

Yechish. Qaralayotgan sterjenimiz ikkita oraliqdan iborat, chunki qistirib mahkamlangan kesimdan 20 sm uzunlikda rasmda ko‘rsatilganidek bo‘shliq bor. Kesish usulidan foydalanamiz, ya’ni sterjenni o‘ng uchidan boshlab birorta 2-2 ko‘ndalang tekislik bilan ikki qismga ajratamiz va o‘ng qismini olib qolamiz. Qoldirilgan qismning muvozanatini tekshiramiz, ya’ni statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:



1.10-masala uchun rasm.

2-chi oraliq

$$\sum z = 0; \quad 50 - N_2 = 0; \quad N_2 = 50kN.$$

Sterjenni o‘ng uchidan boshlab birorta 1-1 ko‘ndalang tekislik bilan ikki qismga ajratamiz va o‘ng qismini olib qolamiz. Qoldirilgan qismning muvozanatini tekshiramiz, ya’ni statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

1-chi oraliqda

$$\sum z = 0; \quad 50 - N_1 = 0; \quad N_1 = 50kN.$$

Sterjenning birinchi va ikkinchi oraliqlarida hosil bo‘lgan kuchlanishlarni aniqlaymiz:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{50 \cdot 10^3}{\frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{200 \cdot 10^3}{3{,}14(16-4) \cdot 10^{-4}} = 5{,}3065 \cdot 10^7 \, N/m^2 = 53{,}1 MPa.$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{50 \cdot 10^3}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{200 \cdot 10^3}{3{,}14(16) \cdot 10^{-4}} = 3{,}9788 \cdot 10^7 \, N/m^2 = 39{,}7\, MPa.$$

$$\Delta\ell = \Delta\ell_1 + \Delta\ell_2 = \frac{N_1 \ell_1}{EA_1} + \frac{N_2 \ell_2}{EA_2} = \frac{50 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-2} \cdot 4}{2 \cdot \cdot 10^{11} \pi \cdot (16-4) \cdot \cdot 10^{-4}} +$$

$$+ \frac{50 \cdot 10^3 \cdot 40 \cdot 10^{-2} \cdot 4}{2 \cdot 10^{11} \pi \cdot (16) \cdot \cdot 10^{-4}} = \frac{20}{10^4 \cdot \pi \cdot 12} + \frac{5}{2 \cdot \pi \cdot 10^4} = 0{,}0001326 m = 0{,}13260 mm.$$

1.11-masala. Halqasimon ko‘ndalang kesimli polietilen trubkaning tashqi dimetri 5 sm, u 2400 N kuch bilan cho‘zilgan. Ruxsat etilgan kuchlanish 3,4 MPa bo‘lsa, devorning zarur qalinligini aniqlang.

Berilganlar: D=5 sm=50 mm; F=2400 N; $[\sigma]=3{,}4 MPa.$

Yechish. Polietilin trubkaning m ustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{\max}=\frac{N_{\max}}{A}\le[\sigma];\quad A\ge\frac{N_{\max}}{[\sigma]}.$$

Bunda kesim yuzasi quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$A=\frac{\pi D^2}{4}-\frac{\pi d^2}{4}=\frac{\pi}{4}\left(5^2\cdot10^{-4}-d^2\right).$$

Bu ifodani yuqorida keltirilgan mustahkamlik shartiga qo‘yamiz.

$$\frac{\pi}{4}\left(5^2\cdot10^{-4}-d^2\right)=\frac{2400}{3{,}4\cdot10^6};$$

bu mustahkamlik shartdan foydalanib trubkaning ichki diametrini aniqlaymiz:

$$\left(5^2\cdot10^{-4}-d^2\right)=\frac{9600}{10{,}676\cdot10^6};\ \ 5^2\cdot10^{-4}-d^2=8{,}99\cdot10^{-4};$$

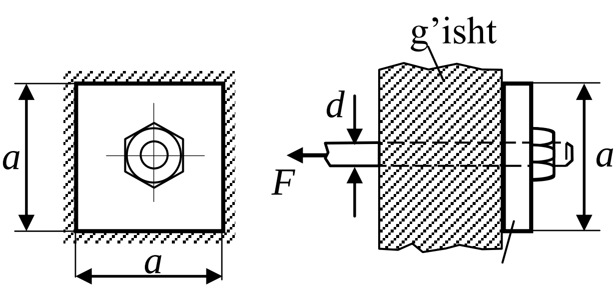
$$d=\sqrt{25\cdot10^{-4}-8{,}99\cdot10^{-4}}=\sqrt{16{,}01\cdot10^{-4}}=4\cdot10^{-2}\,m=4\ sm.$$

Unda polietilin trubkaning qalinligi quyidagiga teng bo‘ladi:

$$t=\frac{D-d}{2}=\frac{50-40}{2}=5mm$$

1.12-masala. Diametri $d=30$mm bo‘lgan tortqi F zo‘riqish bilan cho‘zilgan (rasmga qarang), bu zo‘riqish unda 80 MPa kuchlanish vujudga keltiradi. Agar g‘isht devorni ezish, (mahalliy siqish)ga ruxsat etilgan kuchlanish 1 MPa bo‘lsa, kvadrat shaybaning $\grave{a}$ tomoni qancha sm bo‘lishi lozim.

Berilganlar: $d=30mm=3sm,\quad [\sigma]=80\cdot10^6\,Pa;\ \ [\sigma]_{ezil}=1\cdot10^6\,Pa.$



1.12-masala uchun rasm.

Yechish. Tortqining zo‘riqish kuchini aniqlaymiz:

$$F=[\sigma]A=80\cdot10^6\,\frac{9\pi}{4}\cdot10^{-4}=56520N.$$

G‘ishtning ezilish sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$[\sigma]_{ezil} = \frac{F}{a^2 - A}; \quad a^2 - F = \frac{P}{[\sigma]};$$

bu shartdan foydalanib kvadrat shayba tomonlarining o‘lchamlarini aniqlaymiz:

$$a^2 - \frac{\pi 9}{4} \cdot 10^{-4} = \frac{56520}{1 \cdot 10^6}; \quad a^2 = \frac{56520}{1 \cdot 10^6} + \frac{9\pi}{4} \cdot 10^{-4} = \frac{56520}{1 \cdot 10^6} + \frac{7{,}065}{10^4} = \frac{57226.5}{10^6};$$

bundan

$$a = \frac{239{,}2206}{10^3} = 0{,}23922 m = 24\ sm.$$

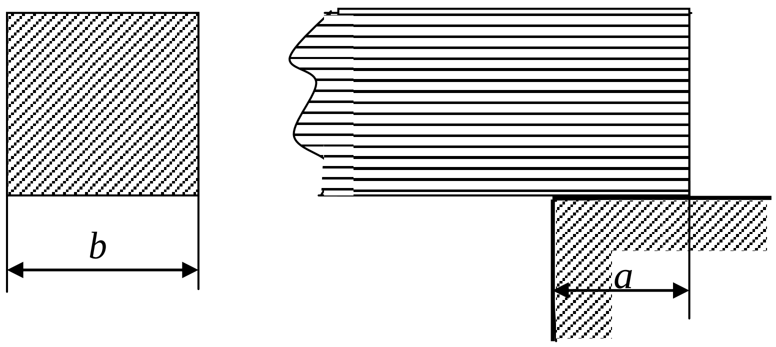
1.13-masala. Eni $b = 15cì$ bo‘lgan yog‘och brus g‘isht devorga tiraladi (rasmga qarang). Brusning shu uchi orqali devorga 30kN bosim uzatiladi. Agar brus yog‘ochini tolalariga ko‘ndalangiga ezilish uchun ruxsat etilgan kuchlanish 1,2 MPa, devorni ezilish uchun ruxsat etilgan kuchlanish 1,0 MPa bo‘lsa, brusni devorga kiritiladigan uzunlik $à$ qancha bo‘lishi kerak? Bosimni brus devorga tegish yuzasi bo‘ylab bir tekis taqsimlangan deb faraz qilinadi.

Berilganlar:

$$b = 15\ sm; \ F = 30000\ N; \ [\sigma]_{yog'och} = 1{,}2 \cdot 10^6; \ [\sigma]_{devor} = 1 \cdot 10^6.$$

Yechish. Sterjenning ko’dalang kesim yuzasi quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$A = ab = 15a \cdot 10^{-2}.$$



1.13-masala uchun rasm.

Yog‘ochini tolalarining ko‘ndalang ezilishdagi mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{ezil} = \frac{F}{A} \le [\sigma]; \quad \frac{30000}{15a \cdot 10^{-2}} \le 1{,}2 \cdot 10^6; \quad a \ge \frac{30000}{18 \cdot 10^4} = 0{,}1666 m = 16{,}6\, sm.$$

Devorning ezilishdagi mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{ezil}=\frac{F}{A}\le[\sigma];\quad \frac{30000}{15a\cdot 10^{-2}}\le 1\cdot 10^{6};\quad a\ge\frac{30000}{15\cdot 10^{4}}=0{,}2\,m=20\,sm.$$

1.14-masala. Brus 75 kN zo‘riqish bilan cho‘zilgan, u diametri 2 mmli simlardan iborat. Trosdagi simlarning qiyaligini hisobga olganda ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma]=300$ ÌÏà , trosdagi simlar sonini aniqlang.

Berilganlar:

$$F=7{,}5\,T=75000\,N;\ d=2\ mm=0{,}2\ sm;\ [\sigma]=300\,MPa;\quad A=\frac{\pi d^2}{4}.$$

Yechish. Trosning mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{\max}=\frac{F}{A\cdot n}\le[\sigma];$$

bu shartga berilganlarni qo‘yib simlar sonini aniqlaymiz:

$$300\cdot 10^{6}=\frac{75000}{\frac{\pi d^2}{4}n}.$$

bundan

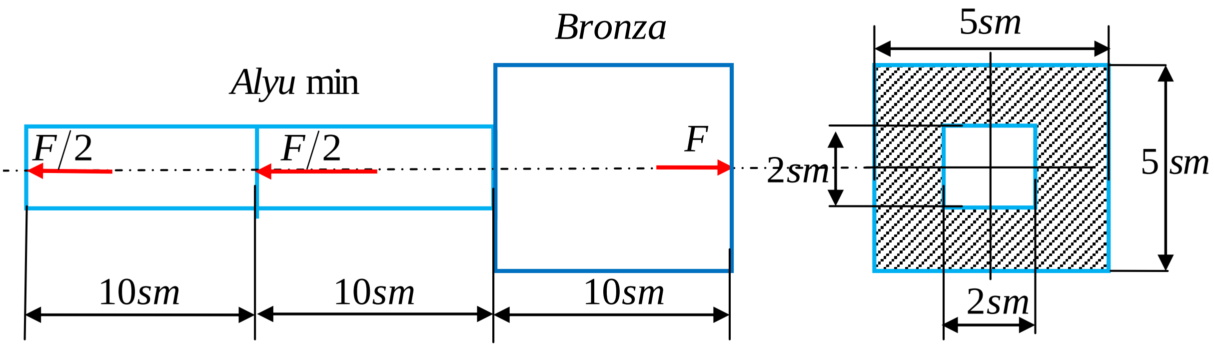
$$n\ge\frac{300000}{\pi\left(0{,}2\cdot 10^{-2}\right)^{2}300\cdot 10^{6}}=\frac{10}{0{,}1256}=79{,}62=80\ ta.$$

1.15-masala. Rasmda ko‘rsatilgan sterjen o‘ziga qo‘yilgan yuk ta’sirida 0,2 mm cho‘ziladi. Alyuminiyning elastiklik moduli $0{,}75\cdot 10^{11}\,N/m^2$ bronzaniki $1{,}1\cdot 10^{11}N/m^2$ qabul qilingan. Yuk qiymati F aniqlansin.

Yechish. Qaralayotgan sterjenimiz uchta oraliqdan iborat, chunki chap erkin uchidagi kesimdan 10 sm, 20 sm va oxirgi kesimiga 30 sm erkin uchiga to‘plangan kuchlar 1.15-rasmda ko‘rsatilganidek qo‘yilgan. Kesish usulidan foydalanib barcha oraliqlar uchun zo‘riqish kuchlarini aniqlaymiz:

1-chi oraliqda

$$-F/2+N_1=0;\qquad N_1=F/2.$$



1.15-masala uchun rasm

2-chi oraliqda

$$-F/2 - F/2 + N_2 = 0; \qquad N_2 = F.$$

3-chi oraliqda

$$-F/2 - F/2 + N_3 = 0; \qquad N_3 = F.$$

Sterjenning cho‘zilish shartiga ko‘ra deformatsiyalarning yig‘indisi quyidagiga teng bo‘lishi shart:

$$\Delta\ell_1 + \Delta\ell_2 + \Delta\ell_3 = 0{,}02sm.$$

Guk qonuniga asosan deformatsiyalarni quyidagicha ifodalaymiz:

$$\Delta\ell_1 \geq \frac{N_1\ell_1}{E_{alyum}A_{alyum}} = \frac{(F/2)10}{0{,}75\cdot10^7\cdot4}; \qquad \Delta\ell_2 \geq \frac{N_2\ell_2}{E_{alyum}A_{alyum}} = \frac{F\cdot10}{0{,}75\cdot10^7\cdot4};$$

$$\Delta\ell_3 \geq \frac{N_3\ell_3}{E_{bronza}A_{bronza}} = \frac{F\cdot10}{1{,}1\cdot10^7\cdot25}.$$

Bu larni yuqoridagi tenglamaga qo‘yamiz:

$$\frac{(F/2)10}{0{,}75\cdot10^7\cdot4} + \frac{F\cdot10}{0{,}75\cdot10^7\cdot4} + \frac{(F/2)10}{1{,}1\cdot10^7\cdot25} = 0{,}02sm;$$

$$F\left[\left(\frac{5}{0{,}75\cdot10^7\cdot4} + \frac{10}{0{,}75\cdot10^7\cdot4}\right) + \frac{10}{1{,}1\cdot10^7\cdot25}\right] = 0{,}02sm.$$

Bundan cho‘zuvchi kuchni aniqlaymiz:

$$F = 37288\ N \quad 37{,}3kN.$$

1.16-masala. Ko‘prikning po‘lat fermasiga sinash uchun yuk qo‘yilganda ferma elementlaridan biriga qo‘yilgan tenzometr ko‘rsatkichlari orasidagi farq 12 mm ga teng bo‘ldi. Tenzometrning bazasi (deformatsiya o‘lchanadigan uzunligi) 20 mm, uning kattalash koffitsienti 1000, sinalayotgan elementdagi kuchlanishni aniqlang.

Yechish: Kuchlanishni Guk qonuni bo‘yicha aniqlaymiz. Absolyut bo‘ylama deformatsiya, tenzometr ko‘rsatishlari farqining uning kattalashish koeffitsientiga bo‘linganiga teng:

$$\Delta\ell = \frac{\Delta}{k} = \frac{12}{1000} = 0{,}012sm.$$

Nisbiy bo‘ylama deformatsiya absolyut bo‘ylama deformatsiyaning asbobning bazasiga nisbatiga teng:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{0{,}012}{20} = 0{,}0006.$$

Unda sinalayotgan elementdaga kuchlanish Guk qonuni bo‘yicha quyidagiga teng bo‘ladi:

$$\sigma = E\varepsilon = 2 \cdot 10^7 0{,}0006 = 120\ MPa.$$

1.17-masala. Agar kattalashishi 1000, hisoblash aniqligi 0,11 mm bo‘lsa, kuchlanish esa kamida 1,0 MPa aniqlikda o‘lchanishi lozim bo‘lsa, po‘lat detalni sinash uchun mo‘ljallangan tenzometrning minimal bazasi qanchaga teng bo‘ladi.

Berilganlar: Kattalashtirishi $K = 1000$; aniqligi $0{,}1 mm$; kuchlanish $\sigma = 100 N / sm^2 = 1 MPa.$

Yechish. Absolyut bo‘ylama deformatsiya, tenzometr ko‘rsatishlari farqining uning kattalashish koeffitsientiga bo‘linganiga teng:

$$\Delta\ell = \frac{\Delta}{K}.$$

Nisbiy bo‘ylama deformatsiya absolyut bo‘ylama deformatsiyaning asbobning bazasiga nisbatiga teng:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell}.$$

Kuchlanishni Guk qonuni bo‘yicha quyidagicha aniqlaymiz:

$$\sigma = E\varepsilon = E\frac{\Delta\ell}{\ell} = E\frac{\Delta}{K \cdot \ell}.$$

Bundan

$$\ell = E\frac{\Delta}{K \cdot \sigma} = \frac{2 \cdot 10^{11} \cdot 0{,}11 \cdot 10^{-3}}{1000 \cdot 10^6} = \frac{0{,}22}{10} = 0{,}022\ m = 20 mm.$$

1.18-masala. Diametri 1,2 mm li simni bazasi 10 sm li tenzometr yordamida 100 N yuk bilan sinash paytida uzayishi 0,08 mm ni tashkil qildi. Sim materiali normal elastikligi moduli nimaga teng?

Berilganlar:

$d = 1{,}2\ mm = 0{,}12\ sm$; $\ell = 10\ sm$; $F = 100\ N$ $\Delta\ell = 0{,}08\ mm = 0{,}008\,sm.$

Yechish. Absolyut bo‘ylama cho‘zilish Guk qonuni orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$\Delta\ell = \frac{N\ell}{EF};$$

bu formulaga berilganlarni qo‘yamiz:

$$0{,}008 = \frac{10 \cdot 100}{E\pi(0{,}6)^2}.$$

Bundan materialning elastiklik modulini aniqlaymiz:

$$E = \frac{10 \cdot 100}{0{,}008 \cdot \pi 0{,}0036} = \frac{10^7}{0{,}8 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}36} = \frac{10^7}{0{,}904} = 1{,}1 \cdot 10^7 \; N/sm^2 = 1{,}1 \cdot 10^{11} \; N/m^2.$$

1.19-masala. 100 kN yukni o‘lchaganda ko‘ndalang kesimi 10 sm^2 li detalga qo‘yilgan tenzometr hisoblari farqi 25 mm ga teng bo‘ldi. Tenzometr bazasi 100 mm, uning kattalashtirishi 500. Shu detal materialining elastiklik moduli nimaga teng?

Berilganlar: $F = 10t = 100000 \; N; \quad A = 10 \, sm^2 \quad \Delta = 25 \, mm = 2{,}5 \, sm.$
$\ell = 100 \, mm = 10 \, sm; \;\; k = 500.$

Yechish. Absolyut deformatsiya tenzometr ko‘rsatishlari farqining uning kattalashish koeffitsientiga bo‘linganiga teng:

$$\Delta\ell = \frac{\Delta}{K} = \frac{25}{500} = 0{,}05 \, mm = 0{,}005 \, sm.$$

Unda Guk qonuni asosida quyidagini hosil qilamiz:

$$\Delta\ell = \frac{N\ell}{EA}; \qquad 0{,}005 = \frac{100000 \cdot 10}{E \cdot 10}.$$

Bu ifodadan materialning elastiklik modulini aniqlaymiz:

$$E = \frac{100000}{0{,}005} = 2 \cdot 10^7 \; N/sm^2 = 2 \cdot 10^{11} \; N/m^2.$$

1.20-masala. Uzunligi 3 m va diametri 1,6 mm li po‘lat simga ma’lum yuk osilganda simning cho‘zilishi 1,5 mm ga teng bo‘ldi. Keyin o‘sha yukning o‘zi uzunligi 1,8 m va diametri 3,2 mm mis simga osildi. Bu holda simning uzayishi 0,39 mm ni tashkil qildi. Po‘lat simning elastiklik modulini bilgan holda mis simning elastiklik modulini aniqlang.

Berilganlar: $\ell_p = 300 \, sm; \;\; A_p = \dfrac{\pi d^2}{4} = \dfrac{\pi(1{,}6)^2}{4}; \quad \ell_m = 180 \, sm.$

$$A_m = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(3{,}2)^2}{4}; \quad E_p = 2 \cdot 10^7 \; N/sm.$$

Yechish. Masalaning shartiga asosan har ikkala simni cho‘zuvchi kuchlar bir biriga tengligidan foydalanib quyidagi tenglikni yozamiz::

$$N_p = N_m.$$

Po‘lat simning absolyut bo‘ylama deformatsiyasi 0,15 sm ga tengligidan quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$\Delta\ell_p = \frac{N_p \ell_p}{E_p A_p} = 0{,}15 \, sm.$$

Bu ifodalarga berilganlarni qo‘yib quyidagi tengllikni hosil qilamiz:

$$\Delta\ell_p = \frac{N_p 300}{2\cdot 10^7 \pi (0{,}08)^2} = 0{,}15 sm.$$

Mis simning ayusolyut bo‘ylama deformatsiyasi 0,039 sm ga tengligidan quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$\Delta\ell_m = \frac{N_m \cdot \ell_m}{E_m \cdot A_m} = 0{,}039 sm.$$

Bu ifodalarga berilganlarni qo‘yib quyidagi tengllikni hosil qilamiz:

$$\frac{N_m \cdot 180}{E_m \cdot \pi (0{,}16)^2} = 0{,}039 sm.$$

Yuqoridagi tengliklardan zo‘riqish kuchlarini topib birinchi tenglamaga qo‘yib misning elastiklik modulini aniqlaymiz:

$$E_m = \frac{180\cdot 0{,}15\cdot 2\cdot 10^7 \cdot \pi (0{,}08)^2}{\pi (0{,}16)^2 \cdot 0{,}039\cdot 300} = \frac{18\cdot 0{,}3\cdot 10^7 \cdot (0{,}08)^2}{30(0{,}16)^2 \cdot 0{,}039} =$$

$$= \frac{0{,}18\cdot 0{,}0064}{0{,}0256\cdot 0{,}039}\cdot 10^7 = \frac{0{,}1152}{0{,}09984}\cdot 10^6 = 1{,}15\cdot 10^6\, kg/sm^2 = 1{,}15\cdot 10^{11}\, N/m^2.$$

1.21-masala. Shaxta ko‘targichining katagi ko‘ndalang kesim yuzasi 100 mm^2 va uzunligi katak og‘irligi bilan yuklangan 100 m ga teng bo‘lgan trosga osilgan. Katakka 3500 N ruda yuklanganda trosning uzayishi 3 sm ga teng bo‘ldi. Trosning elastiklik modulini aniqlang.

Berilganlar: $N = 3500\ B;\ \ell = 10000\ sm;\ \Delta\ell = 3 sm.$

Yechish. Sterjenlarning cho‘zilishida Guk qonuni ifodasini yozamiz:

$$\Delta\ell = \frac{N\ell}{EA};$$

bu qonundan elastiklik modulini aniqlaymiz**:**

$$E_m = \frac{N\ell}{\Delta\ell A} = \frac{350\cdot 100\cdot 100}{3\cdot 100\cdot 10^{-2}} = 1{,}17\cdot 10^7\ N/sm^2 = 1{,}17\cdot 10^{11}\ N/m^2.$$

1.22-masala. Namunani ma’lum yuk bilan cho‘zilishga sinash paytida bo‘ylama deformatsiyani o‘lchayotgan tenzometr №1 hisoblari farqi 10,4 mm ga, ko‘ndalang deformatsiyani o‘lchayotgan tenzometr № 2 niki esa 7,8 mm ga teng bo‘ldi. Tenzometr №1 ning bazasi 20 mm, tenzometr №2 niki 60 mm. Ikkala tenzometrning kattalishtirishi bir xil. Puasson koeffitsientini toping.

Berilganlar: $\Delta_b = 10{,}4 mm;\ \ \ell_b = 20 mm;\ \ \Delta_k = 7{,}8 mm;\ \ \ell_k = 60 mm.$

Yechish. Nisbiy bo‘ylama deformatsiya, namunani ma’lum yuk bilan cho‘zilishga sinash paytida bo‘ylama deformatsiyani o‘lchayotgan tenzometr

№1 hisoblari farqi 10,4 mm ning tenzometr bazasi 20 mm uzunligiga nisbatiga teng:

$$\varepsilon = \frac{\Delta_b}{\ell_b} = \frac{10,4}{20} = \frac{5,2}{10} = 0,52.$$

Nisbiy ko‘ndalang deformatsiya, namunani ma’lum yuk bilan cho‘zilishga sinash paytida bo‘ylama deformatsiyani o‘lchayotgan tenzometr №1 hisoblari farqi 7,8 mm ning tenzometr bazasi 60mm uzunligiga nisbatiga teng:

$$\varepsilon^! = \frac{\Delta_k}{\ell_k} = \frac{7,8}{60} = \frac{1,3}{10} = 0,13.$$

Unda Puasson koeffitsientini quyidagi formuladan aniqlaymiz:

$$\mu = \left|\frac{\varepsilon^!}{\varepsilon}\right| = \frac{0,13}{0,52} = 0,25.$$

1.23-masala. Diametri 30 mm li dumaloq ko‘ndalang kesimli po‘lat sterjen sinash mashinasida 125 kN zo‘riqish bilan cho‘zilgan. Tenzometrlar yordamida 50 mm uzunlikda uning uzayishi o‘lchanganda 0,43 mm chiqqan, diametri esa 0,07 mm ga o‘zgargan. Sterjen materialining elastiklik modulini va puasson koeffitsientini aniqlang.

Berilganlar: $d = 30mm;\ \Delta_k = 0,007mm;\ \ \ell = 50mm;\ \ \Delta_b = 0,43mm.$

Yechish. Puasson koeffitsientini va materialning elastiklik moduli aniqlash talab qilinadi?

Po‘lat sterjen cho‘zilganda hosil bo‘lgan nisbiy bo‘ylama deformatsiyani aniqlaymiz:

$$\varepsilon^! = \frac{\Delta_b}{\ell} = \frac{0,43}{50} = 0,0086.$$

Po‘lat sterjen cho‘zilganda hosil bo‘lgan nisbiy ko‘ndalang deformatsiyani aniqlaymiz:

$$\varepsilon^! = \frac{\Delta_k}{d} = \frac{0,07}{30} = 0,0023333.$$

Nisbiy ko’ndalang deformatsiyaning nisbiy bo‘ylama deformatsiyaga nisbatining absolyut miqdori Puasson koeffitsientiga teng ekanligidan:

$$\mu = \left|\frac{\varepsilon^!}{\varepsilon}\right| = \frac{0,0023333}{0,0086} = 0,271314.$$

$$E = \frac{N}{0{,}086 \cdot \pi \frac{3^2}{4}} = 2057308 = 2{,}06 \cdot 10^6 \; N/sm^2.$$

1.24-masala. Elastiklik moduli E bo‘lgan materialdan qilingan ko‘ndalang kesimi A bo’lgam ingichka halqaning q intensivlikdagi tekis taqsimlangan ichki bosim ta’sirida D diametrining o‘zgarish kattaligini aniqlang.

Berilganlar: Ko‘ndalang kesimi A, q intensivlikdagi tekis taqsimlangan ichki bosim va diametr D.

Yechish. qds kuchning y o‘qidagi proeksiyasi $qds\sin\alpha = -q\frac{D}{2}\sin\alpha d\alpha$ ga teng bo‘ladi. Bunda $ds = -\frac{D}{2}d\alpha$ ekanligi e’tiborga olingan.

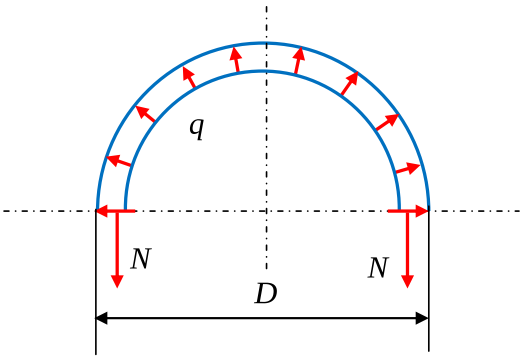
Unda muvozanat sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$2N - \int_0^{\pi} q\frac{D}{2}\sin\alpha d\alpha = 0.$$

Bu tenglamadagi zo‘riqish kuchi $N = q\frac{D}{2}$ ga teng.

Guk qonunidan nisbiy deformatsiya ifodasini quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{N}{EA} = \frac{\Delta D}{D}.$$



1.24-masala uchun rasm.

Bundan halqa diametri orttirmasini aniqlaymiz:

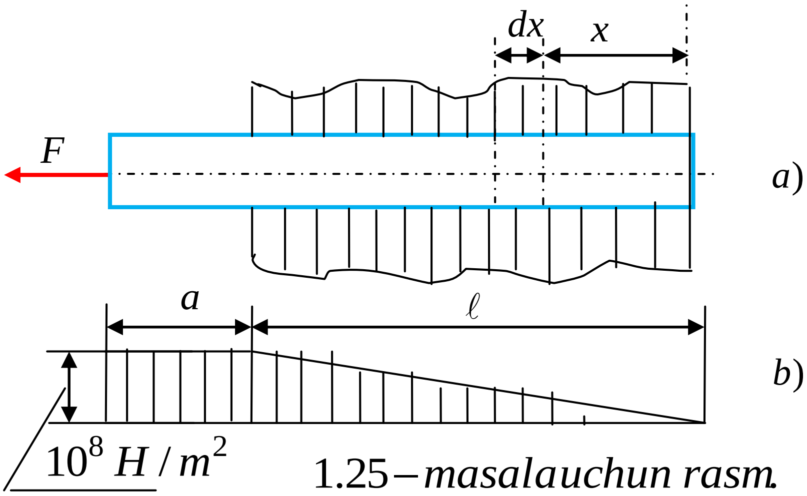
$$\Delta D = \frac{ND}{EA} = \frac{qD^2}{2EA}.$$

1.25-masala. Beton devorga po‘lat sterjen qo‘yib ketilgan (rasm, a). Uni chiqarib olish uchun $20kH$ kuch kerak. Po‘lat sterjenning uzunligi bo‘yicha bir tekis taqsimlangan ilashish kuchlari bunga to‘sqinlik qiladi. Sterjen ko‘ndalang kesim yuzasi 2 sm^2, uzunligi $l = 40\,sm$, $a = 15\,sm$. Sterjen uzunligi bo‘yicha kesimlardagi kuchlanishlarning o‘zgarish epyurasini (grafigini) yasang va uzayishini toping.

Berilganlar: $F = 20\,kN$; $A = 2\,sm^2$; $\ell = 40\,sm$, $a = 15\,sm$.

Yechish. Sterjen $à$ uzunlikdagi qismining istalgan kesimida kuchlanish bir xil bo‘lib, qo‘yidagiga teng

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{20000}{2 \cdot 10^{-4}} = 1 \cdot 10^{8}\,\mathrm{N}/m^2.$$



$1.25-masala uchun\ rasm.$

Sterjen l uzunlikdagi qismida muvozanatlik shartiga ko‘ra ilashish kuchlarining teng ta’sir etuvchisi F kuchga tenglashishi kearak. Masala shartiga ko‘ra bu kuch l uzunlikda bir tekis tarqalgan. Demak, bu uzunlik birligiga kuch $p = F/\ell$ to‘g‘ri keladi.

Sterjen o‘ng uchidan x masofadagi kesimni olib ko‘ramiz. Bunda kesimning o‘ngrog‘ida ilashish kuchlarining teng ta’sir etuvchisi quyidagiga teng bo‘ladi:

$$N = px = \frac{F}{\ell}x.$$

Sterjenning chap qismini tashlab, muvozanatlik shartidan qolgan o‘ng qismida kesimdagi zo‘riqish N ga tengligini hosil qilamiz. Bunda sterjen o‘ng uchidan x masofadagi kuchlanish quyidagiga teng bo‘ladi:

$$\sigma(x) = \frac{N}{A} = \frac{Fx}{\ell A}.$$

Sterjenning o‘ng uchidan $\tilde{o} = 0$ bo‘lganda, ular nolga teng bo‘ladi, o‘ng uchidan l masofadagi kuchlanish:

$$\sigma_\ell = \frac{F\ell}{\ell A} = \frac{F}{A} = \frac{20\cdot10^3}{2\cdot10^{-4}} = 10\cdot10^7\ \text{N}/m^2.$$

Sterjen uzunligi bo‘yicha kuchlanishlar epyurasi 1.25-rasm, b da berilgan. Sterjenning a uzunlikdagi qismining uzayishi:

$$\Delta l_a = \frac{Fa}{EA} = \frac{20\cdot10^3\cdot15\cdot10^{-2}}{2\cdot10^{11}\cdot2\cdot10^{-4}} = 7{,}5\cdot10^{-5}\,m$$

Sterjenning ℓ uzunlikdagi qismining uzayishini aniqlash uchun o‘ng uchidan x masofada sterjenning dx uzunlikdagi uzluksiz kichik qismini ajratamiz. Bu kesimdagi zo‘riqish oldin aniqlangan edi. Shunda sterjen uzunligining shu uzluksi kichik qismining uzayishi quyidagiga teng bo‘ladi:

$$\Delta dx = \frac{Ndx}{EA} = \frac{px\cdot dx}{\ell\cdot EA}.$$

Sterjenning ℓ uzunlikdagi qismining uzayishini integralash yo‘li bilan hosil qilamiz:

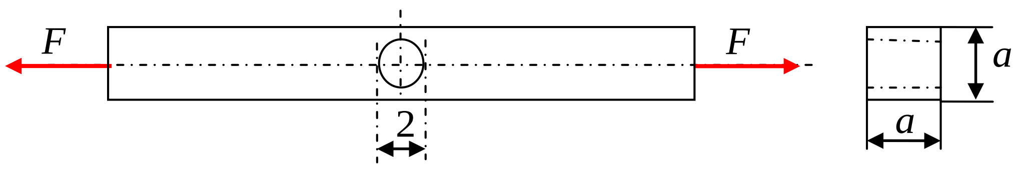
$$\Delta\ell_\ell = \int_0^\ell \Delta dx = \int_0^\ell \frac{Fxdx}{\ell EA} = \frac{F\ell}{2EA} = \frac{20\cdot10^3\cdot40\cdot10^{-2}}{2\cdot2\cdot10^{11}\cdot2\cdot10^{-4}} = 1\cdot10^{-4}\,m.$$

Butun sterjenning to‘liq uzayishi $\Delta\ell$ quyidagiga teng bo‘ladi:

$$\Delta\ell = \Delta\ell_\ell + \Delta\ell_a = 1\cdot10^{-4} + 7{,}5\cdot10^{-5} = 17{,}5\cdot10^{-5}\,m.$$

1.26-masala. Kvadrat ko‘ndalang kesimli sterjen $F = 1500H$ kuchlar bilan cho‘ziladi (rasmga qarang). U ochiq teshik bilan (diametri 2 mm) bo‘shashgan. Serjen materiali uchun ruxsat etilgan kuchlanish 100 MPa bo‘lganda kesimning $\grave{a}$ tomoni qanchaga teng bo‘lishi lozim?

Berilganlar: $F = 1500\,N;\ [\sigma] = 10000\,N/sm^2;\quad d = 0{,}2\,sm;$



$1.26-$*masala uchun rasm.*

Yechish. Sterjenning mustahkamlik shartidan

$$\sigma = \frac{N}{A} \le [\sigma].$$

Ko‘ndalang kesim yuzasini topib olamiz:

$$A \ge \frac{N}{[\sigma.]}.$$

Bunda kesim yuzasini a orqali quyidlagicha ifodalab olish mumkin:

$$A = a^2 - 0{,}2a.$$

Bu ko‘ndalang kesim yuzasini aniqlash formulasiga berilganlarni qo’yamiz:

$$a^2 - 0{,}2a = \frac{1500}{10000}; \quad a^2 - 0{,}2a - 0{,}15 = 0;$$

$$a_{1,2} = \frac{0{,}2 \pm \sqrt{0{,}04 + 0{,}60}}{2} = \frac{0{,}2 \pm 0{,}8}{2} = 0{,}5\ sm = 5\,mm.$$

1.27-masala. Eni 20 sm va qalinligi 20 mm bo‘lgan po‘lat polosa o‘z o‘qida joylashgan, bolt o‘tadigan diametri 25 mm li teshik bilan kuchsizlangan. Agar polosa materialining mustahkamlik chegarasi 480 MPa, zapas koeffitsienti 3 bo‘lsa, polosani qancha yuk bilan cho‘zish mumkin?

Berilganlar: $d = 2{,}5 sm;\ b = 20\, sm;\ \ t = 2\, sm;\ \ \sigma = 480\, MPa.$

Yechish. Polosa materialining mustahkamlik chegarasi 480 MPa, zapas koeffitsientidan foydalanib, polosani qancha yuk bilan cho‘zish mumkinligini quyidagicha ifodalaymiz:

$$F = \frac{1}{3}\sigma_t \cdot A_h.$$

Bunda sterjenning haqiqiy yuzasidan zaiflashgan kesmi yuzasining ayirmasiga teng bo‘ladi va quyidagicha ifodalanadi:

$$A_h = [b \cdot t - d \cdot t].$$

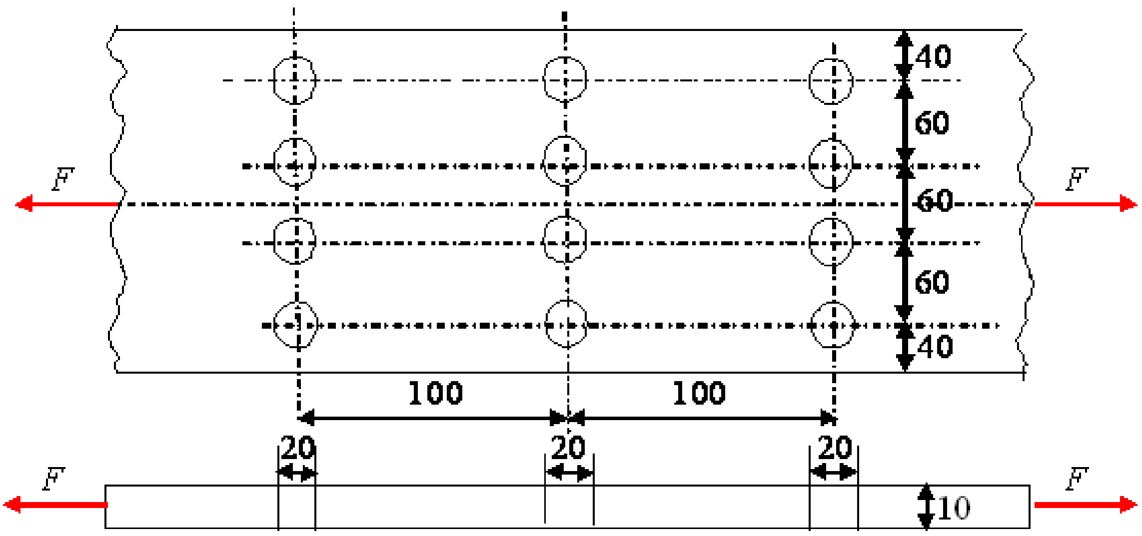
Polosani cho‘zish mumkin bo‘lgan yukni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$F = \frac{1}{3}\sigma_t \cdot A_h = \frac{1}{3}\sigma_t [b \cdot t - d \cdot t].$$

Co’zuvchi kchni quyidagi formuladan aniqlaymiz:

$$F = \frac{1}{3} 480 \cdot 10^2 [20 \cdot 2 - 2{,}5 \cdot 2] = 160 \cdot 10^2 (40 - 5) = 5600 \cdot 10^2\ N = 560\, kN.$$

1.28-masala. Po‘lat polosa bo‘ylama kuchlar bilan cho‘zilgan (rasmga qarang), u zaklyopkalar o‘tadigan, diametri 20 mm li teshiklar bilan kuchsizlangan. Agar ruxsat etilgan kuchlanish 160 MPa bo‘lsa, polosa qanday eng katta yuk bilan cho‘zilishi mumkin?



1.28-masala ucun rasm

Berilganlar: $[\sigma]=16000\ N/sm^2;\ d=2\,sm.$

Yechish. Polasaning yuzidan parchin mixning ezilish yuzasini ayirisak haqiqiy ish yuzani anqlaymiz, ya'ni:

$$A=26-8=18\,sm^2.$$

Polasani cho'zish mumkin bo'lgan eng katta yukni mustahkamlik shartidan foydalanib aniqlaymiz:

$$F=[\sigma]\cdot A=16000\cdot 18=288000N=288kN.$$

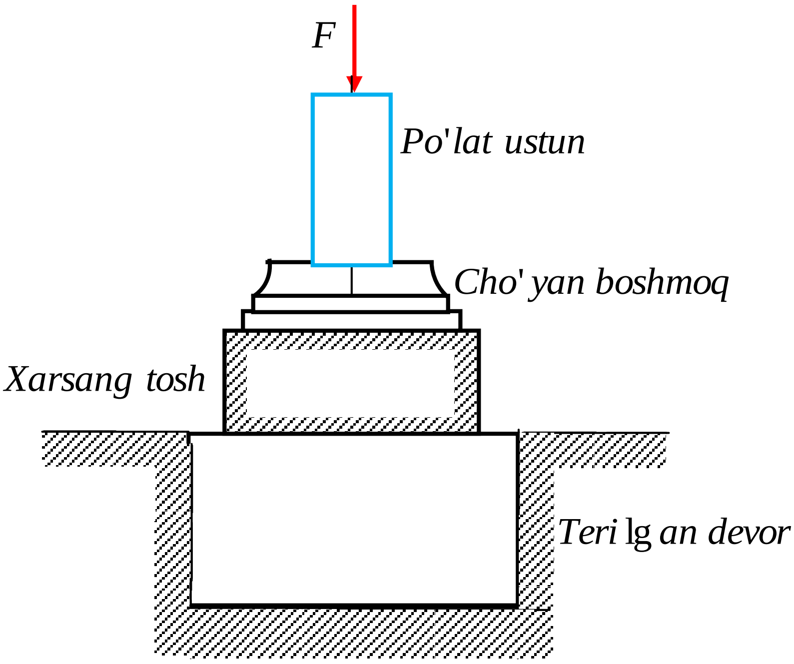
1.29-masala. Rasmda tasvirlangan konstruksiya ayrim qismlarining ko'ndalang kesimlari kvadratlarda iborat. Mahalliy qisish ezishga ruxsat etilgan kuchlanishlar quyidagicha bo'lganda kesimlarning o'lchamini aniqlang: po'lat uchun $[\sigma_p]=140\ MPa,$ cho'yan uchun $[\sigma_{ch}]=100\,MPa,$ tosh yo'nish uchun $[\sigma_t]=4\,MPa,$ harsang toshdan terilgan devor uchun $[\sigma_{ht}]=1{,}5\,MPa,$ tuproq qum uchun $[\sigma_{tq}]=0{,}5\,MPa,$

Nagruzka $F=1000\ kN,$ konstruksiya qismlarining o'z og'irligi hisobga olinmasin.

Berilganlar:

$[\sigma_p]=14000\,N/sm^2;$ $[\sigma_{ch}]=10000\,N/sm^2;$ $[\sigma_t]=400\,N/sm^2;$

$[\sigma_{ht}]=150\,N/sm^2;$ $[\sigma_{tq}]=50\,N/sm^2;$ $F=100\,T=1000000\,N.$



1.29-masala uchun rasm.

Yechish. Konstruksiya kesimlarning o‘lchamini aniqlamiz:

$$A_{ch} = \frac{1000000}{10000} = 100 = 10 \times 10\, sm;$$

$$A_{ct} = \frac{1000000}{400} = 2500 = 50 \times 50\, sm;$$

$$A_{htx} = \frac{1000000}{150} = 6666 = 82 \times 82\, sm;$$

$$A_{tq} = \frac{1000000}{50} = 20000 = 142 \times 142\, sm.$$

1.30-masala. Diametri 10 sm li doira ko‘ndalang kesimli ikkita ustun rasmda ko‘rsatilganidek yuklangan. Gorizontal elementlar ustunlarga sharnirli biriktirilgan deb faraz qilaylik.

Ikkala ustunning yuqori, o‘rta va pastki qismlari kesimlaridagi kuchlanishlarni aniqlang.

$$D = 10\, sm \qquad A = 78{,}5\, sm^2.$$

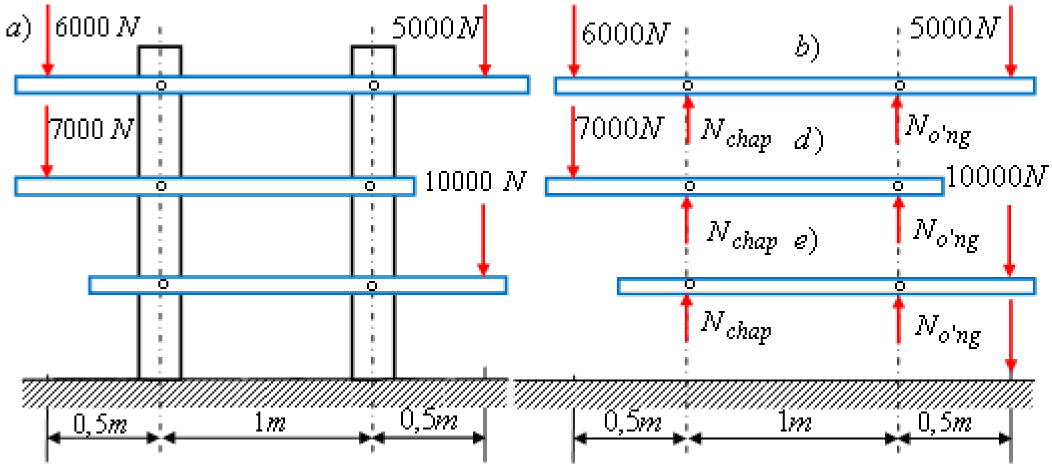
Yechish. Yuqoridagi sterjen o‘ng va chap ustunlarga sharnirlar yordamida biriktirilgan. Tashqi kuchlar ta’siridan birikish nuqtalarida hosil bo‘lgan reaksiya kuchlarini aniqlash uchun statik muvozanat tenglamani tuzamiz:

$$\Sigma M_{chap}=0; \qquad -6000\cdot 50-N_{o'ng}100+5000\cdot 150=0;$$

$$-300000+750000-100N_{o'ng}=0; \qquad N_{o'ng}=45000N.$$

$$\Sigma M_{o'ng}=0; \qquad -6000\cdot 150+N_{chap}\cdot 100+5000\cdot 50=0;$$

$$-900000+250000+100N_{chap}=0; \qquad N_{chap}=6500N.$$



1.30-masala uchun rasm.

O‘rtadagi sterjen o‘ng va chap ustunlarga sharnirlar yordamida biriktirilgan. Tashqi kuch ta’siridan birikish nuqtalarida hosil bo‘lgan reaksiya kuchlarini aniqlash uchun statik muvozanat tenglamani tuzamiz:

$$-N_{o'ng}100-7000\cdot 50=0; \qquad N_{o'ng}=-3500N.$$

$$+N_{chap}100-7000\cdot 150=0; \qquad N_{chap}=10500N.$$

O‘rtadagi sterjen o‘ng va chap ustunlarga sharnirlar yordamida biriktirilgan. Tashqi kuch ta’siridan birikish nuqtalarida hosil bo‘lgan reaksiya kuchlarini aniqlash uchun statik muvozanat tenglamani tuzamiz:

$$-N_{o'ng}100+10000\cdot 150=0; \qquad N_{o'ng}=15000N.$$

$$+N_{chap}100+10000\cdot 50=0; \qquad N_{chap}=-5000N.$$

O‘ng va chap ustunning har bir oralig‘ida hosil bo‘lgan kuchlanishlarni aniqlaymiz.

Chap ustunning birnchi, ikkinchi va uchinchi oralig‘ida hosil bo‘lgan kuchlanishlarni aniqlasak, ular tegishlicha quyidagilarga teng bo‘ladi:

$$\sigma^{1}_{chap} = \frac{6500}{78{,}5} = 83\,N/sm^2 = 8{,}3\cdot 10^5\ N/m^2;$$

$$\sigma^{II}_{chap} = \frac{10500+6500}{78{,}5} = \frac{17000}{78{,}5} = 216\,N/sm^2 = 21{,}6\cdot 10^5\ N/m^2;$$

$$\sigma^{III}_{chap} = \frac{6500+10500-5000}{78{,}5} = \frac{12000}{78{,}5} = 153\,N/sm^2 = 15{,}3\cdot 10^5\ N/m^2.$$

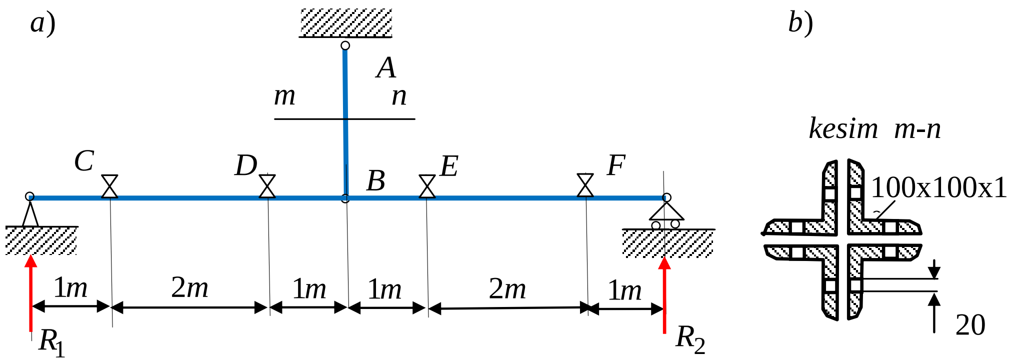
O‘ng ustunning birnchi, ikkinchi va uchinchi oralig‘ida hosil bo‘lgan kuchlanishlarni aniqlasak, ular tegishlicha quyidagilarga teng bo‘ladi:

$$\sigma^{1}_{o/ng} = \frac{4500}{78{,}5} = 57\,N/sm^2 = 5{,}7\cdot 10^5\ N/m^2;$$

$$\sigma^{II}_{o'ng} = \frac{4500-3000}{78{,}5} = \frac{1500}{78{,}5} = 13\,N/sm^2 = 1{,}3\cdot 10^5\ N/m^2;$$

$$\sigma^{III}_{o'ng} = \frac{4500-3500+15000}{78{,}5} = \frac{16500}{78{,}5} = 20{,}4\,N/sm^2 = 2{,}04\cdot 10^5\ N/m^2.$$

1.31-masala. Parchin mixlar o‘tadigan teshiklar bilan kuchsizlangan osma AB sterjennig xavfli kesimidagi kuchlnishni aniqlang (rasmga qarang) C, B, E, F nuqtalarda konstruksiyaga 200 kN dan bosim tushadi.



1.31-masala uchun rasm.

Yechish. Statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum mom_2 = 0;\ 8R_1 - 7\cdot 200 - 5\cdot 200 + 4N - 3\cdot 200 - 1\cdot 200 = 0.$$

$$\sum mom_1 = 0;\ -8R_2 + 7\cdot 200 + 5\cdot 200 - 4N + 3\cdot 200 + 1\cdot 200 = 0.$$

$$\sum y = 0;\quad R_1 - 4\cdot 200 + N + R_2 = 0.$$

Bu tenglamalarning birinchisi bilan ikkinchisini qo‘shib quyidagini hosil qilamiz:

$$R_1 = R_2.$$

Buni uchinchi tenglikka qo‘yamiz:

$$R_2 - 4\cdot 200 + N + R_2 = 0;\quad R_2 = 800 - N/2.$$

Natijani ikkinchi tenglamaga qo‘yamiz:

$$-8(400-N/2)+7\cdot200+5\cdot200-4N+3\cdot200+1\cdot200=0.$$

yoki

$$16\cdot200-8N=0;\quad N=400kN.$$

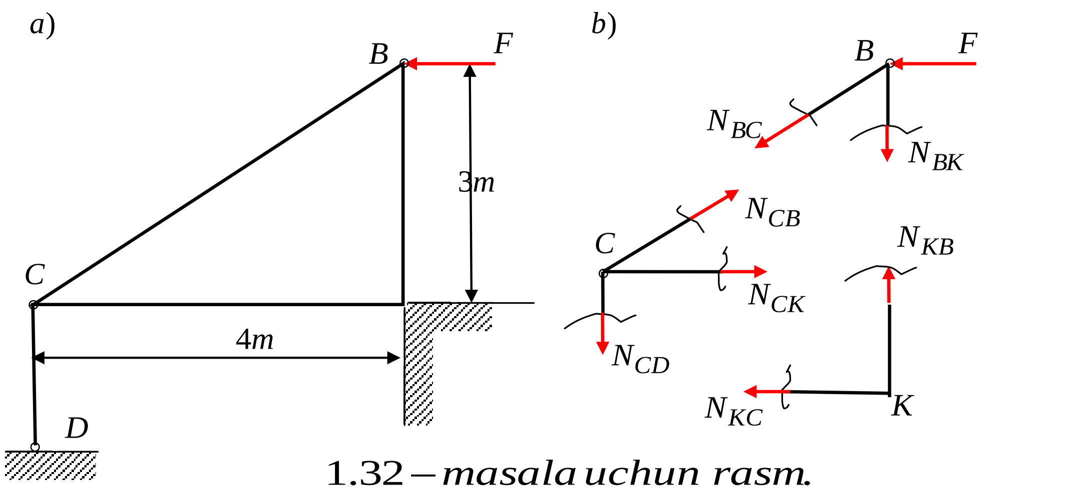
Kuchlanishni aniqlaymiz:

$$\sigma=\frac{N}{A}=\frac{400}{60,8}=6,5789\,kN/sm^2=65,9\,MPa.$$

Bunda ko‘ndalang kesim to‘rtta teng yonli burchakdan iborat bo‘lib 1.31,b-rasmda ko‘rsatilgandek, burchaklardan teshiklar mavjud bo‘lgani uchun kesim yuzasi quyidagiga teng bo‘ladi:

$$A_{Netto}=4\cdot19,2-16=60,8\,sm^2.$$

1.32-masala. $F=100\ kN$ kuch konstruksiyaga rasmda ko‘rsatilganidek ta’sir qiladi. Barcha sterjenlarning ko‘ndalang kesimi bir xil bo‘lib, ikkita teng yonli burchaklik $80\times80\times8$ dan iborat. Sterjenlardagi kuchlanishni aniqlang.



$1.32-masala\ uchun\ rasm.$

Berilganlar:

$$F=100\,kN;\quad teng\ yonli\ burchak\ o'lchamlari\ 80\times80\times8$$

Yechish. C tugundagi barcha kuchlarning vertika va gorizontal o‘qlarga proeksiyalarining algebraik yig‘indisi nolga teng bo‘lishi shart:

$$\sum y=0;\ -N_{CD}+N_{CB}\sin\alpha=0;\quad N_{CD}=N_{CB}\sin\alpha.$$

$$\sum x=0;\ N_{CK}+N_{CB}\cos\alpha=0;\quad N_{CK}=-N_{CB}\cos\alpha.$$

B tugundagi barcha kuchlarning vertika va gorizontal o‘qlarga proeksiyalarining algebraik yig‘indisi nolgateng bo‘lishi shart:

$$\sum y=0;\ -N_{BK}-N_{BC}\sin\alpha=0;\quad N_{BK}=-N_{BC}\sin\alpha.$$

$$\sum x=0;\ -F-N_{BC}\cos\alpha=0;\quad N_{BC}=-F/\cos\alpha.$$

Bu tenglamalarni birgalikda echib quyidagilarni hosil qilamiz:

$$N_{BC} = -F/\cos\alpha.$$

$$N_{BK} = Ftg\alpha.$$

$$N_{CK} = F.$$

$$N_{CD} = -Ftg\alpha.$$

Bu ifodalardagi $\sin\alpha = \frac{3}{5}$: $\cos\alpha = \frac{4}{5}$; $tg\alpha = \frac{3}{4}$; $ctg\alpha = \frac{4}{3}$.

E'tiborga olsak, ularning taqribiy qiymatlari quyidagilarga teng bo'ladi:

$$N_{BC} = -F/\cos\alpha = -100\frac{5}{4} = -125kN.$$

$$N_{BK} = Ftg\alpha = 100\frac{3}{4} = 75kN.$$

$$N_{CK} = F. = 100kN.$$

$$N_{CD} = -Ftg\alpha = -100\frac{3}{4} = -75kN.$$

Sterjenlarning ko'ndalang kesimlarida hosil bo'lgan kuchlanishlarni aniqlaymiz:

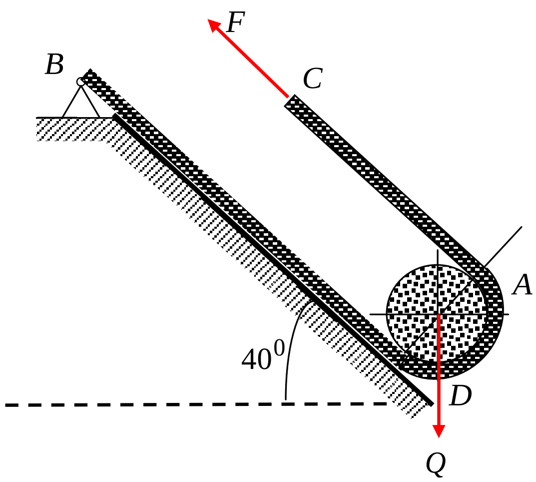
$$\sigma_{BC} = \frac{-F/\cos\alpha}{A} = -\frac{125}{24{,}6} = -5{,}0813kN/sm^2 = -50{,}9\,MPa.$$

$$\sigma_{BK} = \frac{Ftg\alpha}{A} = \frac{75}{24{,}6} = 3{,}048787kN/sm^2 = 30{,}5\,MPa.$$

$$\sigma_{CK} = \frac{F}{A} = \frac{100}{24{,}6} = 4.065kN/sm^2 = 40{,}6\,MPa.$$

$$\sigma_{CD} = -\frac{Ftg\alpha}{A} = -\frac{75}{24.6} = -3{,}04878kN/sm^2 = 30{,}5\,MPa.$$

1.33-masala. Uchlarida joylashgan ikkita arqon BAC yordamida g'o'la A qiya tekislik BD da ko'tarilmoqda (1.33-rasmga qarang). Arqonlarning pastki uchlari rasmda ko'rsatilgandek mahkamlangan. Arqonlarning yuqori uchlariga F kuchlar qo'yilgan. Agar g'o'laning og'irligi 3 kN, arqon ko'ndalang kesimining ish yuzasi 1,17 sm^2 va uning uchun ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma] = 5{,}5MPa$ bo'lsa, arqonlarning mustahkamligini tekshiring. Ishqalanish kuchlari hisobga olinmaydi.



1.33-masala uchun rasm.

Yechish. Statikaning muvozanat tenglamasinu tuzamiz, ya’ni barcha kuchlarni vertical o’qqa proeksiyalarining yig’indisini nolga renglaymiz:

$$2F\sin 40^0 - Q = 0.$$

Bundan:

$$Q = 2F\sin 40^0$$

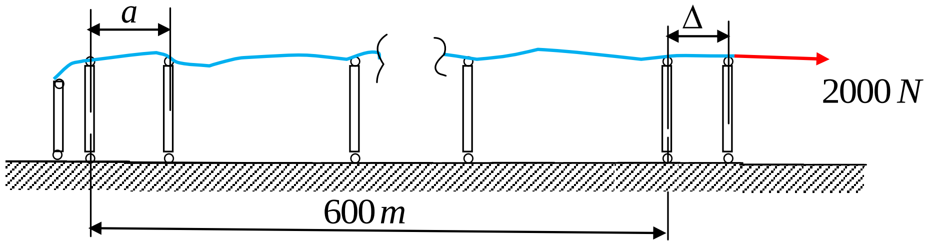
Arqonlarning ko’ndalang kesivida hosil bo’ladigan kuchlanishni aniqlaymiz:

$$\sigma = \frac{Q}{2A} = \frac{2F\sin 40^0}{2A} = \frac{3000\cdot 0{,}64278}{1{,}17\cdot 10^{-4}} = 4{,}12\ MPa.$$

Arqonlarning mustahkamligini tekshiramiz:

$$\sigma = [\sigma]; \qquad 4{,}12 < 5{,}5\,MPa.$$

1.34-masala. Temir yo‘l signalini harakatga keltiradigan diametri 5 mm va uzunligi 600 m bo‘lgan po‘lat sim rasmda ko‘rsatilgandek roliklarda joylashgan. Agar po‘lat simning signal oldidagi uchining siljishi $a = 17{,}5\,sm$ bo‘lsa, zo‘riqish 2 *kN* bo‘lganda po‘lat simning signal butkasidagi uchining siljishi Δ qanchaga tengligini aniqlang? Simning roliklar orasidagi salqiligini hamda sim bilan rolik orasidagi ishqalanish kuchini hisobga olmang.



1.34-masala uchun rasm.

Yechish. Olti yuz metr uzunlikdagi simning 2 kN kuch bilan cho‘zilishida hosil bo‘lgan absolyut bo‘ylama deformatsiya miqdorini aniqlaymiz:

$$\Delta\ell = \frac{N\ell}{EA} = \frac{2000\cdot 60000}{2\cdot 10^7\pi\frac{0,25}{4}} = \frac{48}{0,5\pi} = 30,6\,sm.$$

Unda po‘lat simning signal butkasidagi uchining siljishini quyidagicha aniqlash mumkin:

$$\Delta = a + \Delta\ell = 17,5 + 30,5 = 48,1 sm = 0,48\,m.$$

1.35-masala. Biri po‘lat, ikkinchisi misdan qilingan ikkita sim bir xil uzunlikda bo‘lib, bir xil o‘q bo‘yicha cho‘zadigan kuch ta’sir ettirilgan. Mis simning diametri 1 mm. Agar ikkala sim bir xil uzaysa, po‘lat simning diametri nimaga teng?

Berilganlar: $\ell_1 = \ell_2$; $N_1 = N_2$; $\Delta\ell_1 = \Delta\ell_2$; $D_2 = 1mm$; $E_1 = 2\cdot 10^7\,N/sm^2$; $E_2 = 1\cdot 10^7\,N/sm^2$.

Yechish. Simlar sirtqi kuch ta’siridan bir xil uzunlikdagi deformatsiyaga ega bo‘lishidan foydalanamiz:

$$\Delta\ell_m = \Delta\ell_p.$$

Bu tenglamani zo‘riqish kuchlari orqali ifodalaymiz:

$$\frac{N_m\ell_m}{E_mF_m} = \frac{N_p\ell_p}{E_pF_p}.$$

Bu tenglamadan quyidagini hosil qilamiz:

$$E_mF_m = E_pF_p.$$

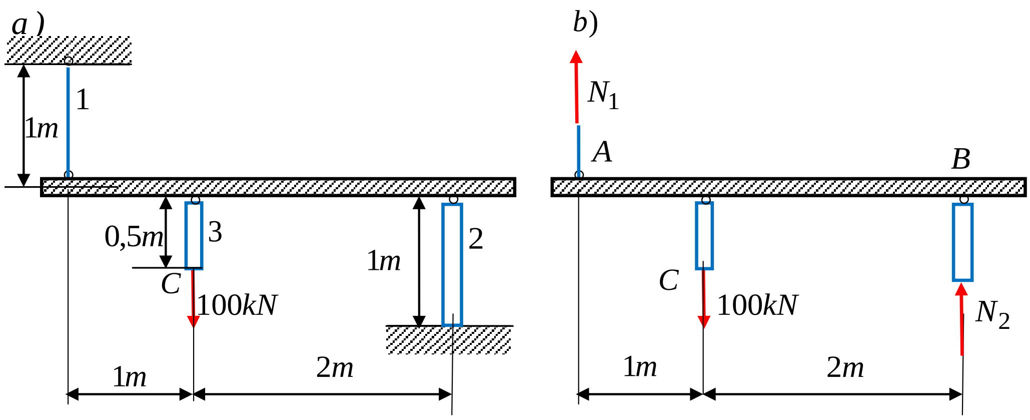
Hosil qilingan tenglamaga berilganlarni qo‘yamiz:

$$1\cdot 10^7\cdot\frac{\pi 1^2}{4} = 2\cdot 10^7\frac{\pi D^2}{4}.$$

Bundan Po‘lat simning diametrini topamiz:

$$D^2 = \frac{1}{2}; \qquad D = 0,71\,mm.$$

1.36-masala. Bikir balka AB rasmda ko‘rsatilgandek mahkamlangan va yuklangan. Balka deformatsiyasini hisobga olmaymiz. Po‘lat sterjen 1 ning kesimi 10 sm^2, yog‘och stoyka 2 ning kesimi $10\times 10 sm$, mis sterjen 3 ning kesimi 30 sm^2. Nuqta C ning pasayishini aniqlang.



1.36-masala uchun rasm.

Berilganlar: $A_1 = 10\, sm^2;\ A_2 = 10 \times 10 = 100\, sm^2;\quad A_3 = 30\, sm^2.$

Yechish. Sirtqi kuchdan hosil bo'lgan zo'riqish kuchlarini aniqlash uchun kesish usulidan foydalanamiz.

Statik muvozanat tenglamalarni tuzamiz (1.36,b-rasm), ya'ni barcha kuchlardan B olingan momentlarning algebraik yig'indisini nolga tenglaymiz:

$$\Sigma M_B = 0;\qquad -N_1 \cdot 300 + 100000 \cdot 200 = 0;\qquad N_1 = 66666{,}667\, N.$$

Barcha kuchlardan A olingan momentlarning algebraik yig'indisini nolga tenglaymiz:

$$\Sigma M_A = 0;\ 100000 \cdot 100 - N_2 \cdot 300;\qquad N_2 = 33333{,}333\, N.$$

Barcha sterjenlarning absolyut bo'ylama deformatsiyasini tegishlicha aniqlaymiz:

$$\Delta\ell_1 = \frac{66666{,}67 \cdot 100}{2 \cdot 10^7 \cdot 10} = \frac{0{,}06666667}{2} = 0{,}03333 sm = 0{,}3333\, mm.$$

$$\Delta\ell_2 = \frac{33333{,}33 \cdot 100}{1 \cdot 10^5 \cdot 100} = \frac{0{,}03333}{1} = 0{,}03333 sm = 0{,}3333 mm.$$

$$\Delta\ell_3 = \frac{100000 \cdot 50}{1 \cdot 10^7 \cdot 30} = \frac{10^5 \cdot 5}{10^7 \cdot 3} = \frac{5}{10^3 \cdot 3} = 0{,}0166 sm = 0{,}1666 mm.$$

O'rtadagi sterjendagi C nuqtaning kuchishini aniqlaymiz:

$$\delta = \Delta\ell + \Delta\ell = 0{,}3333 + 0{,}1667 = 0{,}5\, mm = 5 \cdot 10^{-4}\, m.$$

1.37-masala. Uzunligi 5 m li po'lat sterjen 250 kN kuch bilan cho'zilgan. Sterjenning hajmi qancha kattalashishini aniqlang. Hodisa elastik chegaralarda o'tadi.

Berilganlar: $\ell = 5m;\ F = 250\, kN;\ E = 2 \cdot 10^7\, N/sm^2;\ [\sigma] = 16000\, N/sm^2.$

Yechish. Sterjenning Ko'ndalang kesim yuzasini mustahkamlik shartidan foydalanib aniqlaymiz:

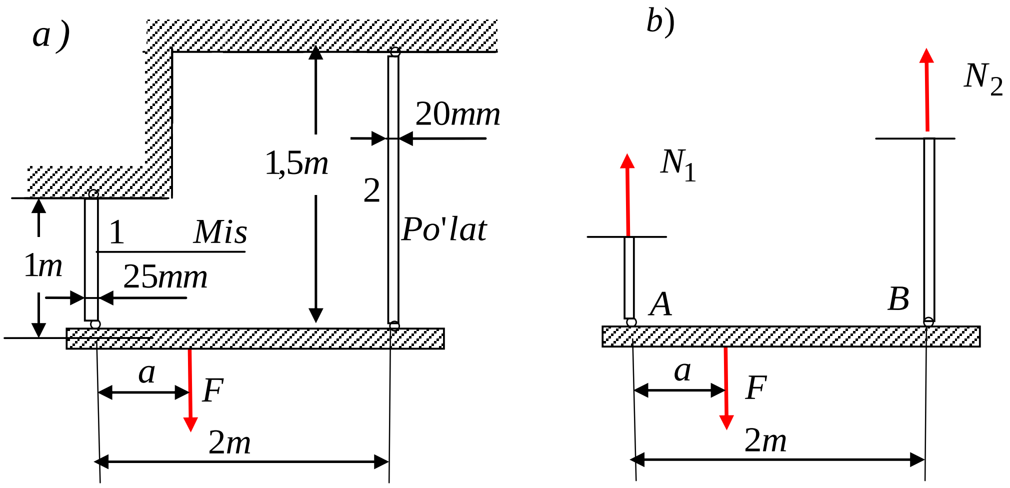
$$A \geq \frac{N_{max}}{[\sigma]} = \frac{250000}{16000} = 15{,}625\ sm^2.$$

Sterjen hajmining ortishi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\frac{(1-2\mu)F \cdot \ell}{E} = \frac{(1-2 \cdot 0{,}3)500 \cdot 250000}{2 \cdot 10^7} = \frac{0{,}4 \cdot 125}{20} = 2{,}5 sm^3 = 2{,}5 \cdot 10^{-6}\, m^3.$$

1.38-masala. Dumaloq kesimli tortqilar 1 va 2 ga bikir brus gorizontal osilgan (rasmga qarang). Brusning deformatsiyasini hisobga olmaymiz. Deformatsiyalangandan keyin ham brus gorizontal qolishi uchun yuk F tortqi *1* dan qancha $\grave{a}$ masofada bo‘lishi kerak? Bu holda, agar $F = 30\, kN$ bo‘lsa, tortqilardagi kuchlanishlar nimaga teng bo‘ladi?

Berilganlar: Mis sterjenining uzunligi $\ell = 1m$, ko‘ndalang kesimi diametri $d = 25\, mm$, po‘lat sterjenining uzunligi $\ell = 1{,}5\, m$, ko‘ndalang kesimi diametri $d = 20\, mm$, $F = 30\, kN$.



$1.38 - masala uchun rasm.$

Yechish. Kesish usulidan foydalanib sirtqi kuch ta’sirida xosil bo‘lgan zo‘riqish kuchlarini aniqlaymiz. Buning uchun statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz, ya’ni barcha kuchlardan B nuqtaga nisbatan olingan momentlarning algebraik yig’indisini nolga tenglaymiz:

$$\Sigma M_B = 0; \ -N_1 2 + F(2-a) = 0; \quad N_1 = F(1 - \frac{a}{2}).$$

Barcha kuchlardan A nuqtaga nisbatan olingan momentlarning algebraik yig’indisini nolga tenglaymiz:

$$\Sigma M_A = 0; \ N_2 \cdot 2 - F \cdot a = 0; \qquad N_2 = F \cdot \frac{a}{2}.$$

Zo‘riqish kuchlarining to‘g‘ri aniqlanganligini tekshirish, ya’ni barcha kuchlarning vertikal o‘qqa nisbatan proeksiyalarining algebraik yig‘indisi nol bo‘lishi lozim:

$$\Sigma Z(\uparrow)=0; \quad F(1-\frac{a}{2})-F+F\frac{a}{2}=0; \quad 0=0.$$

Absolyut qattiq burus sirtqi kuch ta’siridan keyin ham gorizontal bo‘lib qolganligi uchun quyidagi shart bajarilishi lozim:

$$\Delta\ell_1=\Delta\ell_2.$$

Bu tenglikni Guk qonuni asosida quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\frac{N_1\ell_1}{E_1A_1}=\frac{N_2\ell_2}{E_2A_2}.$$

Bu tenglamani quyidagich ifodalash mumkin:

$$\frac{F(1-\frac{a}{2})100}{1\cdot 10^7\,\frac{\pi(2,5)^2}{4}}=\frac{F\frac{a}{2}150}{2\cdot 10^7\,\frac{\pi(2)^2}{4}}; \qquad \frac{40(2-a)}{6,25}=\frac{15a}{2};$$

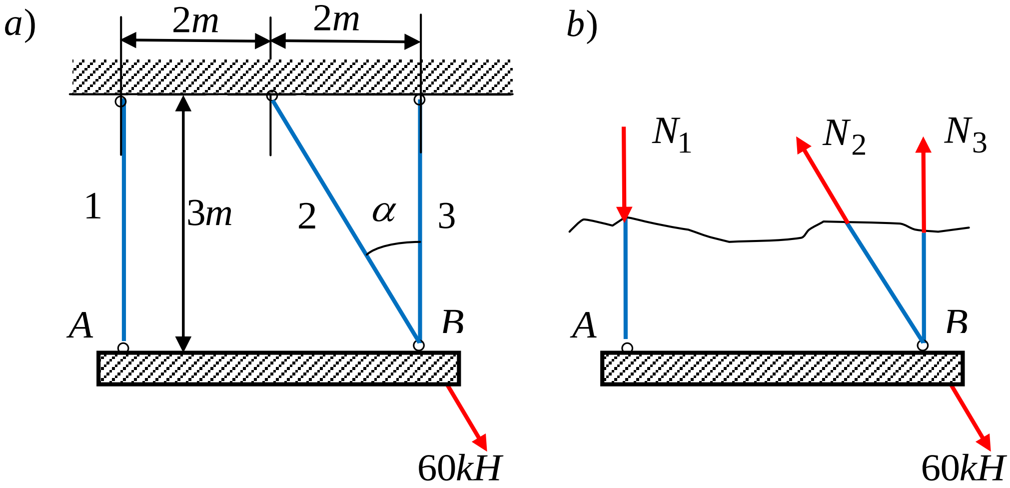
$$160-80a=93,75a; \quad 160=173,75a. \quad a=0,92086\ sm.$$

Kuch 30000 N bo’lganda kuchlanishlarni aniqlaymiz:

$$\sigma_1=\frac{N_1}{A_1}=\frac{30000(1-0,92/2)}{3,14\cdot\left[(2,5)^2/4\right]}=3302\,N/sm^2\approx 33MPa.$$

$$\sigma_2=\frac{N_2}{A_2}=\frac{30000(0,92/2)}{3,14\cdot\left[(2)^2/4\right]}=4394,90\,N/sm^2\approx 44MPa.$$

1.40-masala. Brus AB $10\ sm^2$ yuzaga teng bo‘lgan bir xil ko‘ndalang kesimli uchta sterjenga osilgan (rasmga qarang). Agar sterjenlar po‘latdan qilingan bo‘lsa, sterjenlardagi kuchlanishlarni hamda A nuqtaning ko‘chishini va yo‘nalishini aniqlang. Rasmda ko‘rsatilganidek kuch 60 kN sterjen 2 bo‘ylab yo‘nalgan.



1.40 – *masala uchun rasm.*

Berilganlar: $A_1 = A_3 = A_2 = 10\,sm^2$; $E = 2 \cdot 10^7\ N/sm^2$; $\ell_1 = \ell_3$; $\ell_2 = \sqrt{13}$.

Yechish. Kesish usulidan foydalanib zo‘riqish kuchlarini aniqlaymiz. Statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum x(\rightarrow) = 0;\ \ -60\sin\alpha + N_2\sin\alpha = 0.$$

$$\sum y(\uparrow) = 0;\ \ -60\cos\alpha - N_1 + N_2\cos\alpha + N_3 = 0.$$

$$\sum mom_B = 0;\ \ -N_1 \cdot 4 = 0.$$

Bu tenglamalarning birinchisidan quyidaginianiqlaymiz:

$$N_2 = 60\,kN.$$

Bu tenglamalarning ikkinchisidan quyidagini aniqlaymiz:

$$-60\cos\alpha - N_1 + 60\cos\alpha + N_3 = 0; \qquad N_1 = N_3.$$

Uchinchi tenglamadan

$$N_1 = 0.$$

Demak chetki sterjenlarda zo‘riqish kuchlari nolga teng bo‘lar ekan.

Sterjenlarda hosil bo‘lgan kuchlanishlarni aniqlaymiz:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{0}{10} = 0.$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{0}{10} = 0.$$

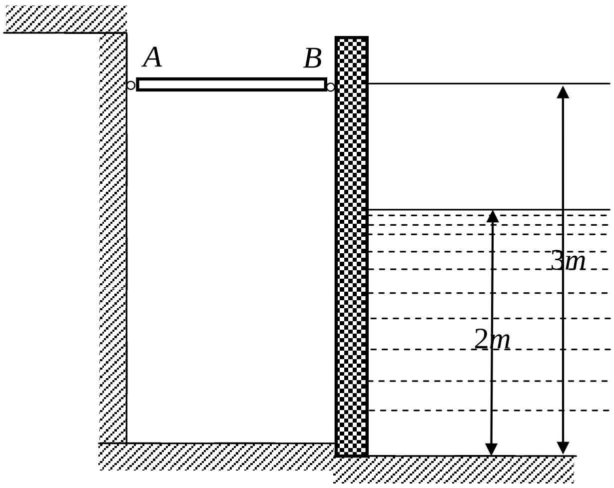
$$\sigma_2 = \frac{60000}{10} = 60\,MPa.$$

$$\Delta\ell_2 = \frac{N_2\ell_2}{EA} = \frac{60000 \cdot 100\sqrt{13}}{2 \cdot 10^7 \cdot 10} = 0{,}10816\,sm.$$

$$\Delta\ell_g = \frac{\Delta\ell_2}{\cos\alpha} = \frac{0{,}10816}{2/\sqrt{13}} = 0{,}19498 sm = 1.95 mm.$$

1.41-masala. Yog‘och tirgaklar AB (rasmga qarang) suv o‘tkazmaydigan to‘siqni suv ta’sirida ag‘darilishdan saqlab turadi. Tirgaklar har 3 m dan keyin qo‘yilgan. Agar yog‘och siqilishga ruxsat etilgan kuchlanish $[\sigma] = 3{,}0\ MPa$ bo‘lsa, tirgakning dumaloq kesimini tanlang.

a)



1.41 – *masala uchun rasm.*

Yechish. To‘siqning 3 m uzunlikdagi qismini ajratamiz (chizma tekisligiga perpendikulyar). To‘siqning shu qismiga bitta tirtgak to‘g‘ri keladi. To‘siqning shu qismiga ta’sir qiladigan suvning gidrostatik bosimi $3 \cdot \frac{2 \cdot 20}{2} = 60 kN$ ga teng. U gorizontal yo‘nalgan va suv chuqurligining 1/3 qismiga teng balandlikkda, ya’ni suv tubidan 2/3 m da qo‘yilgan. To‘siqning B nuqtada tirakka bosimini, ya’ni tirakdagi qisuvchi zo‘riqishga teng bosimni richag qoidasi bo‘yicha topamiz

$$F = 60 \cdot \frac{2}{3 \cdot 3} = \frac{40}{3}\ kN.$$

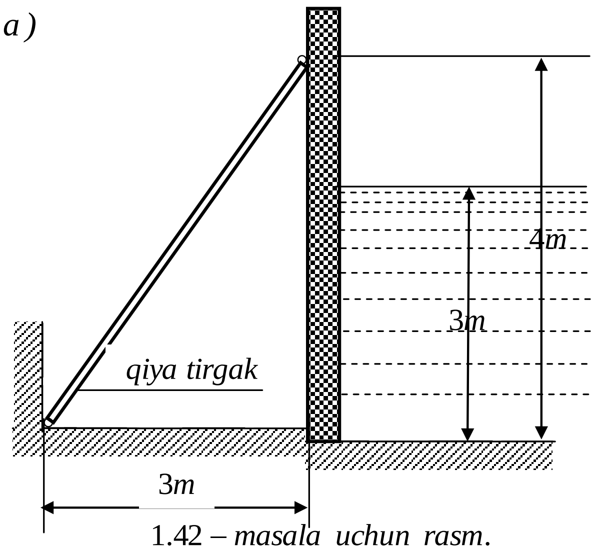
Tirgak ko‘ndalang kesimining zarur yuzasi quyidagiga teng:

$$A \geq \frac{F}{[\sigma]} = \frac{40000}{3 \cdot 300} = 44{,}5\ sm^2.$$

Tirgakning diametri:

$$d \geq 2\sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{44{,}5}{3{,}14}} = 7{,}5 sm = 75 \cdot 10^{-3} m.$$

1.42-masala. Suv o‘tkazmaydigan to‘siqning ag‘darilishdan saqlab turadigan qiya tirgaklar orasidagi eng katta yo‘l qo‘yiladigan masofani aniqlang (rasmga qarang). Qiya tirgaklar yog‘ochdan qilingan bo‘lib, dumaloq ko‘ndalang kesimining diametri 15 sm ga teng. Qiya tirgaklar materialining ruxsat etilgan kuchlanishi 2 MPa.



1.42 – *masala uchun rasm*.

Yechish. Suvning godravlik bosimi

$$P = \rho g h \ell.$$

Bunda ℓ - tirgaklar orasidagi masofa.

$$P = \rho g h \ell \;\; 1000 \cdot 10 \cdot 3 \cdot \ell.$$

Bosim suvning tubidan $\frac{h}{3} = \frac{3}{3} = 1m$ masofadagi C nuqtaga ta’sir qiladi.

Tirgakka tushgan kuchni D nuqtaga nisbatan moment tenglamasildan aniqlaymiz:

$$\sum mom_D = 0; \qquad N_T \cdot a - P\frac{h}{3} = 0.$$

Bunda ΔBDA dan FB=5m; $5 \cdot a = 3 \cdot 4;$ $a = 12/5$ teng ekanligini aniqlash qiyin emas.

Unda:

$$N_T = \frac{Ph}{3a} = \frac{3 \cdot 10^4 \cdot \ell \cdot 3}{3(12/5)} = \frac{5}{4} \cdot 10^4 \ell.$$

Mustahkamlik sharti dan foydalanib tirgaklar orasidagi masofani aniqlaymiz:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} \le [\sigma]; \qquad \ell = \frac{\pi \cdot 15 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 4}{4 \cdot 5 \cdot 10^4} = 2{,}826m.$$

1.43-masala. Tortqilar 1 va 2 ning dumaloq ko‘ndalang kesimi diametrini aniqlang (rasmga qarang). Qiya tortqi materiali uchun ruxsat etilgan kuchlanishni 100 MPa deb oling.

Berilgan: $[\sigma]=100 MPa.$

Yechish. *Kesish usulidan foydalanib birinchi va ikkinchi sterjenlarda hosil bo'ladigan zo'riqish kuchlarini aniqlaymiz.*

Pastki AB balka uchun statikaning muvozanat tenglamasini tuzamiz:

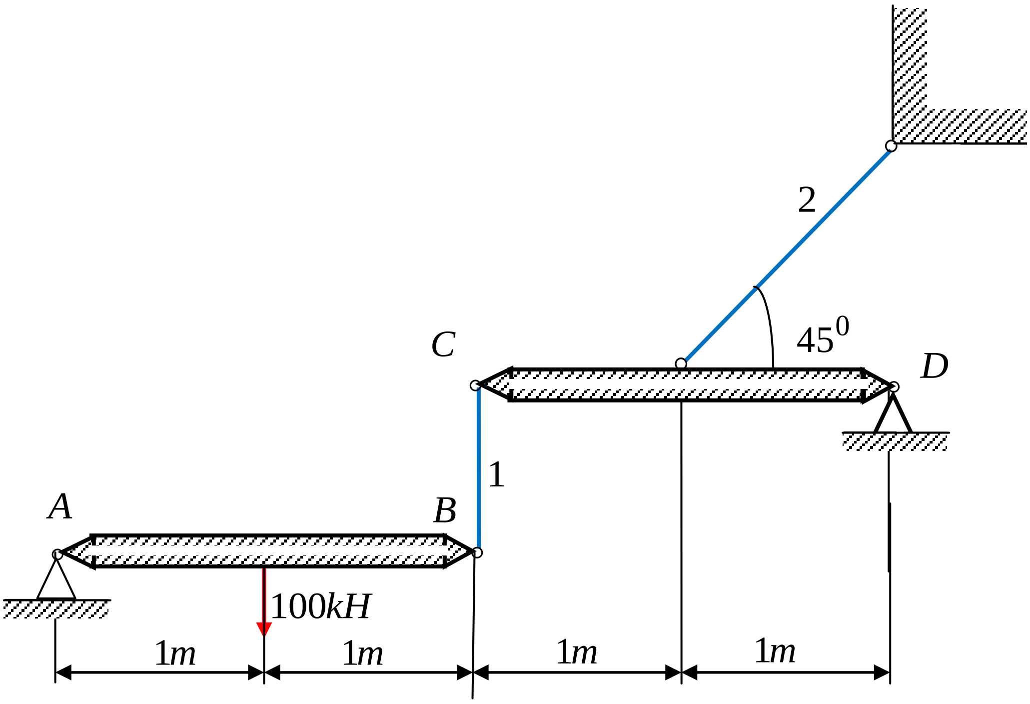
$$\Sigma mom_A = 0; \quad N_1 \cdot 200 - F \cdot 100 = 0.$$

Bundan birinchi sterjenda hosil bo'ladigan zo'riqish kuchini aniqlaymiz:

$$N_1 = \frac{F}{2} = \frac{10^5}{2} = 5 \cdot 10^4 \ N.$$

Birinchi sterjenning ko'ndalang kesimini mustahkamlik shartidan aniqlaymiz:

$$A_1 \ge \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{5 \cdot 10^4}{10000} = 5 \ sm^2.$$



1.43 – *masala uchun rasm.*

Bundan birinchi sterjenning diametrini aniqlaymiz:

$$d_1 = \sqrt{\frac{4A_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 5}{3{,}14}} = 2{,}523 sm = 25 mm /$$

Yuqorigi CD balka uchun statikaning muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\Sigma mom_D = 0; \quad N_1 \cdot 200 - N_2 \cdot 100 \cdot \sin 45^0 = 0.$$

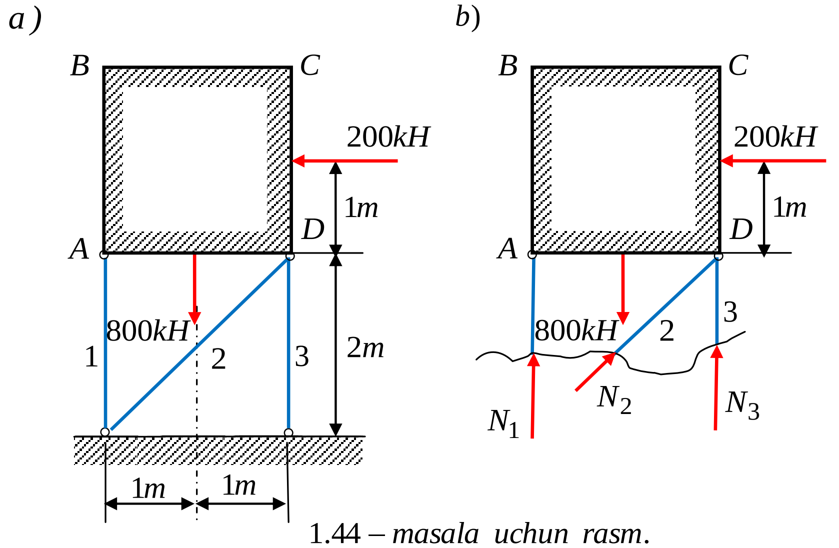
$$N_2 = \frac{2N_1}{\sin 45^0} = \frac{2\left(2 \cdot 5 \cdot 10^4\right)}{\sqrt{2}} = 14{,}1844 \cdot 10^4 \ N.$$

Ikkinchi sterjenning ko‘ndalang kesimini mustahkamlik shartidan aniqlaymiz:

$$A_2 \geq \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{14{,}1844 \cdot 10^4}{10000} = 14{,}1844\, sm^2.$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{4A_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 11{,}1844}{3{,}14}} = 4.25\, sm = 42.5\, mm.$$

1.44-masala. Konstruksiya *ABCD* poydevorga sterjenlar *1*, *2* va *3* yordamida mahkamlangan. Konstruksiya deformatsiyasini hisobga olmaymiz. Konstruksiyaning og‘irligi va unga tushadigan yonlama bosim rasmda ko‘rsatilgan. Agar $[\sigma] = 100\, MPa$ bo‘lsa, stoykalar *1 va 3* hamda qiya tirak *2* ning (to‘rtta teng yonli burchaklikdan iborat) kesimini tanlang.



$1.44 - masala\ \ uchun\ \ rasm.$

Berilganlar: $[\sigma] = 100 MPa$

Yechish. *Sirtqi kuchlardan hosil bo‘ladigan zo‘riqish kuchlarini aniqlashda kesish usilidan foydalanamiz 1.44-rasm. Statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:*

$$\sum mom_D = 0; \quad N_1 \cdot 2 - 800 \cdot 1 - 200 \cdot 1 = 0; \quad N_1 = 500\, kN.$$

$$\sum y = 0; \quad N_1 - 800 + N_2 \cos\alpha + N_3 = 0; \ -300 + N_2 \frac{\sqrt{2}}{2} + N_3 = 0.$$

$$\sum x = 0; \ -200 + N_2 \sin\alpha = 0; \ N_2 = \frac{200}{\sqrt{2}} 2\, kN.$$

Bu formulalarning ikkinchisidan uchinchi sterjenda hosil bo‘ladigan zo‘riqish kuchini aniqlaymiz:

$$N_3 = 300 - N_2 \frac{\sqrt{2}}{2} = 300 - \frac{200}{\sqrt{2}} 2 \frac{\sqrt{2}}{2} = 100\, kN.$$

Sterjenlarning ko‘ndalang kesim yuzalarini mustahkamlik shartidan foydalanib anqlaymiz:

$$A_1 \geq \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{500000}{10000} = 50\,sm^2.$$

$$A_2 \geq \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{200000}{10000}\,\frac{2}{\sqrt{2}} = 28\text{б}3\,sm^2.$$

$$A_3 \geq \frac{N_3}{[\sigma]} = \frac{100000}{10000} = 10\,sm^2.$$

Birinchi sterjenning ko‘ndalang kesim yuzasi $50\,sm^2$ bo‘lgani uchun sortament jadvalidan kesimi 14 bo‘lgan teng yonli to‘rtta to‘rtta burchakni tanlaymiz 80x80x8.

Ikkinchi sterjenning ko‘ndalang kesim yuzasi $28\,sm^2$ bo‘lgani uchun sortament jadvalidan kesimi 7,28 bo‘lgan teng yonli to‘rtta burchakni tanlaymiz 63x63x6.

Uchinchi sterjenning ko‘ndalang kesim yuzasi $10\,sm^2$ bo‘lgani uchun sortament jadvalidan kesimi 2,43 bo‘lgan teng yonli to‘rtta burchakni tanlaymiz 32x32x4.

1.45-masala. Ko‘prik balkasi ferma ostidagi tosh poydevor *A va B* ga rasmda ko‘rsatilgandek tiraladi. Balka ustida bir-biriga bog‘langan va har biri 150 kN dan bo‘lgan yuk harakatlanadi. Agar ferma tagidagi tosh poydevor uchun ruxsat etilgan kuchlanish 0,9 MPa bo‘lsa, poydevor planda kvadratlardan iborat bo‘lsa, yukning eng noqulay vaziyati uchun ferma osti poydevorining plandagi o‘lchamlarini aniqlang.

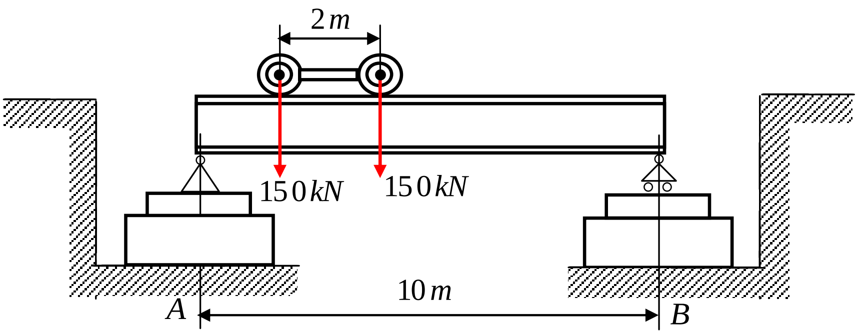
Berilganlar: $F = 150kN;\ [\sigma] = 0{,}9MPa.$

Yechish. Balka ustida bir-biriga bog‘langan zo‘riqish kuchining eng noqulay bo‘lgan vaziyati uchun ferma osti poydevorining plandagi o‘lchamlarini aniqlaymiz:

Poydevordagi tayanch reaksiya kuchlarini statikaning muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum mom_A = 0; \quad F \cdot 2 - R_B \cdot 10 = 0.$$

$$\sum mom_B = 0; \quad -F \cdot 10 - F \cdot 8 + R_A \cdot 10 = 0.$$



1.45- masala uchun rasm.

Bu tenglamalardan reaksiya kuchlari uchun quydagi miqdorni topish mumkin:

$$R_B = \frac{F \cdot 2}{5} = \frac{300}{5} = 60\,kN.$$

$$R_A = \frac{F \cdot 18}{5} = \frac{150 \cdot 18}{5} = 60\,kN.$$

Mustahkamlak shartidan foydalansak poydevorining plandagi o‘lchamlari *quyidagi qiymatlarni qabul qilishini ko‘rish qiyin emas:*

$$A = \frac{N}{[\sigma]} = \frac{R_A}{[\sigma]} = \frac{270000}{90} = 3000\,kN.$$

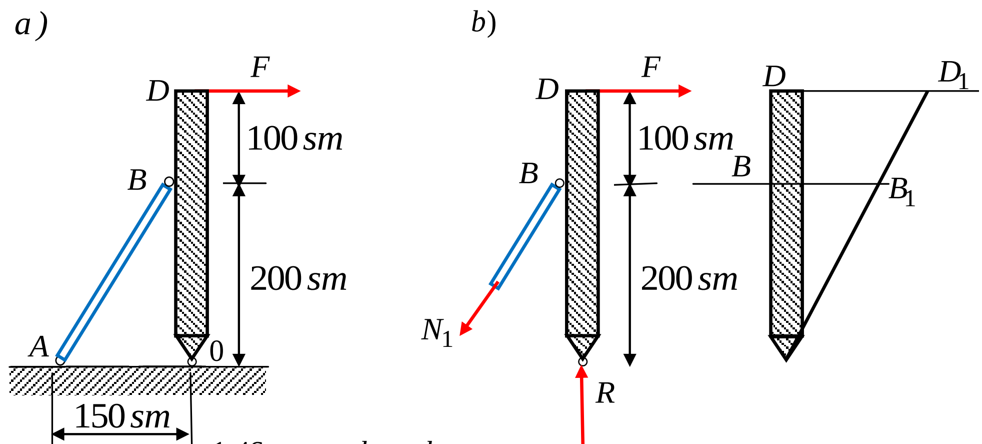
Poydevorining plandagi kesim yuzasi kvadrat bo‘lgani uchun uning tomonlari o‘lchami quyidagiga teng bo‘ladi:

$$A = a^2 = 3000\ sm^2. \quad a = 55\,sm.$$

yoki

$$55 \times 55\,sm = 0{,}55 \times 0{,}55\,m.$$

1.46-masala. Bikir sterjen (rasmga qarang) kuch *R* bilan yuklangan va uni diametri 20 mm li dumaloq ko‘ndalang kesimdagi qiya po‘lat tortqi AB ag‘darilib ketishdan ushlab turadi. Eng katta yo‘l qo‘yiladigan yuk F ni kuch qo‘yiladigan nuqtaning gorizontal ko‘chish qiymatini aniqlang. Tortqi materiali uchun ruxsat etilgan kuchlanish 160 MPa ga teng.



1.46 – *masala uchun rasm.*

Berilganlar: $D = 20\,mm = 2\,sm; \quad [\sigma] = 16000\,N/sm^2; \qquad \dfrac{\Delta\ell}{300} = \dfrac{\Delta\ell_{AB}}{200}$

Yechish. Statikaning muvozanat tenglamasini tuzamiz

$\Sigma M_0 = 0 \quad -F \cdot 300 + N_{AB} r = 0.$

1.46-rasmdagi $\Delta A0B.$ uchburchakdan quyidagi geometrik bog‘lanishlarni hosil qilish mumkin:

$$\frac{r}{200} = \sin\alpha; \quad r = 200\sin\alpha; \quad \sin\alpha = \frac{150}{\ell_{AB}} = \frac{150}{250}; \quad \cos\alpha = \frac{200}{250}.$$

Muvozanat tenglamalaridan tortqida hosil bo‘ladigan zo‘riqish kuchini aniqlaymiz:

$$N_{AB} = \frac{300F}{r} = \frac{300F}{200\sin\alpha} = \frac{3F}{2\dfrac{150}{250}} = \frac{75}{30}F.$$

Sterjenning mustahkamlik shartidan tortqining ko‘ndalang kesimini

aniqlaymiz:

$$[\sigma] \geq \frac{N_{AB}}{A}; \quad A = \frac{\pi \cdot 2^2}{4} = \pi.$$

Sterjenning mustahkamlik shartidan:

$$F = \pi\frac{30}{75}16000 = \frac{94{,}2}{75}16000 = 20{,}1kN.$$

Tyaganing bo‘ylama cho‘zilishini aniqlaymiz:

$$\Delta\ell = \frac{N_{AB}\ell_{AB}}{EF} = \frac{(75/30)20100 \cdot 250}{2 \cdot 10^7 \cdot 3{,}14} = 0{,}20004\,sm.$$

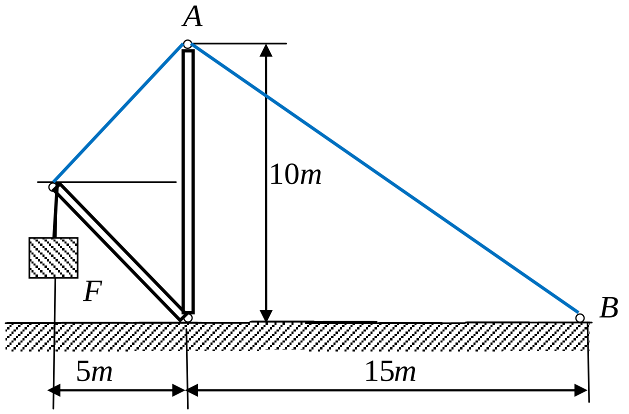
$$\delta_B = \frac{\Delta \ell_{AB}}{\sin\alpha} = \frac{0{,}20004}{150/250} = 3{,}3333 sm.$$

D nuqtaning kuchishini aniqlaymiz

$$\frac{\delta_D}{\delta_B} = \frac{3}{2}; \quad \delta_D = 1{,}5\delta_B = 1{,}5 \cdot 3{,}333 = 5\, sm.$$

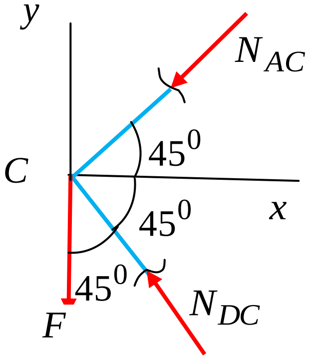
1.47-masala. Rasmda ko‘tarish krani ko‘rsatilgan. Uning tortqisi AB ko‘ndalang kesimi 500 mm^2 li po‘lat simarqon hisoblanadi. Simarqon uchun ruxsat etilgan kuchlanish 80 MPa ga teng. Tortqining mustahkamlik shartiga ko‘ra, kranning yuk ko‘taruvchanligi (maksimal yuk F ning qiymati) nimaga teng?

a) *b)*

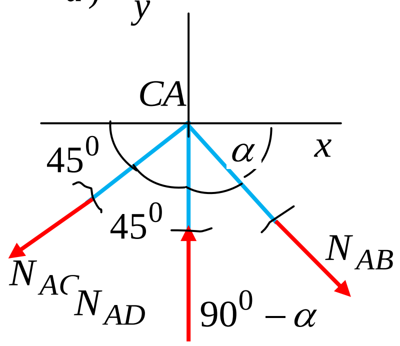


1.47 – *masala uchun rasm.*

b)



d)



Yechish. Tortqi zo’riqish kuchlarini aniqlash uchun kesish usulidan foydalanamiz. C nuqtadan o’tuvchi barcha kuchlarning vertikal va gorizantal o’qlardagi proeksiyalarining yig’indisini nolga tenglaymiz:

$$\sum F_x = 0: \quad N_{AC}\cos 45^0 - N_{DC}\cos 45^0 = 0.$$

$$\sum F_y = 0: \quad (N_{AC} + N_{DC})\cos 45^0 - F = 0.$$

Bundan

$$N_{AC} = N_{DC}; \quad N_{AC} = N_{DC} = \frac{F}{2\cos 45^0} = \frac{F}{\sqrt{2}}.$$

D nuqtadan o’tuvchi barcha kuchlarning o’qlardagi proeksiyalarining yi-indisini nolga tenglaymiz:

Bundan

$$N_{AB} = \frac{N_{AC}\cos 45^0}{\cos\alpha} = \frac{F\cos 45^0}{\sqrt{2}\cos\alpha} = \frac{F}{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{\sqrt{13}\cdot F}{6}.$$

Bunda $\cos\alpha = 3/\sqrt{13}$.

Tortqining mustahkamlik shartiga ko‘ra oladigan yukni aniqlaymoz:

$$\frac{F\sqrt{13}/6}{A} \le [\sigma]; \quad F = \frac{6A[\sigma]}{\sqrt{13}} = \frac{6\cdot 500\cdot 10^{-6}\cdot 80\cdot 10^{6}}{\sqrt{2}\cos\alpha} = 66{,}7\,kN.$$

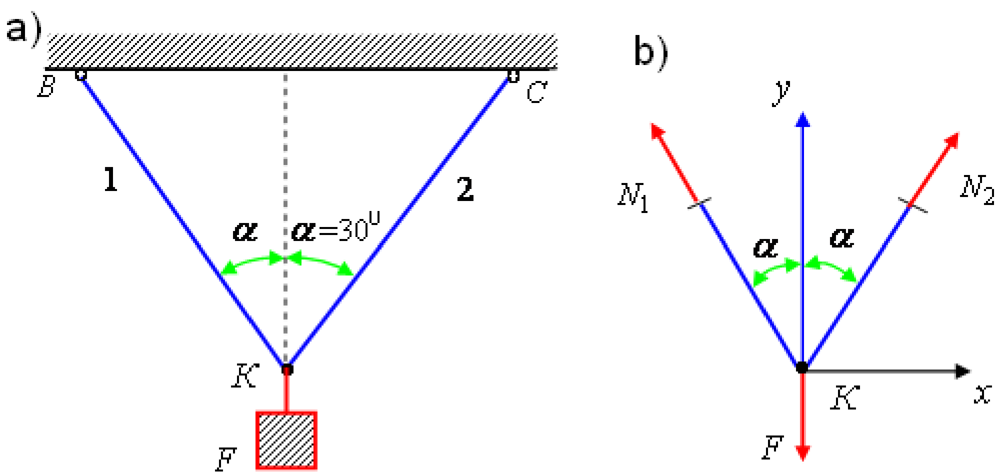
1.48-masala. Yuk ikkita sterjenga rasmda ko‘rsatilgandek osilgan. Dumaloq ko‘ndalang kesimining diametri 30 mm bo‘lgan sterjen 1 ning materiali uchun ruxsat etilgan kuchlanish 160 MPa diametri 40mm bo‘lgan dumaloq ko‘ndalang kesimli sterjen 2 materialining ruxsat etilgan kuchlanishi 60 MPa. Bu konstruksiya ko‘pi bilan qancha yuk F ga chidashi mumkin?

Berilganlar:

$$d = 30mm; \ [\sigma_1] = 160MPa; \ \ [\sigma_2] = 60MPa.$$

Yechish. Sterjenlar vertikal o‘qqa simmetrik bo‘lganligi uchun ularda hosil bo‘lgan zo‘riqish kuchlari teng bo‘lganligi sababli shakldan quyidagini aniqlash mumkin

$$N_1 = N_2 = \frac{F}{2\cos 30^0}.$$



1.48-masala uchun rasm.

Statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum X = 0; \quad -N_1 \cos 60^0 + N_2 \cos 60^0 = 0; \quad N_1 = N_2.$$

$$\sum Y = 0; \quad N_1 \cos 30^0 + N_2 \cos 30^0 - F = 0.$$

Bu tenglamalarning birinchisidan har ikkala sterjenlarda hosil bo‘ladigan zo‘riqish kuchlari teng ekanligi ko‘rinib turibdi. Ikkinchi tenglamasidan quyidagini aniqlaymiz:

$$N_2 = \frac{F}{2\cos 30^0} = \frac{F}{1{,}732}.$$

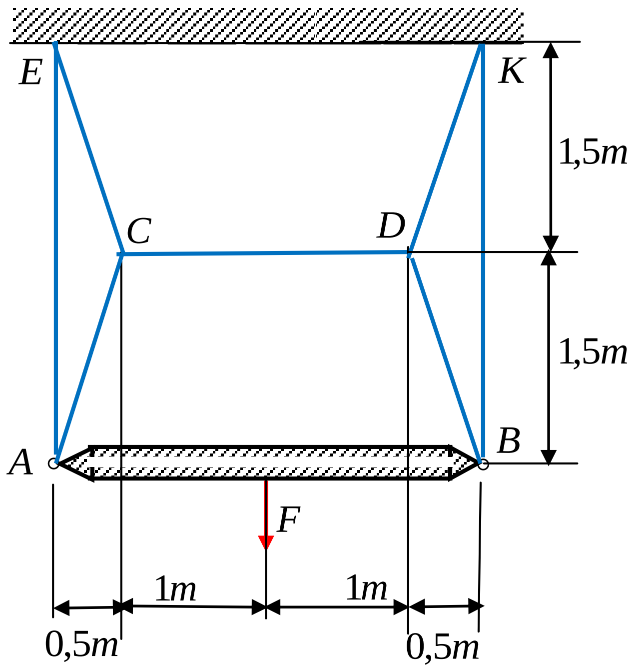
Birinchi sterjenning mustahkamlik shartidan zo‘riqish kuchini aniqlaymiz:

$$[\sigma] \geq \frac{N_1}{A_1} = \frac{F/1{,}732}{9\pi/4}; \; F \leq 1{,}732 \cdot 16 \cdot 2{,}25\pi = 195{,}8 kN.$$

Ikkinchi sterjenning mustahkamlik shartidan zo‘riqish kuchini aniqlaymiz:

$$[\sigma] \geq \frac{N_2}{A_2} = \frac{F/1{,}732}{16\pi/4}; \; F \leq 1{,}732 \cdot 6 \cdot 4\pi = 130{,}5 kN.$$

1.49-masala. *Og‘irligi F bo‘lgan bikir brus AB juft arqonlar sistemasi ACE, BDF,* CD yordamida osilgan (rasmga qarang). Arqonlarning kesimi bir xil bo‘lib, diametri 25 mm ga teng, kesimining foydali yuzasi arqon perimetri ichidagi yuzasining faqat 75 % ini tashkil qiladi. Agar arqon uchun $[\sigma] = 10 MPa$ bo‘lsa, brusning eng katta og‘irligini aniqlang.



1.49 – *masala uchun rasm*.

Yechish. Arqonlar sistemfsida bo’lgan zo’riqish kuchlarini aniqlash uchun kesish usulidan foydalanamiz. b- chizmadagi qismning muvozanatini tekshiramiz;

$$\sum mom_A = 0; \qquad F \cdot 1{,}5 - N_B \cdot \cos\alpha \cdot 3 = 0;$$
$$\sum mom_B = 0; \qquad -F \cdot 1{,}5 + N_A \cdot \cos\alpha \cdot 3 = 0.$$

Bundan

$$N_B = N_A = \frac{F}{2\cos\alpha} = \frac{F}{2\left(3/\sqrt{10}\right)} = \frac{\sqrt{10}}{6}F.$$

Bunda

$$\cos\alpha = \frac{1{,}5}{\sqrt{(1{,}5)^2 + (0{,}5)^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}}.$$

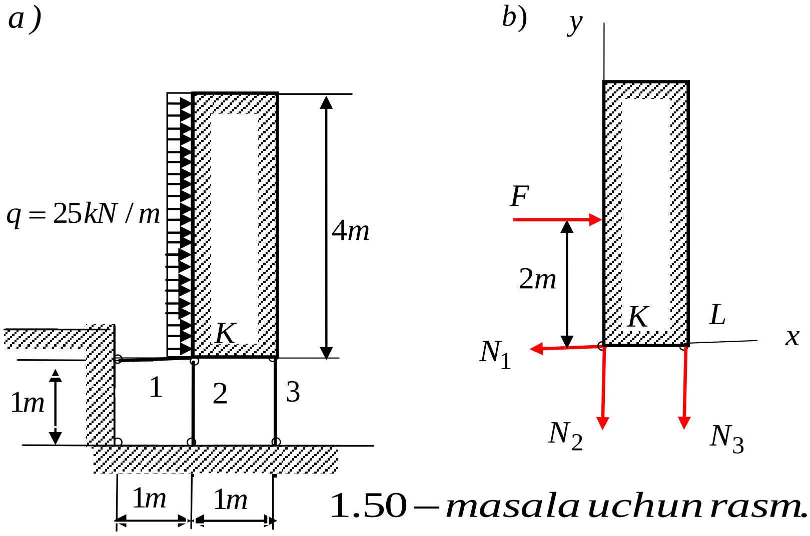
Arqonlarning mustahkamlik shartidan zo‘riqish kuchini aniqlaymiz:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{vax}}{A} = [\sigma]; \ N_{\max} = [\sigma]A = 10 \cdot 10^6 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 25^2 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{3}{4} = 3679{,}6875N.$$

Unda brusning statika muvozanat tenglamakaridan aniqlangan eng katta quyimati quyidagiga teng bo’ladi:

$$F = \frac{6}{\sqrt{10}} N_B = \frac{6 \cdot 3679{,}6875}{3{,}11623} = 6982\,N.$$

1.50-masala. Bikir konstruksiya poydevorga mahkamlaydigan po‘lat sterjenlar (1.50-rasm, *a* ga qarang) quyidagicha yasalgan: sterjen 1-to‘rtta burchaklik $50 \times 50 \times 5$ dan, sterjen 2-ikkita shveller № 12 dan sterjen 3- bitta dvutavr № 20 dan. Sterjenlardagi kuchlanishni va sharnir K ning to‘liq siljishini aniqlang.



$1.50 - masala\ uchun\ rasm.$

Yechish. Sterjenlardagi zo‘riqishlarni aniqlash uchun ularni xayolan kesamiz va qirqilgan joylarida cho‘zuvchi deb faraz qilinadigan noma’lum zo‘riqishlarni qo‘yamiz (rasm, b ga qarang). Gorizontal yukning teng ta’sir etuvchisi $F = 25 \times 4 = 100 kN$ ga teng bo‘lib, sharnir K dan 2 m balandga qo‘yilgan. Shundan keyin sterjenlardagi zo‘riqishlar uchun muvozanatlik tenglamasini va yukning teng ta’sir etuvchisining muvozanatlik tenglamasini tuzamiz:

$$\Sigma X = F - N_1 = 0; \qquad N_1 = F.$$

$$\Sigma m_K = -F \cdot 2 - N_3 \cdot 1 = 0; \qquad N_3 = -2F.$$

$$\Sigma m_L = -F \cdot 2 + N_2 \cdot 1 = 0; \qquad N_2 = 2F.$$

Shunday qilib, sterjenlar 1 va 2 uchun zo‘riqishlar ishorasi haqidagi bizning tasavvurimiz to‘g‘ri, sterjen 3 uchun esa noto‘g‘ri bo‘lib chiqdi. Sortamentdan sterjenlarning ko‘ndalang kesimlari yuzlarini aniqlaymiz.

Sterjen 1 uchun $A_1 = 4 \times 4{,}80 = 19{,}2\ sm^2 = 19{,}2 \cdot 10^{-4}\ m^2.$

Sterjen 2 uchun $A_2 = 2 \times 13{,}3 = 26{,}6\, sm^2 = 26{,}6 \cdot 10^{-4}\ m^2.$

Sterjen 3 uchun $A_3 = 26{,}8\, sm^2 = 26{,}8 \cdot 10^{-4}\ m^2.$

Zo‘riqishlar qiymatlarini va ko‘ndalang kesimlar yuzlarini bilgan holda sterjenlardagi kuchlanishlarni hisoblash mumkin.

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{F}{A_1} = \frac{100000}{19{,}2 \cdot 10^{-4}} = 52{,}2\, MPa;$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{2F}{A_2} = \frac{2 \cdot 100000}{26{,}6 \cdot 10^{-4}} = 75{,}2\, MPa;$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{2F}{A_3} = \frac{2 \cdot 100000}{26{,}8 \cdot 10^{-4}} = -74{,}7\, MPa$$

Sharnir K ning to‘liq siljishini topish uchun oldin uning gorizontal va vertkal siljishlarini aniqlaymiz. Bizning holda gorizontal siljish sterjen 1 ning uzayishiga teng:

$$\Delta\ell_{gor} = \Delta\ell_1 = \frac{N_1 \ell}{EA_1} = \frac{\sigma_1 \ell_1}{E} = \frac{52{,}2 \cdot 100}{2 \cdot 10^5} = 0{,}0261\ sm = 261 \cdot 10^{-6}\ m;$$

vertikal siljish sterjen 2 ning uzayishiga teng:

$$\Delta\ell_{ver} = \Delta\ell_2 = \frac{N_2 \ell_2}{EA_2} = \frac{\sigma_2 \ell_2}{E} = \frac{75{,}2 \cdot 100}{2 \cdot 10^5} = 0{,}0376\ sm = 376 \cdot 10^{-6}\ m.$$

Sharnir K ning to‘liq siljishini topish uchun gorizontal va vertikal siljishlarning geometrik yig‘indisini olamiz:

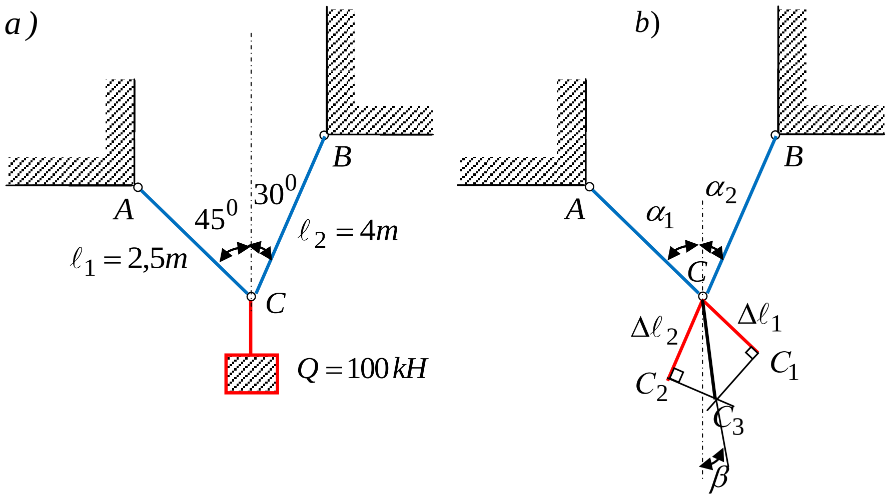
$$\Delta = \sqrt{\Delta^2{}_{gor} + \Delta^2{}_{ver}} = \sqrt{0{,}261^2 + 0{,}376^2} = 0{,}45\ mm = 45 \cdot 10^{-5}\ m.$$

1.51-masala. Yuk Q sharnir-sterjenli sistema ACB ga osilgan (1.51-rasm, a ga qarang). Sterjen *AC* dyuralyuminiydan, sterjen BC poʻlatdan yasalgan. Poʻlat va dyuralyuminiy uchun ruxsat etilgan kuchlanish bir xil va $[\sigma]=150MPa$ deb olingan. Sterjenlar koʻndalang kesimlarining yuzasini tanlang hamda nuqta C ning gorizontal va vertikal siljishlarini toping.

Koʻrsatma. Nuqta S ning siljishini aniqlash uchun unda sterjenlarni ajratamiz va ularning yangi uzunliklari AC_1 va BC_1 ni tasvirlaymiz, bunda eski uzunliklarni $\Delta\ell_1 = CC_1$ va $\Delta\ell_2 = CC_2$ ga kattalashtiramiz (1.51-rasm, b ga qarang). Nuqta C ning yangi vaziyatini topish uchun uzaytirilgan sterjenlarni nuqta A va B atrofida aylantirib, bir-biriga keltiramiz. Nuqta C_1 va C_2 yoylar C_1 va C_3 boʻyicha siljiydi, bu yoylarni kichik boʻlgani uchun AC_1 va BC_2 larga perpendikulyar toʻgʻri chiziqlar deb qabul qilish mumkin. Shunda kesma CC_3 biz qidirayotgan siljish Δ boʻladi. Bu kesmalarni vertikal bilan tashkil qilgan burchakni β bilan belgilab, tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

$$\Delta = \frac{\Delta\ell_1}{\cos(\alpha_1 - \beta)} = \frac{\Delta\ell_2}{\cos(\alpha_2 - \beta)}$$

Shu tenglamalardan β ni, soʻngra Δ ni uning vertikal hamda gorizontal proeksiyalarini aniqlaymiz.



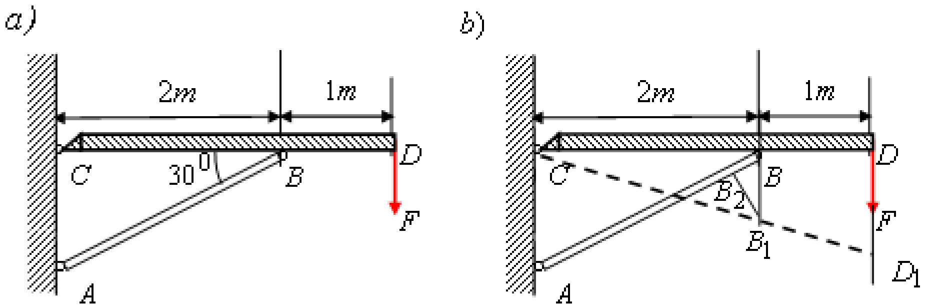
1.51-masala uchun rasm.

Javob: $A_{AC} = 3{,}46 sm^2$; $A_{BC} = 4{,}88 sm^2$;

$\Delta_{гор} = 2{,}6 mm$; $\Delta_{верт} = 5 mm.$

1.52-masala. Bikir brus *CD* 1.52-rasmda koʻrsatilgandek yuklangan va yogʻoch qiya tirgak *AB* bilan mustahkamlangan. Brusning deformatsiyasi hisobga olinmasin.

Nuqta D ning pasayishi o‘lchab ko‘rilganda, u 3 mm ga tengligi aniqlandi. Qiya tirgakdagi kuchlanishlar nimaga teng? Agar qiya tirgakning ko‘ndalang kesimi $20\times20\ sm$ o‘lchamli kvadrat bo‘lsa, nagruzka F nimaga teng?



1.52-masala uchun rasm.

Berilgan $E=1\cdot10^6\ N/sm^2;\ \ \Delta\ell_D=3\ mm=0{,}3\ sm;$

$A=20X20=400\ \ sm^2.$

Yechish. Statikaning muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\Sigma M_c=0;\qquad -F\cdot300+N_{AB}\cdot r=0.$$

Bu tenglamadagi sizmadan quyidagiga teng bo‘lishi ko’rinib turibdi:

$$r=200\sin30^\circ=200\cdot\frac{1}{2}=100\,sm.$$

Unda zo‘riqish kuchi quyidagicha ifodalanadi:

$$N_{AB}=\frac{300}{100}F=3F.$$

Qiya tirgak AB ning absolyut bo‘ylama cho‘zilish deformatsiyasini quyidagi formuladan aniqlash mumkin:

$$\Delta\ell_{AB}=\frac{N_{AB}\ell_{AB}}{EF}.$$

Bunda qiya tirgak uzunligi $\ell_{AB}=200\big/\cos30^\circ$ teng ekanligini e’tiborga olsak absolyut deformatsiyani quyidagi foromulaga keltirish mumkin:

$$\Delta\ell_{AB}=\frac{3F\cdot\dfrac{200}{\cos30^\circ}}{1\cdot10^7\cdot400}=\frac{600F}{10^7\cdot400\cos30^\circ}=\frac{3F}{2\cdot10^7\cos30^\circ}.$$

Sterjen D nuqtasining vertikal ko‘chishi bilan bo‘ylama ko‘chishlari orasida quyidagi bog‘lanishni aniqlash mumkin:

$$\Delta\ell_{ver}=\frac{\Delta\ell_{AB}}{\sin30^\circ}=\frac{3F}{2\cdot10^7\cos30^\circ\cdot\dfrac{1}{2}}=\frac{3F}{10^7\cos30^\circ};$$

Uchburchaklar ΔCDD_1 bilan ΔCBB_1 larning o‘xshashligidan quyidagi ifodani yozishmumkin:

$$\frac{\Delta\ell_D}{300} = \frac{\Delta\ell_{ver}}{200}.$$

Ifodaga yuqoridagilarni qo‘yamiz, unda

$$\frac{0{,}3}{300} = \frac{3F}{200\cdot 10^7 \cos 30^\circ}.$$

Bu tenglamadan noma’lum bo‘lgan kuchni aniqlaymiz:

$$F = \frac{0{,}3\cdot 200\cdot 10^7 \cdot \cos 30^\circ}{900} = \frac{2\cdot 10^6}{3} 0{,}866 = \frac{173200}{3} = 577333N = 57{,}8kN.$$

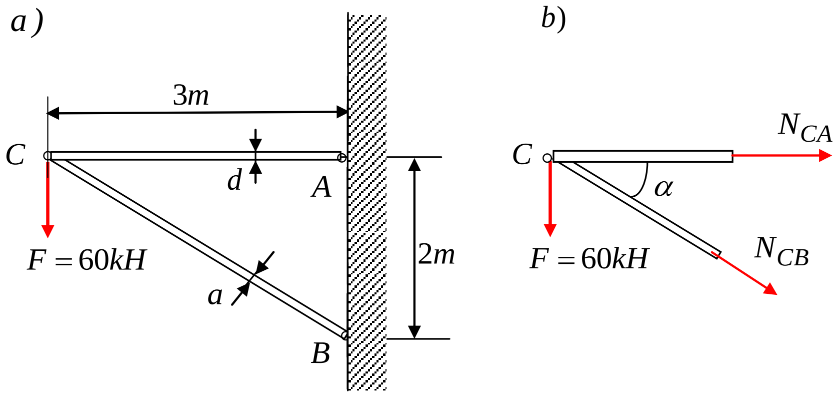
Unda qiya tirgakda hosil bo‘lgan zo‘riqish kuchi quyidagiga teng bo‘ladi:

$$N_{AB} = \frac{300}{100}F = 3F = 3\cdot 57{,}83 = 173{,}4kN.$$

Unda Qiya tirgakdagi kuchlanish kuyidagicha aniqlanadi:

$$\sigma = \frac{N_{AB}}{A} = \frac{173{,}4}{400\cdot 10^{-4}} = 4{,}33\cdot 10^4\ N/sm^2 = 4{,}33MPa.$$

1.53-masala. Rasmda tasvirlangan 1.53-rasmda tasvirlangan kronshteynda sterjen AC po‘latdan, sterjen BC esa yog‘ochdan yasalgan. Ruxsat etilgan kuchlanish po‘lat uchun $[\sigma] = 160MPa$, yog‘och uchun $[\sigma] = 4MPa$ Po‘lat sterjenning dumaloq kesimi diametri d ni ham- da yog‘och sterjenning kvadrat kesimi tomoni a ni tanlang, tugun (uzel) C ning gorizontal, vertikal va to‘liq siljishini aniqlang.



1.53-masala uchun rasm.

Berilganlar:

$$[\sigma]_c = 16000N/sm^2;\quad [\sigma]_D = 400N/sm^2.$$

Yechish. 1. Kesish usulidan foydalanamiz va olib qolingan 1.53-rasm qismi uchun statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

Barcha kuchlarning gorizontal o‘qqa proeksiyalarining algebraik yig‘indisini nolga tenglaymiz:

$$\Sigma z = 0; \quad N_{CA} + N_{CB}\cos\alpha = 0.$$

Barcha kuchlarning vertikal o‘qqa proeksiyalarining algebraik yig‘indisini nolga tenglaymiz:

$$\Sigma y = 0; \quad -F - N_{CB}\sin\alpha = 0.$$

Bu tenglamadan qiya sterjendagi zo‘riqish kuchni topamiz:

$$N_{CB} = \frac{-F}{\sin\alpha}.$$

Gorizantal sterjenda hosil bo‘lgan zo‘riqish kuchini aniqlaymiz:

$$N_{CA} = -N_{CB}\cos\alpha = Fctg\alpha.$$

Bu ifodadagi noma’lumlarni sterjen o‘lchamlari orqali ifodalab olamiz:

$$\ell_{CB} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}; \quad \sin\alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}; \cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}; \quad tg\alpha = \frac{2}{3}; \qquad ctg\alpha = \frac{3}{2}.$$

Unda tegishlicha qiya va gorizontal sterjenlardagi zo‘riqish kuchi quyidagiga teng bo‘ladi:

$$N_{CB} = \frac{F}{\frac{2}{\sqrt{13}}} = \frac{60\cdot\sqrt{13}}{2} = 108{,}166\ kN = 108166\,N.$$

$$N_{CA} = F\frac{3}{2} = \frac{3}{2}60 = 90\,kN = 90000\,N.$$

2. Qiya va gorizontal sterjenlarning mustahkamlik shartidan foydalanib kesim yuzalarini aniqlaymiz:

$$[\sigma] \geq \frac{N_{CB}}{a^2}.$$

Bu shartga yuqoridagilarni qo‘yamiz va qiya sterjen kesimi o‘lchamlarini aniqlaymiz:

$$400 = \frac{108166}{a^2}.$$

Bundan

$$a^2 \geq \frac{108166}{400} = 270{,}415; \quad a \geq \sqrt{270{,}415} = 16{,}4\,sm.$$

Gorizontal sterjenlarning mustahkamlik sharti ifodasi:

$$[\sigma] \geq \frac{N_{CD}}{\pi d^2/4}.$$

Bu shartga yuqoridagilarni qo‘yamiz va gorizontal sterjen kesimi o‘lchamlarini aniqlaymiz:

$$16000=\frac{90000}{\frac{\pi d^2}{4}}.$$

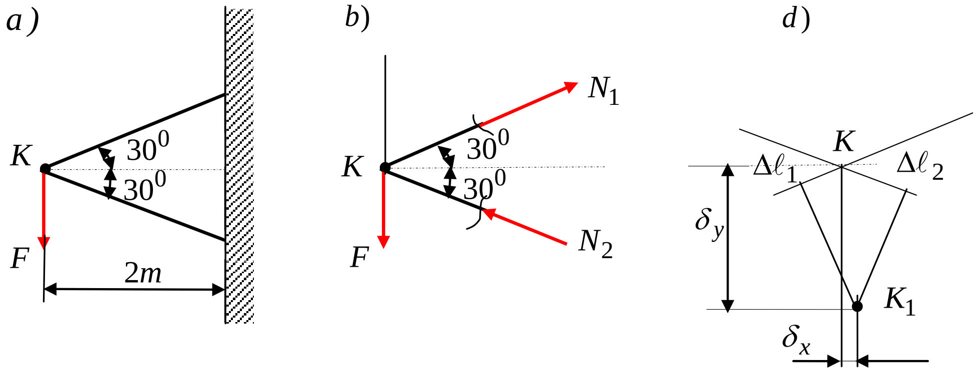
$$d^2 \geq \frac{4\cdot 90}{\pi\cdot 16}=\frac{360}{50{,}24}\quad 7{,}16560;\quad d=2{,}6786 sm\ \ 27 mm.$$

3. C nuqtaning vertika, gorizontal va to‘la ko‘chishini aniqlaymiz

$$\Delta\ell_{CA}=\frac{N_{CA}\ell_{CA}}{EA_{CA}}=\frac{90000\cdot 300}{2\cdot 10^7\left(\pi 2{,}7^2/4\right)}=0{,}23590 sm=2{,}4 mm=24\cdot 10^{-4}\,m.$$

$$\Delta\ell_{CB}=\frac{N_{CB}\ell_{CB}}{EA_{CB}}=\frac{108166\cdot\sqrt{13}\cdot 10}{1\cdot 10^6(16{,}4)^2}=0{,}145 sm=1{,}45 mm.$$

1.54-masala. Rasmda tasvirlangan kronshteyn F kuchi bilan yuklangan. Ikkala sterjen po‘latdan yasalgan. Ustki sterjen ikkita shveller № 12 dan, pastkisi ikkita dvutavr № 24 dan iborat. Cho‘zilishga yo‘l qo‘yilgan kuchlanish 160 MPa, siqishga yo‘l qo‘yilgan kuchlanish — 100 MPa. Eng katta yo‘l qo‘yilgan nagruzka F ni va nagruzka qo‘yilgan uzelning vertikal siljishini aniqlang.



1.54-masala uchun rasm.

Yechish. Kesish usulidan foydalanib sirtqi kuchdan hosil bo‘ladigan zo‘riqish kuchlarini aniqlaymiz. Sterjenlar sistemasiga ta’sir etayotgan barcha kuchlarning gorizontal va vertikal koordinata o‘qlaridagi proeksiyalarining algebraik yig‘indisini nolga tenglaymiz (1.54, b-rasm):

$$\Sigma X=0;\qquad N_1\cos 30^\circ - N_2\cos 30^\circ = 0.$$

$$\Sigma Y=0;\qquad N_1\sin 30^\circ + N_2\sin 30^\circ - F = 0.$$

Bu tenglamaning birinchisidan quyidagini hosil qilamiz:

$$N_1 = N_2.$$

Unda ikkinchi tenglamadan quyidagi ifodani hosil qilish mumkin:

$$2N_1 \sin 30^\circ = F; \quad N_1 = F.$$

1.54-rasmdan quyidagini aniqlab olish mumkin:

$$\ell_1 = \ell_2 = \ell / \cos 30^0.$$

Ustki sterjenning absolyut bo‘ylama cho‘zilishini Guk qonuni orqali quyidagicha ifodalanadi (1.54-rasm):

$$\Delta\ell_1 = \frac{N_1 \ell_1}{EA_1} = \frac{F\, 200/\cos 30^0}{2\cdot 10^7 \cdot 26{,}6} = \frac{F}{10^5 \cdot 26{,}6 \cdot 0{,}866}.$$

Sterjenning mustahkamlik sharti:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_1}{A_1} \le [\sigma]; \ \frac{N_1}{A_1} \le [\sigma]; \quad \frac{N_1}{26{,}6} \le 16000; \quad N_1 = 26{,}6 \cdot 16000 = 425{,}6\, kN.$$

Pastki sterjenning absolyut bo‘ylama cho‘zilishini Guk qonuni orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$\Delta\ell_2 = \frac{N_2 \ell_2}{EA_2} = \frac{F\, 200/\cos 30^0}{2\cdot 10^7 \cdot 69{,}6} = \frac{F}{10^5 \cdot 69{,}6 \cdot 0{,}866}.$$

Sterjenning mustahkamlik sharti:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_2}{A_2} = [\sigma]; \ \frac{N_2}{A_2} = [\sigma]; \quad \frac{N_2}{69{,}6} = 10000; \quad N_2 = 69{,}6 \cdot 10000 = 696 kN.$$

Ustki va pastki sterjenlarning absolyut bo‘ylama deformatsiyalarini ianiqlaymiz*:*

$$\Delta\ell_1 = \frac{N_1 \ell_1}{EA_1} = \frac{F\left(200/\cos 30^0\right)}{2\cdot 10^7 \cdot 26.6} = \frac{426600}{10^5 \cdot 26{,}6 \cdot 0{,}866} = 0{,}18\ sm.$$

$$\Delta\ell_2 = \frac{N_2 \ell_2}{EA_2} = \frac{F\, 200/\cos 30^0}{2\cdot 10^7 \cdot 34{,}8} = \frac{696000}{10^5 \cdot 69{,}6 \cdot 0{,}866} = 0{,}12\ sm.$$

Kuch qo‘yilgan nuqtaning vertikal ko‘chishini aniqlaymiz:

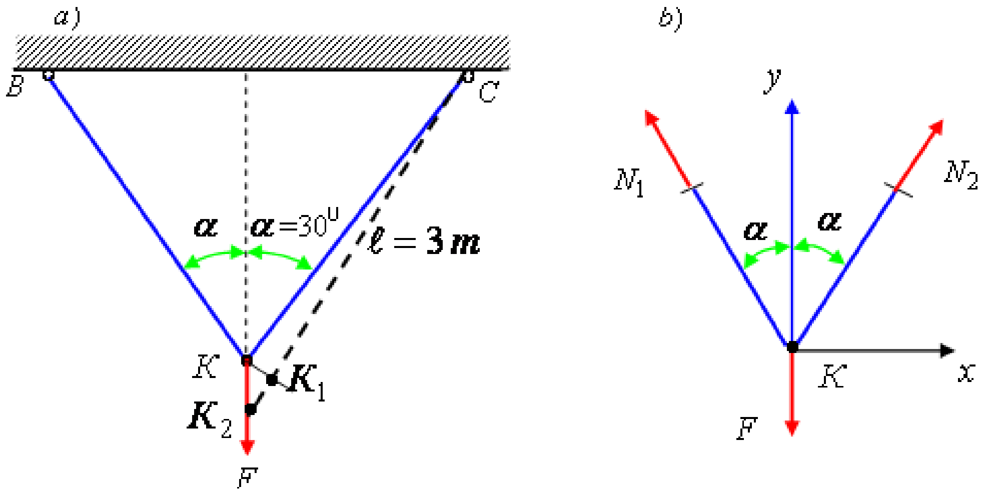
$$\frac{\Delta\ell_1}{\delta_{vert.}} = \cos 30^0; \quad \delta_{vert.} = \frac{\Delta\ell_1}{\cos 30^0} = \frac{0{,}18}{0{,}866} = 0{,}2078 sm = 20{,}7 \cdot 10^{-4}\ m.$$

1.55-masala. Ko‘ndalang kesimi $A = 1 sm^2$ bo‘lgan bir xil tortqiga yuk $F = 10 kN$ osilgan (rasmga qarang). Tortqilar moduli $E = 1 \times 10^5$ MPa bo‘lgan bir xil materialdan yasalgan. Yuk osilgan nuqtaning siljishini aniqlang.

Agar burchak $\alpha = 52^0$ bo‘lsa, bu siljish qanday o‘zgaradi?

Yechish. Kesish usulidan foydalanib sirtqi kuchdan sterjenlarda hosil bo‘lgan zo‘riqish kuchlarini aniqlaymiz. Buning uchun kesish usulidan foydalanamiz. Sterjenlar sistemasiga ta’sir etayotgan barcha kuchlarning vertikal va gorozontal koordinata o‘qlaridagi proeksiyalarining algebraik yig‘indisini tegishlicha nolga tenglaymiz (1.55.b-rasm):

$$\sum y = 0; \;\; -F + N_1 \cos\alpha + N_2 \cos\alpha = 0.$$
$$\sum x = 0; \;\; -N_1 \sin\alpha + N_2 \sin\alpha = 0.$$



1.55-masala uchun rasm.

Demak ikkinchi tenglamadan ko‘rinidiki har ikkala sterjenda hosil bo‘ladigan zo‘riqish kuchlari bir biriga teng ekan, ya’ni:

$$N_1 = N_2.$$

Statikaning ikkinchi formulasidan quyidagini aniqlash qiyinchilik tug‘dirmaydi:

$$N_1 = N_2 = F / 2\cos 30^0 = F / \sqrt{3}.$$

Birinchi sterjenning absolyut cho‘zilishi quyidagiga teng bo‘ladi

$$KK_1 = \Delta\ell_1.$$

Guk qonunidan sterjen absolyut cho‘zilishini kuch orqali ifodalaymiz 1.55, a-rasm):

$$\Delta\ell_1 = \frac{N_1\ell_1}{EA} = \frac{F \cdot 300}{\sqrt{3} \cdot 1 \cdot 10^7 \cdot 1} = \frac{10^4 \cdot 300}{\sqrt{3} \cdot 1 \cdot 10^7 \cdot 1} = \frac{\sqrt{3}}{10} 0{,}173 sm.$$

Uchburchak ΔKK_1K_2 dan K nuqtaning vertikal ko‘chishinianiqlaymiz:

$$\frac{KK_1}{KK_2}=\cos 30^0; \quad KK_2=\frac{KK_1}{\cos 30^0}=\frac{\Delta \ell_1}{0{,}866}=\frac{0.173}{0{,}866}=0{,}2\,sm.$$

Agar burchak 52^0 teng bo‘lsa ko‘chish quyidagiga teng bo‘ladi:

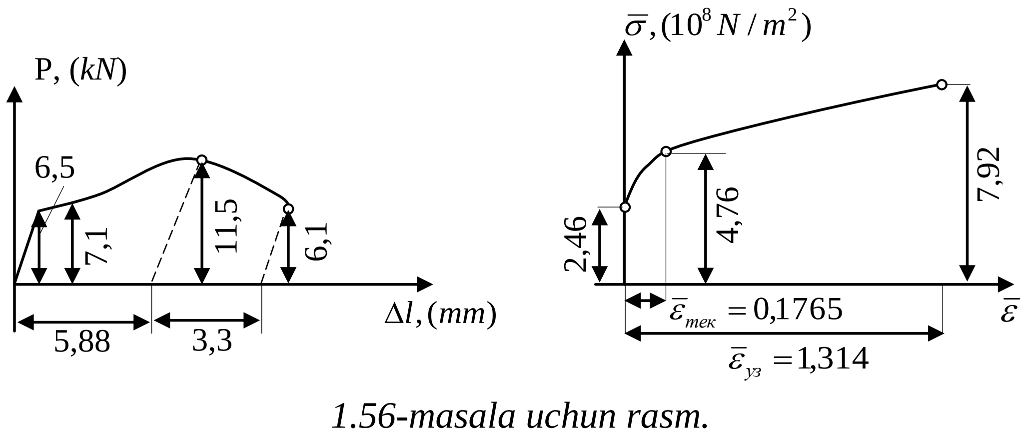
$$\frac{KK_1}{KK_2}=\cos 52^0; \quad KK_2=\frac{KK_1}{\cos 52^0}=\frac{\sqrt{3}}{10\cdot 0{,}402}=0{,}43\,sm.$$

1.56-masala. Diametri 6 mm va kallaklar orasidagi uzunligi 30 mm bo‘lgan po‘lat sterjen cho‘zilishga sinalayotganda rasm, *a* da tasvirlangan diagramma hosil bo‘ldi. Uzilish joyida bo‘yin- ning diametri 3,1 mm ekan. Materialning shartli va haqiqiy xarakteristikalarini aniqlang va haqiqiy kuchlanishlar diagrammasini yasang.

Yechish. Diagrammam ko‘zdan kechirib (1.56-rasm, ***a***)**,** biz shuni ko‘ramizki, porsionallik chegarasiga $\boldsymbol{R_P}$=650 kg=6380 N nagruzka, oquvchanlik chegarasiga esa $P_{oq}=710\,кг=6970\,N$ nagruzka, mustahkamlik chegarasiga $\boldsymbol{R_m}$=1150 kg=11280 N va uzilish momengiga R_{uz}=610 kg=5990 N nagruzka to‘g‘ri kelar ekan. Namunaning dastlabki ko‘ndalang kesim yuzasi

$$A=\frac{\pi d^2}{4}=\frac{3{,}14\cdot 6^2}{4}=28{,}3\,mm^2=2{,}83\cdot 10^{-5}\,m^2,$$

ga teng bo‘lganligi uchun tegishli shartli (ko‘ndalang kesimning dastlabki yuzasiga keltirilgan) mexanik xarakteristikalar quyidagilarga teng bo‘ladi:



1.56-masala uchun rasm.

proporsionallik chegarasi:

$$\sigma_P=\frac{6380}{2{,}83\cdot 10^{-5}}=2{,}25\cdot 10^8\,N/m^2,$$

oquvchanlik chegarasi:

$$\sigma_{oq}=\frac{F_{oq}}{A}=\frac{6970}{2{,}83\cdot 10^{-5}}=2{,}25\cdot 10^8\,N/m^2,$$

mustahkamlik chegarasi:

$$\sigma_m = \frac{F_m}{A} = \frac{11280}{2,83 \cdot 10^{-5}} = 3,98 \cdot 10^8 \ \ N / m.$$

O‘sha proprogrammaning o‘zidan ko‘ramizki, uzilgan namunaning to‘liq qoldiq uzayishi $\Delta\ell = 5,8 + 3,3 = 9,1\ mm$ ekan. Bu holda uzilishdan keyingi nisbiy qoldiq uzayish quyidagiga teng bo‘ladi:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell} \cdot 100 = \frac{9,1}{30} \cdot 100 = 30,3\%.$$

Uzilish joyidagi bo‘yinning ko‘ndalang kesim yuzasi:

$$A_b = \frac{\pi d_b^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 3,1^2}{4} = 7,55 mm^2 = 7,55 \cdot 10^{-6}\, m^2.$$

Bunda uzilishdan keyin ko‘ndalang kesim yuzasining nisbiy qoldiq kichrayishi:

$$\psi = \frac{A - A_b}{A} \cdot 100\% = \frac{28,3 - 7,55}{28,3} \cdot 100\% = 0,731 \cdot 100\% = 73,1\%$$

Endi haqiqiy xarakteristikalarni aniqlashga o‘tamiz. Buning uchun bir tekis chegaraviy qoldiq uzayish $\Delta\ell_{tek.che.}$ ni topish lozim. Diagrammadan ko‘rinib turibdiki, u $\Delta\ell_{rek.che.} = 5,8$ mm ga teng. Shunda chegaraviy nisbiy bir tekis qoldiq uzayish quyidagini tashkil qiladi:

$$\varepsilon_{tek.cht.} = \frac{\Delta\ell_{tek.che.}}{\ell} = \frac{5,8}{30} = 0,193$$

Mustahkamlik chegarasiga to‘g‘ri keladigan haqiqiy kuchlanishni shu formuladan aniqlaymiz:

$$\bar{\sigma}_m = \sigma_m \left(1 + \varepsilon_m\right) = 3,98 \cdot 10^8 \left(1 + 0,193\right) = 4,76 \cdot 10^8\ N / m^2.$$

Uzilish paytidagi haqiqiy kuchlanish:

$$\sigma_{uz} = \frac{P_{uz}}{A_b} = \frac{5990}{7,55 \cdot 10^{-6}} = 7,92 \cdot 10^8\ N / m^2.$$

Haqiqiy chegaraviy nisbiy bir tekis qoldiq uzayishni shu formuladan topamiz:

$$\varepsilon_{uz} = In\left(1 + \varepsilon_{uz}\right) = In\left(1 + 0,193\right) = 0,1765.$$

Uzilishdagi nisbiy haqiqiy qoldiq uzayishni formuladan topamiz:

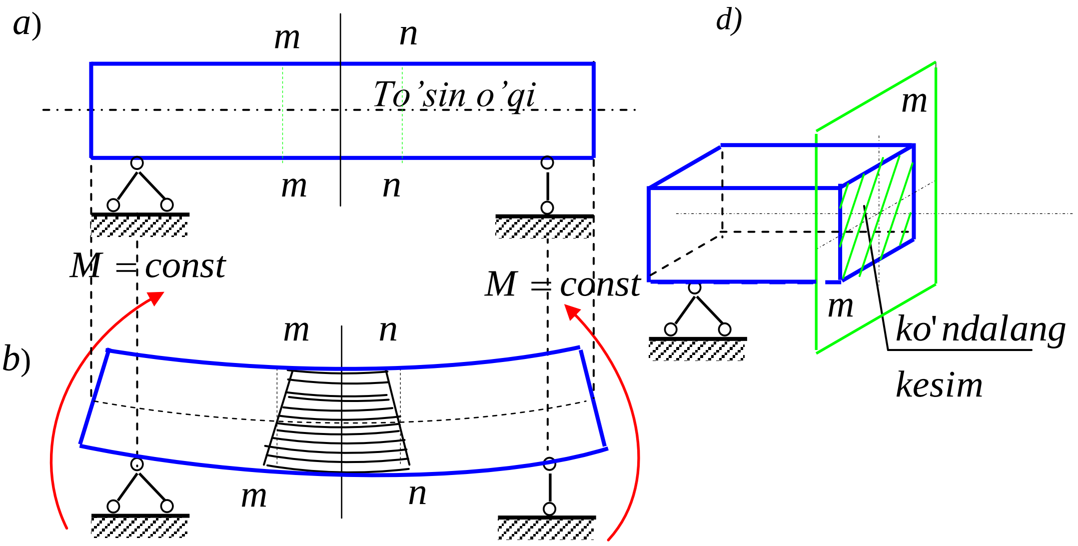
$$\bar{\varepsilon}_{uz} = In\frac{1}{1-\psi} = In\frac{1}{1-0{,}731} = 1{,}314.$$

Berilgan haqiqiy xarakteristikalar bo‘yicha rasm, b da ko‘rsatilgan haqiqiy kuchlanishlar diagrammasini yasaymiz.

II. EGILISH

II.1. To‘g‘ri brusning tekis egilishi

To‘g‘ri o‘qli bruslarning markaziy cho‘zilishi, siqilishi va buralishida dastlabki to‘g‘ri o‘qi, deformatsiyadan keyin ham to‘g‘riligicha qolishi materiallar qarshiligi faning cho‘zilish (siqilish) va buralish boblaridan ma’lum. Bu deformatsiyalar turlaridan farqli ravishda, bruslar egilganda ko‘ndalang kesim og‘irlik markazlarini tutashtiruvchi to‘g‘ri o‘q ustida yotgan barcha nuqtalar shu o‘qqa vertikal yo‘nalish bo‘yicha ko‘chadi va ko‘ndalang kesimlar biri biriga nisbatan ma’lum bir burchakka og‘adi, natijada to‘g‘ri chiziqli o‘q egri chiziqqa o‘tadi (1-chizma). Shuning uchun ham egilishni o‘rganish murakkab masalalardan biridir.



1-chizma. Tashqi kuchlar ta’sirida to‘sinning egilishi.

Egilish, brus ko‘ndalang kesimlarida eguvchi momentning hosil bo‘lishi bilan bog‘liq. Egilishga qarshilik ko‘rsatuvchi bruslar *to‘sinlar* deb ataladi.

Tashqi yuklarning qo‘yilish va to‘sinlarning tayanchlarga mahkamlanish usullari bo‘yicha egilish quyidagi turlarga bo‘linadi:

-*tekis ko‘ndalang egilish* deb, to‘sinning o‘qiga tik yo‘nalgan va uning simmetriya tekisligida yotgan tashqi yuklar ta’siridan egilishiga aytiladi;

-*sof egilish* deb, to‘sinning ko‘ndalang kesimlarida ichki zo‘riqish kuch omili ko‘ndalang kuch nolga teng bo‘lgan va faqat o‘zgarmas miqdorli eguvchi moment hosil bo‘lgan egilishiga aytiladi.

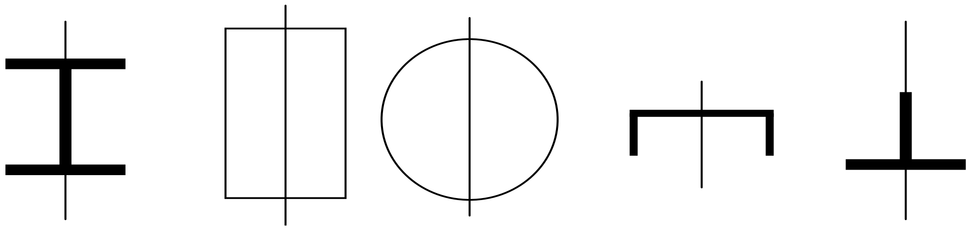
- *qiyshiq egilish* deb, to‘sinning o‘qiga tik yo‘nalgan va uning birorta simmetriya tekisligida yotmagan tashqi yuklar ta’sirida egilishiga aytiladi;

- *qiyshiq sof egilish* deb, to‘sinning o‘qiga tik yo‘nalgan va uning birorta simmetriya tekisligida yotmagan tashqi yuklar ta’siridan barcha ko‘ndalang kesimlarida faqat o‘zgarmas miqdorli eguvchi moment hosil bo‘lgan egilishga aytiladi.

Qaraladigan to‘sin masalalari quyidagi shartlarni qanoatlantirishi lozim:

1. ko‘ndalang kesimlari hech bo‘lmaganda bitta simmetriya o‘qiga ega bo‘lishi lozim (2-chizma);

2. barcha tashqi kuchlar simmetriya tekisligida yotishi lozim.

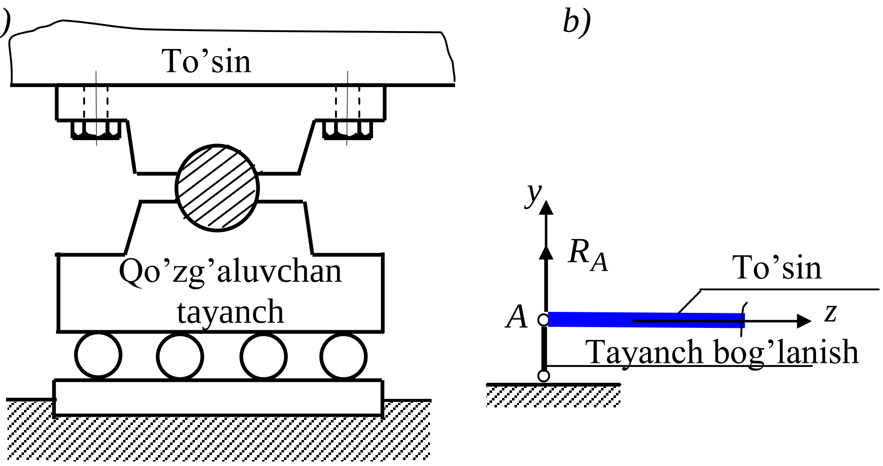


2-chizma.To‘sin ko‘ndalang kesim yuzalari.

II.2. To’sin va tayanch turlari

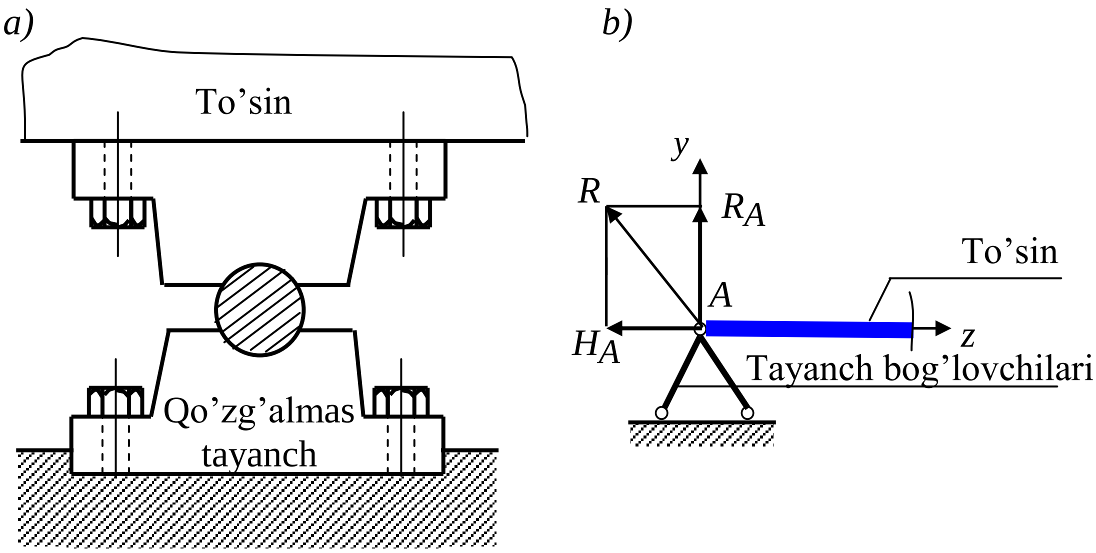
Amalda berilgan yuklar o‘zaro muvozanatda bo‘lmaydi, bu yuklar ta’sirida bo‘lgan konstruksiyalar qo‘zg‘almasligi, uni asos bilan tutashtiruvchi tayanchlar mavjudligi evaziga ta’minlanadi. To‘sinlar tashqi yuklarni qabul qilib, ular ta’sirini asosga uzatishi uchun tayanch bog‘lanishlar bilan birlashgan bo‘lishi lozim. Nazariy mexanikadan ma’lumki, tekislikda har qanday sistema uchta erkinlik darajasiga ega. Shuning uchun ham to‘sinlarning geometrik o‘zgarmasligini ta’minlash maqsadida uchta tayanch bog‘lanishlar qo‘yilishi lozim. Tayanchlar uch turga bo‘linadi:

1.Sharnirli qo‘zg‘aluvchan tayanch (3,a-chizma). Bunday tayanch, to‘sinning tayanch ustidagi uchining tayanch bog‘lanishiga perpendikulyar bo‘yicha ko‘chishga va ko‘ndalang kesimning sharnir atrofida aylanishga imkon beradi, lekin tayanch bog‘lanishi bo‘ycha ko‘chishga yo‘l qo‘ymaydi. Sharnirli qo‘zg‘aluvchan tayanch sxema tasviri 3,b-chizmada ko‘rsatilgan va tayanch R_A reaksiya kuchi tayanch bog‘lanishi bo‘ylab, ya’ni asosga perpendikulyar yo‘naladi.



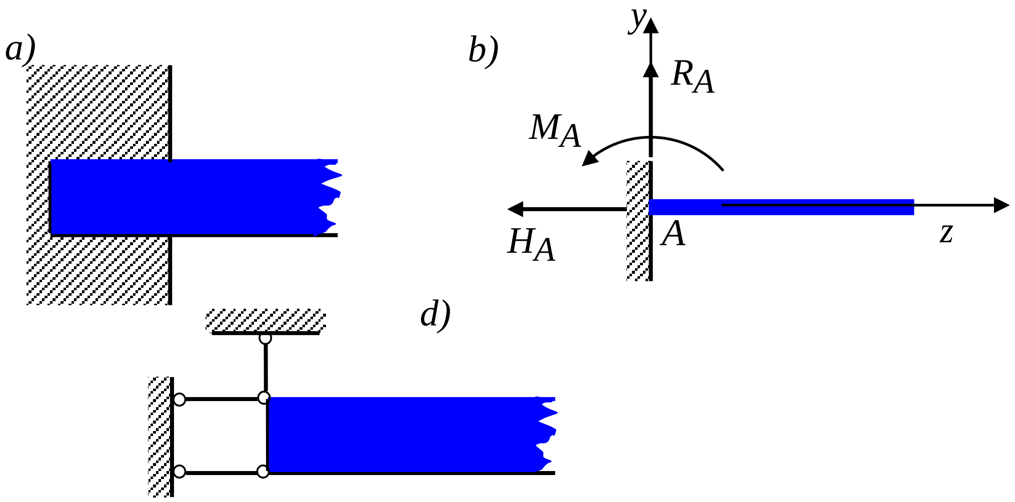
3-chizma. Sharnirli qo‘zg‘aluvchan tayanch.

2. Sharnirli qo‘zg‘almas tayanch (4,a-chizma). Bunday tayanch, to‘sinning tayanch ustidagi ko‘ndalang kesimning sharnir atrofida aylanishga imkon beradi, lekin to‘sin uchining chiziqli ko‘chishlariga yo‘l qo‘ymaydi. Sharnirli qo‘zg‘almas tayanch sxema tasviri 4,b-chizmada ko‘rsatilgan va tayanch R reaksiyasini R_A va gorizantal H_A tashkil etuvchi tayanch reaksiya kuchlariga ajratish mumkin.



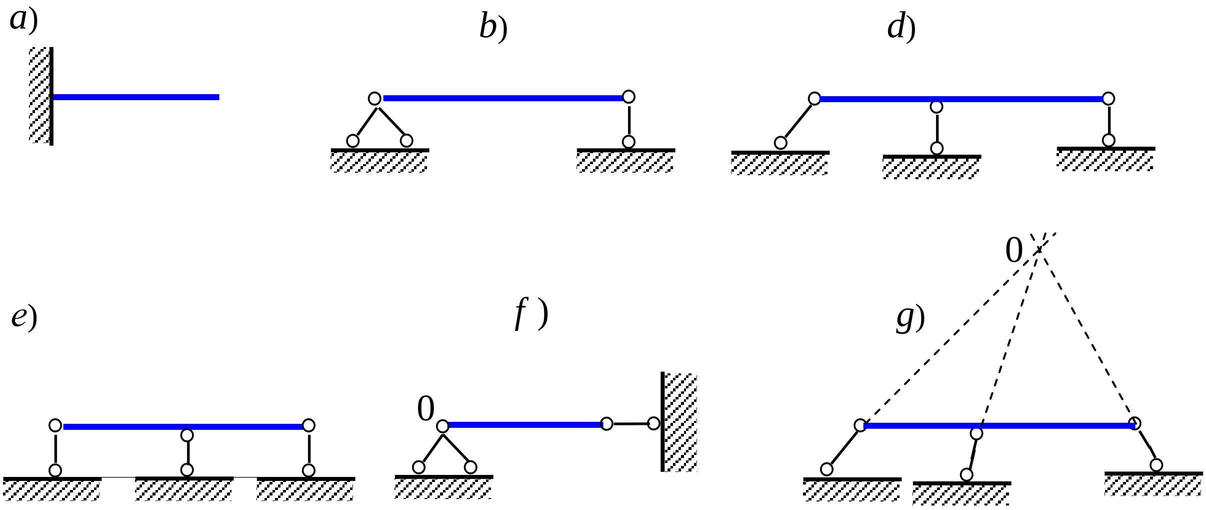
4-chizma. Sharnirli qo‘zg‘almas tayanch.

3. Qistirib mahkamlangan tayanch (5,a-chizma). Bunday tayanchda, qistirilgan uchining chiziqli ko‘chishlariga va qistirilgan ko‘ndalang kesimning aylanishiga yo‘l qo‘ymaydi. Qistirib mahkamlangan tayanch sxema tasviri 5,b-chizmada ko‘rsatilgan. Qistirib mahkamlangan A tayanchda vertikal chiziqli ko‘chishga qarshilik ko‘rsatuvchi vertikal R_A, gorizantal chiziqli ko‘chishga qarshilik ko‘rsatuvchi gorizantal H_A tayanch reaksiya kuchlari va qo‘ndalang kesimning aylanishiga qarshilik ko‘rsatuvchi reaktiv moment M_A hosil bo‘ladi.



5-chizma. Qistirib mahkamlangan tayanch.

Yuqorida keltirilgan tayanch sxema tasvir chizmalardan ko‘rinadiki, to‘sin geometrik o‘zgarmas bo‘lishi uchun, uning tayanch reaksiya kuchlari tashkil etuvchilari soni nechta bo‘lsa, tayanch bog‘lanishlar soni ham shuncha bo‘lishi shart.



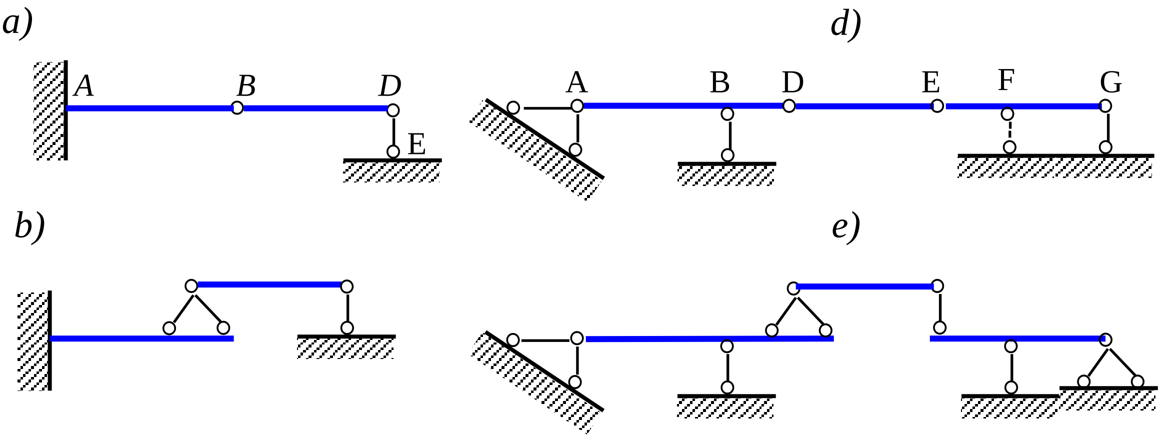
6-chizma. To‘sinlar sxemasi.

Bunga bitta qistirib mahkamlash bilan (6,a-chizma, konsol) yoki bitta sharnirli qo‘zg‘almas va sharnirli qo‘zg‘aluvchi tayanch bilan (6,b-chizma, oddiy to‘sin) yoki reaksiyalar yo‘nalishlari bitta nuqtada kesishmaydigan uchta sharnirli qo‘zg‘aluvchi tayanchlar bilan (6,d-chizma) erishish mumkin. 6,e-chizmada ko‘rsatilgan sistema uchta tayanch bog‘lanishlari bir-biriga parallel bo‘lganda to‘sin o‘zi yo‘nalishi bo‘yicha ko‘chishi mumkin, 6,f,g-chizmada ko‘rsatilgan tizimlarning uchala tayanch bog‘lanishlari bitta (misol uchun 0) nuqtada kesishsa, to‘sin shu nuqta atrofida aylanishga ega bo‘lishi mumkin, demak bu tizimlar geometrik o‘zgaruvchi tizimlardir. Bunga yo‘l qo‘yib bo‘lmaydi.

To‘sin bitta tekislikda yotgan tashqi kuchlar ta’sirida bo‘lgani uchun, uni shu tekislikda tayanch bog‘lanishlari bilan mahkamlash zarur. To‘sinlar bitta tekislikda qo‘zg‘almas bo‘lishini ta’minlash uchun tayanch bog‘lanishlar soni uchtaga teng bo‘lishi shart.

Bir nechta to‘sinlarni sharnirlar vositasida tutashtirish natijasida geometrik o‘zgarmas tizimlar (7,a-chizma) hosil qilish mumkin. Misol uchun 7,a-chizmada ikkita (AB va BD) to‘sindan tashkil topgan va har biriga uchta tayanch bog‘lanish qo‘yilgan to‘sin keltirilgan. BD to‘singa D nuqtasining ko‘chishiga qarshilik ko‘rsatuvi DE tayanch bog‘lanish va B sharnirga, uning vertikal hamda gorizontal ko‘chishlariga qarshilik ko‘rsatuvchi ikkita tayanch bog‘lanish qo‘yiladi (7,b-chizma). Uchta (AD, DE va EG) to‘sini sharnirlar vositasida tutashtirishdan tashkil topgan geometrik o‘zgarmas sistema 7,d-chizmada keltirilgan.

Har bir to‘singa uchtadan tayanch bog‘lanish qo‘yilgan. Masalani D sharnir DE to‘sin ustiga vertikal va gorizontal ko‘chishlariga qarshilik ko‘rsatuvchi ikkita tayanch bog‘lanishni, E sharnir esa to‘sin ustiga vertikal ko‘chishlariga qarshilik ko‘rsatuvchi bitta tayanch bog‘lanishni qo‘yadi (7,e-chizma). Bunday to‘sinlarga *ko‘p oraliqli sharnirli to‘sinlar* deb ataladi.



7-chizma. Ko‘p oraliqli sharnirli to‘sinlar.

Tayanch reaksiyalarini faqat statika muvozanat tenglamalari yordamida aniqlash mumkin bo‘lsa, bunday to‘sinlar *statik aniq to‘sinlar* deb ataladi.

Tayanch reaksiyalari soni statika muvozanat tenglamalari sonidan ortiq bo‘lsa, bunday to‘sinlarga *statik aniqmas to‘sinlar* deb ataladi. Noma’lum reaksiyalar soni statika muvozanat tenglamalar sonidan nechta ortiq bo‘lsa, to‘sin shuncha marta statik aniqmas bo‘ladi. Statik aniqmas to‘sin masalasini echish uchun statika muvozanat tenglamalariga qo‘shimcha sifatida to‘sin deformatsiyalanish shartidan tuziladigan tenglamalardan foydalaniladi.

II.3. To’sin tayanch reaksiya kuchlarini aniqlash

Berilgan tashqi kuchlar ta’sirdagi to‘sinni hisoblash uchun tayanch reaksiya kuchlarini aniqlash talab etiladi. Nazariy mexanika fanidan ma’lumki, umumiy holda tekislikda statikaning muvozanat tenglamalari uch xil variantda ifodalanadi:

1) birinchi variantda statikaning muvozanat tenglamalari bir-biriga parallel bo‘lmagan ikkita ixtiyoriy o‘qlarga nisbatan barcha kuchlar proeksiyalari algebraik yig‘indisi va tekislikdagi istalgan 0 nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig‘indisi ko‘rinishida ifodalanadi:

$$\sum Z = 0; \quad \sum Y = 0; \quad \sum m_0 = 0; \qquad (3.1)$$

2) ikkinchi variantda statikaning muvozanat tenglamalari ixtiyoriy o‘qqa nisbatan barcha kuchlar proeksiyalari algebraik yig‘indisi va tekislikdagi istalgan ikkita nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig‘indisi ko‘rinishida ifodalanadi ($0z$ o‘q AB to‘g‘ri chiziqqa perpendikulyar bo‘lmasligi lozim):

$$\sum m_A = 0; \quad \sum m_B = 0; \quad \sum Z = 0; \qquad (3.2)$$

3) uchinchi variantda statikaning muvozanat tenglamalari tekislikda bitta to‘g‘ri chiziqda yotmagan istalgan uchta nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig‘indisi ko‘rinishida ifodalanadi:

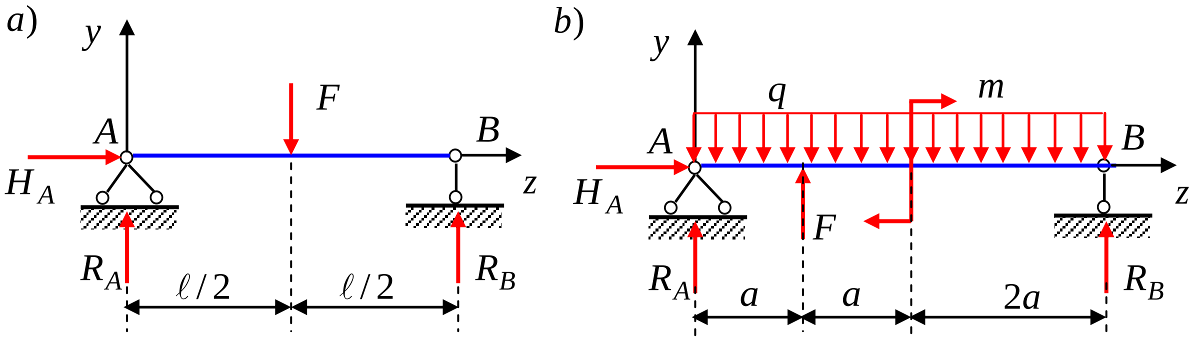
$$\sum m_A = 0; \quad \sum m_B = 0; \quad \sum m_D = 0; \qquad (3.3)$$

To‘sinlar tayanch reaksiyalarini topish soddaroq bo‘lishi uchun statikaning muvozanat tenglamalarini shunday tuzish lozimki, tenglamalarning har biridagi no’malumlar soni bittadan ortiq bo‘lmasin. Buning uchun ikkinchi variantdan foydalanish maqsadga muvofiqdir, ya’ni to‘singa ta’sir etayotgan barcha kuchlardan tayanch nuqtalariga nisbatan olingan moment tenglamalari tuziladi. Bu tenglamalardan R_A va R_B reaksiya kuchlari aniqlangandan keyin, quyidagi tenglamadan reaksiya kuchlarining to‘g‘ri aniqlanganligi tekshirib ko‘riladi:

$$\sum Y = 0. \qquad (3.4)$$

Demak, to‘sin muvozanatda bo‘lishi uchun unga vertikal ta’sir etayotgan barcha tashqi kuchlarning yig‘indisi barcha vertikal reaksiya kuchlarning yig‘indisiga teng bo‘lishi lozim ekan.

1-masala. 8,a-chizmada keltirilgan tashqi kuchlar ta’siridagi oddiy to‘sin reaksiya kuchlari aniqlansin.



8-chizma. Tashqi kuchlar ta'siridagi oddiy to'sin.

Yechish. To'sin tayanchlarni tashlab yuborib, ularning ta'sirini reaksiya kuchlari R_A, R_B, H_A bilan almashtiramiz (8,a-chizma). To'sinning B nuqtadagi qo'zg'aluvchi tayanchini vartikal R_B reaksiya kuchi bilan A nuqtadagi qo'zg'almas tayanchini esa gorizontal H_A va vartikal R_A reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz.

Reaksiya kuchlar (to'sin o'qiga yoki to'sin o'qidan) yo'nalishlari ixtiyoriy olinadi, agar hisob natijalarida birorta reaksiya kuchi manfiy ishora bilan chiqsa, unda uning yo'nalishi qabul qilingan yo'nalishga nisbatan teskari tomonga o'zgartiriladi. Qaralayotgan masalada reaksiya kuchlarining har ikkilasi ham yuqoriga yo'nalgan deb qabul qilingan.

Reaksiya kuchlarni aniqlash uchun yuqorida keltirilgan formulalarining ikkinchi varianti (3.2) dan foydalanamiz.

To'singa ta'sir etayotgan barcha kuchlarning gorizantal z o'qiga nisbatan proeksiyalari algebraik yig'indisi nolga teng bo'lishi lozim (8,a-chizma):

$$\sum Z = H_A = 0.$$

Bundan ko'rinadiki, to'singa faqat vertikal kuchlar ta'sir etsa gorizantal reaksiya kuchi nolga teng bo'lar ekan.

To'sinning R_A reaksiya kuchini aniqlash uchun B nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisi nolga tenglashtiriladi (8,a-chizma):

$$\sum M_B = R_A \cdot \ell - F \cdot \ell / 2 = 0; \quad bundan \quad R_A = \frac{F}{2}.$$

Shuningdek, A nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisi nolga tenglanib R_B reaksiya kuchi aniqlanadi:

$$\sum M_A = -R_B \cdot \ell + F \cdot \ell / 2 = 0; \quad bundan \quad R_B = \frac{F}{2}.$$

Hisob natijalaridan ko‘rinadiki, aniqlangan har ikkala reaksiya kuchlari ishorasi musbat, bu reaksiya kuchlarining yo‘nalishi to‘g‘ri tanlanganligini ko‘rsatadi.

Reaksiya kuchlarning to‘g‘ri aniqlanganligini tekshirish uchun barcha kuchlarning vertikal o‘qqa proeksiyalari algebraik yig‘indisi nolga tenglanadi:

$$\sum Y = R_A - F + R_B = 0;$$

$$F/2 - F + F/2 = 0. \quad 0 \equiv 0.$$

Tuzilgan muvozanat tenglamani qanoatlantiradi. Demak, bu reaksiya kuchlari to‘g‘ri aniqlanganligini ko‘rsatadi.

Qilingan hisoblash natijalaridan shuni xulosa qilib aytish mumkin: agar tashqi vertikal F kuch to‘sin uzunligining o‘rtasiga qo‘yilgan bo‘lsa, gorizontal reaksiya kuchi $H_A = 0$ ga va vertikal reaksiya kuchlari bir-biriga $R_A = R_B = F/2$ teng bo‘lar ekan.

2-masala. Ko‘rib chiqilgan to‘sin masalasini bir oz murakkablashtirib 8,b-chizmadagi to‘sin reaksiya kuchlarini aniqlaymiz.

Yechish. To‘sinning B nuqtadagi qo‘zg‘aluvchi tayanchini vartikal R_B reaksiya kuchi bilan A nuqtadagi qo‘zg‘almas tayanchini esa gorizontal H_A va vartikal R_A reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz (8,b-chizma).

To‘singa ta’sir etayotgan barcha kuchlarning gorizantal z o‘qiga nisbatan proeksiyalari algebraik yig‘indisi nolga teng bo‘lishi lozim:

$$\sum Z = H_A = 0.$$

Demak, bundan ko‘rinadiki, agar to‘singa faqat vertikal kuchlar ta’sir etsa gorizantal reaksiya kuchi nolga teng bo‘lar ekan.

To‘sinning R_A reaksiya kuchini aniqlash uchun B nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig‘indisi nolga tenglashtiramiz:

$$\sum M_B = R_A \cdot 4a + F \cdot 3a + m - q \cdot 4a \cdot 2a = 0.$$

Bundan:

$$R_A = \frac{q \cdot 4a \cdot 2a - F \cdot 3a - m}{4a} = 2qa - \frac{3}{4}F - \frac{m}{4a}.$$

Bunda $q \cdot 4a$ to‘sin uzunligi $4a$ bo‘yicha tekis tarqalgan intensivligi q bo‘lgan yukning teng ta’sir etuvchisi bo‘lib, yukning tekis tarqalgan uzunligi o‘rtasi $2a$ ga qo‘yilgan deb qarash lozim. Shuningdek, A nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig‘indisi nolga tenglanib R_B reaksiya kuchi aniqlanadi:

$$\sum M_A = -R_B \cdot 4a - F \cdot a + m + q \cdot 4a \cdot 2a = 0.$$

Bundan:

$$R_B = \frac{q \cdot 4a \cdot 2a - F \cdot a + m}{4a} = 2qa - \frac{1}{4}F + \frac{m}{4a}.$$

Reaksiya kuchlarning to‘g‘ri aniqlanganligini tekshirish uchun barcha kuchlarning vertikal o‘qqa proeksiyalari algebraik yig‘indisi nolga tenglashtiriladi, ya’ni quyidagi muvozanat tenglamani tuzamiz:

$$\sum Y = R_A + F - q \cdot 4a + R_B = 0;$$

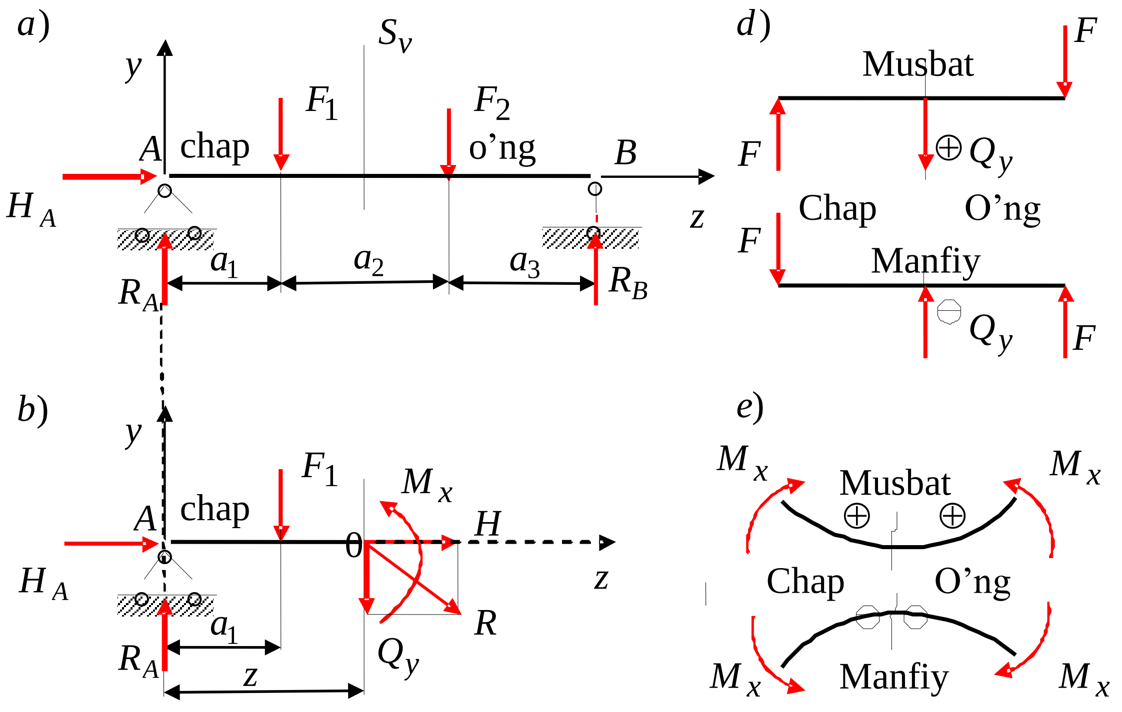
$$2qa - \frac{3}{4}F - \frac{m}{4a} + F - q4a + 2qa - \frac{1}{4}F + \frac{m}{4a} = 0. \quad 0 \equiv 0.$$

Muvozanat tenglamaning ikkala (chap va o‘ng) tomonlari nolga teng. Demak reaksiya kuchlari to‘g‘ri aniqlangan.

II.4. To’sin kesimlaridagi ichki kuchlarni aniqlash

Qaralayotgan to‘sinlar uchun reaksiya kuchlari aniqlangandan keyin ixtiyoriy kesimda hosil bo‘lgan ichki kuchlarning (zo‘riqish kuchlarning) teng ta’sir etuvchilari kesish usulidan foydalanib aniqlanadi. Bu usul bilan ichki kuch omillarini aniqlash uchun to‘sin fikran bo‘ylama o‘qiga perpendikulyar bo‘lgan birorta S_v tekislik bilan kesib (chap va o‘ng) ikki qismga ajratiladi va bu qismlardan birining (chap yoki o‘ng) muvozanati tekshiriladi.

9,a-chizma ikkita vertikal F_1, F_2 kuchlar bilan yuklangan to‘sin keltirilgan 9,b-chizmada esa kesish usulidan foydalanib ikki qismga ajratilgan to‘sinning chap qismi muvozanat holati keltirilgan. Bunda tashlab yuborilgan o‘ng qism ta’siri bir bosh vektor R va M zo‘riqishlar bilan almashtirilgan. Bosh vektor R bo‘ylama H va ko‘ndalang kuch Q_y bilan almashtiriladi (9,b-chizmada kuch omillari musbat yo‘nalishlari keltirilgan). Bo‘ylama kuch cho‘zuvchi bo‘lsa ishorasini musbat deb qabul qilamiz, aks holda manfiydir.



9-chizma. Muvozanatdagi oddiy to'sin.

Ko'ndalang kuch qaralayotgan qismni soat millari harakat yo'nalishi bo'yicha aylantirishga intilsa (chap qismida tashqi kuch pastdan yuqoriga, o'ng qismida esa yuqoridan pastga yo'nalgan bo'lsa), uning ishorasini musbat deb qabul qilamiz, aks holda manfiydir (9,d-chizma). To'singa qo'yilgan kuchlardan hosil bo'lgan eguvchi moment to'sin pastki tolalarini cho'zib yuqorigi tolalarini siqsa, uning ishorasini musbat deb qabul qilamiz, aks holda manfiydir (9,e-chizma).

To'sin ko'ndalang kesimida hosil bo'lgan ichki kuchlarni aniqlash uchun, undan kesib olib qolingan chap (o'ng) qismining muvozanatini tekshiramiz (9,b-chizma).

To'sinning ixtiyoriy kesimida hosil bo'ladigan ichki kuchlarni aniqlash uchun statika muvozanat tenglamalarini qaralayotgan qism uchun tuzamiz:

1. $$\sum_{chap} Z = 0. \qquad H_A + N = 0.$$

Bundan: $$N = -H_A.$$

2. $$\sum_{chap} mom_0 = 0. \quad R_A z - F_1(z - a_1) - M_x = 0.$$

Bundan:

$$M_x = R_A z - F_1(z - a_1).$$

3. $$\sum_{chap} Y = 0. \qquad R_A - F_1 - Q_y = 0.$$

Bundan: $$Q_y = R_A - F_1.$$

Demak, bular asosida quyidagi qoidalarni qabul qilish mumkin:

To‘sinning ixtiyoriy kesimida hosil bo‘ladigan eguvchi moment, shu kesimdan chap tomonda ta’sir etayotgan barcha kuchlardan kesim og‘irlik markaziga nisbatan olingan momentlarning algebraik yig‘indisiga teng bo‘ladi. Yoki shu kesimdan o‘ng tomonda ta’sir etayotgan barcha kuchlardan kesim og‘irlik markaziga nisbatan teskari ishorasi bilan olingan momentlarning algebraik yig‘indisiga teng bo‘ladi:

$$M_x = \sum_{chap} mom_0 F_i = -\sum_{o'ng} mom_0 F_i. \tag{4.1}$$

To‘sinning ixtiyoriy kesimida hosil bo‘lgan ko‘ndalang kuch, shu kesimdan chap tomonda ta’sir etayotgan barcha kuchlardan to‘sin o‘qiga tik o‘qqa nisbatan olingan proeksiyalarining algebraik yig‘indisiga teng bo‘ladi. Yoki shu kesimdan o‘ng tomonda ta’sir etayotgan barcha kuchlardan to‘sin o‘qiga tik o‘qqa nisbatan teskari ishorasi bilan olingan proeksiyalarining algebraik yig‘indisiga teng bo‘ladi:

$$Q_y = \sum_{chap} F_i = -\sum_{o'ng} F_i. \tag{4.2}$$

To‘sinning ixtiyoriy kesimida hosil bo‘lgan bo‘ylama kuch, shu kesimdan chap tomonda ta’sir etayotgan barcha kuchlardan to‘sin o‘qiga nisbatan olingan proeksiyalarining algebraik yig‘indisiga teng bo‘ladi, yoki shu kesimdan o‘ng tomonda ta’sir etayotgan barcha kuchlardan to‘sin o‘qiga nisbatan teskari ishorasi bilan olingan proeksiyalarining algebraik yig‘indisiga teng bo‘ladi:

$$N_z = \sum_{chap} F_i = -\sum_{o'ng} F_i. \tag{4.3}$$

II.5. “M”, “Q”, va “q” orasidagi differensial munosabatlar

Eguvchi moment M_x, ko‘ndalang kuch Q_y va tekis taqsimlangan kuch intensivligi q orasidagi differensial bog‘lanishni aniqlash uchun, 10,a-chizmada keltirilgan to‘sinning tekis taqsimlangan kuch qo‘yilgan oralig‘idan z va $z+dz$ tekisliklari bilan uzunligi dz bo‘lgan birorta cheksiz kichik elementni fikran ajratib olamiz (10,b-chizma). Ajratib olingan elementning dz uzunligiga ta’sir etayotgan tekis taqsimlangan kuchni $q(z) = q = const$ tekis taqsimlangan deb olish mumkin. To‘sindan kesib olingan cheksiz kichik elementning chap va o‘ng tomonlaridagi qismlarning ta’sirini ichki zo‘riqishlar bilan almashtiramiz (10,b-chizma). Bu element uchun statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz.

Ajratib olingan cheksiz kichik element muvozanat holatda bo‘lishi uchun unga ta’sir etayotgan barcha kuchlarning to‘sin o‘qiga tik o‘qqa nisbatan olingan proeksiyalarining algebraik yig‘indisi nolga teng bo‘lishi shart, ya’ni:

$$\sum Y = Q_y + qdz - (Q_y + dQ_y) = 0.$$

Bu tenglamadan quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$\frac{dQ_y}{dz} = q. \qquad (5.1)$$

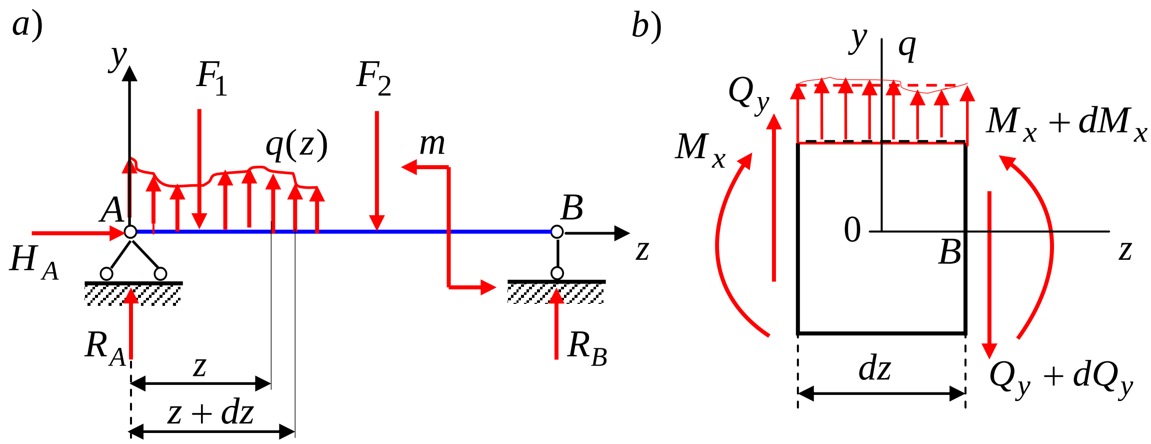
Demak, bundan ko‘rinadiki, ko‘ndalang kuchdan absissa o‘qi z bo‘yicha olingan birinchi hosila tekis taqsimlangan kuch intensivligiga teng. Bu tenglik Juravskiyning birinchi teoremasi deb ham yuritiladi.

Ajratib olingan cheksiz kichik element muvozanat holatda bo‘lishi uchun unga ta’sir etayotgan barcha kuchlarning o‘ng kesim og‘irlik markazi B ga nisbatan olingan momentlarining algebraik yig‘indisi nolga teng bo‘lishi shart, ya’ni:

$$\sum mom_B = M_x - (M_x + dM_x) + Q_y dz + qdz\frac{1}{2}dz = 0.$$

Bu tenglamadagi oxirgi hadi boshqa hadlarga nisbatan ikkinchi tartibli kichik qiymat bo‘lgani uchun e’tiborga olmasa ham bo‘ladi, unda quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$\frac{dM_x}{dz} = Q_y. \qquad (5.2)$$



10-chizma. To‘sindan ajratib olingan kichik element.

Demak, bundan ko‘rinadiki, moment M_x dan abssissa o‘qi z bo‘yicha olingan birinchi hosila ko‘ndalang kuchga teng. Bu tenglik Juravskiyning ikkinchi teoremasi deb ham yuritiladi.

Bu ikki (5.1-5.2) formulalardan quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{d^2M_x}{dz^2}=\frac{dQ_y}{dz}=q. \qquad (5.3)$$

Demak, eguvchi moment M_x dan abssissa o‘qi z bo‘yicha olingan ikkinchi tartibli hosila tekis taqsimlangan kuch intensivligiga teng.

II.6. Ichki kuchlarning epyuralarni qurish

Tashqi kuchlar ta’sirida bo‘lgan to‘sinni mustahkamlikka hisoblash uchun, uning uzunligi bo‘yicha kesimlarida hosil bo‘ladigan ichki kuchlarning o‘zgarish qonunni bilish lozim. Ichki kuchlarning o‘zgarish qonunini analitik bog‘lanish ko‘rinishida ifodalash yoki uni *epyura* deb ataluvchi maxsus grafik ko‘rinishida tasvirlash ham mumkin.

Eguvchi momentning to‘sin uzunligi bo‘yicha o‘zgarish qonunini tasvirlovchi grafikka *eguvchi moment epyurasi* deb ataladi.

Ko‘ndalang kuchning yoki bo‘ylama kuchning to‘sin uzunligi bo‘yicha o‘zgarish qonunini tasvirlovchi grafikka *ko‘ndalang kuch yoki bo‘ylama kuch epyurasi* deb ataladi. Epyura ordinatalari tegishli kesimdagi eguvchi moment, ko‘ndalang kuch yoki bo‘ylama kuch qiymatlarini bildiradi.

Eguvchi moment, ko‘ndalang kuch va bo‘ylama kuchlarning epyuralarini qurishdan maqsad:

1. eng katta eguvchi moment, ko‘ndalang kuch va bo‘ylama kuchlar qiymatlarini xatosiz aniqlash;
2. eguvchi moment, ko‘ndalang kuch va bo‘ylama kuchlarni to‘sin uzunligi bo‘yicha o‘zgarish qonunini tahlil qilish.

To‘sin o‘qiga perpendikulyar bo‘lgan sirtqi kuchlar yoki juft kuchlar ta’sirida bo‘lsa, uning ko‘ndalang kesimida bo‘ylama kuch nolga teng bo‘ladi. Unda to‘sin uchun eguvchi moment va ko‘ndalang kuch epyuralari quriladi.

Eguvchi moment, ko‘ndalang kuch epyuralarini qurishda Juravskiy teoremalaridan kelib chiqadigan xulosalardan foydalaniladi.

II.7. Eguvchi moment va ko‘ndalang kuch epyuralarini qurish va tekshirish qoidalari

1.Differensial $\frac{dM_x}{dz}=Q_y$ bog‘lanishning geometrik ma’nosi shuki, u eguvchi moment epyurasini chegaralovchi egri chiziqqa o‘tkazilgan urinma bilan abssissa o‘qi orasidagi burchak tangensini ifodalagani uchun noldan katta, ya’ni $Q_y=tg\alpha>0$ bo‘lgan oraliqda eguvchi moment o‘suvchi, aks holda, ya’ni $Q_y=tg\alpha<0$ bo‘lgan oraliqda eguvchi moment kamayuvchi bo‘ladi. Bu qonuniyatlarni 11-chizmada keltirilgan to‘sin misolida ko‘rib chiqamiz.

3-masala. Tekis tekis taqsimlangan kuch ta'siridagi oddiy to'sin uchun tayanch reaksiya kuchlari aniqlanib eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin (11-chizma).

Yechish. A) Har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum mom_B = R_A\ell - q\ell\frac{\ell}{2} = 0; \quad bundan \quad R_A = q\frac{\ell}{2}.$$

$$\sum mom_A = -R_B\ell + q\ell\frac{\ell}{2} = 0; \quad bundan \quad R_B = q\frac{\ell}{2}.$$

b) Reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum Y = R_A - q\ell + R_B = 0; \quad bundan \quad q\frac{\ell}{2} - q\ell + q\frac{\ell}{2} = 0; \qquad 0 \equiv 0.$$

Demak, reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlangan.

d) To'sinning chap tayanchidan z masofadagi ixtiyoriy kesim uchun ko'ndalang kuch analitik ifodalari (4.2) formulaga asosan tuziladi:

z masofaning qiymati to'sin tayanchlari oralig'ida o'zgaradi, ya'ni

$$0 \le z \le \ell.$$

(4.2) formulaga binoan

$$Q_y = R_A - qz.$$

Bunda $R_A = q\ell/2$ ekanligini e'tiborga olsak:

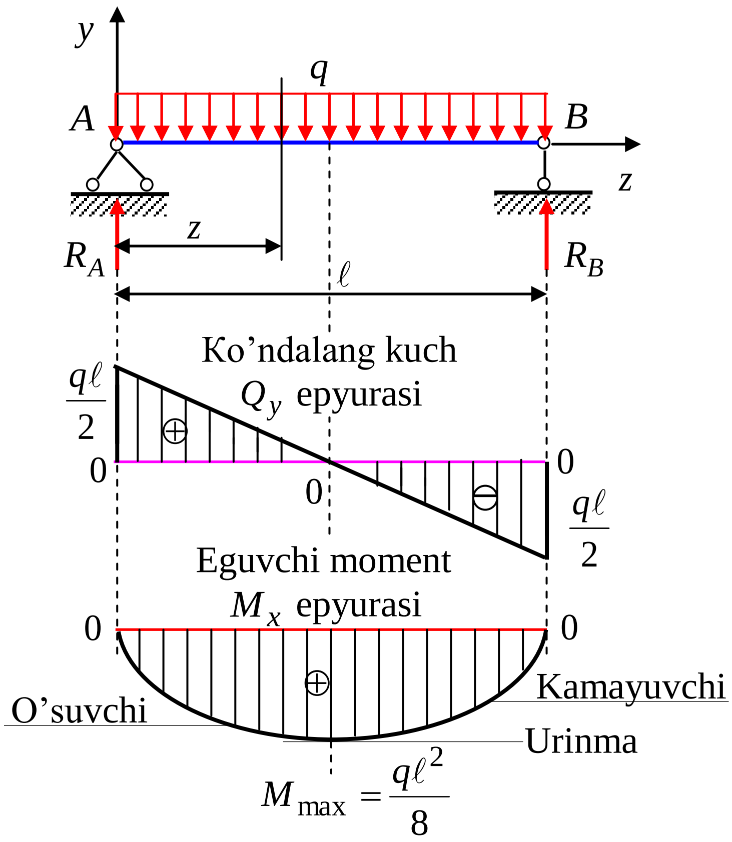
$$Q_y = q\frac{\ell}{2} - qz = q(0{,}5\ell - z).$$

Bunda:

$$z = 0 \quad bo'lganda \quad Q_y = q\frac{\ell}{2};$$

$$z = \ell/2 \quad bo'lganda \quad Q_y == 0;$$

$$z = \ell \quad bo'lganda \quad Q_y = -q\frac{\ell}{2}.$$



11-chizma. Tekis taqsimlangan kuchlar ta'siridagi oddiy to'sin.

e) To'sinning chap tayanchidan z masofadagi ixtiyoriy kesim uchun eguvchi moment analitik ifodalari (4.1) formulaga asosan tuziladi:

$$M_x = R_A z - qz\frac{z}{2}.$$

Bunda $R_A = q\ell/2$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$M_x = q\frac{\ell}{2}z - q\frac{z^2}{2}.$$

Bunda:

$$z = 0 \quad bo'lganda \quad M_x = q\frac{\ell}{2}0 - q\frac{0^2}{2} = 0;$$

$$z = \ell \quad bo'lganda \quad M_x = q\frac{\ell}{2}\ell - q\frac{\ell^2}{2} = 0.$$

Eguvchi moment maksimum qiymatini aniqlash maqsadida ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan nuqta absissasi, ko'ndalang kuch ifodasini nolga tenglab aniqlanadi.

Ko'ndalang kuchni nolga teng bo'lish shartidan:

$$q\frac{\ell}{2} - qz = 0; \quad bundan \quad z = \frac{\ell}{2}.$$

Unda eguvchi momentning maksimum qiymati chap tayanchdan $z=\ell/2$ kesimda quyidagiga teng bo‘ladi:

$$M_{\max}(\ell/2)=q\frac{\ell}{2}\frac{\ell}{2}-q\frac{\ell^2}{2\cdot 4}=q\frac{\ell^2}{8}.$$

Bu ifodalar yordamida eguvchi moment va ko‘ndalang kuch epyuralari qurilgan (11-chizma). Eguvchi moment to‘sin uzunligi o‘rtasida maksimal qiymatiga erishadi. Shu kesimda qo‘ndalang kuchning qiymati nolga teng bo‘ladi.

Tashqi kuchlar ta’sirida to‘sinning ko‘ndalang kesimida hosil bo‘lgan eguvchi moment va ko‘ndalang kuch epyuralarini qurish qoidalarining birinchisiga muvofiq, haqiqatdan ham ko‘ndalang kuch musbat bo‘lgan birinchi oraliqda eguvchi moment o‘suvchi, aks holda, ya’ni ko‘ndalang kuch manfiy bo‘lgan ikkinchi oraliqda kamayuvchi ekanligi 11-chizmada o‘z tasdig‘ini topganligini ko‘rish qiyin emas.

2.Ko‘ndalang kuch nol chizig‘ini kesib o‘tib o‘z ishorasini musbatdan manfiyga o‘zgartirsa, bu nuqtada eguvchi moment maksimumga (11-chizma), aks holda, o‘z ishorasini manfiydan musbatga o‘zgartirsa eguvchi moment minumumga (12-chizma) erishadi. Bu qonuniyatlarni 12-chizmada keltirilgan quyidagi to‘sin misolida ko‘rib chiqamiz.

4-masala. 12-chizmada keltirilgan tekis taqsimlangan kuch ta’siridagi oddiy to‘sin reaksiya kuchlari aniqlanib eguvchi moment va ko‘ndalang kuch epyuralari qurilsin.

Yechish. A) Har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo‘naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum mom_B=R_A\ell+q\frac{\ell}{2}\frac{3}{4}\ell=0;\quad bundan\quad R_A=-q\frac{3\ell}{8}.$$

$$\sum mom_A=-R_B\ell+q\frac{\ell}{2}\frac{\ell}{4}=0;\quad bundan\quad R_B=-q\frac{\ell}{8}.$$

To‘sin reaksiya kuchlari teskari ishora bilan chiqdi, demak reaksiya kuchlari yo‘nalishi noto‘g‘ri qo‘yilgan ekan, ularning yo‘nalishini pastga qaratib o‘zgartiramiz (12-chizmada shtrix chiziqlarda ko‘satilgan).

b) Reaksiya kuchlarining to‘g‘ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum Y=-R_A+q\frac{\ell}{2}-R_B=0;\quad bundan\quad -q\frac{3\ell}{8}+q\frac{\ell}{2}-q\frac{\ell}{8}=0.\qquad 0\equiv 0.$$

Demak, reaksiya kuchlari to‘g‘ri aniqlangan.

d) To‘sinning chap tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy ikkita kesimlar uchun ko‘ndalang kuch analitik ifodalari (4.2) formulaga asosan tuziladi:

birinchi oraliq $0 \le z_1 \le \ell/2$ o‘zgaradi.

$$Q_y = -R_A + qz_1.$$

Bunda $R_A = 3q\ell/8$ ekanligini e’tiborga olsak:

$$Q_y = -q\frac{3\ell}{8} + qz_1.$$

Bunda:

$$z_1 = 0 \quad bo'\text{lg}anda \quad Q_y = -q\frac{3\ell}{8};$$

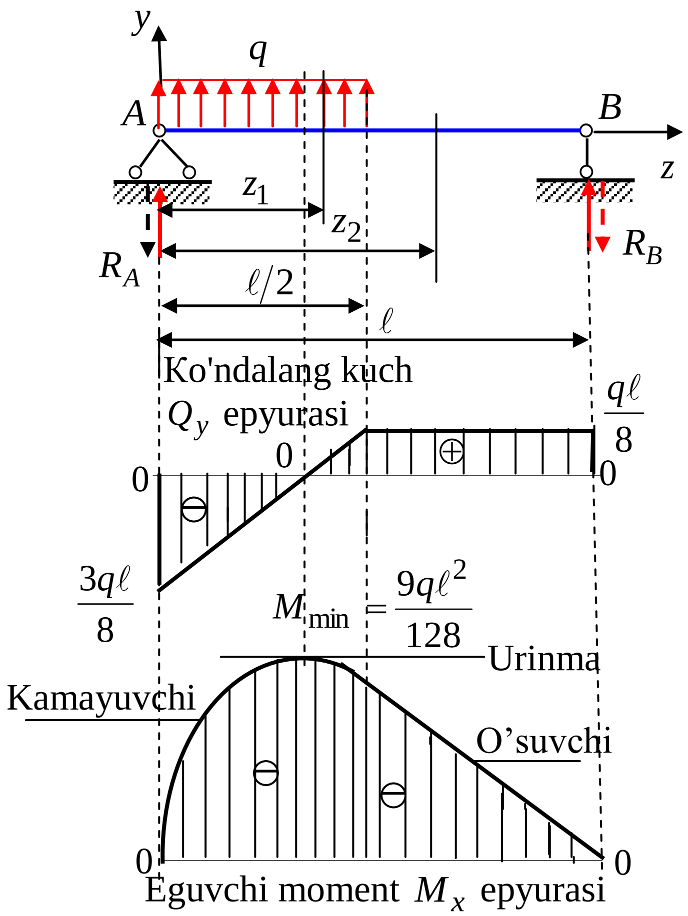
$$z_1 = \frac{\ell}{2} \quad bo'\text{lg}anda \quad Q_y = q\frac{\ell}{8}.$$

ikkinchi oraliq $(\ell/2) \le z_2 \le \ell$ o‘zgaradi.

$$Q_y = -R_A + q\frac{\ell}{2}.$$

Bunda $R_A = 3q\ell/8$ ekanligini e’tiborga olsak, u quyidagiga teng bo‘ladi:

$$z_2 = \frac{\ell}{2} \ \ bo`\text{lg}anda \quad Q_y = -q\frac{3\ell}{8} + q\frac{\ell}{2} = q\frac{\ell}{8}.$$



12-chizma. Tekis taqsimlangan kuchlar ta'siridagi oddiy to'sin.

e) To'sinning chap tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy ikkita kesimlar uchun eguvchi moment analitik ifodalari (4.1) formulaga asosan tuziladi:

birinchi oraliq $0 \le z_1 \le \ell/2$ o'zgaradi.

$$M_x = -R_A z_1 + q z_1 \frac{z_1}{2}.$$

Bunda $R_A = 3q\ell/8$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$M_x = -q\frac{3\ell}{8} z_1 + q\frac{z_1^2}{2}.$$

Bunda:

$$z_1 = 0 \quad bo'lganda \quad M_x = -q\frac{3\ell}{8}0 + q\frac{0^2}{2} = 0;$$

$$z_1 = \frac{\ell}{2} \quad bo'lganda \quad M_x = -q\frac{3\ell}{16}\ell + q\frac{\ell^2}{8} = -q\frac{\ell^2}{16}.$$

To'sinning birinchi oralig'ida ko'ndalang kuch nol chizig'ini kesib o'tib o'z ishorasini manfiydan musbatga o'zgartirganligi uchun bu nuqtada eguvchi moment minumumga erishadi. Eguvchi moment minumumni aniqlash maqsadida ko‘ndalang kuch nolga teng bo‘lgan nuqta absissasi, ko‘ndalang kuch ifodasini nolga tenglab aniqlanadi.

$0 \le z_1 \le \ell/2$ oraliqda ko‘ndalang kuch nolga teng bo‘lgan nuqta absissasi $z_1 = z_0$ ni, ko‘ndalang kuch ifodasini nolga tenglab aniqlaymiz:

$$Q_y = -q\frac{3\ell}{8} + qz_0 = 0; \quad bundan \quad -q\frac{3\ell}{8} + qz_0 = 0 \qquad z_0 = \frac{3\ell}{8}.$$

Unda eguvchi moment minimum qiymati birinchi oraliqning $z_1 = z_0 = 3\ell/8$ kesimda quyidagiga teng bo‘ladi:

$$M_{\min}(3\ell/8) = -q\frac{3\ell}{8}\frac{3\ell}{8} + q\frac{9\ell^2}{2\cdot 64} = -q\frac{9\ell^2}{128}.$$

ikkinchi oraliq $(\ell/2) \le z_2 \le \ell$ o‘zgaradi.

$$M_x = -R_A z_2 + q\frac{\ell}{2}(z_2 - \frac{\ell}{4}).$$

Bunda $R_A = 3q\ell/8$ ekanligini e’tiborga olsak:

$$M_x = -q\frac{3\ell}{8}z_2 + q\frac{\ell}{2}(z_2 - \frac{\ell}{4}).$$

Bunda:

$$z_2 = \frac{\ell}{2} \quad bo\text{'}lganda \quad M_x = -q\frac{3\ell}{8}\frac{\ell}{2} + q\frac{\ell}{2}(\frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{4}) = -q\frac{\ell^2}{16};$$

$$z_2 = \ell \quad bo\text{'}lganda \quad M_x = -q\frac{3\ell}{8}\ell + q\frac{\ell}{2}(\ell - \frac{\ell}{4}) = -q\frac{3\ell^2}{8} + q\frac{3\ell^2}{8} = 0.$$

Bu tenglamalar yordamida eguvchi moment va ko‘ndalang kuch epyuralari qurilgan. Birinchi oraliqda ko‘ndalang kuch nol chizig‘ini kesib o‘tib o‘z ishorasini manfiydan musbatga o‘zgartirganligi uchun shu kesimda eguvchi moment minumumga (12-chizma) erishishi ko‘rsatilgan. Ko‘ndalang kuch nol chizig‘ini kesib o‘tib o‘z ishorasini musbatdan manfiyga o‘zgartirganligi uchun shu nuqtada eguvchi moment maksimumga (11-chizma) erishishi ko‘rsatilgan

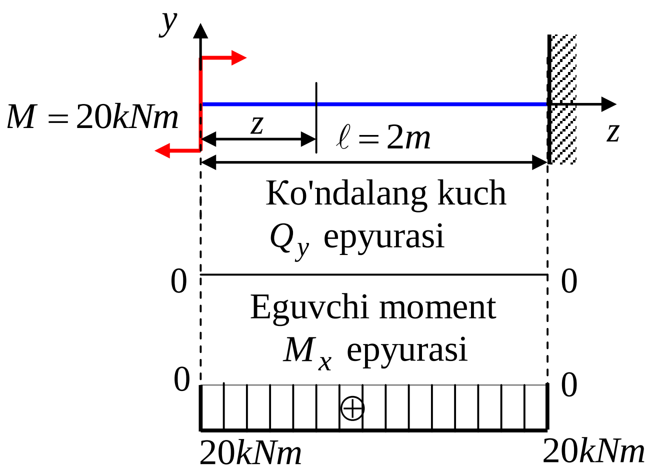
3. To‘sinning qaralayotgan oralig‘ida ko‘ndalang kuch $Q_y = 0$ nolga teng bo‘lsa, shu oraliqda eguvchi moment $M_x = const$ o‘zgarmas bo‘ladi. Bunga misol qilib quyidagi to‘sin masalani ko‘rib chiqamiz.

5-masala. Erkin uchiga qo‘yilgan juft kuch ta’siridagi konsol uchun eguvchi moment va ko‘ndalang kuch epyuralari qurilsin (13-chizma).

Yechish. A) Konsol uchun reaksiya kuchlarini aniqlash shart emas, ko‘ndalang kuch va eguvchi moment analitik ifodalarini konsolning erkin uchidan boshlab tuzish ham mumkin. Unda analitik ifodalarga noma’lum reaksiya kuchi va reaktiv moment kirmaydi.

b) Konsolning erkin uchidan z masofadagi ixtiyoriy kesim uchun ko‘ndalang kuch analitik ifodasi (4.2) formulaga asosan tuziladi. Erkin uchi bilan tayanch kesim orasidagi z masofa $0 \le z \le \ell$ oraliqda o‘zgaradi. Konsolga ko‘ndalang kuch ta’sir etmaganligi uchun:

$$Q_y = 0.$$



13-chizma. *Juft kuch bilan yuklangan konsol.*

d) Konsolning erkin uchidan z masofadagi kesim uchun eguvchi moment analitik ifodasi (4.1) formulaga asosan tuziladi:

$M_x = m = 20kNm.$

13-chizmada eguvchi moment va ko‘ndalang kuch epyuralari qurilgan.

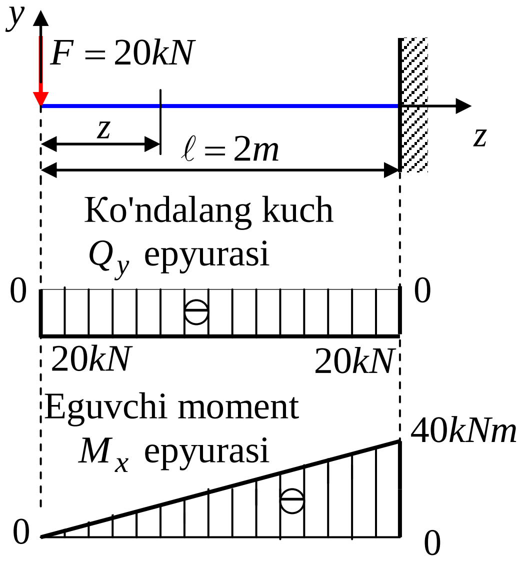
4.To‘sinning tekis taqsimlangan kuch $\frac{dQ_y}{dz} = q = 0$ qo‘yilmagan oraliqlarida, ya’ni ko‘ndalang kuch $Q_y = const$ bo‘lgan oraliqlarda ko‘ndalang kuch Q_y epyurasi abssissa o‘qiga parallel to‘g‘ri chiziq bilan eguvchi moment M_x epyurasi og‘ma to‘g‘ri chiziq bilan chegaralanadi (12-chizmada ikkinchi oraliq). Bunga misol qilib 14-chizmada keltirilgan konsolni qaraymiz.

6-masala. Erkin uchiga qo‘yilgan to‘plangan kuch ta’siridagi konsol uchun eguvchi moment va ko‘ndalang kuch epyuralari qurilsin (14-chizma).

Yechish. A) Konsol uchun reaksiya kuchlarini aniqlash shart emas. Ko‘ndalang kuch va eguvchi moment analitik ifodalarini erkin uchidan boshlab tuzish mumkin.

b) Konsolning erkin uchidan z masofadagi kesim uchun ko‘ndalang kuch analitik ifodasi (4.2) formulaga asosan tuziladi. Erkin uchi bilan tayanch kesim orasidagi masofa $0 \le z \le \ell$ oraliqda o‘zgaradi:

$Q_y = -F = 20kN.$



14-chizma. To‘plangan kuch ta’siridagi konsol.

d) Konsolning erkin uchidan ixtiyoriy z masofadagi kesim uchun eguvchi moment analitik ifodasi (4.1) formulaga asosan tuziladi:

$$M_x = -Fz.$$

Bunda:

$$z = 0 \quad bo'lganda \quad M_x = 0;$$

$$z = \ell = 2m \quad bo'lganda \quad M_x = -F\ell = -20 \cdot 2 = -40kNm.$$

14-chizmada eguvchi moment va ko‘ndalang kuch epyuralari keltirilgan.

5.To‘sinning tekis taqsimlangan kuch $q = const$ qo‘yilgan oralig‘ida ko‘ndalang kuch Q_y epyurasi og‘ma to‘g‘ri chiziq bilan, eguvchi moment M_x epyurasi ikkinchi tartibli egri chiziq bilan chegaralanadi (11-chizma, 12-chizmada birinchi oralig‘ida).

Bunga misol qilib 15-chizmada keltirilgan konsol masalasini qaraymiz.

7-masala. Tekis taqsimlangan kuch ta’siridagi konsol uchun eguvchi moment va ko‘ndalang kuch epyuralari qurilsin (15-chizma).

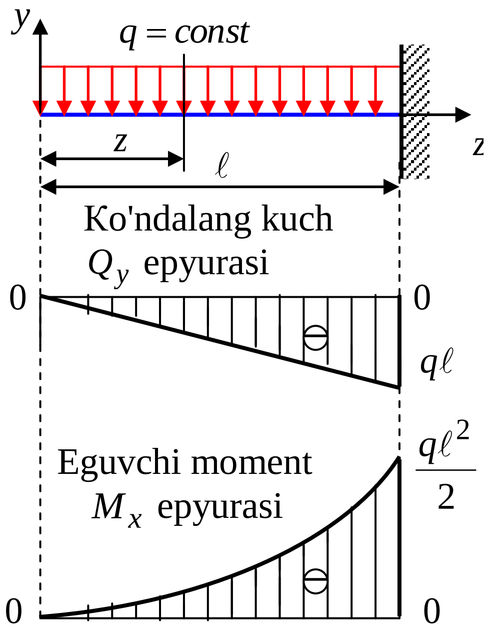
Yechish. A) Konsol uchun reaksiya kuchlarini aniqlash shart emasligini yuqorida aytilgan edi.

b) Konsolning erkin uchidan ixtiyoriy z masofadagi kesim uchun ko‘ndalang kuch analitik ifodasi (4.2) formulaga asosan tuziladi. Erkin uchi bilan tayanch kesim orasidagi masofa $0 \le z \le \ell$ oraliqda o‘zgaradi:

$$Q_y = -qz.$$

Bunda:

$$z = 0 \quad bo'\text{lg}anda \quad Q_y = 0;$$
$$z = \ell \quad bo'\text{lg}anda \quad Q_y = -q\ell.$$



15-chizma. Tekis taqsimlangan kuch ta'siridagi konsol.

d) Konsolning erkin uchidan z masofadagi ixtiyoriy kesim uchun eguvchi moment analitik ifodasi (4.1) formulaga asosan tuziladi:

$$M_x = -qz\frac{z}{2}.$$

Bunda:

$$z = 0 \quad bo'\text{lg}anda \quad M_x = 0;$$
$$z = \ell \quad bo'\text{lg}anda \quad M_x = -q\ell\frac{\ell}{2} = -\frac{q\ell^2}{2}.$$

15-chizmada eguvchi moment va ko‘ndalang kuch epyuralari keltirilgan.

II. Eguvchi moment va ko‘ndalang kuch epyuralarini tekshirish qoidalari:

1.To‘sinning to‘plangan kuch qo‘yilgan kesimlarida ko‘ndalang kuch epyurasini chegaralovchi to‘g‘ri chiziq uzilib shu kuch yo‘nalishi bo‘yicha uning miqdoriga sakraydi, eguvchi moment epyurasini chegaralovchi og‘ma to‘g‘ri chiziq sinadi. Bunga misol qilib quyidagi masalani ko‘rib chiqamiz.

8-masala. 16-chizmada keltirilgan to‘plangan kuchlar ta’siridagi oddiy to‘sin reaksiya kuchlari aniqlanib eguvchi moment va ko‘ndalang kuch epyuralari qurilsin.

Yechish. A) Tayanchlardagi reaksiya kuchlarini statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz (tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo‘naltiramiz):

$$\sum mom_B = R_A\ell - F\,\ell/2 = 0; \quad bundan \quad R_A = F/2.$$

$$\sum mom_A = -R_B\ell + F\,\ell/2 = 0; \quad bundan \quad R_B = F/2.$$

b) Reaksiya kuchlarining miqdorlari to‘g‘ri topilganligini tekshirish:

$$\sum Y = R_A - F + R_B = 0. \quad F/2 - F + F/2 = 0. \quad 0 \equiv 0.$$

Demak, tayanchlardagi reaksiya kuchlari yo‘nalishi va qiymatlari to‘g‘ri aniqlangan ekan. Bundan ko‘rinadiki, tayanchlarda hosil bo‘lgan reaksiya kuchlari, to‘sin uzunligi o‘rtasiga qo‘yilgan to‘plangan kuchning yarimiga teng bo‘lar ekan.

d) To‘sinning chap tayanchidan ixtiyoriy z_1 va z_2 masofadagi ikki kesim uchun (4.2) formulaga asosan ko‘ndalang kuch analitik ifodalari tuziladi:

birinchi oraliq $0 \le z_1 \le \ell/2$ o‘zgaradi.

$$Q_y = R_A = F/2.$$

ikkinchi oraliq $(\ell/2) \le z_2 \le \ell$ o‘zgaradi.

$$Q_y = R_A - F = F/2 - F = -F/2.$$

e) To‘sinning chap tayanchidan ixtiyoriy z_1 va z_2 masofadagi ikki kesim uchun (4.1) formulaga asosan eguvchi moment analitik ifodalari tuziladi:

birinchi oraliq $0 \le z_1 \le \ell/2$ o‘zgaradi.

$$M_x = R_A z_1.$$

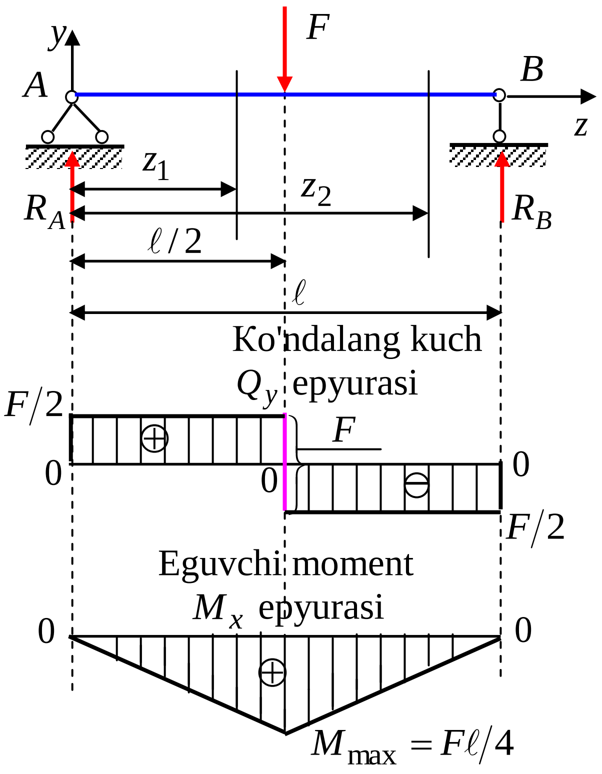
Bunda $R_A = F/2$ ekanligini e’tiborga olsak:

$$M_x = (F/2) z_1.$$

Bunda:

$$z_1 = 0 \quad bo'lganda \quad M_x = F/2 \cdot 0 = 0;$$

$$z_1 = \frac{\ell}{2} \quad bo'lganda \quad M_x = \frac{F}{2}\frac{\ell}{2} = \frac{F\ell}{4}.$$



16-chizma.To'plangan kuch ta'siridagi oddiy to'sin.

Ikkinchi oraliq $(\ell/2) \le z_2 \le \ell$ o'zgaradi.

$$M_x = R_A z_2 - F(z_2 - \ell/2).$$

Bunda $R_A = F/2$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$M_x = (F/2)z_2 - F(z_2 - \ell/2).$$

Bunda

$$z_2 = \frac{\ell}{2} \quad bo'lganda \quad M_x = \frac{F}{2}\frac{\ell}{2} - F\left(\frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{2}\right) = \frac{F\ell}{4};$$

$$z_2 = \ell \quad bo'lganda \quad M_x = \frac{F}{2}\ell - F\left(\ell - \frac{\ell}{2}\right) = \frac{F\ell}{2} - \frac{F\ell}{2} = 0.$$

Bu tenglamalar yordamida eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan. Epyuralardan ko'rinib turibdiki, eng katta eguvchi moment to'sin uzunligi o'rtasidagi, ya'ni to'plangan kuch qo'yilgan kesimda maksimal qiymatga erishib sinadi. Shu kesimda ko'ndalang kuch yo'nalishi bo'yicha uzilib shu kuch miqdoriga sakraydi (16-chizma). Bu kesimdagi sakrashning absolyut miqdori tashqi kuch F miqdoriga teng bo'ladi.

2. To'sinning chetki sharnirli tayanchlarda ko'ndalang kuch reaksiya kuchiga teng, eguvchi moment esa nolga teng bo'ladi (11, 12 va 16-chizmalar).

3.To'sinning juft kuch qo'yilgan kesimida eguvchi moment epyurasi uzilib shu kuch miqdoriga sakraydi. Bu kesimdagi sakrashning absolyut miqdori tashqi juft kuch m miqdoriga teng bo‘ladi. Bunga misol qilib quyidagi to‘sin masalani ko‘rib chiqamiz.

9-masala. 17-chizmada keltirilgan to‘sin uchun juft kuch ta’siridan eguvchi moment va ko‘ndalang kuch epyuralari qurilsin.

Yechish. A) Tayanchlardagi reaksiya kuchlarini statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz. Har ikkala tayanchdagi reaksiya kuchlarni yuqoriga yo‘naltiramiz.

$$\sum mom_B = R_A\ell + m = 0; \quad bundan \quad R_A = -m/\ell.$$

$$\sum mom_A = -R_B\ell + m = 0; \quad bundan \quad R_B = m/\ell.$$

b) Reaksiya kuchlarining to‘g‘ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum Y = R_A + R_B = 0; \quad bundan \quad -m/\ell + m/\ell = 0, \;\; 0 \equiv 0.$$

Demak, reaksiya kuchlari qiymatlari to‘g‘ri aniqlangan, lekin R_A reaksiya kuchi manfiy ishora bilan chiqdi. Demak, R_A reaksiya kuchi yo‘nalishini noto‘g‘ri qo‘ygan ekanmiz, uning yo‘nalishini teskari tomonga (chizmada shtirix chiziq bilan ko‘rsatilgan) o‘zgartiramiz va aniqlangan qiymatni qarama qarshi ishora bilan olamiz.

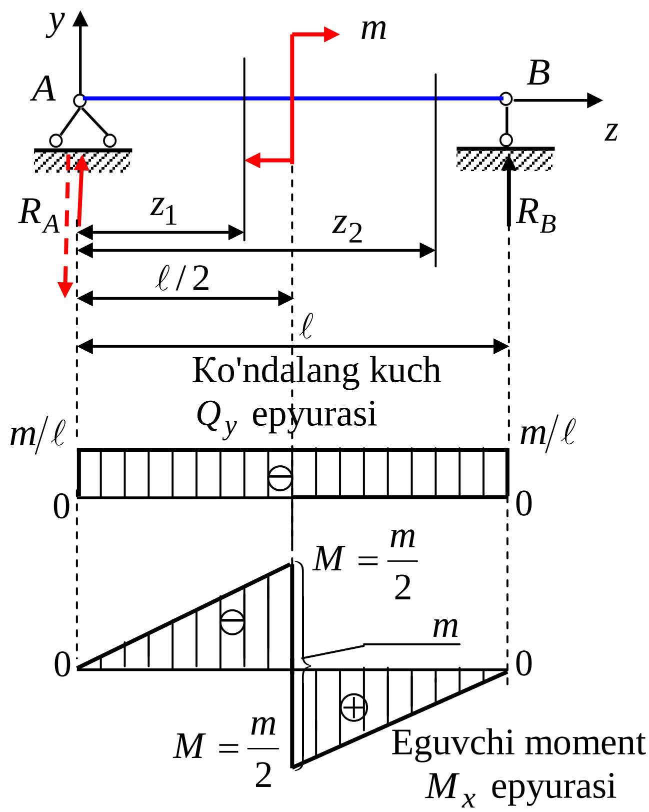
d) To‘sinning chap tayanchidan ixtiyoriy z_1 va z_2 masofadagi ikki kesim uchun (4.2) formulaga asosan ko‘ndalang kuch analitik ifodalari tuziladi:

Birinchi oraliq $0 \le z_1 \le \ell/2$ o‘zgaradi.

$$Q_y = -R_A = -m/\ell.$$

Ikkinchi oraliq $(\ell/2) \le z_2 \le \ell$ o‘zgaradi.

$$Q_y = -R_A = -m/\ell.$$



17-chizma.To'plangan juft kuch ta'siridagi oddiy to'sin.

e) To'sinning chap tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy ikki kesim uchun eguvchi moment analitik ifodalari (4.1) formula asosida tuziladi:

birinchi oraliq $0 \le z_1 \le \ell/2$ o'zgaradi.

$$M_x = -R_A z_1.$$

Bunda $R_A = m/\ell$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$M_x = -(m/\ell) z_1.$$

Bunda:

$$z_1 = 0 \quad bo'lganda \quad M_x = -m/\ell \cdot 0 = 0;$$

$$z_1 = \ell/2 \quad bo'lganda \quad M_x = -(m/\ell)\ell/2 = -m/\ell.$$

ikkinchi oraliq $(\ell/2) \le z_2 \le \ell$ o'zgaradi.

$$M_x = -R_A z_2 + m.$$

Bunda $R_A = m/\ell$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$M_x = -(m/\ell) z_2 + m.$$

Bunda:

$$z_2 = \ell/2 \quad bo'lganda \quad M_x = -(m/\ell)\ell/2 + m = m/\ell;$$

$$z_2 = \ell \quad bo'lganda \quad M_x = -(m/\ell)\ell + m = -m + m = 0.$$

Bu tenglamalar yordamida eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan. Epyuradan ko'rinib turibdiki, eguvchi moment to'sin uzunligi o‘rtasidagi, ya’ni juft kuch qo‘yilgan kesimda uzilib shu juft kuch miqdoriga sakraydi (17-chizma). Bu kesimdagi sakrashning absolyut miqdori tashqi juft kuch m miqdoriga teng bo‘ladi.

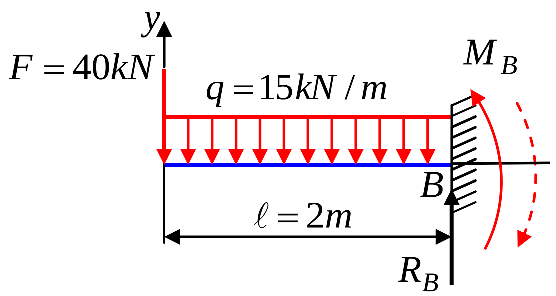
4. To‘sin (konsol) erkin uchiga juft kuch qo‘yilmagan bo‘lsa, eguvchi moment erkin uchida nolga teng (14 va 15-chizma) bo‘ladi. To‘sin (konsol) erkin uchiga to‘plangan kuch qo‘yilmagan bo‘lsa, ko‘ndalang kuch erkin uchida nolga teng bo‘ladi (15-chizma qaralsin).

5.Konsolning qistirib mahkamlangan tayanchidagi reaksiya kuchi ko‘ndalang kuchga, reaktiv moment esa eguvchi momentga teng bo‘ladi. Bunga misol qilib quyidagi to‘sin masalani ko‘rib chiqamiz.

10-masala. 18-chizmada keltirilgan tashqi kuchlar ta’siridagi qistirib mahkamlangan (konsol) to‘sin uchun tayanch reaksiya kuchlari aniqlansin.

Yechish. Konsolning qistirib mahkamlangan tayanchidagi reaksiya kuchi yuqoriga va reaktiv moment soat millari harakatiga teskari yo‘nalishini 18-chizmada ko‘rsatilgandek qabul qilamiz. Tayanch reaksiya kuchini aniqlash uchun to‘singa ta’sir etayotgan barcha kuchlardan y o‘qiga nisbatan olingan proeksiyalarining algebraik yig‘indisini nolga tenglaymiz, ya’ni:

$$\sum y = -F - q\ell + R_B = 0; \quad bundan \quad R_B = F + q\ell = 40 + 15 \cdot 2 = 70kN.$$



18-chizma.Tekis taqsimlangan yuk ta’siridagi konsol.

Aniqlangan reaksiya kuchi ishorasi musbat chiqdi, demak bu reaksiya kuchi yo‘nalishi to‘g‘ri tanlaganligini ko‘rsatadi.

Qistirib mahkamlangan B tayanchga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlarning algebraik yig‘indisini nolga tenglaymiz (R_B reaksiya kuchi B nuqtadan o‘tganligi uchun uning elkasi nolga teng). Unda

$$\sum mom_x = -F\ell - q\ell(\ell/2) - M_B = 0.$$

Bundan:

$$M_B = -F\ell - q\ell(\ell/2) = -40 \cdot 2 - 15 \cdot 2 \cdot (2/2) = -110kNm.$$

Aniqlangan reaktiv moment ishorasi manfiy bo‘lib chiqdi, demak uning yo‘nalishi noto‘g‘ri tanlangan ekan. Chizmada reaktiv moment yo‘nalishini to‘g‘rilab qo‘yamiz va keyingi hisob ishlarida reaktiv moment (uzlukli chiziq) yo‘nalishi soat mil bo‘yicha yo‘nalgan deb qaraladi.

Kelgusida to‘sinlarni hisoblash masalalarini hal qilishda eguvchi moment va ko‘ndalang kuch epyuralarni qurish quyidagi tartibda bajarish tavsiya etiladi:

1) to‘sin uchun tuzilgan statik muvozanat tenglamalaridan tayanch reaksiya kuchlari aniqlanadi va ularning to‘g‘ri topilganligi tekshirib ko‘riladi;

2) to‘singa tegishli oraliqlar aniqlanadi va ular tartib bilan to‘sin uzunligi bo‘yicha raqamlar orqali belgilanib, o‘zgarish chegaralari ko‘rsatiladi;

3) har bir oraliqning ixtiyoriy kesimi uchun ko‘ndalang kuch va eguvchi momentlar (4-§ paragrafda qabul qilgan ishoralarni e’tiborga olib) analitik ifodalari (4.1), (4.2) formulalar asosida tuziladi;

4) har bir oraliqdagi ko‘ndalang kuch va eguvchi moment ifodalari tarkibidagi o‘zgaruvchiga oraliq boshidagi va oxiridagi qiymatlar berilib, ko‘ndalang kuch va eguvchi momentlarning tegishli qiymatlari aniqlanadi;

5) eguvchi moment epyuralarini qurish uchun to‘sin o‘qiga parallel bo‘lgan sanoq chizig‘i (nol chizig‘i) olinadi va to‘sinning cho‘zilgan tolalari tomoniga eguvchi momentning musbat qiymatlari, siqilgan tolalari tomoniga manfiy qiymatlari sanoq chizig‘iga perpendikulyar ravishda oraliq boshidagi va oxiridagi aniqlangan qiymatlar biror masshtabda o‘lchab qo‘yilib, ular chiziqlar bilan tutashtiriladi;

6) ko‘ndalang kuch epyuralarini qurish uchun to‘sin o‘qiga parallel bo‘lgan sanoq chizig‘i (nol chizig‘i) olinadi va ko‘ndalang kuchning musbat qiymatlarini sanoq chizig‘i ustiga, manfiy qiymatlari esa sanoq chizig‘i pastki tomoniga perpendikulyar ravishda oraliq boshidagi va oxiridagi aniqlangan qiymatlar biror masshtabda o‘lchab qo‘yilib, ular chiziqlar bilan tutashtiriladi;

7) qurilgan epyuralar sanoq chizig‘iga perpendikulyar chiziqlar bilan shtrixlanadi.

III. EGILISHDA KO’CHISHLARNI ANIQLASH

III.1. Umumiy tushunchalar

Egilgan to‘sinlarning kuchlanishlarni aniqlash bobida sirtqi kuchlar ta’siridan to‘sinlar ko‘ndalang kesimlarida hosil bo‘lgan kuchlanishlarni aniqlash hamda to‘sinlarni normal va urinma kuchlanishlar bo‘yicha mustahkamlikka tekshirish masalalarini o‘rgangan edik. Bular esa egilgan to‘sinlar to‘g‘risida to‘la tasavvurga ega bo‘lish uchun etarli emas. Mustahkamligi to‘liq ta’minlangan to‘sinlar bikirlik darajasi ta’minlanmaganligi tufayli solqilanib ishga yaroqsiz holatga kelishi mumkin.

Shuning uchun ham birorta bosh inersiya tekisligida yotuvchi sirtqi kuchlar ta’sirida egilgan to‘sinlarda, shu kuch tekisligida hosil bo‘lgan deformatsiyasini o‘rganish, ya’ni to‘sinlarni bikirlikka tekshirish maqsadga muvofiqdir.

To‘sinlar deformatsiyalanishini o‘rganishdan asosiy maqsad:

1.solqilikning norma bo‘yicha belgilangan qiymatlaridan oshib ketmasligini ta’minlash;

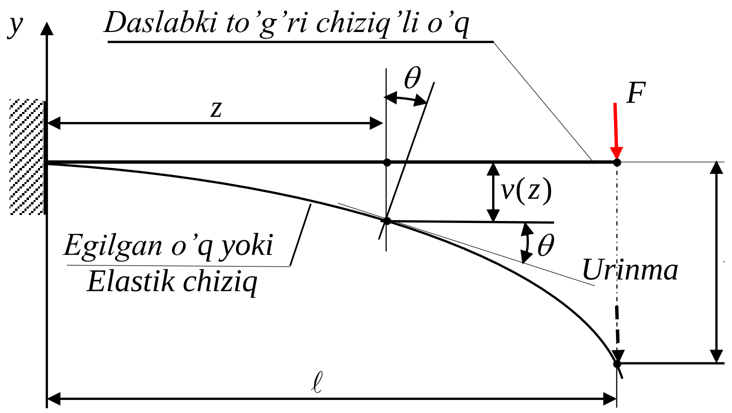
2.statik aniqmas to‘sinlar masalasini yechish.

Birorta bosh inersiya tekisligida yotuvchi sirtqi kuchlar ta’sirida egilgan to‘sin o‘qi kuch tekisligida egilib, ko‘ndalang kesim yuzalari tekisligicha qolib, neytral o‘q atrofida aylanib boshlang‘ich holatiga nisbatan biror burchakka buriladi hamda kesim og‘irlik markazlari vertikal ko‘chadi (1-chizma). Vertikal ko‘chishi *solqilik* deb ataladi va uni “$v(z)$”, *burilish burchag*ini “$\theta(z)$” bilan belgilaymiz.

Deformatsiyalangan to‘sinning kuch ta’sir tekisligidagi barcha ko‘ndalang kesimlari og‘irlik markazlarini tutashturuvchi egri chiziqqa *egilgan o‘q* yoki *elastik chiziq* deb ataladi. Elastik chiziq silliq egri chiziq bo‘lib, u kuch ta’sir qilayotgan tekisligida yotadi.

Foydalanish qulay bo‘lishi maqsadida koordinata boshini har doim to‘sinning chap boshlanish uchiga qo‘yamiz. Vertikal y koordinata o‘qini yuqoriga yo‘naltiramiz. Unda to‘sin egilgan o‘qining solqilik tenglamasi ifodasi quyidagicha yoziladi:

$$v = v(z) \tag{1.1}$$



1-chizma. Bir uchi bilan qistirib mahkamlangan erkin uchiga qo’yilgan to‘plangan kuchdan to‘sin egilgan o‘qi.

To‘sin egri chizig‘iga o‘tkazilgan urinma bilan abssissalar o‘qi hosil qilgan burchagini, ya’ni burilish burchagini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$tg\theta = \frac{dv}{dz}. \tag{1.2}$$

Amalda to‘sinning solqiligi uning uzunligiga nisbatan juda kichik miqdor bo‘lganligi uchun, burilish burchagi, odatda, 1^0 dan katta bo‘lmaydi. Shu sababli burchak tangensining qiymati uning radian qiymatiga teng deb olish mumkin, ya’ni

$$\theta = tg\theta = \frac{dv}{dz}. \tag{1.3}$$

Demak, kesimning burilish burchagi shu kesim solqilikdan z o‘q bo‘yicha olingan birinchi hosilaga teng bo‘lar ekan.

To‘sinlarni bikirlikka tekshirishda eng katta solqilikni topish muhim ahamiyatga ega. Po‘lat to‘sinlarning ishlash sharoitini e’tiborga olib eng katta solqiligi to‘sin ravog‘I uzunligining $\frac{1}{250} \div \frac{1}{1000}$ qismidan ortib ketmasligi lozim.

To‘sinlarning bikirligini taxlil qilishda egilgan o‘q differensial tenglamalarini tuzish va ularni yechish muhim ahamiyat kasb etadi.

III.2. To’sin egilgan o‘qining taqribiy differensial tenglamasi va uning integrallari

Sof egilish. Normal kuchlanishlarni aniqlash mavzusida eguvchi moment bilan egrilik o‘rtasida quyidagi munosabat mavjudligini aniqlagan edik:

$$\frac{1}{\rho(z)} = \frac{M_x(z)}{EI_x}. \tag{2.1}$$

Egrilikni aniqlash formulasi oliy matematika kursidan ma’lum va u quyidagi ko‘rinishda ifodalanadi:

$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{\frac{d^2v}{dz^2}}{\left[1 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2\right]^{3/2}}. \tag{2.2}$$

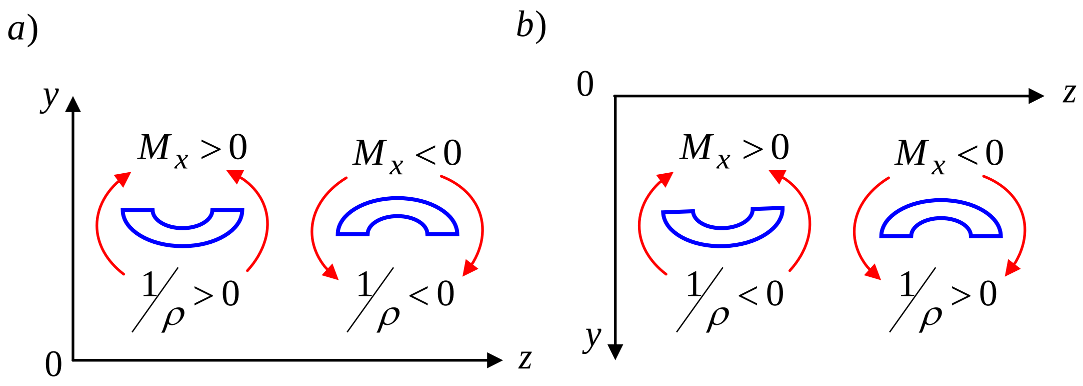
Egrilik qiymatini (2.1) tenglikkka qo‘yib, to‘sin elastik chizig‘ining aniq differensial tenglasmasini hosil qilamiz:

$$\pm \frac{\frac{d^2v}{dz^2}}{\left[1 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{M_x}{EI_x}. \tag{2.3}$$

Bu nochiziq differensial tenglamani integrallash anchagina murakkabdir. Tenglamaning maxrajidagi $\frac{dv}{dz}$ ifoda to‘sin o‘qiga o‘tkazilgan urinma og‘ish burchagining tangensi kichik miqdor ekanligini e’tiborga olib, $\left(\frac{dv}{dz}\right)^2$ birinchi hosilaning kvadrati birga nisbatan juda ham kichik bo‘lganligi sababli uni e’tiborga olmaymiz. Natijada quyidagi taqribiy differensial tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = \pm\frac{M_x}{EI_x}. \tag{2.4}$$

Egrilik ishorasi bilan eguvchi moment ishorasi har doim ham mos kelmaganligi sababli tenglama ikki xil ishora bilan olingan. Eguvchi moment ishorasi to‘sinning cho‘zilgan tolalari joylashishiga qarab olinishi ma’lum. Egrilik radiusi ishorasi koordinata o‘qlari yo‘nalishi bilan bog‘liqdir (2-chizma).



2-chizma. Egrilik ishorasi bilan eguvchi moment ishorasi orasidagi bog‘lanish.

Agar $0y$ koordinata o‘qi yuqoriga qarab yo‘nalgan bo‘lsa, differensial tenglamaning ishorasi musbat olinadi. Chunki, musbat eguvchi momentga musbat egrilik, manfiy eguvchi momentga manfiy egrilik mos keladi (2,a-chizma). Unda differensial tenglama ifodasi:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = \frac{M_x}{EI_x}. \tag{2.5}$$

Agar $0y$ koordinata o‘qi pastga qarab yo‘nalgan bo‘lsa, eguvchi moment bilan egrilik ishoralari turlicha bo‘ladi (2,b-chizma), unda differensial tenglama manfiy ishora bilan olinadi:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = -\frac{M_x}{EI_x}. \tag{2.6}$$

Juravskiy teoremalarini e'tiborga olib o'zgarmas ko'ndalang kesimli to'sin uchun quyidagi bog'lanishlarni hosil qilish mumkin:

$$\theta = \frac{dv}{dz}; \qquad \pm M_x = EI_x \frac{d^2 v}{dz^2};$$
$$Q_y = EI_x \frac{d^3 v}{dz^3}; \qquad q = EI_x \frac{d^4 v}{dz^4}. \tag{2.7}$$

Bu ifodalardan xulosa qilib shuni aytish mumkinki, agar to'singa juft kuch ta'sir qilsa, elastik chizig'i ikkinchi tartibli egri chiziq, to'plangan ($q = 0,\ Q = const$) kuch ta'sir etsa, uchinchi tartibli egri chiziq, tekis taqsimlangan kuch ta'sir etsa, to'rtinchi tartibli egri chiziqdan iborat bo'lar ekan.

Egilgan to'sin deformatsiyalari $v = v(z);\ \theta = \theta(z)$ ni aniqlashning bir qancha usullari mavjud. Bu usullardan ba'zilarini quyida ko'rib chiqamiz.

III.3. Usulni amaliy masalalarga tadbiq etish

$\theta(z)$ burilish va $v(z)$ solqilik tenglamalarini aniqlash uchun (2.4) taqribiy differensial tenglamani ketma-ket integrallaymiz.

Differensial tenglamani bir marta integrallab $\theta(z)$ burilish burchak tenglamasini topamiz:

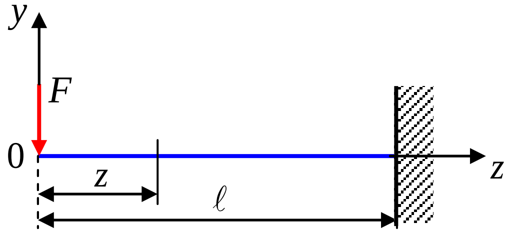
$$\frac{dv}{dz} = \pm \int \frac{M_x}{EI_x} dz + C. \tag{3.1}$$

Ikkinchi marta integrallab, $v(z)$ solqilik tenglamasini hosil qilamiz:

$$v = \pm \iint \frac{M_x}{EI_x} dz\, dz + Cz + D. \tag{3.2}$$

Bu tenglamalar tarkibiga kirgan integral doimiylari C va D to'sinning tayanchlarga mahkamlanish usuliga bog'liq bo'lgan chegaradagi shartlaridan foydalanib aniqlanadi. Integral doimiylarini aniqlashni quyidagi misollarda ko'rib chiqamiz:

1-masala. Erkin uchiga to'plangan kuch qo'yilgan konsol to'sin uchun burilish burchak va solqilik tenglamasi ifodalari tuzilsin va erkin uchidagi burilish burchak va solqilik qiymatlari aniqlansin (3-chizma).



3-chizma. To'plangan yuk bilan yuklangan konsol.

Yechish. A) Koordinata boshidan z masofadagi kesim uchun eguvchi moment tenglamasini tuzamiz:

$$M_x = -Fz. \tag{1}$$

b) Koordinata o‘qi y yuqoriga yo‘nalganligi uchun to‘sin egilgan o‘qi differensial tenglamasi o‘ng tomoni ishorasi musbat bo‘lib (2.5) ko‘rinishida ifodalanadi:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = \frac{M_x}{EI_x}. \tag{2}$$

Bu differensial tenglamaga $M = -Fz$ ifodani qo‘yib konsol to‘sin uchun quyidagi diferensial tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = -\frac{Fz}{EI_x}. \tag{3}$$

Bu tenglamani bir marta integrallab burilish burchak tenglamasini hosil qilamiz:

$$\frac{dv}{dz} = -\frac{F}{2EI_x}z^2 + C. \tag{4}$$

Ikinchi marta integrallab solqilik tenglamasinini hosil qilamiz:

$$v = -\frac{F}{EI_x}\frac{z^3}{6} + Cz + D. \tag{5}$$

Ma’lumki, konsolning qistirib mahkamlangan tayanchida burilish burchar va solqilik nolga teng bo‘ladi. Bu chegara shartlaridan integral doimiylarini aniqlaymiz:

1. $z = \ell,$ bo‘lganda qistirib mahkamlangan tayanchda konsol to‘sin burilish burchagi nolga teng bo‘ladi, ya’ni $\frac{dv}{dz}(\ell) = 0.$

Bu chegara shartdan quyidagi algebraik tenglamani hosil qilamiz:

$$-\frac{F}{2EI_x}\cdot \ell^2 + C = 0.$$

Bundan

$$C = \frac{F\ell^2}{2EI_x}. \tag{6}$$

2. $z = \ell,$ bo‘lganda qistirib mahkamlangan tayanchda konsol to‘sin solqiligi nolga teng bo‘ladi, ya’ni $v(\ell) = 0;$

Bu chegara shartdan quyidagi algebraik tenglamani hosil qilamiz:

$$-\frac{F}{EI_x}\frac{\ell^3}{6}+C\cdot\ell+D=0.$$

Bu tenglamaga C qiymiyni qo‘ysak unda:

$$-\frac{F}{EI_x}\frac{\ell^3}{6}+\frac{F\ell^2}{2EI_x}\cdot\ell+D=0.$$

Bundan

$$D=-\frac{F\ell^3}{3EI_x}. \qquad (7)$$

Unda to‘sin ko‘ndalang kesimi burilish burchak va solqilik quyidagicha ifodalanadi:

$$\theta=\frac{dv}{dz}=-\frac{F}{2EI_x}z^2+\frac{F\ell^2}{2EI_x}. \qquad (8)$$

$$v=-\frac{F}{6EI_x}z^3+\frac{F\ell^2}{2EI_x}z-\frac{F\ell^3}{3EI_x}. \qquad (9)$$

Bu ifodalardagi z abssissaga ma’lum qiymatlar berib, to‘sinning uzunligi bo‘ylab ma’lum kesimlaridagi burilish burchak va solqiliklarining son qiymatlarini aniqlash mumkin.

Koordinata $z=0$ boshida burilish burchak $\theta(0)=\frac{dv}{dz}(0)=\frac{F\ell^2}{2EI_x}$ ga, solqilik $v(0)=-F\ell^3/3EI_x$ ga teng bo‘ladi.

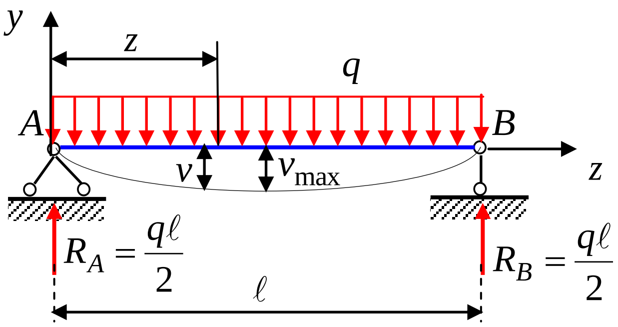
Demak birinchi chegara sharti va burilish burchak ifodasidan, shuni xulosa qilib aytish mumkinki, integrallash doimiysi C koordinata boshidagi burilish burchagini bildiradi va qaralayotgan masalada $C=\theta(0)=\frac{F\ell^2}{2EI_x}$ ga teng.

Ikkinchi chegara sharti va solqilik deformatsiyasi ifodasidan, shuni xulosa qilib aytish mumkinki, integrallash doimiysi D koordinata boshidagi solqilikni bildiradi va qaralayotgan masalada $D=v(0)=-\frac{F\ell^3}{3EI_x}$ ga teng.

Eng katta solqilik va burilish burchak yuk qo‘yilgan kesim ostida bo‘lishi 3-chizmadan ko‘rinib turibdi va u quyidagiga teng bo‘ladi:

$$v(0) = -\frac{F\ell^3}{3EI_x};$$
$$\theta(0) = \frac{F\ell^2}{2EI_x}. \tag{10}$$

2-masala. Tekis taqsimlangan yuk ta’siridagi ikki tayanchda yotgan oddiy to‘sin uchun burilish burchak va solqilik tenglamasi ifodalari tuzilsin. To‘sin tayanchlardagi burilish burchaklari va eng katta solqilik deformatsiyasi aniqlansin (4-chizma).



4-chizma. Tekis taqsimlangan yuk bilan yuklangan oddiy to‘sin.

Yechish. A) To‘sin simmetrik yuklanganligi uchun tayanch reaksiyalari har ikkala tayanchga teng taqsimlanib, sirtqi kuchlar teng ta’sir etuvchisining yarimiga teng bo‘ladi (I.3-**§,** 1-masalaga qarang), yani $R_A = R_B = \frac{q\ell}{2}$.

b) Koordinata boshidan z masofadagi kesim uchun eguvchi moment ifodasini tuzamiz:

$$M_x = \frac{q\ell}{2} z - qz\frac{z}{2}. \tag{1}$$

d) Koordinat o‘qi y yuqoriga yo‘nalganligi uchun to‘sin egilgan o‘qi differensial tenglamasi ishorasi musbat olinadi:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = \frac{M_x}{EI_x}. \tag{2}$$

Unda to‘sin egilgan o‘qi differensial tenglamasi quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = -\frac{q}{2EI_x} z^2 + \frac{q\ell}{2EI_x} z. \tag{3}$$

Bu tenglamani bir marta integrallab burilish burchak tenglamasi ifodasini hosil qilamiz:

$$\theta = \frac{dv}{dz} = -\frac{q}{6EI_x}z^3 + \frac{q\ell}{4EI_x}z^2 + C. \quad (4)$$

Ikkinchi marta integrallab solqilik tenglamasi ifodasini hosil qilamiz:

$$v = -\frac{q}{24EI_x}z^4 + \frac{q\ell}{12EI_x}z^3 + Cz + D. \quad (5)$$

Bu tenglamalardagi C va D integral doimiylarni to‘sinning quyidagi chegara shartlaridan aniqlaymiz:

1.Koordinata boshida, ya’ni $z = 0$ bo‘lgan nuqtada solqilik $v(0) = 0$ bo‘ladi.

Bu chegara shartdan quyidagi algebraik tenglamani hosil qilamiz:

$$v(0) = -\frac{q}{24EI_x}0^4 + \frac{q\ell}{12EI_x}0^3 + C \cdot 0 + D = 0.$$

Bundan $D = 0$ ga teng.

2.To‘sinning $z = \ell$ bo‘lgan nuqtasida solqilik $v(\ell) = 0$ bo‘ladi.

Bu chegara shartdan quyidagi algebraik tenglamani hosil qilamiz:

$$v(\ell) = -\frac{q}{24EI_x}\ell^4 + \frac{q\ell}{12EI_x}\ell^3 + C\ell + D = 0.$$

Bu tenglamaga D integrallash doimiysi qiymatini qo‘yib quyidagini topamiz:

$$C = -\frac{q\ell^3}{24EI_x}.$$

Chegara shartlaridan aniqlangan integral doimiylarini e’tiborga olib burilish burchak va solqilik tenglamalarini quyidagicha ifodalaymiz:

$$\theta = \frac{dv}{dz} = -\frac{qz^3}{6EI_x} + \frac{q\ell}{4EI_x}z^2 - \frac{q\ell^3}{24EI_x}. \quad (6)$$

$$v = -\frac{qz^4}{24EI_x} + \frac{q\ell}{12EI_x}z^3 - \frac{q\ell^3}{24EI_x}z. \quad (7)$$

Bu ifodalardagi z abssissaga ma’lum qiymatlar berib, to‘sinning uzunligi bo‘ylab ma’lum kesimlaridagi burilish burchak va solqiliklarining son qiymatlarini aniqlash mumkin.

Tayanchlardagi burilish burchaklarining qiymatlarini yuqoridagi (6) ifodadan aniqlaymiz ular quyidagilarga teng bo‘lar ekan:

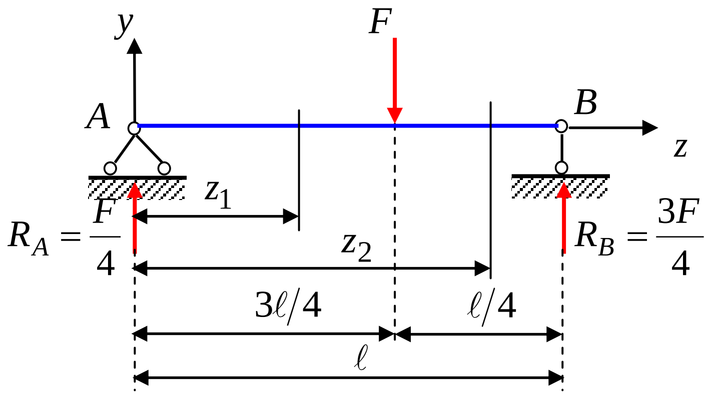
$$z = 0 \quad bo'lganda \quad \theta_a = \theta_0 = -\frac{q\ell^3}{24EI_x}.$$

$$z = \ell \quad bo'lganda \quad \theta_b = \frac{q\ell^3}{24EI_x}.$$

To‘sinning tayanchlari o‘rtasida $z = \ell/2$ bo‘lgan kesimida burilish burchak nolga teng bo‘lib, solqilik maksimumga teng bo‘ladi:

$$v_{\max} = -\frac{5}{384}\frac{q\ell^4}{EI_x}. \tag{8}$$

3-masala. 5-chizmada ko‘rsatilgan ikki tayanchda yotgan to‘sin uchun burilish burchak va solqilik ifodalari tuzilsin. To‘sin tayanch kesimlaridagi burilish burchaklari va kuch qo‘yilgan kesimning solqilik qiymatlari aniqlansin.



5-chizma. To‘plangan yuk bilan yuklangan oddiy to‘sin.

Yechish. A) Har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo‘naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum mom_B = R_A\ell - F\frac{\ell}{4} = 0; \qquad R_A = \frac{F}{4}.$$

$$\sum mom_A = -R_B\ell + F\frac{3\ell}{4} = 0; \qquad R_B = \frac{3F}{4}.$$

b) Reaksiya kuchlarining to‘g‘ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum Y = R_A - F + R_B = 0; \qquad \frac{3F}{4} - F + \frac{F}{4} = 0; \qquad 0 \equiv 0.$$

d) Har ikkala oraliqlar uchun eguvchi moment tenglamalarini tuzamiz:

$$M_1 = \frac{F}{4}z_1; \qquad M_2 = \frac{F}{4}z_2 - F\left(z_2 - \frac{3\ell}{4}\right). \tag{1}$$

e) Koordinat o‘qi y yuqoriga yo‘nalganligi uchun to‘sin egilgan o‘qi differensial tenglamasi musbat ishora bilan olinadi, ya’ni

$$\frac{d^2v_1}{dz^2}=\frac{F}{4EI_x}z_1;$$
$$\frac{d^2v_2}{dz^2}=\frac{F}{4EI_x}z_2-\frac{F}{EI_x}z_2+\frac{F}{EI_x}\frac{3\ell}{4}. \qquad (2)$$

Bu tenglamalarni bir martadan integrallab burilish burchak tenglamalari ifodalarini hosil qilamiz:

$$\frac{dv_1}{dz}=\frac{F}{8EI_x}z_1^2+C_1;$$
$$\frac{dv_2}{dz}=\frac{F}{8EI_x}z_2^2-\frac{F}{2EI_x}z_2^2+\frac{3F\ell}{4EI_x}z_2+C_2. \qquad (3)$$

Ikkinchi marta integrallab solqilik tenglamalari ifodalarini hosil qilamiz:

$$v_1=\frac{Fz_1^3}{24EI_x}+C_1z_1+D_1;$$
$$v_2=\frac{Fz_2^3}{24EI_x}-\frac{Fz_2^3}{6EI_x}+\frac{3F\ell z_2^2}{8EI_x}+C_2z+D_2. \qquad (4)$$

Integrallash natijasida hosil bo‘lgan $C_1, C_2, D_1\ D_2$ doimiylarni aniqlash uchun quyidagi chegara shartlaridan foydalanamiz:

1. $z=0;\quad bo'\lg anda\quad v_1(0)=0.\ \frac{F}{24EI_x}0^3+C_1\cdot 0+D_1=0;\quad D_1=0.$ (5)

2. $z_1=z_2=(3\ell/4);\quad bo'\lg anda\quad \frac{dv_1}{dz}(3\ell/4)=\frac{dv_2}{dz}(3\ell/4).$

$$\frac{F}{8EI_x}\left(\frac{9\ell^2}{16}\right)+C_1=\frac{F}{8EI_x}\left(\frac{9\ell^2}{16}\right)-\frac{F}{2EI_x}\left(\frac{9\ell^2}{16}\right)+\frac{3F\ell}{4EI_x}\left(\frac{3\ell}{4}\right)+C_2;$$
$$C_1=\frac{9F\ell^2}{32EI_x}+C_2. \qquad (6)$$

3. $z_1=z_2=(3\ell/4)\quad bo'\lg anda\qquad v_1(3\ell/4)=v_2(3\ell/4).$

$$\frac{F}{24EI_x}\left(\frac{27\ell^3}{64}\right)+C_1\left(\frac{3\ell}{4}\right)=\frac{F}{24EI_x}\left(\frac{27\ell^3}{64}\right)-$$
$$-\frac{F}{6EI_x}\left(\frac{27\ell^3}{64}\right)+\frac{3F\ell}{8EI_x}\left(\frac{9\ell^2}{16}\right)+C_2\left(\frac{3\ell}{4}\right)+D_2;$$

$$\frac{9F\ell^2}{32EI_x}\left(\frac{3\ell}{4}\right)+C_2\left(\frac{3\ell}{4}\right)=-\frac{F}{6EI_x}\left(\frac{27\ell^3}{64}\right)+\frac{3F\ell}{8EI_x}\left(\frac{9\ell^2}{16}\right)+C_2\left(\frac{3\ell}{4}\right)+D_2;$$

$$D_2=\frac{9F\ell^3}{128EI_x}. \qquad (7)$$

4. $z=\ell;\quad bo'lganda\quad v_2(\ell)=0.$

$$v_2(\ell)=\frac{F}{24EI_x}\ell^3-\frac{F}{6EI_x}\ell^3+\frac{3F\ell}{8EI_x}\ell^2+C_2\ell+D_2=0.$$

$$\frac{F}{24EI_x}\ell^3-\frac{F}{6EI_x}\ell^3+\frac{3F}{8EI_x}\ell^3+C_2\ell+\frac{9F}{128EI_x}\ell^3=0 \qquad (8)$$

$$C_2=-41F\ell^2/128EI_x.$$

Unda (6) tenglamadan C_1 quyidagiga teng bo‘ladi:

$$C_1=\frac{9F\ell^2}{32EI_x}+C_2=\frac{9F\ell^2}{32EI_x}-\frac{41F\ell^2}{128EI_x};\quad bundan\ C_1=-\frac{5F\ell^2}{128EI_x}. \qquad (9)$$

Aniqlangan integral doimiylarini e’tiborga olib har bir oraliq uchun burilish burchak va solqilik ifodalarini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\frac{dv_1}{dz}=\frac{F}{8EI_x}z_1^2-\frac{5F\ell^2}{128EI_x};$$

$$\frac{dv_2}{dz}=\frac{F}{8EI_x}z_2^2-\frac{F}{2EI_x}z_2^2+\frac{3F\ell}{4EI_x}z_2-\frac{41F\ell^2}{128EI_x}. \qquad (10)$$

$$v_1=\frac{F}{24EI_x}z_1^3-\frac{5F\ell^2}{128EI_x}z_1;$$

$$v_2=\frac{F}{24EI_x}z_2^3-\frac{F}{6EI_x}z_2^3+\frac{3F\ell}{8EI_x}z_2^2-\frac{41F\ell^2}{128EI_x}z_2+\frac{9F\ell^3}{128EI_x}. \qquad (11)$$

To‘sinning chap A tayanchidagi kesimning burilish burchagini (10) formulaning birinchisidan aniqlaymiz:

$$z_1=0;\ bo'gand\quad \theta_A(0)=\frac{dv_1}{dz}(0)=-\frac{5F\ell^2}{128EI_x}.$$

To‘sinning o’ng B tayanchidagi kesimning burilish burchagini (10) formulaning ikkinchisidan aniqlaymiz:

$$z_2=\ell;\ \theta_B(\ell)=\frac{dv_2}{dz}(\ell)=\frac{F}{8EI_x}\ell^2-\frac{F}{2EI_x}\ell^2+$$

$$+\frac{3F\ell}{4EI_x}\ell-\frac{41F\ell^2}{128EI_x}=\frac{7F\ell^2}{128EI_x}.$$

To‘sinning kuch qo‘yilgan kesimidagi solqilik (11) formulaning birinchisidan aniqlaymiz:

$$v_1\left(\frac{3\ell}{4}\right)=\frac{F}{24EI_x}\left(\frac{3\ell}{4}\right)^3-\frac{5F\ell^2}{128EI_x}\left(\frac{3\ell}{4}\right)=-\frac{3F\ell^3}{256EI_x}. \qquad (12)$$

Agar to‘plangan kuch to‘sin uzunligining o‘rtasiga qo‘yilgan bo‘lsa solqilik (11) formulaning birinchisiga asosan quyidagiga teng bo‘ladi:

$$v_1\left(\frac{\ell}{2}\right)=-F\ell^3/48EI_x. \qquad (13)$$

Bu masaladan ko‘rinadiki, to‘sinning oraliqlar soni ikkita bo‘lsa har bir oraliq uchun eguvchi moment ifodalari alohida-alohida aniqlanadi va bu oraliqlar uchun ikkita differensial tenglama tuzildi. Bu differensial tenglamalarni integrallash natijasida to‘rtta integral doimiylari hosil bo‘ldi. Bu doimiylarni aniqlash uchun to‘sin chegara shartlaridan foydalanib to‘rtta algebraik tenglama tuzildi va ulardan integral doimiylari aniqlandi.

Demak, to‘sin oraliqlari soni n ta bo‘lsa, n ta differensial tenglama tuziladi va integrallash natijasida hosil bo‘lgan $2n$ ta integral doimiylarini aniqlash uchun $2n$ ta algebraik tenglama tuziladi. Bu algebraik tenglamalardan $2n$ ta noma’lum doimiylar aniqlanadi. Hatto, to‘sin uchastkalari soni $n=3$ ga teng bo‘lganda ham integral doimiylarini aniqlash juda ham ko‘p mehnat talab qiladi. Bunday masalalarni hal qilish matematik jihat katta qiyinchilik tug‘dirmasada, lekin ko‘p mehnat talab qiladi.

Shu sababli ikki va undan ortiq oraliqli to‘sinlar burilish burchagi va solqiligini aniqlash masalalarini echishda yuqoridagi kamchiliklardan xoli bo‘lgan boshlang‘ich parametr usulidan foydalanish maqsadga muvofiq bo‘ladi.

Ko‘rib chiqilgan masalalardan, to‘sinlar ko‘chishlarini egilgan o‘q differensial tenglamasini integrallab aniqlash natijasidan, shunday xulosaga kelish mumkinki, elastik chiziq differensial tenglamasini to‘g‘ridan to‘g‘ri integrallash usuli bilan to‘sin ko‘chishlarini aniqlashni quyidagi tartibda bajarish lozim ekan:

-tayanch reaksiyalari aniqlanadi;

-to‘sinning har bir oralig‘i uchun eguvchi moment ifodasi tuziladi;

-to‘sinning elastik chizig‘i asosiy differensial (2.6) tenglamasiga har bir oraliq uchun eguvchi moment ifodasi qo‘yiladi;

-asosiy differensial tenglamani ikki marta integrallab har bir oraliq uchun burilish burchak va solqilikning umumiy ifodalari aniqlanadi;

-to‘sin tayanchlaridagi va oraliqlari chegaralaridagi shartdan integral doimiylari aniqlanadi;

-aniqlangan doimiylar to‘sin kesimlarining aylanish burchak va solqiliklarining umumiy formulasiga qo‘yiladi;

-masalaning shartiga ko‘ra to‘sinning u yoki bu kesimlaridagi burilish burchak va solqilik qiymatlari aniqlanadi.

III.4. Egilgan o‘qning boshlang‘ich parametrlar orqali ifodalangan tenglamasi

To‘sin egilgan o‘qining universal tenglamasidan foydalanilsa, solqilikni aniqlash masalasi soddalashadi. Universal tenglamani keltirib chiqarish uchun boshlang‘ich parametr usulidan foydalanamiz. Tenglamani chiqarishda barcha sirtqi yuklarning yo‘nalishini shunday tanlaymizki, ular musbat eguvchi moment hosil qilsin. To‘sinning turli kesimlariga ta’sir etayotgan bir nechta juft yuk, to‘plangan yuk va tekis taqsimlangan yuklar tizimi qo‘yilgan bo‘lishi mumkin. Lekin, ishni soddalashtirish maqsadida faqat bitta to‘plangan yuk, juft yuk va tekis taqsimlangan yuk bilan yuklangan 6-chizmada keltirilgan to‘sinning egilish masalasini qarab chiqamiz.

Boshlang‘ich parametr usulidan foydalanishda quyidagi amallarni e’tiborga olish lozim:

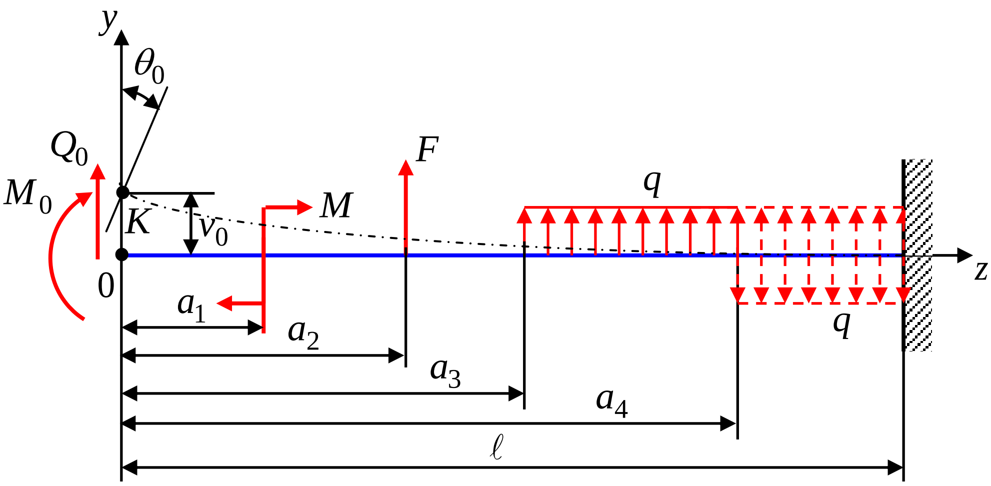
-koordinata boshini to‘sin chap uchiga joylashtiramiz va uni hamma oraliq uchun umumiy deb hisoblaymiz;

-eguvchi moment ifodasi qaralayotgan kesimdan chap tomonda joylashgan barcha sirtqi kuchlardan tuziladi;

- differensial tenglama ifodasiga kirgan sirtqi juft M kuch hadni $(z-a)^0$ binomga ko‘paytirish lozim; bunda $(z-a)^0=1$ bo‘lib, a juft M kuch qo‘yilgan kesim absissasi;

- barcha oraliqlar uchun tenglamalarni integrallashda qavslar ochilmasdan integrallanadi;

- agar tekis taqsimlangan yuk to‘sinning oxirgi o‘ng uchigacha etmagan bo‘lsa, uni to‘sin oxirgi uchigacha davom ettiramiz va yuk davom ettirilgan kesimdan uni muvozanatlashtiruvchi qarama – qarshi yo‘nalgan tekis taqsimlangan yuk bilan to‘sinni yuklaymiz (6-chizmada uzlukli chiziq bilan ko‘rsatilgan).



6-chizma. Elastik chiziq tenglamasini keltirib chiqarish uchun yuklangan to'sin.

Elastik chiziqning universal tenglamasini keltirib chiqarish uchun 6-chizmada keltirilgan besh oraliqli to'sinni qaraymiz. Koordinata boshi 0 bilan beshta oraliqning har birining birorta ixtiyoriy kesimi uchun eguvchi moment ifodasini tuzish mumkin.

Misol sifatida beshinchi oraliqning birorta ixtiyoriy kesimi uchun eguvchi moment ifodasini tuzamiz:

$$M_x(z) = M_0 + Q_0 z\big|_1 + M\big|_2 + F(z - a_2)\big|_3 + \\ + q\frac{(z-a_3)^2}{2}\bigg|_4 - q\frac{(z-a_4)^2}{2}\bigg|_5 . \qquad (4.1)$$

(4.1) ifodada har bir oraliqning eguvchi moment ifodasi vertikal chiziq indeksi bilan ajratib ko'rsatilgan.

Bu beshinchi oraliqdagi eguvchi moment ifodasiga barcha oraliqlardagi eguvchi moment ifodalari kiradi, chunki u eng oxirgi oraliqdir.

Qaralayotgan to'sinda eguvchi moment ifodasi to'rtinchi oraliq uchun yuqorida beshinchi oraliq uchun, keltirilgan tenglamadan osongina aniqlanadi. Bunda beshinchi oraliq uchun tegishli bo'lgan hadni tashlab yuborish yo'li bilan hosil qilish mumkin:

$$M(z) = M_0 + Q_0 z\big|_1 + M\big|_2 + F(z - a_2)\big|_3 + q\frac{(z-a_3)^2}{2}\bigg|_4 . \qquad (4.2)$$

Shuni aytib o'tish lozimki, $(z - a_1)$, $(z - a_2)$, $(z - a_3)$, $(z - a_4)$ ifodalar faqat musbat qiymatlarni qabul qiladi.

Bu tenglamalardagi eguvchi moment M_0 va ko‘ndalang kuchlar Q_0 koordinata boshi bilan ustma-ust tushgan nuqtalarda ta’sir etganligi uchun *statik boshlang‘ich parametrlar* deb ataladi.

Beshinchi oraliqning elastik chiziq differensial tenglamasini tuzamiz:

$$\frac{d^2v}{dz^2}(z)=\frac{1}{EI_x}\left[M_0z^0+Q_0z+M(z-a_1)^0+F(z-a_2)+\right.$$
$$\left.+q\frac{(z-a_3)^2}{2}-q\frac{(z-a_4)^2}{2}\right]. \tag{4.3}$$

Bu differensial tenglamaning ikki tomonini qavslarni ochmasdan integrallab burilish burchak tenglamasi ifodasini hosil qilamiz:

$$\theta(z)=\frac{dv}{dz}(z)=\frac{1}{EI_x}\left[M_0z+Q_0\frac{z^2}{2}+M(z-a_1)+F\frac{(z-a_2)^2}{2}+\right.$$
$$\left.+q\frac{(z-a_3)^3}{6}-q\frac{(z-a_4)^3}{6}+C_5\right] \tag{4.4}$$

Ikkinchi marta integrallab solqilik tenglamasi ifodasini hosil qilamiz:

$$v(z)=\frac{1}{EI_x}\left[M_0\frac{z^2}{2}+Q_0\frac{z^3}{6}+M\frac{(z-a_1)^2}{2}+F\frac{(z-a_2)^3}{6}+\right.$$
$$\left.+q\frac{(z-a_3)^4}{24}-q\frac{(z-a_4)^4}{24}+C_5z+D_5\right]. \tag{4.5}$$

To‘rtinchi oraliq uchun differensial tenglama quyidagicha ifodalanadi:

$$\frac{d^2v}{dz^2}(z)=\frac{1}{EI_x}\left[M_0z^0+Q_0z+M(z-a_1)^0+F(z-a_2)+q\frac{(z-a_3)^2}{2}\right]. \tag{4.6}$$

Bu differensial tenglamani integrallab burilish burchak va solqilik ifodalarini hosil qilamiz:

$$\theta(z)=\frac{dv}{dz}(z)=\frac{1}{EI_x}\left[M_0z+Q_0\frac{z^2}{2}+M(z-a_1)+F\frac{(z-a_2)^2}{2}+\right.$$
$$\left.+q\frac{(z-a_3)^3}{6}+C_4\right]. \tag{4.7}$$

$$v(z)=\frac{1}{EI_x}\left[M_0\frac{z^2}{2}+Q_0\frac{z^3}{6}+M\frac{(z-a_1)^2}{2}+F\frac{(z-a_2)^3}{6}+\right.$$

$$\left.+q\frac{(z-a_3)^4}{24}+C_4z+D_4\right].$$

(4.8)

Qaralayotgan to‘sinning beshta oraliqlari uchun yuqorigidek differensial tenglamalar tuzilib integrallansa burilish burchak va solqilik ifodalarida o‘nta integral doimiylari hosil bo‘ladi.

To‘sinning to‘rtinchi va beshinchi oraliqlari elastik chizig‘ining uzluksiz silliq tutashish sharti $z=a_4;\quad \theta_4(a_4)=\theta_5(a_4)$ dan foydalanib qo‘yidagini hosil qilamiz:

$$\frac{1}{EI_x}\left[M_0a_4+Q_0\frac{{a_4}^2}{2}+M(a_4-a_1)+F\frac{(a_4-a_2)^2}{2}+q\frac{(a_4-a_3)^3}{6}+C_4\right]=$$

$$=\frac{1}{EI_x}\left[M_0a_4+Q_0\frac{{a_4}^2}{2}+M(a_4-a_1)+F\frac{(a_4-a_2)^2}{2}+\right. \tag{4.9}$$

$$\left.+q\frac{(a_4-a_3)^3}{6}-q\frac{(a_4-a_4)^3}{6}+C_5\right].$$

Bu tenglikdan kelib chiqadiki:

$$C_4=C_5.$$

Elastik chizig‘ining to‘rtinchi va beshinchi oraliqlar uzluksiz silliq tutashish sharti $z=a_4;\quad v_4(a_4)=v_5(a_4)$ dan foydalanib qo‘yidagini hosil qilamiz:

$$\left[M_0\frac{a_4^2}{2}+Q_0\frac{a_4^3}{6}+M\frac{(a_4-a_1)^2}{2}+F\frac{(a_4-a_2)^3}{6}+q\frac{(a_4-a_3)^4}{24}+C_4a_4+D_4\right]=\left[M_0\frac{a_4^2}{2}+\right.$$

$$\left.+Q_0\frac{a_4^3}{6}+M\frac{(a_4-a_1)^2}{2}+F\frac{(a_4-a_2)^3}{6}+q\frac{(a_4-a_3)^4}{24}-q\frac{(a_4-a_4)^4}{24}+C_4a_4+D_5\right].$$

Bu tenglikdan quyidagini hosil qilamiz: $D_4=D_5$.

Xuddi shuningdek, barcha oraliqlar uchun yuqoridagi amallarni bajarib integral doimiylari quyidagicha bog‘lanishda bo‘lishini aniqlaymiz:

$$C_1=C_2=C_3=C_4=C_5=C. \tag{4.10}$$

$$D_1=D_2=D_3=D_4=D_5=D. \tag{4.11}$$

Bajargan bu amallardan ko‘rinadiki, o‘nta integrallash doimiysi ikkitaga keltirilishi mumkin ekan.

Demak, to‘sin oraliqlari soni nechta bo‘lishidan qa’tiy nazar integrallash doimiylarini ikkitaga keltirish mumkin. To‘sinning koordinata boshidagi burilish burchak θ_0, solqilik v_0 bilan belgilandi va *geometrik boshlang‘ich parametrlar* deb ataladi. Unda birinchi oraliqdagi burilish burchak va solqilik

$$\theta_1(z) = \frac{dv_1}{dz}(z) = \frac{1}{EI_x}\left[M_0 z + Q_0\frac{z^2}{2} + C\right].$$

$$v_1(z) = \frac{1}{EI_x}\left[M_0\frac{z^2}{2} + Q_0\frac{z^3}{6} + Cz + D\right].$$

(4.12)

ifodalaridan koordinata $(z=0)$ boshida $EI\theta_0 = C;\quad EIv_0 = D$ ekanligini aniqlash qiyin emas. Demak, integral doimiylari $C,\ D$ tegishligicha koordinata boshidagi burilish burchak va solqilik (boshlang‘ich parametrlarini) ifodalashiga ikkinchi bor ishonch hosil qildik. Integral doimiylari $C,\ D$ qiymatlarni beshinchi oraliqning burilish burchak va solqilik ifodalariga qo‘yib, ularni boshlang‘ich parametrlar $\theta_0;\quad v_0$ orqali quyidagi ko‘rinishda ifodalaymiz:

$$\theta(z) = \frac{dv_5}{dz}(z) = \theta_0 + \frac{1}{EI_x}\left[M_0 z + Q_0\frac{z^2}{2} + M\left(z-a_1\right) + F\frac{(z-a_2)^2}{2} + \right.$$
$$\left. + q\frac{(z-a_3)^3}{6} - q\frac{(z-a_4)^3}{6}\right]. \qquad (4.13)$$

$$v(z) = v_0 + \theta_0 z + \frac{1}{EI_x}\left[M_0\frac{z^2}{2} + Q_0\frac{z^3}{6} + M\frac{(z-a_1)^2}{2} + F\frac{(z-a_2)^3}{6} + \right.$$
$$\left. + q\frac{(z-a_3)^4}{24} - q\frac{(z-a_4)^4}{24}\right]. \qquad (4.14)$$

Elastik chiziqning solqilik tenglamasini bir nechta juft yuklar, to‘plangan yuklar va tekis taqsimlangan yuklar ta’siridan umumiy holda quyidagi ko‘rinishda ifodalash mumkin:

$$v(z) = v_0 + \theta_0 z + \frac{1}{EI_x}\left[M_0\frac{z^2}{2!} + Q_0\frac{z^3}{3!} + \sum M_i\frac{(z-a_i)^2}{2!} + \sum F_i\frac{(z-a_i)^3}{3!} + \right.$$
$$\left. + \sum q_i\frac{(z-a_i)^4}{4!} - \sum q_i\frac{(z-a_i)^4}{4!}\right]. \qquad (4.15)$$

Odatda, bu tenglama *elastik chiziqning universal tenglamasi* deb ataladi.

Universal formulani bir marta differensiallab kesimning burilish burchak tenglamasi ifodasini hosil qilamiz:

$$\theta(z) = \theta_0 + \frac{1}{EI_x}\left[M_0\frac{z}{1!} + Q_0\frac{z^3}{2!} + \sum M_i\frac{(z-a_i)}{1!} + \sum F_i\frac{(z-a_i)^2}{2!} + \right. \tag{4.16}$$
$$\left. + \sum q_i\frac{(z-a_i)^3}{3!} - \sum q_i^*\frac{(z-a_i)^3}{3!}\right].$$

Bu tenglamalardagi M_0 va Q_0 *statik boshlang‘ich parametrlar* to‘sinning muvozanatidan, *geometrik boshlang‘ich parametrlar* θ_0; v_0 esa to‘sinning mahkamlanish chegara shartlaridan aniqlanadi.

4-masala. 7-chizmada keltirilgan to‘sin uchun elastik chiziq tenglamasi ifodasi uriversal tenglama yordamida tuzilsin. Xarakterli A, B, D, G kesimlaridagi burilish burchak va solqilik tenglama ifodalari aniqlansin.

Yechish. A) Har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo‘naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum mom_D = M + R_A\ell - q\frac{\ell}{2}\left(\frac{\ell}{4}\right) - F\frac{\ell}{4} = 0. \qquad R_A = -\frac{5}{8}q\ell.$$

$$\sum mom_A = -F\left(\frac{5\ell}{4}\right) - R_D\ell + q\frac{\ell}{2}\left(\frac{3\ell}{4}\right) + M = 0. \qquad R_B = \frac{1}{8}q\ell.$$

b.Reaksiya kuchlarining to‘g‘ri aniqlanganligini tekshirish:

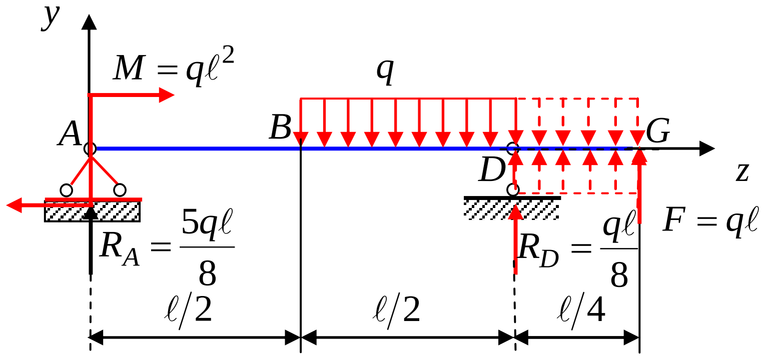
$$\sum Y = R_A - q\frac{\ell}{2} + R_D + F = 0; \qquad -\frac{5}{8}q\ell - q\frac{\ell}{2} + \frac{1}{8}q\ell + q\ell = 0; \qquad 0 \equiv 0.$$

d. Statik boshlang‘ich parametrlar $M_0 = q\ell^2$, $Q_0 = -\frac{5}{8}q\ell$ ma’lumligini e’tiborga olib qaralayotgan to‘sin elastik chizig‘ining universal tenglamasini, (4.15) umumiy universal tenglama asosida quyidagicha ifodalaymiz:

$$v = v_0 + \theta_0 z + \frac{1}{EI_x}\left[q\ell^2\frac{z^2}{2!} - \frac{5}{8}q\ell\frac{z^3}{3!} - q\frac{(z-\ell/2)^4}{4!} + \frac{1}{8}q\ell\frac{(z-\ell)^3}{3!} + q\frac{(z-\ell)^4}{4!}\right].$$

Universal tenglamani bir marta differensiallab burilish burchak tenglamasini hosil qilamiz:

$$\frac{dv}{dz}=\theta=\theta_0+\frac{1}{EI_x}\left[q\ell^2\frac{z}{1!}-\frac{5}{8}q\ell\frac{z^2}{2!}-q\frac{(z-\ell/2)^3}{3!}+\frac{1}{8}q\ell\frac{(z-\ell)^2}{2!}+q\frac{(z-\ell)^3}{3!}\right].$$



7-chizma. Konsolli to'sin.

Bu tenglamalardagi geometrik boshlang'ich parametrlarni aniqlashda to'sin uchun quyidagi chegara shartlaridan foydalanamiz:

1. To'sinning chap tayanchidagi $z=0$ bo'lgan kesim solqiligi $v_A=v(0)=v_0=0$ bo'ladi.

2. To'sinning D tayanchidagi $z=\ell$ bo'lgan kesim solqiligi $v_D(\ell)=0$ bo'ladi.

Birinchi tayanch shartidan $v_0=0$ ekanligi ma'lum. Unda ikkinchi tayanch chegara shartidan quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$v(\ell)=\theta_0\ell+\frac{1}{EI_x}\left[q\ell^2\frac{\ell^2}{2}-\frac{5}{8}q\ell\frac{\ell^3}{6}-q\frac{(\ell-\ell/2)^4}{24}+\frac{1}{8}q\ell\frac{(\ell-\ell)}{6}+q\frac{(\ell-\ell)^4}{24}\right]=0.$$

Bu tenglamada noma'lum bo'lgan boshlang'ich parametrni aniqlaymiz:

$$\theta_0=-\frac{1}{EI_x}\left[\frac{q\ell^3}{2}-\frac{5}{8}\frac{q\ell^3}{6}-q\frac{(\ell)^3}{384}\right],\ \text{bundan}\ \theta_0=-\frac{151}{384}\frac{q\ell^3}{EI_x}.$$

Unda to'sin elastik chizig'i va burilish burchak tenglamalarini quyidagicha ifodalash mumkin bo'ladi:

$$v=\frac{1}{EI_x}\left[-\frac{151q\ell^3}{384}z+q\ell^2\frac{z^2}{2!}-\frac{5}{8}q\ell\frac{z^3}{3!}-q\frac{(z-\ell/2)^4}{4!}+\frac{1}{8}q\ell\frac{(z-\ell)^3}{3!}+q\frac{(z-\ell)^4}{4!}\right].$$

$$\theta=\frac{1}{EI_x}\left[-\frac{151q\ell^3}{384}+q\ell^2\frac{z}{1!}-\frac{5}{8}q\ell\frac{z^2}{2!}-q\frac{(z-\ell/2)^3}{3!}+\frac{1}{8}q\ell\frac{(z-\ell)^2}{2!}+q\frac{(z-\ell)^3}{3!}\right].$$

To'sinning eng oxirgi nuqtasining $v_G(5\ell/4)$ solqilik va $\theta_G(5\ell/4)$ burilish burchakchagini topish uchun bu ifodalarga $z=5\ell/4$ ni qo'yib aniqlaymiz:

$$v_G\left(\frac{5}{4}\ell\right)=\left[-\frac{151}{384}\left(\frac{5}{4}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{5}{4}\right)^2-\frac{5}{48}\left(\frac{5}{4}\right)^3-\frac{1}{24}\left(\frac{3}{4}\right)^4+\frac{1}{48}\left(\frac{1}{4}\right)^3+\frac{1}{24}\left(\frac{1}{4}\right)^4\right]\frac{q\ell^4}{EI_x}.$$

Bundan

$$v_G\left(\frac{5}{4}\ell\right)=0{,}07356\frac{q\ell^4}{EI_x}.$$

$$\theta_G\left(\frac{5}{4}\ell\right)=\left[-\frac{151}{384}+\left(\frac{5}{4}\right)-\frac{5}{16}\left(\frac{5}{4}\right)^2-\frac{1}{6}\left(\frac{3}{4}\right)^3+\frac{1}{16}\left(\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{6}\left(\frac{1}{4}\right)^3\right]\frac{q\ell^3}{EI_x}.$$

Bundan

$$\theta_G\left(\frac{5}{4}\ell\right)=0{,}30469\frac{q\ell^3}{EI_x}.$$

To‘sin ravog‘I o‘rtasidagi B nuqtaning v_B solqilik va burilish burchakchagini topish maqsadida bu ifodalarga $z=\ell/2$ ni qo‘yamiz. Bu nuqta birinchi va ikkinchi oraliqlarning tutashgan nuqtasi bo‘lgani uchun birinchi oraliqning universal tenglamasidan foydalanamiz, ya’ni universal formuladagi birinchi oraliqqa tegishli bo‘lmagan ikkinchi va uchinchi oraliqlarga tegishli bo‘lgan hadlarni tashlab yuboramiz, unda quyidagilarni hosil qilamiz :

$$v=\frac{1}{EI_x}\left[-\frac{151q\ell^3}{384}z+q\ell^2\frac{z^2}{2!}-\frac{5}{8}q\ell\frac{z^3}{3!}\right].$$

$$\theta=\frac{1}{EI_x}\left[-\frac{151q\ell^3}{384}+q\ell^2\frac{z}{1!}-\frac{5}{8}q\ell\frac{z^2}{2!}\right].$$

Bularga $z=\ell/2$ qo‘yib burilish burchak va solqilik qiymatlarini aniqlaymiz:

$$v_B\left(\frac{1}{2}\ell\right)=\left[-\frac{151}{384}\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{48}\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]\frac{q\ell^4}{EI_x}.$$

Bundan

$$v_B\left(\frac{1}{2}\ell\right)=-0{,}08464\frac{q\ell^4}{EI_x}. \qquad \theta_B\left(\frac{1}{2}\ell\right)=\left[-\frac{151}{384}+\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{5}{16}\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]\frac{q\ell^3}{EI_x}.$$

Bundan

$$\theta_B\left(\frac{1}{2}\ell\right)=-0{,}04948\frac{q\ell^3}{EI_x}.$$

Ko‘rib chiqilgan masalalardan boshlang‘ich parametr usuli bilan to‘sin kesimlaridagi burilish burchak va solqilik ifodalarini quyidagi tartibda aniqlanishini ko‘rsatish mumkin:

-tayanch reaksiyalari aniqlanadi;

-burilish burchak ifodasi (16) formula va solqilik ifodasi (4.15) universal formula yordamida tuziladi;

-tuzilgan universal tenglamadagi noma'lum boshlang'ich parametrlar chegara shartlaridan foydalanib aniqlanadi;

- noma'lum boshlang'ich parametrlarni universal tenglamaga qo'yib to'sinning kerakli kesimdagi burilish burchak va solqilik tenglamalari ifodalari tuziladi;

-to'sinning kerakli kesimidagi burilish burchak (4.15) solqilik (4.16) formulalardan aniqlanadi.

Masalani yechish tartibi

1. Berilgan balkaga ZOY koordinatalar sistemasini joylashtiramiz.
2. Tayanch turlarini aniqlaymiz va tashqi kuchlar ta'sirida hosil bo'ladigan reaksiya kuchlarini qo'yamiz.
3. Tayanch reaksiya kuchlarini aniqlash uchun statikaning muvozanat tenglamalarini $\begin{cases} \Sigma F_z = 0, \\ \Sigma F_y = 0, \\ \Sigma M_A = 0 \end{cases}$ yoki $\begin{cases} \Sigma F_y = 0, \\ \Sigma M_A = 0 \\ \Sigma M_B = 0 \end{cases}$ tuzamiz.
4. Tuzilgan muvozanat tenglamalarini birgalikda yechib noma'lum tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz.
5. Aniqlangan tayanch reaksiya kuchlarini to'g'ri topilganligini balkaning biror C nuqtasiga nisbatan olingan $\Sigma M_C = 0$ moment tenglamasi yordamida yoki $\Sigma F_y = 0$ muvozanat tenglamasi yordamida tekshiramiz.
6. Balka nechta uchastkadan iborat ekanligini aniqlaymiz va kesish usulidan foydalanib har bir uchastkaning biror nuqtasidan kesim olib kesimning o'ng qismini tashlab, qoldirilgan chap qismi uchun statikaning $\Sigma M_c(x) = 0,\ \Sigma F_y = 0$ muvozanat tenglamalarini tuzamiz.

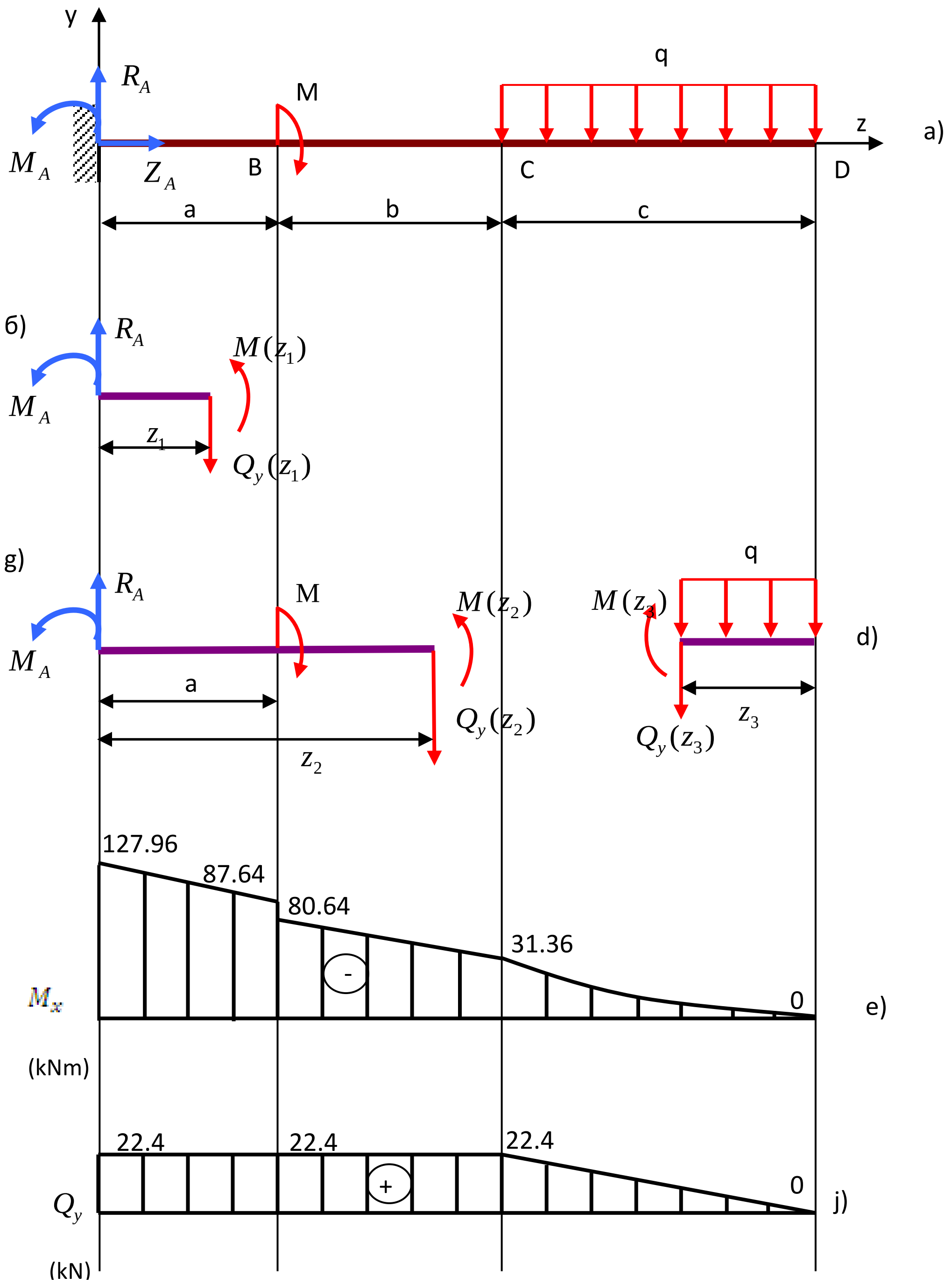
   Har bir kesim uchun tuzilgan muvozanat tenglamalaridan noma'lum $M(z),\ Q(z)$ ichki zo'riqish kuchlarini ifodasini aniqlaymiz.
7. Topilgan $M_i(z), Q_i(z)$ qiymatlari asosida $M(z)$ eguvchi moment va $Q(z)$ kesuvchi kuchlarni epyurasini quramiz. Epyuralarni to'g'ri qurilganligini tekshiramiz.
8. Balkani normal kuchlanishlarga nisbatan mustahkamlik $\sigma_{\max} = \dfrac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]$

   shartidan ko'ndalang kesim yuzini tanlaymiz.
9. Bikrlik sharti $f \leq [f]$ tekshiriladi va $l/400$ nisbatga taqqoslanadi.

Masala. Ko‘ndalang kesimi qo‘shtavrdan iborat bo‘lgan to’sin uchun ko‘ndalang kesimidagi eguvchi moment va kesuvchi kuch epyuralari qurilsin, ko‘ndalang kesim yuzi tanlansin, to’sin egilgan o‘qining taqribiy differensial tenglamasini to‘g‘ridan-to‘g‘ri integrallash yo‘li bilan erkin uchidagi ko‘chish va aylanish burchagi aniqlansin.

$\text{à} = 1{,}8\,m,\ \ b = 2{,}2\,m,\ \ \tilde{n} = 2{,}8\,m,\ \ \text{Ð} = 2\,kN,\ \text{Ì} \ \ = 7\,kNm,\quad q = 8\,kN/m$

$[\sigma] = 160\,\text{ÌÐà}\ \ ,\ \text{Å} = 2 \cdot 10^{11}\ N/m^2$



1- chizma.

1. Berilgan to’singa ZOY koordinata boshini to’sinni chap uchiga, y o‘qini musbat yo‘nalishini vertikal yuqoriga, z o‘qini gorizontal o‘ngga yo‘naltirib joylashtiramiz.

2.Tayanch qistirib mahkamlangan tayanch bo‘lganligi uchun 3 ta reaksiya kuchi hosil bo‘ladi va tashqi kuchlar ta’sirida hosil bo‘ladigan reaksiya kuchi Z_A ni gorizontal o‘ngga, R_A vertikal yuqoriga, M_A reaktiv momentni soat millariga qarama-qarshi yo‘nalishda ko‘rsatilgandek yo‘naltiramiz (1-chizma, a).

3.Tayanch reaksiya kuchlarini aniqlash uchun statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz.

$$\begin{cases} \Sigma F_z = Z_A = 0 \\ \Sigma F_y = R_A - q \cdot c = 0 \\ \Sigma M_A = -M_A + M + q \cdot c(a + b + c/2) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

4. Tuzilgan muvozanat tenglamalarini birgalikda yechib noma’lum tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz.

$$\begin{aligned} &Z_A = 0, \\ &R_A = q \cdot c = 8 \cdot 2{,}8 = 22{,}4\ kH \\ &M_A = M + q \cdot c\left(a + b + \frac{c}{2}\right) = 7 + 8 \cdot 2{,}8(1{,}8 + 2{,}2 + 1{,}4) = 7 + 120{,}96 = 127{,}96 kHH \end{aligned} \quad (2)$$

5. Aniqlangan tayanch reaksiya kuchlarini to‘g‘ri topilganligini erkin uchiga nisbatan olingan moment $\Sigma M_D = 0$ tenglamasi yordamida tekshiramiz.

$$\Sigma M_c = -M_A + R_A \cdot (a + b + c) + M - q \cdot c\frac{c}{2} = 0 \quad (3)$$

$$-127{,}96 + 22{,}4(1{,}8 + 2{,}2 + 2{,}8) + 7 - 8 \cdot 2{,}8 \cdot \frac{2{,}8}{2} = -127{,}96 + 22{,}4 \cdot 6{,}8 + 7 - 31{,}36 =$$
$$= -127{,}96 + 152{,}32 + 7 - 31{,}36 = 0$$

(3) tenglama ayniyatga aylandi demak tayanch reaksiya kuchlarini to‘g‘ri topibmiz.

6. Berilgan to’sin 3 ta AB, BC, CD oraliqlardan iborat (1-chizma, a).

1-oraliq $0 \le z_1 \le a = 1{,}8m$

Kesish usulidan foydalanib AB uchastkaning biror nuqtasidan kesim olib kesimning o‘ng qismini tashlab, qoldirilgan qismiga ta’sir etuvchi barcha kuchlarni kesim markaziga nisbatan moment tenglamasini tuzamiz, y o‘qiga proeksiyalaymiz (1-chizma, b).

$$\begin{cases} -M(z_1)+R_A\cdot z_1-M_A=0 \\ -Q(z_1)+R_A=0 \end{cases}$$

$M(z_1)$ eguvchi moment va $Q(z_1)$ kesuvchi kuchlarni ifodalarini aniqlaymiz

$$\begin{cases} M(z_1)=R_A\cdot z_1-M_A \\ Q(z_1)=R_A \end{cases} \tag{4}$$

$$z_1=0 \text{ da} \qquad \begin{cases} M(0)=-M_A=127{,}96\ kNm; \\ Q(0)=R_A=22{,}4\,kN \end{cases} \tag{4.1}$$

$$z_1=\text{à}=1{,}8m \text{ da} \quad \begin{cases} \text{Ì}\ (1{,}8)=22{,}4\cdot 1{,}8-127{,}96=-87{,}64\,kNm \\ Q(1{,}8)=R_A=22{,}4\,kN \end{cases} \tag{4.2}$$

2-oraliqda $a\le z_2\le a+b$, ya’ni $1{,}8\le z_2\le 4\,m$

Kesish usulidan foydalanib BC uchastkaning biror nuqtasidan kesim olib kesimning o‘ng qismini tashlab, qoldirilgan qismiga ta’sir etuvchi barcha kuchlarni kesim markaziga nisbatan moment tenglamasini tuzamiz, y o‘qiga proeksiyalaymiz (1-chizma, g).

$$\begin{cases} -M(z_2)+R_A\cdot z_2-M_A+M=0 \\ -Q(z_2)+R_A=0 \end{cases}$$

$M(z_2)$ eguvchi moment va $Q(z_2)$ kesuvchi kuchlarni ifodalarini aniqlaymiz

$$\begin{cases} M(z_2)=R_A\cdot z_2-M_A+M \\ Q(z_2)=R_A \end{cases} \tag{5}$$

$$z_2=a=1{,}8m \text{ da} \quad \begin{cases} M(1{,}8)\ \ 22{,}4\cdot 1{,}8-127{,}96+7-80{,}64\,kNm, \\ Q(1{,}8)=22{,}4\ kN \end{cases} \tag{5.1}$$

$$z_2=\text{à}+\ell=4m \text{ da} \quad \begin{cases} M(4)=22{,}4\cdot 4-127{,}96+7=-31{,}36\ kNm, \\ Q(4)=22{,}4\ kN \end{cases} \tag{5.2}$$

3-oraliq $0\le z_2\le \tilde{n}=2{,}8\,m$

Kesish usulidan foydalanib CD uchastkaning biror nuqtasidan kesim olib kesimning chap qismini tashlab, qoldirilgan qismiga ta’sir etuvchi barcha kuchlarni kesim markaziga nisbatan moment tenglamasini tuzamiz, y o‘qiga proeksiyalaymiz (1-chizma, d).

$$\begin{cases} -M(z_3) - q\dfrac{z_3^2}{2} = 0 \\ -Q(z_3) + qz_3 = 0 \end{cases}$$

$M(z_3)$ eguvchi moment va $Q(z_3)$ kesuvchi kuchlarni ifodalarini aniqlaymiz

$$\begin{cases} M(z_3) = -q\dfrac{z_3^2}{2} \\ Q(z_3) = qz_3 \end{cases} \tag{6}$$

$$z_3 = 0 \text{ da } \begin{cases} M(0) = 0, \\ Q(0) = 0 \end{cases} \tag{6.1}$$

$$z_3 = 2{,}8\,m \text{ da} \begin{cases} \grave{I}\ (2{,}8) = -8 \cdot \dfrac{2{,}8^2}{2} = -31{,}36\,kNm, \\ Q(2{,}8) = 8 \cdot 2{,}8 = 22{,}4\,kN \end{cases} \tag{6.2}$$

7. Topilgan (4.1), (4.2), (5.1), (5.2), (6.1), (6.2) qiymatlari asosida $M(z)$ eguvchi moment va $Q(z)$ kesuvchi kuchlarni epyurasini quramiz (1-chizma, e,j).

Epyuralarni to‘g‘ri qurilganligini tekshiramiz.

8. To’sinni normal kuchlanishlarga nisbatan mustahkamlikka $\sigma_{\max} = \dfrac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]$ formula orqali tekshiriladi, ushbu formula yordamida ko‘ndalang kesim yuzini tanlaymiz.

$\sigma_{\max}$ - to’sin ko‘ndalang kesimida hosil bo‘ladigan maksimal kuchlanish

$M_{\max}$ - to’sin ko‘ndalang kesimida hosil bo‘ladigan eguvchi momentning maksimal absalyut qiymati

W_x - ko‘ndalang kesimning *x* o‘qiga nisbatan qarshilik momenti

$[\sigma]=160МПа$ -berilgan to’sin materiali uchun ruxsat etilgan normal kuchlanish

$$W_x \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{127{,}96\cdot 10^3 N\cdot m}{160\cdot 10^6 \frac{N}{m^2}} = \frac{127{,}96}{160}\cdot 10^{-3}\cdot m^3 = \frac{127{,}96\cdot 60^3}{160} sm^3 = 799{,}75 sm^3$$

GOST-8239-72 bo‘yicha qarshilik momenti $W_x = 799{,}75 sm^3$ dan katta bo‘lgan №40 qo‘shtavrni tanlaymiz.

$$W_x = 953 sm^3, J_x = 19062 sm^4, F = 72{,}6 sm^2 \qquad (7)$$

Bikrlik sharti $f \leq [f]$ tekshiriladi va $l/400$ nisbatga taqqoslanadi.

To’sinning har bir uchastkasining biror nuqtasidan kesim olamiz va o‘ng qismini tashlab qoldirilgan qismiga ta’sir etuvchi barcha kuchlarni kesim markaziga nisbatan moment tenglamalarini tuzamiz

$$\begin{cases} -M_1(z_1)+R_A\cdot z_1 - M_A = 0 \\ -M_2(z_2)+R_A\cdot z_2 - M_A + M = 0 \\ -M_3(z_3)+R_A\cdot z_3 - M_A + M - q\dfrac{(z_3-a-b)^2}{2} = 0 \end{cases}$$

moment tenglamalaridan birinchi, ikkinchi va uchinchi uchastka kesimlarida hosil bo‘ladigan eguvchi moment $M_1(z_1)$, $M_2(z_2)$, $M_3(z_3)$ ifodalarini aniqlaymiz

$$\begin{cases} M_1(z_1)=R_A\cdot z_1 - M_A \\ M_2(z_2)=R_A\cdot z_2 - M_A + M \\ M_3(z_3)=R_A\cdot z_3 - M_A + M - q\dfrac{(z_3-a-b)^2}{2} \end{cases} \qquad (8)$$

$M_1(z_1)$, $M_2(z_2)$, $M_3(z_3)$ eguvchi moment ifodalarini to’sin egilgan o‘qining taqribiy differensial tenglamasiga

$$v''(z) = \frac{M(z)}{EJ_x} \qquad (9)$$

qo‘yamiz va har bir uchastka uchun to’sin egilgan o‘qining quyidagi taqribiy differensial tenglamasini hosil qilamiz

$$\begin{cases} v_1''(z_1) = \dfrac{M_1(z_1)}{EJ_x} = \dfrac{1}{EJ_x}\left(R_A \cdot z_1 - M_A\right) \\ v_2''(z_2) = \dfrac{M_2(z_2)}{EJ_x} = \dfrac{1}{EJ_x}\left(R_A \cdot z_2 - M_A + M(z_2 - a)^0\right) \\ v_3''(z_3) = \dfrac{M_3(z_3)}{EJ_x} = \dfrac{1}{EJ_x}\left[R_A \cdot z_{3.} - M_A + M(z_2 - a)^0 - q\dfrac{(z_3 - a - b)^2}{2}\right] \end{cases} \tag{10}$$

Hosil qilingan (10) differensial tenglamalarni ikki marta integrallaymiz

$$\begin{cases} v_1'(z_1) = \dfrac{1}{EJ_x}\left(R_A\dfrac{z_1^2}{2} - M_A \cdot z_1\right) + C_1 \\ v_2'(z_2) = \dfrac{1}{EJ_x}\left(R_A\dfrac{z_2^2}{2} - M_A \cdot z_2 + M(z_2 - a)\right) + C_2 \\ v_3'(z_3) = \dfrac{1}{EJ_x}\left[R_A\dfrac{z_3^2}{2} - M_A \cdot z_3 + M \cdot (z_3 - a) - q\dfrac{(z_3 - a - b)^3}{6}\right] + C_3 \end{cases} \tag{11}$$

$$\begin{cases} v_1(z_1) = \dfrac{1}{EJ_x}\left[R_A\dfrac{z_1^3}{6} - M_A \cdot \dfrac{z_1^2}{2}\right] + C_1 z_1 + D_1 \\ v_2(z_2) = \dfrac{1}{EJ_x}\left(R_A\dfrac{z_2^3}{6} - M_A \cdot \dfrac{z_2^2}{2} + M\dfrac{(z_2 - a)^2}{2}\right) + C_2 z_2 + D_2 \\ v_3(z_3) = \dfrac{1}{EJ_x}\left[R_A \cdot \dfrac{z_3^2}{6} - M_A \cdot \dfrac{z_3^2}{2} + M \cdot \dfrac{(z_3 - a)^2}{2} - q\dfrac{(z_3 - a - b)^4}{24}\right] + C_3 z_3 + D_3 \end{cases} \tag{12}$$

$z = a$ bo‘lganda birinchi uchastkaning oxiri va ikkinchi uchastkaning boshida aylanish burchaklari $v_1'(a) = v_2'(a)$ tengligidan

$$\frac{1}{EJ_x}\left[R_A \cdot \frac{a^2}{2} - M_A \cdot a\right] + C_1 = \frac{1}{EJ_x}\left[R_A \cdot \frac{a^2}{2} - M_A \cdot a + M \cdot 0\right] + C_2$$

$$C_1 = C_2 \text{ bo‘ladi,} \tag{13}$$

$z = a$ bo‘lganda birinchi uchastkaning oxiri va ikkinchi uchastkaning boshida ko‘chishlar $v_1(\grave{a}) = v_2(\grave{a})$ tengligidan

$$\frac{1}{EJ_x}\left[R_A \cdot \frac{a^3}{6} - M_A \cdot \frac{a^2}{2}\right] + C_1 a + D_1 = \frac{1}{EJ_x}\left[R_A \cdot \frac{a^3}{6} - M_A \cdot \frac{a^2}{2} + 0\right] + C_2 a + D_2$$

$$D_1 = D_2 \text{ bo‘ladi,} \tag{14}$$

$z=a+b$ bo‘lganda ikkinchi uchastkaning oxiri va uchinchi uchastkaning boshida aylanish burchaklari $v_2'(a+b)=v_3'(a+b)$ tengligidan

$$\frac{1}{EJ_x}\left[R_A\cdot\frac{(a+b)^2}{2}-M_A\cdot(a+b)+M\cdot b\right]+C_2=\frac{1}{EJ_x}\left[R_A\cdot\frac{(a+b)^2}{2}-M_A(a+b)+M\cdot b-q\cdot\frac{0}{6}\right]+C_3$$

$$C_2=C_3 \text{ bo‘ladi,} \qquad (15)$$

$z=a+b$ bo‘lganda ikkinchi uchastkaning oxiri va uchinchi uchastkaning boshida ko‘chishlar $v_2(a+b)=v_3(a+b)$ tengligidan

$$\frac{1}{EJ_x}\left[R_A\cdot\frac{(a+b)^3}{6}-M_A\cdot\frac{(a+b)^2}{2}+M\cdot b^2\right]+C_2\cdot(a+b)+D_2=$$
$$=\frac{1}{EJ_x}\left[R_A\cdot\frac{(a+b)^3}{6}-M_A\frac{(a+b)^2}{2}+M\cdot b^2-q\frac{0^4}{24}\right]+C_3(a+b)+D_3$$

$$D_2=D_3 \text{ bo‘ladi} \qquad (16)$$

(13), (14), (15), (16) lardan quyidagi kelib chiqadi

$$C_1=C_2=C_3=C,\ D_3=D_2=D_1=D \qquad (17)$$

(17) ni hisobga olsak (11), (12) formulalarni uchinchisi

$$\begin{cases} v'(z)=\dfrac{1}{EJ_x}\left[R_A\cdot\dfrac{z^2}{2}-M_A\cdot z\,|_I+M\cdot(z-a)|_{II}-q\dfrac{(z-a-b)^3}{6}\,|_{III}\right]+C \\ v(z)=\dfrac{1}{EJ_x}\left[R_A\dfrac{z^3}{6}-M_A\cdot\dfrac{z^2}{2}\,|_I\ M\dfrac{(z-a)^2}{2}\,|_{II}-q\dfrac{(z-a-b)^4}{24}\,|_{III}\right]+Cz+D \end{cases} \qquad (18)$$

ko‘rinishni oladi, integrallashdan hosil bo‘lgan C va D o‘zgarmaslarni chegaraviy shartlar, ya’ni koordinata boshida ko‘chish va aylanish burchagi nolga tengligidan aniqlaymiz

$$z=0 \text{ da } v'(o)=0,\quad \frac{1}{EJ_x}\left[R_A\cdot\frac{0^2}{2}-M_A\cdot 0\right]+C=0\ \Rightarrow C=0$$

$$z=0 \text{ da } v(0)=0,\quad \frac{1}{EJ_x}\left[R_A\cdot\frac{0^3}{6}-M_A\cdot\frac{0^2}{2}\right]+C\cdot 0+D=0\ \Rightarrow D=0$$

topilgan C va D ni qiymatlarini (18) ga qo‘yib quyidagicha yozamiz

$$v'(z)=\frac{1}{EJ_x}\left[R_A\cdot\frac{z^2}{2}-M_A\cdot z\,\Big|_I+M\cdot(z-a)\Big|_{II}-q\frac{(z-a-b)^3}{6}\Big|_{III}\right] \qquad (19)$$

$$v(z)=\frac{1}{EJ_x}\left[R_A\frac{z^3}{6}-M_A\cdot\frac{z^2}{2}\Big|_I\;M\frac{(z-a)^2}{2}\Big|_{II}-q\frac{(z-a-b)^4}{24}\Big|_{III}\right] \qquad (20)$$

Hosil qilingan (19) va (20) formulalar yordamida to’sinning ixtiyoriy kesimidagi aylanish burchagini va ko‘chishini aniqlashimiz mumkin.

To’sinning erkin uchidagi salqiligini aniqlaymiz buning uchun (20) ifodani qiymatini $z=6{,}8\,m$ da hisoblaymiz

$$v(6{,}8)=\frac{10^3}{EJ_x}\left[22{,}4\cdot\frac{6{,}8^3}{6}-127{,}96\cdot\frac{6{,}8^2}{2}+7\cdot\frac{5^2}{2}-8\cdot\frac{2{,}8^4}{24}\right]=$$

$$=\frac{10^3}{EJ_x}\left[1173{,}88-2958{,}44+87{,}5-20{,}49\right]=-\frac{1717{,}55\cdot10^3}{EJ_x}$$

to’sin erkin uchining ko‘chishi $v(6{,}8)=-\dfrac{1717{,}55\cdot10^3}{EJ_x}$ ifodasidagi J_x inetsiya momntiga (7) dagi $J_x=19062\,sm^4$ ni qo‘yib

$$v(6{,}8)=-\frac{1717{,}5442\cdot10^3}{EJ_x}=-\frac{1717{,}5442\cdot10^3}{2\cdot10^{11}\cdot19062\cdot10^{-8}}=-0{,}045052m=-4{,}5052sm$$

ni hosil qilamiz bu esa to’sinni erkin uchidagi

$$\frac{\ell}{400}=\frac{6{,}8m}{400}=\frac{680}{400}=1{,}7\,sm \qquad (21)$$

ko‘chishdan katta $f\le[f]$ shart bajarilishi uchun ko‘ndalang kesimi kattaroq bo‘lgan №45 qo‘shtavrni olamiz

№45 qo‘shtavr $J_x=27696sm^4$

$$v(6{,}8)=-\frac{-1717{,}54\cdot10^3}{2\cdot10^{11}\cdot27696\cdot10^{-8}}=-0{,}031m=-3{,}1sm$$ (21) shart bajarilmadi

$N50$ qo‘shtavr $J_x=39727sm^4$

$$v(6{,}8)=-\frac{-1717{,}54\cdot10^3}{2\cdot10^{11}\cdot39727\cdot10^{-8}}=-0{,}02162m=-2{,}162sm$$ (21) shart bajarilmadi

$N55$ qo‘shtavr $J_x=55962\,sm^4$

$$v(6{,}8) = -\frac{-1717{,}5442 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 55962 \cdot 10^{-8}} = -0{,}01535m = -1.535sm$$ (21) shart bajarildi

endi to’sinning erkin uchidagi aylanish burchagini aniqlaymiz buning uchun (19) ifodani qiymatini $z = 6{,}8\ m$ da hisoblaymiz

$$v'(6{,}8) = -\frac{346{,}509 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 55962 \cdot 10^{-8}} = -0{,}0030959rad = -0{,}1774gradus$$

2- Masala. Ko‘ndalang kesimi qo‘shtavrdan iborat bo‘lgan to’sin uchun ko‘ndalang kesimidagi eguvchi moment va kesuvchi kuch epyuralari qurilsin, ko‘ndalang kesim yuzi tanlansin, boshlang‘ich parametrlar usuli yordamida tayanchlardagi aylanish burchaklari va tayanchlar o‘rtasidagi ko‘chish aniqlansin. $à = 1{,}8m,\ b = 2{,}2m,\ ñ = 2{,}8m,\ d = 1{,}8m,\ Ð = 2kN,\ Ì = 7kNm,\ q = 8kN/m$

$[\sigma] = 160ÌPa$, $Å = 2 \cdot 10^{11}\ N/m^2$

Yechish 1. Berilgan to’singa ZOY koordinata boshini to’sinni chap uchiga, y o‘qini musbat yo‘nalishini vertikal yuqoriga, z o‘qini gorizontal o‘ngga yo‘naltirib joylashtiramiz.

2. To’sinning chap tayanchi sharnirli qo‘zg‘almas tayanch bo‘lganligi uchun unda ikkita, o‘ng tayanch sharnirli qo‘zg‘aluvchan tayanch bo‘lganligi uchun bitta tayanch reatsiya kuchi hosil bo‘ladi. Bu tayanch reaksiya kuchlarini yo‘nalishlarini rasmda ko‘rsatilgandek yo‘naltiramiz (2-chizma, a).

3. Tayanch reaksiya kuchlarini aniqlash uchun statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz.

$$\begin{cases} \Sigma F_z = Z_A = 0 \\ \Sigma F_y = Y_A - q(a+b) - P + Y_B = 0 \\ \Sigma M_A = -q \cdot \dfrac{a^2}{2} + q\dfrac{b^2}{2} + P \cdot (b+c) - Y_B \cdot (b+c+d) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

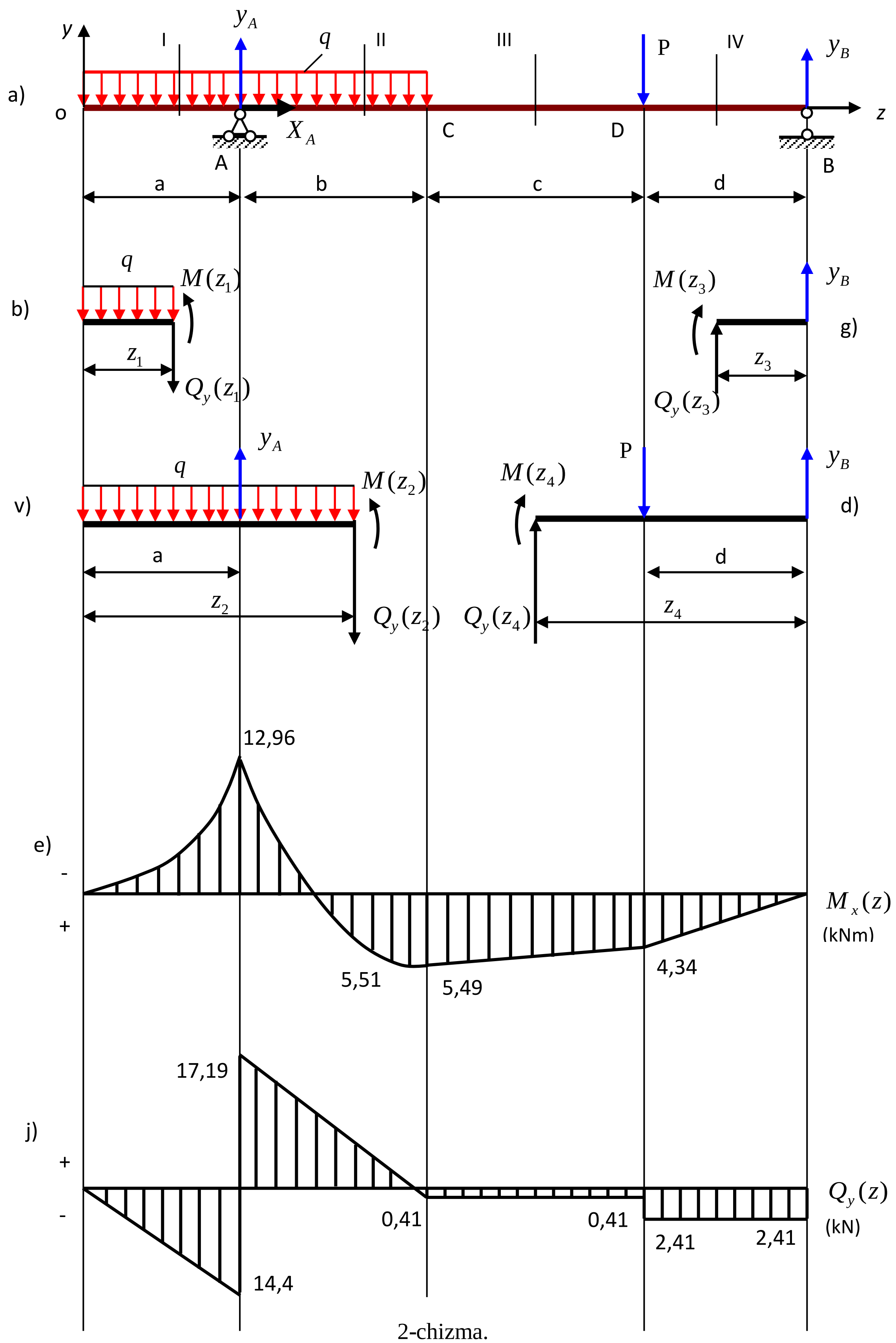
4. Tuzilgan (1) muvozanat tenglamalaridan Z_A, Y_A, Y_B noma’lum tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz.

$$Z_A = 0$$

$$Ó_{À} = q(a+b) + Ð - Ó_{Â} = 8 \cdot 4 + 2 - \frac{41}{17} = \frac{34 \cdot 17 - 41}{17} = \frac{537}{17}\ kN$$

$$Ó_{Â} = \frac{1}{b+ñ+d}\left[P(b+ñ) + \frac{qb^2}{2} - q\frac{a^2}{2}\right] = \frac{1}{6{,}8}\left[2 \cdot 5 + 4 \cdot 2{,}2^2 - 4 \cdot 1{,}8^2\right] = \tag{2}$$

$$= \frac{1}{6{,}8}\left[10 + 4 \cdot 4 \cdot 0{,}4\right] = \frac{16{,}4}{6{,}8} = \frac{82}{34} = \frac{41}{17}\ kN$$



a)
o
y
I
y_A
q
II
III
P
IV
y_B
z
X_A
A
C
D
B
a
b
c
d
b)
q
$M(z_1)$
z_1
$Q_y(z_1)$
$M(z_3)$
y_B
g)
z_3
$Q_y(z_3)$
v)
y_A
q
$M(z_2)$
a
z_2
$Q_y(z_2)$
P
$M(z_4)$
y_B
d)
d
$Q_y(z_4)$
z_4
e)
12,96
-
+
$M_x(z)$
(kNm)
5,51
5,49
4,34
j)
17,19
+
-
$Q_y(z)$
(kN)
0,41
0,41
2,41
2,41
14,4

2-chizma.

Tayanch reaksiya kuchlarini to‘g‘ri aniqlanganligini koordinata boshiga nisbatan olingan $\Sigma M_0 = 0$ moment tenglamasi yordamida tekshiramiz.

$$\Sigma M_0 = q\frac{(a+b)^2}{2} - У_A \cdot a + P(a+b+c) - У_B \cdot (a+b+c+d) = 0, \qquad (3)$$

$$4\cdot 4^2 - \frac{537}{17}\cdot 1{,}8 + 2\cdot 6{,}8 - \frac{41}{17}\cdot 8{,}6 = 64 - \frac{966{,}6}{17} + 13{,}6 - \frac{352{,}6}{17} = 77{,}6 - \frac{1319{,}2}{17} = 0;$$

(3) tenglama ayniyatga aylandi demak tayanch reaksiya kuchlarini to‘g‘ri topibmiz.

6. Berilgan to’sin 4 ta OA, AC, CD, DB uchastkalardan iborat

(2-chizma, a). Kesish usulidan foydalanib OA uchastkaning biror nuqtasidan kesim olib kesimning o‘ng qismini tashlab, qoldirilgan qismiga ta’sir etuvchi barcha kuchlarni kesim markaziga nisbatan moment tenglamasini tuzamiz, y o‘qiga proeksiyalaymiz (1-chizma, b).

1-oraliq $0 \le z_1 \le a = 1{,}8m$

$$\begin{cases} M(z_1) = -q\dfrac{z_1^2}{2} \\ Q(z_1) = -qz_1 \end{cases} \qquad (4)$$

$$z_1 = 0 \text{ bo‘lganda } \begin{cases} M(0) = 0, \\ Q(0) = 0, \end{cases} \qquad (4.1)$$

$$z_1 = 1{,}8m \text{ bo‘lganda } \begin{cases} Ì\ (1{,}8) = -8\cdot\dfrac{1{,}8^2}{2} = -12{,}96\ kNm; \\ Q(1{,}8) = -8\cdot 1{,}8 = -14{,}4\ kN \end{cases} \qquad (4.2)$$

Kesish usulidan foydalanib AC uchastkaning biror nuqtasidan kesim olib kesimning o‘ng qismini tashlab, qoldirilgan qismiga ta’sir etuvchi barcha kuchlarni kesim markaziga nisbatan moment tenglamasini tuzamiz, *y* o‘qiga proeksiyalaymiz (2-chizma, v).

2- oraliq $a \le z_2 \le a + â = 4m$

$$\begin{cases} M(z_2) = -q\cdot a\left(z_2 - \dfrac{a}{2}\right) + У_A\cdot(z_2 - a) - q\cdot\dfrac{(z_2-a)^2}{2} \\ Q(z_2) = У_A - q\cdot z_2 \end{cases} \qquad (5)$$

$$z_2 = a = 1{,}8m \text{ bo‘lganda } \begin{cases} \text{Ì}\ (1{,}8) \ = -\dfrac{qa^2}{2} = -8 \cdot \dfrac{1.8^2}{2} = -12{,}96\ kNm \\ Q(1{,}8) = \dfrac{537}{17} - 8 \cdot 1{,}8 = \dfrac{292{,}2}{17} = \dfrac{1461}{83} = 17{,}19kN \end{cases} \tag{5.1}$$

$z_2 = \text{à} + b = 4m$ bo‘lganda

$$\begin{cases} \text{Ì}\ (4) = 8 \cdot 1{,}8 \cdot (4 - 0{,}9) + \dfrac{537}{17} \cdot (4 - 1{,}8) - 4 \cdot (4 - 1{,}8) = -44{,}64 + \dfrac{1181{,}4}{17} - 19{,}36 = 5{,}49\text{ê}Nm \\ Q(4) = \dfrac{537}{17} - 8 \cdot 4 = -\dfrac{7}{17}\text{ê}N \end{cases}$$

(5.2)

Qaralayotgan uchastkada $M_{\max}(z_2)$ ni aniqlash oliy matematika kursidan bizga ma’lum, buning uchun

$\dfrac{dM(z_2)}{dz} = Q(z) = 0$, $Q(z_2) = Y_A - q \cdot z_2 = 0$ tenglamani z_2 ildizini topamiz

$z_2 = \dfrac{\text{Ó}_{\text{À}}}{q} = \dfrac{537}{17 \cdot 8} \approx 3{,}949m$ va $M_{\max}(z_2) = M_{\max}(3{,}949)$ ni hisoblaymiz

$$M_{\max}(3{,}949) = -8 \cdot 1{,}8(3{,}949 - 0.9) + \frac{537}{17} \cdot (3{,}949 - 1{,}8) - 4(3{,}949 - 1{,}8)^2 =$$
$$= -43{,}9056 + 67{,}8831 - 18{,}4728 = 5{,}51\kappa Nm$$

Kesish usulidan foydalanib DB uchastkaning biror nuqtasidan kesim olib kesimning chap qismini tashlab, qoldirilgan qismiga ta’sir etuvchi barcha kuchlarni kesim markaziga nisbatan moment tenglamasini tuzamiz, y o‘qiga proeksiyalaymiz (2-chizma, g).

3- oraliq $0 \le z_3 \le d = 1{,}8\,m$

$$\begin{cases} M(z_3) = Y_B \cdot z_3 \\ Q(z_3) = -Y_B \end{cases} \tag{6}$$

$$z_3 = 0 \text{ bo‘lganda } \begin{cases} \text{Ì}\ (0) = 0 \\ Q(0) = -\dfrac{41}{17}kN \end{cases} \tag{6.1}$$

$$z_3 = 1{,}8\,м \;\; \text{bo‘lganda} \begin{cases} \grave{I}\;(1{,}8) = \dfrac{73{,}8}{17} = \dfrac{369}{85} \approx 4{,}34\,kNm \\ Q(1{,}8) = -\dfrac{41}{17}\;kN \end{cases} \tag{6.2}$$

Kesish usulidan foydalanib CD uchastkaning biror nuqtasidan kesim olib kesimning chap qismini tashlab, qoldirilgan qismiga ta’sir etuvchi barcha kuchlarni kesim markaziga nisbatan moment tenglamasini tuzamiz, y o‘qiga proeksiyalaymiz (2-chizma, d).

4-oraliq $d \le z_4 \le d + c,\qquad 1{,}8 \le z_4 \le 4{,}6\,m$

$$\begin{cases} M(z_4) = У_B \cdot z_4 - P(z_4 - d) \\ Q(z_4) = -У_B + P \end{cases} \tag{7.1}$$

$$z_4 = 1{,}8\,m \;\; \text{bo‘lganda} \begin{cases} \grave{I}\;(1{,}8) = \dfrac{41}{17} \cdot 1{,}8 - 2 \cdot 0 = \dfrac{369}{85} = 4{,}34\,kNm \\ Q(1{,}8) = -\dfrac{41}{17} + 2 = \dfrac{-7}{17}\,kN \end{cases} \tag{7.1}$$

$$z_4 = 4{,}6\,m \begin{cases} \grave{I}\;(4{,}6) = \dfrac{41}{17} \cdot 4{,}6 - 2 \cdot 2{,}8 = \dfrac{188{,}6}{17} - 5{,}6 = \dfrac{188{,}6 - 95{,}2}{17} = \dfrac{93{,}4}{17} = 5{,}49\,kNm \\ Q(4{,}6) = -\dfrac{41}{17} + 2 = -\dfrac{7}{17}\,kN \end{cases}$$

(7.2)

7.Topilgan qiymatlari $M(z)$ eguvchi moment va $Q(z)$ kesuvchi kuchlarni epyurasini quramiz. Epyuralarni to‘g‘ri qurilganligini tekshiramiz.

8. To’sinni normal kuchlanishlarga nisbatan mustahkamlikka $\sigma_{\max} = \dfrac{M_{\max}}{W_x} \le [\sigma]$ formula orqali tekshiriladi, ushbu formula yordamida ko‘ndalang kesim yuzini tanlaymiz.

$\sigma_{\max}$ - to’sin ko‘ndalang kesimida hosil bo‘ladigan maksimal kuchlanish

$M_{\max}$ - to’sin ko‘ndalang kesimida hosil bo‘ladigan eguvchi momentning maksimal absalyut qiymati

W_x - ko‘ndalang kesimning x o‘qiga nisbatan qarshilik momenti

$[\sigma] = 160\,МПа$ -to’sin materiali uchun ruxsat etilgan normal kuchlanish

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{12{,}96 \cdot 10^3\ N \cdot m}{160 \cdot 10^6 \cdot \frac{N}{m^2}}\quad 0{,}081 \cdot 10^{-3} m^3 = 81 sm^3$$

Gost-8239-72, bo'yicha qarshilik momenti $W_x = 81\,sm^3$ dan katta bo'lgan $W_x = 81{,}7\,sm^3$ №14-qo'shtavr qo'shtavrni tanlaymiz.

$$F = 17{,}4 sm^2,\ J_{\delta} = 572 sm^4 \tag{8}$$

9.Bikrlik shartini $f \leq [f]$ tekshiramiz va $l/400$ nisbatga taqqoslaymiz.

$$v(z) = f_0 + \theta_0 z + \frac{1}{EJ_x}\left[\frac{M_0 z^2}{2!} + \frac{P_0 z^3}{3!} + \frac{q_0 \cdot z^4}{4!} + \frac{M_i (z_i - a_i)^2}{2!} + \frac{P_i (z - a_i)^3}{3!} + \frac{q_i (z - a_i)^4}{4!}\right] \tag{9}$$

(9) universal formuladagi boshlang'ich parametrlarni aniqlaymiz

$$f_0 = 0,\ \ \theta_0 \neq 0,\ \ \ M_0 = 0,\ \ \ P_0 = У_B,\ q_0 = 0$$

Aniqlangan boshlang'ich parametrlarni (9) universal formulaga qo'yib berilgan to'sin uchun ixtiyoriy nuqtasidagi ko'chishlarini aniqlash uchun kerak bo'ladigan universal formulani hosil qilamiz.

$$v(z) = \theta_0 z - \frac{1}{EJ_x}\left[\frac{У_B \cdot z^3}{3!}\Big|_I - \frac{P \cdot (z - d)^3}{3!}\Big|_{II} - \frac{q(z - c - d)^4}{4!}\Big|_{III} + \frac{У_A (z - в - c - d)^3}{3!}\Big|_{IV}\right] \tag{10}$$

Undagi koordinata boshidagi $\theta_0 \neq 0$ aylanish burchagini $z = \hat{a} + \tilde{n} + d = 6{,}8 m,\ v(6{,}8) = 0$ chegaraviy shartdan, ya'ni chap tayanch ustida ko'chish nolga tengligidan aniqlaymiz.

$z = \hat{a} + \tilde{n} + d = 6{,}8 m$ bo'lganda $v(6{,}8) = 0$

$$v(6{,}8) = \theta_0 \cdot 6{,}8 - \frac{10^3}{EJ_x}\left[\frac{41}{17} \cdot \frac{6{,}8^3}{6} - \frac{2 \cdot (6{,}8 - 1{,}8)^3}{6} - \frac{8 \cdot (8{,}8 - 2{,}8 - 1{,}8)^4}{24} + \frac{537}{17} \cdot \frac{0^3}{6}\right] = 0$$

$$6{,}8\theta_0 - \frac{10^3}{EJ_x}[126{,}38 - 41{,}67 - 7{,}81] = 0$$

$$6{,}8\theta_0 - \frac{10^3}{EJ_x} \cdot 76{,}9 = 0$$

$$\theta_0 = \frac{11{,}31 \cdot 10^3}{EJ_x} = \theta_B \tag{11}$$

Aniqlangan θ_0 koordinata boshidagi aylanish burchagini ifodasini (10) formulaga qo'yib bir marta koordinata bo'yicha differensiallab quyidagiga ega bo'lamiz,

$$v(z)=\frac{11{,}31\cdot 10^3}{EJ_x}\cdot z-\frac{1}{EJ_x}\left[\frac{y_B\cdot z^3}{3!}\Big|_I-\frac{P(z-d)^3}{3!}\Big|_{II}-\frac{q(z-c-d)^4}{4!}\Big|_{III}+\frac{y_A(z-b-c-d)^3}{3!}\Big|_{IV}\right] \quad 12)$$

$$\theta(z)=\frac{11{,}31\cdot 10^3}{EJ_x}-\frac{1}{EJ_x}\left[\frac{y_B\cdot z^2}{2!}\Big|_I-\frac{P(z-d)^2}{2!}\Big|_{II}-\frac{q(z-c-d)^3}{3!}\Big|_{III}+\frac{y_A(z-b-c-d)^2}{2!}\Big|_{IV}\right] \quad (13)$$

Hosil qilingan (12) va (13) formulalar yordamida to'sinning ixtiyoriy kesimidagi aylanish burchagini va ko'chishi aniqlanadi.

Berilgan to'sin uchun ruxsat etilgan ko'chish $\frac{\ell}{400}=\frac{8{,}6m}{400}=\frac{860}{400}sm=2{,}15sm$

Tayanchlar o'rtasidagi salqiligini aniqlash uchun (12) ifodani qiymatini $z=6{,}8/2m$ da hisoblaymiz

$z=3{,}4m$ bo'lganda

$$\begin{aligned}v(3{,}4)=f_{3,4}&=\frac{11{,}31\cdot 10^3}{EJ_x}\cdot 3{,}4-\frac{10^3}{EJ_x}\left(\frac{41}{17}\cdot\frac{3{,}4^3}{6}-\frac{2\cdot 1{,}6^3}{6}\right)=\\&=\frac{10^3}{EJ_x}(11{,}31\cdot 3{,}4-15{,}8+1{,}37)=\frac{24{,}024\cdot 10^3}{EJ_x}\end{aligned} \quad (14)$$

J_x inersiya momentini qiymatini (8) dan $J_x=572sm^4$ ni qo'yib

$$v(3{,}4)=\frac{24{,}024\cdot 10^3}{2\cdot 10^{11}\cdot 572\cdot 10^{-8}}=0{,}021m=2{,}1sm \quad (15)$$

bu $f<[f]$ shartni qanoatlantiradi.

A tayanchdagi aylanish burchagini aniqlash uchun (13) ifodani qiymatini $z=6{,}8m$ da hisoblaymiz

$z=\hat{a}+\tilde{n}+d=6{,}8m$ bo'lganda

$$\theta_A=\theta(6{,}8)=\frac{11{,}31\cdot 10^3}{EJ_x}-\frac{10^3}{EJ_x}\left[\frac{41}{17}\cdot\frac{6{,}8^2}{2}-\frac{2\cdot 5^2}{2}-\frac{8\cdot 2{,}2^3}{6}+0\right]=$$

$$=\frac{11{,}31\cdot 10^3}{EJ_x}-\frac{10^3}{EJ_x}[55{,}76-25-14{,}2]=\frac{10^3}{EJ_x}(11{,}31-55{,}76+39{,}2)=-\frac{5{,}25\cdot 10^3}{EJ_x}$$

№14 qo‘shtavr $J_x = 572 sm^4$

$$\theta_A = -\frac{5{,}25 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 572 \cdot 10^{-8}} = -0{,}004589 rad = -0{,}26296 gradus \qquad (16)$$

B tayanchdagi aylanish burchagi

$$\theta_B = \theta_0 = \frac{11{,}31 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 572 \cdot 10^{-8}} = 0{,}09886 rad = 0{,}5665 gradus \qquad (17)$$

Adabiyotlar ro’yxati

1.Ўразбоев М.Т. Материаллар қаршилиги. – Т.: «Ўқитувчи», 1979 – 510 б.

2.Nabiyev A. Materiallar qarshiligi. – T.: «Yangi asr avlodi», 2008 – 379 b.

3.Качурин В.К. Материаллар қаршилигидан масалалар тўплами. – Т.: 1993–336 б.

4.Hobilov B.A., N.J.To’ychiyev Materiallar qarshiligi. – T.: «O’zbekiston faylasuflari milliy jamiyati», 2008 – 400 b.

5.Мансуров К.М. Материаллар қаршилиги курси. – Т.: «Ўқитувчи», 1983 – 504 б.

6.Материаллар қаршилиги / Смирнов А.Ф. таҳрири остида. – Т.: «Ўқитувчи», 1988 – 464 б.

7.Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов. – М.: «Высшая школа», 1989 – 624с.

8.Феадосьев В.И. Сопротивление материалов. – М.: Издательство МГТУ им.Н.Э.Баумана, 2003 – 592с.

9.Қорабоев Б. Материаллар қаршилиги. – Т.: Фан ва технология, 2007 – 192б.

10.Саргасян А.Е. Сопротивление материалов теория упругости и пластичности. Основы теории с примерами расчетов. – М.: 2000 – 584с.

11.Александров А.В. и др. Сопротивление материалов. – М.: «Вышая школа», 2003 – 560с.

12.Mirsaidov M.M. va boshqalar. Materiallar qarshiligi. – T.: «Fan va texnologiya», 2010– 412 b.

13.Шодмонова З.С., Рахмонов Б.Қ. Материаллар қаршилигидан мисол ва масалалар.Ўқув қўлланма. – Т.: 2011 – 160 б.

14.Умарова З.С., Рахманов Б.Қ., Хамраев С.П. Материаллар қаршилиги фанидан ўтказиладиган тажриба ишларининг ҳисобот дафтари. Услубий қўлланма. Тошкент, Ўқитувчи, 2005 -22 б.

15.Shirinkulov T.Sh. Ismayilov K., Qo’ldoshevA.T. Elastik-plastik plastinkalar hisobi (o’quv qo’llanma). – T.: «Tafakkur-bo’stoni», 2012 – 240 b.

16.Ismayilov K. Siqilgan sterjenlar, plastinkalar va qobiqlarning elastiklik chegarasidan keyingi ustivorligi. – T.: «O’zbekiston faylasuflari milliy jamiyati», 2006 – 176 b.

17.Винакуров А.И Сборник задач по сопротивлению материалов. – М.: «Высшая школа», 1990 – 383с.

18.Горшков А.Г. и др. Сопротивление материалов. – М.: «ФИЗМАТГИЗЛИТ», 2005 – 544с.

19.Qo’ldashev A.T. Siqilgan sterjenlarni ustuvorlikka hisoblash. (o’quv qo’llanma), Samarqand, 2014 yil -208 b.

20.Смирнов А.Ф. Сопротивление материалов. –М.: Наука, 1986 -479с.

21.Маткаримов П.Х. Материаллар қаршилиги. –Т.: Ўқитувчи, 2004 – 184 б.

Mundarija