

2020  
APRIL  
№.2 (51)  
Part II

ISSN 2541-786X

# EUROPEAN SCIENCE

[HTTPS://SCIENTIFIC-PUBLICATION.COM](https://scientific-publication.com)

UNIVERSITY OF OXFORD

ESSENTIAL SPECTRUM  
OF A  $2 \times 2$  OPERATOR MATRIX  
AND THE FADDEEV EQUATION  
(Dilmurodov E.B., Rasulov T.H.) p.7

FORMATION AND DEVELOPMENT  
OF COMPETITIVE SKILLS  
IN THE SUBJECTS  
OF "MASS CULTURE"  
IN CONTINUOUS EDUCATIONAL  
PROCESS  
(Tojiboyeva H.M) p.51

PROFESSIONAL ORIENTATION  
OF COMMUNICATIVE  
COMPETENCE OF STUDENTS  
(Kasimova Z.Kh.) p.53



9 1772410 286008

SCIENTIFIC PUBLISHING «PROBLEMS OF SCIENCE»

EUROPEAN SCIENCE № 2(51) Part II 2020 ISSN 2541-786X

# Содержание

<b>PHYSICO-MATHEMATICAL SCIENCES</b> .....	<b>7</b>
<i>Dilmurodov E.B., Rasulov T.H.</i> (Republic of Uzbekistan) ESSENTIAL SPECTRUM OF A 2x2 OPERATOR MATRIX AND THE FADDEEV EQUATION / <i>Дилмуродов Э.Б., Расулов Т.Х.</i> (Республика Узбекистан) СУЩЕСТВЕННЫЙ СПЕКТР ОДНОЙ 2x2 ОПЕРАТОРНОЙ МАТРИЦЫ И УРАВНЕНИЕ ФАДДЕЕВА .....	7
<i>Tosheva N.A., Rasulov T.H.</i> (Republic of Uzbekistan) MAIN PROPERTY OF REGULARIZED FREDHOLM DETERMINANT CORRESPONDING TO A FAMILY OF 3x3 OPERATOR MATRICES / <i>Тошева Н.А., Расулов Т.Х.</i> (Республика Узбекистан) ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА РЕГУЛЯРИЗОВАННОГО ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ ФРЕДГОЛЬМА, СООТВЕТСТВУЮЩИЕ СЕМЕЙСТВУ 3x3 ОПЕРАТОРНЫХ МАТРИЦ .....	11
<i>Bahronov B.I., Rasulov T.H.</i> (Republic of Uzbekistan) STRUCTURE OF THE NUMERICAL RANGE OF FRIEDRICH'S MODEL WITH RANK TWO PERTURBATION / <i>Бахронов Б.И., Расулов Т.Х.</i> (Республика Узбекистан) СТРУКТУРА ЧИСЛОВОЙ ОБЛАСТИ ЗНАЧЕНИЙ МОДЕЛИ ФРИДРИХСА С ДВУМЕРНЫМ ВОЗМУЩЕНИЕМ .....	15
<i>Umirkulova G.H., Rasulov T.H.</i> (Republic of Uzbekistan) CHARACTERISTIC PROPERTY OF THE FADDEEV EQUATION FOR THREE-PARTICLE MODEL OPERATOR ON A ONE-DIMENSIONAL LATTICE / <i>Умиркулова Г.Х., Расулов Т.Х.</i> (Республика Узбекистан) ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА УРАВНЕНИЯ ФАДДЕЕВА ДЛЯ ТРЕХЧАСТИЧНОГО МОДЕЛЬНОГО ОПЕРАТОРА НА ОДНОМЕРНОЙ РЕШЕТКЕ .....	19
<i>Mustafоеva Z.E., Rasulov T.H.</i> (Republic of Uzbekistan) INVESTIGATION OF THE SPECTRUM OF A DIAGONALIZABLE 4x4-OPERATOR MATRIX / <i>Мустафоева З.Э., Расулов Т.Х.</i> (Республика Узбекистан) ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРА ОДНОЙ ДИАГОНАЛИЗИРУЕМОЙ 4x4-ОПЕРАТОРНОЙ МАТРИЦЫ .....	23
<i>Merajov N.I., Rasulov T.H.</i> (Republic of Uzbekistan) DESCRIPTION OF THE POINT SPECTRUM OF A 3x3 TRIDIAGONAL OPERATOR MATRIX WITH FREDHOLM OPERATORS / <i>Меражов Н.И., Расулов Т.Х.</i> (Республика Узбекистан) ОПИСАНИЕ ТОЧЕЧНОГО СПЕКТРА ТРИДАГОНАЛЬНОГО 3x3 ОПЕРАТОРНОЙ МАТРИЦЫ С ФРЕДГОЛЬМСКИМИ ОПЕРАТОРАМИ .....	27
<i>Nematova Sh.B., Rasulov T.H.</i> (Republic of Uzbekistan) THRESHOLD EIGENVALUES OF A TWO-CHANNEL MOLECULAR-RESONANCE MODEL / <i>Неъматова Ш.Б., Расулов Т.Х.</i> (Республика Узбекистан) ПОРОГОВЫЕ СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ДВУХКАНАЛЬНОЙ МОЛЕКУЛЯРНО-РЕЗОНАНСНОЙ МОДЕЛИ .....	31
<b>TECHNICAL SCIENCES</b> .....	<b>35</b>
<i>Mansurova Sh.P.</i> (Republic of Uzbekistan) QUESTIONS FEATURES OF DESIGNING AIR CURTAIN / <i>Мансурова Ш.П.</i> (Республика Узбекистан) ВОПРОСЫ ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ВОЗДУШНЫХ ЗАВЕС .....	35

<i>Ustemirov Sh.R.</i> (Republic of Uzbekistan) ANALYSIS OF REVERSE WATER SUPPLY SYSTEMS AND PROBLEMS OF WATER QUALITY OF INDUSTRIAL ENTERPRISES / <i>Устемиров Ш.Р.</i> (Республика Узбекистан) АНАЛИЗ СИСТЕМ ОБОРОТНОГО ВОДОСНАБЖЕНИЯ И ПРОБЛЕМ КАЧЕСТВА ВОДЫ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ.....	39
<b>AGRICULTURAL SCIENCES.....</b>	<b>42</b>
<i>Isaeva L.B., Sanoev H.A.</i> (Republic of Uzbekistan) DYNAMICS OF SOIL HUMIDITY IN THE ROOT TREE OF A PLANT / <i>Исаева Л.Б., Саноев Х.А.</i> (Республика Узбекистан) ДИНАМИКА ВЛАЖНОСТИ ПОЧВЫ В КОРНЕВОМ СТВОЛЕ РАСТЕНИЯ.....	42
<b>ECONOMICS .....</b>	<b>45</b>
<i>Makarenko V.V., Zaporozhtseva E.N.</i> (Russian Federation) FINANCIAL STATEMENTS AS THE MAIN SOURCE OF INFORMATION ON THE FINANCIAL POSITION OF THE ENTERPRISE / <i>Макаренко В.В., Запорожцева Е.Н.</i> (Российская Федерация) БУХГАЛТЕРСКАЯ ОТЧЁТНОСТЬ КАК ОСНОВНОЙ ИСТОЧНИК ИНФОРМАЦИИ О ФИНАНСОВОМ ПОЛОЖЕНИИ ПРЕДПРИЯТИЯ.....	45
<b>PHILOLOGICAL SCIENCES.....</b>	<b>49</b>
<i>Karimov Z.A.</i> (Republic of Uzbekistan) PHILOSOPHICAL ANALYSIS OF LIFESTYLE AND REPRODUCTIVE NOTIONS / <i>Каримов З.А.</i> (Республика Узбекистан) ФИЛОСОФСКИЙ АНАЛИЗ ОБРАЗА ЖИЗНИ И РЕПРОДУКТИВНЫХ ПОНЯТИЙ.....	49
<b>PEDAGOGICAL SCIENCES.....</b>	<b>51</b>
<i>Tojiboyeva H.M.</i> (Republic of Uzbekistan) FORMATION AND DEVELOPMENT OF COMPETITIVE SKILLS IN THE SUBJECTS OF “MASS CULTURE” IN CONTINUOUS EDUCATIONAL PROCESS / <i>Тожибоева Х.М.</i> (Республика Узбекистан) ФОРМИРОВАНИЕ И РАЗВИТИЕ КОНКУРЕНТНЫХ НАВЫКОВ В СУБЪЕКТАХ «МАССОВОЙ КУЛЬТУРЫ» В НЕПРЕРЫВНОМ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ .....	51
<i>Kasimova Z.Kh.</i> (Republic of Uzbekistan) PROFESSIONAL ORIENTATION OF COMMUNICATIVE COMPETENCE OF STUDENTS / <i>Касимова З.Х.</i> (Республика Узбекистан) ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ КОММУНИКАТИВНОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ СТУДЕНТОВ .....	53
<i>Kakhkhorov S.K., Mirzoyev D.P.</i> (Republic of Uzbekistan) RESEARCHING COMMUTATION DEVICES / <i>Каххоров С.К., Мирзоев Д.П.</i> (Республика Узбекистан) ИЗУЧЕНИЕ КОММУТАЦИОННЫХ УСТРОЙСТВ.....	56
<i>Kakhkhorov S.K., Jamilov Yu.Yu.</i> (Republic of Uzbekistan) OPPORTUNITIES OF THE FORMATION OF STUDENTS' COMPETENCE ON ALTERNATIVE ENERGY USING TRAINING SOFTWARE DEVICES / <i>Каххоров С.К., Жамилов Ю.Ю.</i> (Республика Узбекистан) ВОЗМОЖНОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНТНОСТИ У СТУДЕНТОВ ПО АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ЭНЕРГИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ ОБУЧЕНИЯ.....	61
<i>Rasulova Z.D.</i> (Republic of Uzbekistan) DIDACTIC BASIS OF DEVELOPING CREATIVE THINKING OF FUTURE TEACHERS / <i>Расулова З.Д.</i>	

(Республика Узбекистан) ДИДАКТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВИТИЯ У БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ КРЕАТИВНОГО МЫШЛЕНИЯ .....	65
<i>Ochilov Z.S., Hayitov O.A.</i> (Republic of Uzbekistan) INNOVATIVE FIELDS OF CREATIVE ACTIVITY OF PROFESSOR ADIBA SHARIPOVA / <i>Очиллов З.С., Хайитов О.А.</i> (Республика Узбекистан) ИННОВАЦИОННЫЕ СФЕРЫ ТВОРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРОФЕССОРА АДИБЫ ШАРИПОВОЙ .....	69
<i>Safarova D.S.</i> (Republic of Uzbekistan) PEDAGOGY OF COOPERATION AND EDUCATION DEVELOPMENT / <i>Сафарова Д.С.</i> (Республика Узбекистан) ПЕДАГОГИКА СОТРУДНИЧЕСТВА И РАЗВИТИЕ ОБРАЗОВАНИЯ .....	71
<i>Tukboeva D.Z.</i> (Republic of Uzbekistan) SOURCES OF FORMATION OF ECONOMIC CULTURE YOUNG PEOPLE IN THE WORKS OF EAST ENCYCLOPEDISTS SCIENTISTS / <i>Тукбоева Д.З.</i> (Республика Узбекистан) ИСТОКИ ФОРМИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ У МОЛОДЁЖИ В ТРУДАХ УЧЁНЫХ-ЭНЦИКЛОПЕДИСТОВ ВОСТОКА .....	73
<i>Ashrapov R.R.</i> (Republic of Uzbekistan) THE CULTURE OF BOOK READING IN THE FORMATION OF THE SOCIO-SPIRITUAL IMAGE OF YOUTH / <i>Ашрапов Р.Р.</i> (Республика Узбекистан) КУЛЬТУРА КНИГОЧТЕНИЯ В ФОРМИРОВАНИИ СОЦИАЛЬНО-ДУХОВНОГО ОБЛИКА МОЛОДЕЖИ .....	75
<i>Sharopova N.B.</i> (Republic of Uzbekistan) INTERACTIVE TECHNIQUES FOR TEACHING RUSSIAN LANGUAGE / <i>Шаропова Н.Б.</i> (Республика Узбекистан) ИНТЕРАКТИВНЫЕ ПРИЁМЫ ПРИ ОБУЧЕНИИ РУССКОМУ ЯЗЫКУ .....	77
<i>Yusupova I.B.</i> (Republic of Uzbekistan) SELF-KNOWLEDGE AND SELF-APPROVAL - KEY COMPONENTS OF THE MODERN PERSONALITY / <i>Юсупова И.Б.</i> (Республика Узбекистан) САМОПОЗНАНИЕ И САМОУТВЕРЖДЕНИЕ – КЛЮЧЕВЫЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ СОВРЕМЕННОЙ ЛИЧНОСТИ .....	79
<i>Jabborova D.F.</i> (Republic of Uzbekistan) INNOVATIVE TEACHING IMPROVEMENT TECHNOLOGIES / <i>Жабборова Д.Ф.</i> (Республика Узбекистан) ИННОВАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ОБУЧЕНИЯ .....	81
<i>Imotova G.F.</i> (Republic of Uzbekistan) LANGUAGE INTERACTION - AN IMPORTANT FACTOR FOR THE DEVELOPMENT OF PUPILS / <i>Имомова Г.Ф.</i> (Республика Узбекистан) ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЯЗЫКОВ – ВАЖНЫЙ ФАКТОР РАЗВИТИЯ УЧЕНИКОВ .....	83
<i>Nematova N.K.</i> (Republic of Uzbekistan) MODERN TRENDS FOR FORMING ECONOMIC KNOWLEDGE IN A STUDENTING YOUTH / <i>Нематова Н.К.</i> (Республика Узбекистан) СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ ФОРМИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ У УЧАЩЕЙСЯ МОЛОДЁЖИ .....	85
<i>Kurbonova M.A., Kurbonova N.A.</i> (Republic of Uzbekistan) POSSIBILITIES OF USING THE EDUCATIONAL COMPUTER PROGRAM IN MATHEMATICAL EDUCATION OF PRESCHOOLERS / <i>Курбонова М.А., Курбонова Н.А.</i> (Республика Узбекистан) ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ УЧЕБНОЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ ПРОГРАММЫ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ ДОШКОЛЬНИКОВ .....	87

# THRESHOLD EIGENVALUES OF A TWO-CHANNEL MOLECULAR-RESONANCE MODEL

Nematova Sh.B.<sup>1</sup>, Rasulov T.H.<sup>2</sup> (Republic of Uzbekistan)

Email: Nematova451@scientifictext.ru

<sup>1</sup>Nematova Shohida Bobojon qizi – Student;

<sup>2</sup>Rasulov Tulkin Husenovich – PhD in Mathematics, Head of Department,  
DEPARTMENT OF MATHEMATICS,  
BUKHARA STATE UNIVERSITY,  
BUKHARA, REPUBLIC OF UZBEKISTAN

**Abstract:** in the present paper we consider a two-channel molecular-resonance model. This model can be represented as a bounded and self-adjoint  $2 \times 2$  operator matrix  $A$  acting in the two-particle cut subspace of standard Fock space. It is associated with the Hamiltonian of a system consisting at most two particles, interacting via both a pair contact potentials ( $\mu_2 > 0$ ) and creation and annihilation operators ( $\mu_1 > 0$ ). We construct the Fredholm determinant corresponding to  $A$ . We find some necessary and sufficient conditions for that the number  $z = \min \sigma_{ess}(A)$  to be an eigenvalue (threshold eigenvalue) of  $A$ .

**Keywords:** threshold eigenvalue, molecular-resonance model, coupling constant, nuclear space, molecular space, Hamiltonian, operator matrix, essential spectrum.

## ПОРОГОВЫЕ СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ДВУХКАНАЛЬНОЙ МОЛЕКУЛЯРНО-РЕЗОНАНСНОЙ МОДЕЛИ

Ньматова Ш.Б.<sup>1</sup>, Расулов Т.Х.<sup>2</sup> (Республика Узбекистан)

<sup>1</sup>Ньматова Шохида Бобожон кизи – студент;

<sup>2</sup>Расулов Тулкин Хусенович – кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой,  
кафедра математики,  
Бухарский государственный университет,  
г. Бухара, Республика Узбекистан

**Аннотация:** в настоящей работе мы рассмотрим двухканальную молекулярно-резонансную модель. Эта модель представляется как ограниченная и самосопряженная  $2 \times 2$  операторная матрица  $A$  действующая в двухчастичном обрезанном подпространстве стандартного фоковского пространства. Оно ассоциировано гамильтониановской системой, состоящей из не более чем двух частиц, взаимодействующих как с помощью парного контактного потенциала ( $\mu_2 > 0$ ), так и с помощью операторов рождения и уничтожения ( $\mu_1 > 0$ ).

Построим определитель Фредгольма соответствующий к  $A$ . Найдем необходимые и достаточные условия для того, чтобы число  $z = \min \sigma_{ess}(A)$  являлось собственным значением (пороговые собственное значение) оператора  $A$ .

**Ключевые слова:** пороговые собственное значение, молекулярно-резонансной модель, параметр взаимодействия, ядерное пространство, молекулярное пространство, Гамильтониан, операторная матрица, существенный спектр.

We adopt the following conventions the present paper. Let  $C$  be the field of complex numbers,  $T^3$  be the three-dimensional torus, the cube  $(-\pi, \pi]^3$  with appropriately identified sides equipped with its Haar measure and  $L_2(T^3)$  be the Hilbert space of square integrable (complex) functions defined on  $T^3$ . We consider a two-channel Hilbert space  $H := H_0 \oplus H_1$  consisting of a one-dimensional “molecular” space  $H_0 := C$  (channel 1) and a “nuclear” space (channel 2). The

elements of  $H$  are represented as vectors  $f = (f_0, f_1)$ , where  $f_0 \in H_0$  and  $f_1 \in H_1$ . The inner product

$$\langle f, g \rangle_H := f_0 \overline{g_0} + \langle f_1, g_1 \rangle_{H_1}$$

of any two elements  $f = (f_0, f_1)$ ,  $g = (g_0, g_1) \in H$ , is naturally defined via the inner products  $f_0 \overline{g_0}$  in  $H_0$  and  $\langle f_1, g_1 \rangle_{H_1}$  in  $H_1$ , that is

$$\langle f_1, g_1 \rangle_{H_1} := \int_{T^3} f_1(t) \overline{g_1(t)} dt.$$

As a Hamiltonian in the Hilbert space  $H$  we consider the  $2 \times 2$  block operator matrix

$$A := \begin{pmatrix} A_{00} & A_{01} \\ A_{01}^* & A_{11} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

where the matrix elements  $A_{ij} : H_j \rightarrow H_i$ ,  $i \leq j$ ,  $i, j = 0, 1$  are defined by

$$A_{00} f_0 = \omega_0 f_0, \quad A_{01} f_1 = \mu_1 \int_{T^3} \nu_1(t) f_1(t) dt,$$

$$(A_{11} f_1)(p) = \omega_1(p) f_1(p) - \mu_2 \nu_2(p) \mu_1 \int_{T^3} \nu_2(t) f_1(t) dt.$$

Here  $\mu_\alpha$ ,  $\alpha = 1, 2$  are real numbers,  $\omega_0 \in \mathbb{R}$  is a trial ‘‘molecular’’ energy, a vector  $\nu_1 \in H_1$  provides the coupling between the channels and  $A_{11}$  is the (self-adjoint) ‘‘nuclear Hamiltonian’’ in  $H_1$ . We assume that the functions  $\nu_\alpha(\cdot)$ ,  $\alpha = 1, 2$  and  $\omega_1(\cdot)$  are real-valued continuous functions on  $T^3$ .

Under these assumptions the operator  $A$  is bounded and self-adjoint.

It should be mentioned that the Hamiltonian (1) is a rather more general model than that one considered by Friedrichs [1] (for a some discussion of  $A_{11}$  see, e.g., [2,3] and the references cited therein).

Molecules are usually treated as purely Coulombic systems, while the strong interaction between their nuclear constituents is assumed to play a negligible role. If there is no coupling between the channels, i.e. for  $\nu_1 = 0$ , the spectrum of  $A$  consists of the spectrum of  $A_{11}$  and the addition discrete eigenvalue  $\omega_0$ . A nontrivial coupling between the channels will, in general, shift the eigenvalue  $\omega_0$  into an unphysical sheet of the energy plane. The resulting perturbed energy appears as a resonance, i.e., as a pole of the analytic continuation of the resolvent  $(A - z)^{-1}$  taken between suitable states (see [4]). In [5], the Hamiltonian (1) was studied in order to exhibit explicitly the mechanism leading to the enhancement of fusion probability in case of a narrow near-threshold nuclear resonance.

Let the operator  $A_0$  acts in  $H$  as

$$A_0 := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & A_{11}^0 \end{pmatrix} \text{ with } (A_{11}^0 f_1)(p) = \omega_1(p) f_1(p).$$

The perturbation  $A - A_0$  of the operator  $A_0$  is a self-adjoint operator of rank 3, and thus, according to the Weyl theorem, the essential spectrum of the operator  $A$  coincides with the essential

spectrum of  $A_0$ . It is evident that  $\sigma_{ess}(A_0) = [m; M]$ , where the numbers  $m$  and  $M$  are defined by

$$m := \min_{x \in T^3} \omega_1(p), \quad M := \max_{x \in T^3} \omega_1(p).$$

This yields  $\sigma_{ess}(A) = [m; M]$ .

For any fixed  $\mu_\alpha, \alpha = 1, 2$  we define an analytic function  $\Delta_{\mu_1 \mu_2}(\cdot)$  (the Fredholm determinant associated with the operator  $A$ ) in  $C \setminus [m; M]$  by

$$\Delta_{\mu_1 \mu_2}(z) := \Delta_{\mu_1}^{(1)}(z) \Delta_{\mu_2}^{(2)}(z) + \mu_1^2 \mu_2 (\Delta_{\mu_1}^{(3)}(z))^2,$$

where the functions  $\Delta_{\mu_1}^{(1)}(\cdot), \Delta_{\mu_2}^{(2)}(\cdot)$  and  $\Delta_{\mu_1}^{(3)}(\cdot)$  are defined by

$$\Delta_{\mu_1}^{(1)}(z) := \omega_0 - z - \mu_1^2 \int_{T^3} \frac{v_1^2(t) dt}{\omega_1(t) - z},$$

$$\Delta_{\mu_2}^{(2)}(z) := 1 - \mu_2 \int_{T^3} \frac{v_2^2(t) dt}{\omega_1(t) - z}, \quad \Delta_{\mu_1}^{(3)}(z) := \int_{T^3} \frac{v_1(t) v_2(t) dt}{\omega_1(t) - z}.$$

By the Birman-Schwinger principle and the Fredholm theorem we conclude that the operator  $A$  has an eigenvalue  $z \in C \setminus [m; M]$  if and only if  $\Delta_{\mu_1 \mu_2}(z) = 0$ .

Suppose that the function  $\omega_1(\cdot)$  has a unique non-degenerate minimum at the point  $p_0 \in T^3$ , the functions  $\omega_1(\cdot), v_\alpha, \alpha = 1, 2$  have continuous partial derivatives up to order 3 inclusive at some neighborhood of the point  $p_0 \in T^3$  and Lebesgue measure of  $\text{supp } p\{v_1(\cdot)\} \cap \text{supp } p\{v_2(\cdot)\}$  is equal to zero, where  $\text{supp } p\{v_\alpha(\cdot)\}$  of the function  $v_\alpha(\cdot)$ . For the case  $\omega_0 > m$  we set

$$\mu_1^0 := \left( (\omega_0 - m) \left( \int_{T^3} \frac{v_1^2(t) dt}{\omega_1(t) - m} \right)^{-1} \right)^{1/2}, \quad \mu_2^0 := \left( \int_{T^3} \frac{v_2^2(t) dt}{\omega_1(t) - m} \right)^{-1}.$$

Main result of the paper is the following theorem

**Theorem 1.** The number  $z = m$  is an eigenvalue of  $A$  with multiplicity 2 if and only if  $\mu_\alpha = \mu_\alpha^0$  and  $v_\alpha(p_0) = 0$  for  $\alpha = 1, 2$ .

This result plays an important role in the investigations of the essential and discrete spectrum of the corresponding  $2 \times 2$  (see e.g., [6-13]),  $3 \times 3$  (see e.g., [14-23]) and  $4 \times 4$  (see e.g., [24, 25]) operator matrices in the cut subspaces of standard Fock space.

#### References / Список литературы

1. Friedrichs K.O. Über die Spectralzerlegung eines Integral operators // Math. Ann., 115:1, 1938. Pp. 249-272.
2. Abdullaev Zh.I., Ikromov I.A., Lakaev S.N. Embedded eigenvalues and resonances of a generalized Friedrichs model // Theor. Math. Phys. 103:1. 1995. Pp. 390-398.
3. Muminov M.E. Expression for the number of eigenvalues of a Friedrichs model // Math. Notes, 82:1-2, 2007. Pp. 67-74.
4. Reed M., Simon B. Methods of modern mathematical physics. IV: Analysis of Operators // Academic Press, New York, 1979.

5. *Motovilov A.K., Sandhas W., Belyaev Y.B.* Perturbation of a lattice spectral band by a nearby resonance // *J. Math. Phys.* 42, 2001. Pp. 2490-2506.
6. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* On the eigenvalues of a  $2 \times 2$  block operator matrix // *Opuscula Mathematica.* 35:3, 2015. Pp. 369-393.
7. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* Infiniteness of the number of eigenvalues embedded in the essential spectrum of a  $2 \times 2$  operator matrix // *Eurasian Mathematical Journal.* 5:2, 2014. Pp. 60-77.
8. *Rasulov T.H., Dilmurodov E.B.* Eigenvalues and virtual levels of a family of  $2 \times 2$  operator matrices // *Methods of Functional Analysis and Topology,* 25:1, 2019. Pp.273-281.
9. *Rasulov T.H., Dilmurodov E.B.* Investigations of the numerical range of a operator matrix. *J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. and Math. Sci.* 35:2, 2014. Pp. 50-63.
10. *Rasulov T.H., Dilmurodov E.B.* Threshold analysis for a family of  $2 \times 2$  operator matrices // *Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics,* 10, 2019. № 6. Pp. 616-622.
11. *Rasulov T.H., Dilmurodov E.B.* Threshold effects for a family of  $2 \times 2$  operator matrices // *Journal of Global Research in Mathematical Archives,* 6, 2019. № 10, Pp. 4-8.
12. *Dilmurodov E.B.* On the virtual levels of a family matrix operators of order 2 // *Scientific reports of Bukhara State University.* 2019. № 1. Pp. 42-46.
13. *Rasulov T.Kh., Dilmurodov E.B.* Estimates for quadratic numerical range of a operator matrix // *Uzbek Math. Zh.,* 2015. № 1. Pp. 64-74.
14. *Rasulov T.H.* On the finiteness of the discrete spectrum of a  $3 \times 3$  operator matrix // *Methods of Functional Analysis and Topology,* 22:1, 2016. Pp. 48-61.
15. *Rasulov T.Kh.* Discrete spectrum of a model operator in Fock space // *Theor. Math. Phys.,* 153:2, 2007. Pp. 1313-1321.
16. *Rasulov T.Kh.* On the number of eigenvalues of a matrix operator // *Siberian Math. J.* 52:2, 2011. Pp. 316-328.
17. *Muminov M.I., Rasulov T.Kh.* An eigenvalue multiplicity formula for the Schur complement of a  $3 \times 3$  block operator matrix // *Siberian Math. J.,* 56:4, 2015. Pp. 878-895.
18. *Muminov M., Neidhardt H., Rasulov T.* On the spectrum of the lattice spin-boson Hamiltonian for any coupling: 1D case // *Journal of Mathematical Physics,* 56, 2015. 053507.
19. *Rasulov T.Kh.* Branches of the essential spectrum of the lattice spin-boson model with at most two photons // *Theoretical and Mathematical Physics,* 186:2, 2016. 251-267.
20. *Rasulov T., Tosheva N.* New branches of the essential spectrum of a family of  $3 \times 3$  operator matrices // *Journal of Global Research in Math. Archive.* 6:9, 2019. Pp. 18-21.
21. *Muminov M.I., Rasulov T.H.* Embedded eigenvalues of an Hamiltonian in bosonic Fock space // *Comm. in Mathematical Analysis.* 17:1, 2014. Pp. 1-22.
22. *Rasulov T.H.* The finiteness of the number of eigenvalues of an Hamiltonian in Fock space // *Proceedings of IAM,* 5:2, 2016. Pp. 156-174.
23. *Rasulov T.Kh.* Study of the essential spectrum of a matrix operator // *Theoret. and Math. Phys.* 164:1, 2010. Pp. 883-895.
24. *Rasulov T.H.* Investigations of the essential spectrum of a Hamiltonian in Fock space // *Appl. Math. Inf. Sci.* 4:3, 2010. Pp. 395-412.
25. *Rasulov T.H., Muminov M.I., Hasanov M.* On the spectrum of a model operator in Fock space // *Methods Funct. Anal. Topology* 15:4, 2009. Pp. 369-383.



# НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

ИЗДАТЕЛЬСТВО  
«ПРОБЛЕМЫ НАУКИ»

АДРЕС РЕДАКЦИИ:  
153008, РФ, Г. ИВАНОВО, УЛ. ЛЕЖНЕВСКАЯ, Д. 55, 4 ЭТАЖ  
ТЕЛ.: +7 (910) 690-15-09.

**[HTTPS://SCIENTIFIC-PUBLICATION.COM](https://scientific-publication.com)**  
**E-MAIL: [INFO@P8N.RU](mailto:info@p8n.ru)**

ТИПОГРАФИЯ:  
ООО «ПРЕССТО».  
153025, Г. ИВАНОВО, УЛ. ДЗЕРЖИНСКОГО, Д. 39, СТРОЕНИЕ 8

ИЗДАТЕЛЬ:  
ООО «ОЛИМП»  
УЧРЕДИТЕЛЬ: ВАЛЬЦЕВ СЕРГЕЙ ВИТАЛЬЕВИЧ  
117321, Г. МОСКВА, УЛ. ПРОФСОЮЗНАЯ, Д. 140