

ISBN 978-9943-18-262-2

**M**odern  
Stoch**A**stic  
**M**odels &  
Proble**M**s  
**O**f Actuarial  
Ma**T**hematics

Organizer – Karshi State University



**Abstract of Communications of the Conference**

---

**Тезисы докладов Конференции**

Организатор – Каршинский государственный университет

Совре**M**енные  
Стох**A**стические  
**M**одели и  
Пр**O**блемы  
Актуар**H**ой  
Ма**T**ематики

Karshi, Uzbekistan

2020

MINISTRY OF HIGHER AND SECONDARY SPECIAL EDUCATION  
OF THE REPUBLIC OF UZBEKISTAN

KARSHI STATE UNIVERSITY

# A B S T R A C T S of communications

of the Conference

MODERN STOCHASTIC MODELS AND  
PROBLEMS OF ACTUARIAL MATHEMATICS



September 25, 2020

Karshi, Uzbekistan

‘PPCH NASAF’

2020

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН  
КАРШИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

# Т Е З И С Ы докладов

конференции

СОВРЕМЕННЫЕ СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И  
ПРОБЛЕМЫ АКТУАРНОЙ МАТЕМАТИКИ



25 сентября, 2020  
Карши, Узбекистан

‘ИПТД Насаф’  
2020

УДК 519.2, 519.6, 512.6, 517.4  
ББК 22.1  
А-21

Тезисы докладов конференции “Современные стохастические модели и проблемы актуарной математики”. Под ред. А.А.Имомова. – Карши, Узбекистан, 2020. – 164 стр.

ISBN 978-9943-18-262-2

В книге собраны тезисы конференции «Современные стохастические модели и проблемы актуарной математики», состоявшейся в Каршинском государственном университете 25 сентября 2020 года. В ней представлены результаты научных исследований в области теории вероятностей, случайных процессов, теории массового обслуживания, математической статистики, динамических систем, алгебраических структур, математического моделирования и анализа систем и др.

Сборник будет полезен научным исследователям, преподавателям вузов, студентам и всем, кто интересуется современными тенденциями теоретической и прикладной математики.

**Редакционная коллегия:**

**Имомов А.А.** — доктор физико-математических наук (ответственный редактор)  
**Моисеева С.П.** — доктор физико-математических наук, профессор  
**Пуртухия О.** — доктор физико-математических наук, профессор  
**Турсунов Б.** — доктор философии по физ.-мат. наукам (помощник редактора)

УДК 519.2, 519.6, 512.6, 517.4  
ББК 22.1  
А-21

ISBN 978-9943-18-262-2

© Издательско-полиграфический дом Насаф, 2020  
© Каршинский Государственный университет, 2020



9 789943 182622



# Contents / Оглавление

ADASHEV J., RASHIDOVA F. Description pro-solvable Lie algebras by maximal ideal $W_1$	1
ALDO TARANTO, SHAHJAHAN KHAN Bounds of Bi-Directional Grid Constrained Stochastic Processes in Mathematical Finance & Algorithmic Trading	3
AMEUR LOUNES, LOUIZA BERDJOUDJ Performance Analysis of Queuing System under Uncertainty based on Chao Polynomials	5
AZIZOV A., CHILIN V. Dominated Ergodic Theorem for Atomic Symmetric Spaces	7
BABILUA PETRE, NADARAYA ELIZBAR On the Estimating the Bernoulli Regression Function Using Bernstein Polynomials	9
DILMURADOV N., RAXIMOV A. The criteria of $a^k \xrightarrow[k \rightarrow \infty]{} O$ and its applications	11
ESHKABILOV YU.KH., NODIROV SH.D. On the positive fixed points of quartic operators	12
FAYZIEV B.M., BEGMATOV T.I., YUSUPOV N. A Mathematical model of Two-component Suspension filtration in Porous medium with Dynamical Factors	14
FERYAAL F.AHMED, S.EJAZ AHMED Big Data Analytics: Statistical and Machine Learning with Applications	16
IMOMOV A.A., KHODJAEV Y.T. Formulas of direct calculation of Probabilities in Urn Schemes with numerous urns	20
IMOMOV A.A., MEYLIYEV A.KH. On Properties of Markov Q-Processes with regularly varying generating function with remainder	22
JAMILOV U.U., KHUDOYBERDIYEV KH.O. On the Trajectories of $\pi$ - non-Volterra Quadratic Operators	24
JURAEV D.A. Ill-posed problems for first-order elliptic systems with constant coefficients	26
KHALKHUZHAEV A., PARDABAEV M., NAMOZOV M. Spectral properties of perturbed discrete Bilaplacian	28

KHUSANBAEV YA.M., SHARIPOV S.O. On the Asymptotic Behavior of Nearly Critical Branching Processes with Immigration	30
KHUSANBAEV YA.M., SHARIPOV S.O., TOSHQULOV H.A. Deterministic approximation for nearly Critical Branching Processes with dependent Immigration	31
KOPALIANI TENGIZ Nonstandard function spaces close to $L^\infty$ and some applications	33
LOUIZA BERDJOU DJ, AMEUR LOUNES AND OUALI BAHIOU Stochastic Analysis of M/G/1/1 retrial queue with impatient customers in the orbit	34
MAKHMUDOV M. Linear rigidity of trajectories of two dimensional Volterra Quadratic Stochastic Operator	36
MAMAYUSUPOV KH. Description of Newton maps of complex exponentials	38
NAZAROV ANATOLY, PAUL SVETLANA, LIZYURA OLGA Asymptotic Analysis of Markovian Retrial Queue with Unreliable Server and Multiple Types of Outgoing Calls	40
PURTUKHIA OMAR, MAMPORIA BADRI On the Clark-Ocone Type Formula for Integral Type Wiener Functional	42
RASULOV A.S., RAIMOVA G.M. The Probabilistic models of solution boundary value problem for system equations of elliptic type	45
RUZIEVA D.S., SHARIPOV O.SH. Central limit theorem for weakly dependent random fields with values in $c_0$ space	49
SEDOV S.S. Threshold theorems for generalized epidemic size in a new Markovian epidemic model	51
SEYTOV SH.J., ESHNIYOZOV A.I. The method of graphical analysis for some two dimensional dynamical systems	52
SHARIPOV S.O., GOLOMOZIY V.V. On limit theorems for branching processes with dependent immigration	54
SHERMATOVA Z. KH. Maximal Torus of a class of Quasi-filiform Leibniz Algebras	56
SIBALIJA TATJANA Metaheuristics in parametric process design: laser cutting study analysis	58
SOLEEV A. Power Geometry and Nonlinear Problems	64
YULDASHEV T.K. On a stochastic differential equations with nonlinear maxima	66
АБДУЛЛАЕВ Ж.И., ТОШТУРДИЕВ А.М. Инвариантные подпространства оператора Шредингера системы двух фермионов	68
АБДУЛЛАЕВ К.Ф. Геометрия орбит динамических полисистем	71



АБУЛОВ М.О. О некоторые приложения теории булевых функций	73
АЛЕКСЕЕВА ЕЛЕНА Свойства стационарного распределения вероятностей для сильнонелинейного осциллятора под Гауссовским случайным воздействием	75
АЗИМОВ Ж.Б. Об асимптотических свойствах ветвящихся случайных процессов с непрерывным временем и иммиграцией	77
БЕКТЕМИРОВ А.Б., ХУЖАЁРОВ Х.Б. Математическая модель финансовой деятельности коммерческих банков по кредитованию, учитывающая конкурирующие интересы сторон	79
БОБКОВА ОЛЬГА, МОИСЕЕВА СВЕТЛАНА, ДАНИЛЮК ЕЛЕНА Исследование Системы Массового Обслуживания $M/M/1$ с групповым входящим потоком и повторными вызовами	81
ДЖИЯНОВ Т.О., ТУРДАЛИЕВ Ш. Математическое моделирование переноса вещества в неоднородный пористой среде с неравновесной адсорбцией	83
ГУЛОМОВ О.Х., ШОДИЕВ С.ҮҮ. Об одном достаточном условии сильной стационарности положительных квадратичных форм	84
ЖУРАЕВ Ш.Ю. О переходных явлениях для ветвящихся случайных процессов Гальтона-Ватсона	86
КУЛДАШЕВ К.К. $\psi$ – $m$ -субгармоническая мера граничных множеств	88
КУРБОНОВ Х., МУРТАЗАЕВ М. Асимптотические соотношения для распределений стационарных длин очередей двойственных систем $M G 1 N$ и $CJ M 1 N - 1$	89
МАМАДАЛИЕВ Н., САЛОМОВА М., БАЗАРКУЛОВ А. О задаче преследования в линейных дифференциальных играх	91
МАХМУДОВ Ж.М., УСМОНОВ А.И., АБДИЕВА Х. Математическое моделирование переноса вещества в цилиндрической пористой среде с фрактальной структурой с учетом адсорбционных явлений	93
МЕРАЖОВ Н., РАСУЛОВ Т. О кратности собственных значений одной $3 \times 3$ -операторной матрицы с Фредгольмскими операторами	95
МУМИНОВ М.Э., ХУРРАМОВ А.М. О числе собственных значений модельного оператора	97
МУСТАФАКУЛОВА АЗИЗА Ветвящиеся случайные блуждания	99
МУСТАФОЕВА З., РАСУЛОВ Т. О соотношениях между спектрами блочных элементов одной $4 \times 4$ -операторной матрицы	101

НЕЪМАТОВА Ш., РАСУЛОВ Т. Определитель возмущения и основное состояние для обобщенной модели Фридрикса на нецелочисленной решетке	103
Полин Евгений, МОИСЕЕВА СВЕТЛАНА Исследование системы массового обслуживания $MR GI _{\infty}$ методом асимптотического анализа в условии эквивалентного роста времени обслуживания на приборах	105
РАХМАТУЛЛАЕВ М.М., РАСУЛОВА М.А. $H_A$ -слабо периодические основные состояния для модели Поттс-SOS	107
РАДЖАБОВА П.Н., АЗИМОВ А.А. О решении систем однородных линейных неравенств	109
РАСУЛОВ А.С., БАКОЕВ М.Т., РАХМАТОВ М.Ю. Моделирование квази случайных последовательностей для вычисления многомерных интегралов	111
РУЗИМУРАДОВ Х.Х., ЭСАНОВ О. Связь разбиения многогранника Ньютона на плоскости с тропическими кривыми	113
САМАТОВ С.М., САЙДУЛЛАЕВ А. О некоторых свойствах собственного значения двухчастичного дискретного оператора Шредингера	114
САЙДУЛЛАЕВ У.Ж., ЗОКИРОВ М.С., БОЛИЕВ Ш.И. Математическая модель фильтрации суспензии с образованием релаксационного цилиндрического кейк-слоя	116
ТУЙЧИЕВ Т.Т., МАХМУДОВА Т.Г. О многомерном аналоге теоремы Поля для лакунарных рядов Гартогса с голоморфными коэффициентами	117
ТУЙЧИЕВ Т.Т., МАНСУРОВА Г.А. О продолжении суммы ряда Гартогса с полярными особенностями	119
ТУРСУНОВ Б.А. О построении римановых субмерсий	121
ТУХТАЕВ Э., МУРТАЗАЕВ М. Об асимптотической нормальности общего числа потомков в ветвящемся процессе с иммиграцией и дискретного времени	122
УЗАКОВ З.У. Коэффициент корреляции как параметр корреляционного и регрессионного анализа	124
ФАЙЗИЕВ Б.М., БЕГМАТОВ Т.И., АДИЛОВ А. Задача фильтрации суспензии в пористой среде с учетом динамических факторов	127
ХАМДАМОВ И.М. Асимптотическое выражение для среднего значения и дисперсии периметра выпуклых оболочек в единичном круге	129
ХОДЖИБАЕВ В.Р., ЛОТОВ В.И. О распределении максимума случайного процесса с переключениями	131





# Определитель возмущения и основное состояние для обобщенной модели Фридрихса на нецелочисленном решетке

НЕЪМАТОВА Ш., РАСУЛОВ Т.

Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан

e-mail: rth@mail.ru

## Аннотация

Для обобщенной модели Фридрихса на нецелочисленном решетке построен определитель возмущения и изучен основное состояние этой модели.

**Ключевые слова:** определитель возмущения, основное состояние, обобщенная модель Фридрихса, существенный спектр.

Как известно, некоторые актуальные задачи, в частности, задачи квантовой механики, статистической механики и гидродинамики сводятся к исследованию спектральных свойств обобщенной модели Фридрихса [1, 2]. Поэтому изучение определителя возмущения и основных состояний обобщенной модели Фридрихса играет важную роль в современной математической физике.

Пусть  $\mathbb{C}$ ,  $\mathbb{R}$  и  $\mathbb{Z}$  – множество всех комплексных, вещественных и целых чисел, соответственно. Для каждого фиксированного  $h > 0$  через  $\mathbb{T}_h^d$  обозначим  $d$ -мерный куб  $(-\pi/h; \pi/h]^d$  – с соответствующим отождествлением противоположных граней. Всюду в работе  $\mathbb{T}_h^d$  рассматривается как абелева группа в котором операции сложения и умножения на вещественное число введены как операции сложения и умножения на вещественное число в  $\mathbb{R}^d$  по модулю  $((2\pi/h)\mathbb{Z})^d$ . Например, если  $d = 3$  и

$$a = \left(\frac{\pi}{2h}, -\frac{2\pi}{3h}, \frac{5\pi}{6h}\right), \quad b = \left(\frac{2\pi}{3h}, -\frac{\pi}{6h}, \frac{\pi}{2h}\right),$$

то

$$a + b = \left(-\frac{5\pi}{6h}, -\frac{5\pi}{6h}, -\frac{2\pi}{3h}\right), \quad 6a = \left(\frac{\pi}{h}, 0, \frac{\pi}{h}\right) \in \mathbb{T}_h^3.$$

По строению множества  $\mathbb{T}_h^d$  видно, что для любого  $\Omega \subset \mathbb{R}^d$  существует  $h = h(\Omega) > 0$  такое, что  $\Omega \subset \mathbb{T}_h^d$ , т.е.  $\lim_{h \rightarrow 0} \mathbb{T}_h^d = \mathbb{R}^d$ .

Пусть  $L_2(\mathbb{T}_h^d)$  – гильбертово пространство квадратично-интегрируемых (комплекснозначных) функций, определенных на  $\mathbb{T}_h^d$ . Обозначим через  $\mathcal{A}_\mu(h)$  прямую сумму пространств  $\mathcal{H}_0 := \mathbb{C}$  и  $\mathcal{H}_1 := L_2(\mathbb{T}_h^d)$ , т.е.  $\mathcal{H} := \mathcal{H}_0 \oplus \mathcal{H}_1$ . Пространства  $\mathcal{H}_0$  и  $\mathcal{H}_1$  называются нульчастичной и одночастичной подпространства фоковского пространства  $F(L_2(\mathbb{T}_h^d))$  по  $L_2(\mathbb{T}_h^d)$ , соответственно.

Рассмотрим обобщенную модель Фридрихса  $\mathcal{A}_\mu(h)$ , действующую в  $\mathcal{H}$  по правилу

$$\mathcal{A}_\mu(h) := \begin{pmatrix} A_{00}(h) & \mu A_{01}(h) \\ \mu A_{01}^*(h) & A_{11}(h) \end{pmatrix},$$

с матричными элементами  $A_{ij}(h) : \mathcal{H}_j \rightarrow \mathcal{H}_i$ ,  $i \leq j$ ,  $i, j = 0, 1$ :

$$A_{00}(h)f_0 = -\varepsilon_h f_0, \quad A_{01}(h)f_1 = \int_{\mathbb{T}_h^d} v_h(t)f_1(t)dt,$$

$$(A_{11}(h)f_1)(x) = (-\varepsilon_h + w_h(x))f_1(x), \quad f = (f_0, f_1) \in \mathcal{H},$$

где  $\varepsilon_h$  – вещественное положительное число,  $w_h(\cdot)$  и  $v_h(\cdot)$  – вещественнозначные непрерывные функции на  $\mathbb{T}_h^d$ , причем

$$\min_{x \in \mathbb{T}_h^d} w_h(x) = 0,$$

а  $\mu > 0$  – "параметр взаимодействия". Очевидно, что при этих предположениях оператор  $\mathcal{A}_\mu(h)$  ограничен и самосопряжен в  $\mathcal{H}$ .

Пусть оператор  $\mathcal{A}_0(h)$  действует в  $\mathcal{H}$  как

$$\mathcal{A}_0(h) := \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & A_{11}(h) \end{pmatrix}.$$

Оператор возмущения  $\mathcal{A}_\mu(h) - \mathcal{A}_0(h)$  оператора  $\mathcal{A}_0(h)$  является самосопряженным оператором ранга 2. Следовательно, из известной теоремы Г. Вейля [3] о сохранении существенного спектра при возмущениях конечного ранга вытекает, что для существенного спектра оператора  $\mathcal{A}_\mu(h)$  имеет место равенство

$$\sigma_{\text{ess}}(\mathcal{A}_\mu(h)) = [-\varepsilon_h; -\varepsilon_h + M_h], \quad M_h := \max_{x \in \mathbb{T}_h^d} w_h(x).$$

Определим регулярную в  $\mathbb{C} \setminus [-\varepsilon_h; -\varepsilon_h + M_h]$  функцию

$$\Delta_\mu(h; z) := -\varepsilon_h - z - \mu^2 \int_{\mathbb{T}_h^d} \frac{v_h^2(t) dt}{-\varepsilon_h + w_h(t) - z}.$$

Обычно, функция  $\Delta_\mu(h; \cdot)$  называется определителем Фредгольма, ассоциированный с оператором  $\mathcal{A}_\mu(h)$ .

Пусть  $I$  – единичный оператор в  $\mathcal{H}$ . Так как  $\mathcal{A}_\mu(h) - \mathcal{A}_0(h)$  является оператором ранга 2, определитель возмущения  $\Delta_{\mathcal{A}_\mu(h)/\mathcal{A}_0(h)}(z)$  хорошо определена [4] по формуле

$$\Delta_{\mathcal{A}_\mu(h)/\mathcal{A}_0(h)}(z) := \det(I + (\mathcal{A}_\mu(h) - \mathcal{A}_0(h))(\mathcal{A}_0(h) - z)^{-1}).$$

Верны следующие теоремы.

**Теорема 1.** *Определитель возмущения  $\Delta_{\mathcal{A}_\mu(h)/\mathcal{A}_0(h)}(z)$  оператора  $\mathcal{A}_0(h)$  относительно оператора  $\mathcal{A}_\mu(h) - \mathcal{A}_0(h)$  имеет вид*

$$\Delta_{\mathcal{A}_\mu(h)/\mathcal{A}_0(h)}(z) = -\frac{1}{z} \Delta_\mu(h; z), \quad z \in \mathbb{C} \setminus \sigma(\mathcal{A}_0(h)).$$

**Теорема 2.** *При всех значениях  $\mu > 0$  и  $h > 0$  оператор  $\mathcal{A}_\mu(h)$  имеет не менее одного и не более двух собственных значений.*

В теореме 1, собственное значение  $E_\mu(h)$  оператора  $\mathcal{A}_\mu(h)$  которое существует при всех  $\mu > 0$  обычно называется основным состоянием и в этом случае компоненты соответствующего собственного вектора-функции выглядят так:

$$f_0 = \text{const} \neq 0, \quad f_1(x) = -\frac{\mu v_h(x) f_0}{-\varepsilon_h + w_h(x) - E_\mu(h)}.$$

## Список литературы

- [1] Лакаев С. Н. Некоторые спектральные свойства модели Фридрихса. *Труды семинара им. И.Г.Петровского.* -Ленинград, **1986**, 11, 210–223.
- [2] Минлос Р. А., Синай Я. Г. Исследование спектров стохастических операторов, возникающих в решетчатых моделях газа. *Теор. и матем. физ.* **1979**, 2, 230–243.
- [3] Рид М., Саймон Б. *Методы современной математической физики. Т. 4. Анализ операторов.* М.: Мир, 1982.
- [4] Gohberg I. C., Krein M. G. *Introduction to the theory of linear nonselfadjoint operators.* Amer. Math. Soc. Providence, Rhode Island, 1969.