O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI
ANDIJON DAVLAT UNIVERSITETI

ZAMONAVIY MATEMATIKANING NAZARIY ASOSLARI VA AMALIY MASALALARI

Respublika ilmiy-amaliy anjumani materiallari to'plami

II

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI
ANDIJON DAVLAT UNIVERSITETI

ZAMONAVIY MATEMATIKANING NAZARIY ASOSLARI VA AMALIY MASALALARI

Respublika ilmiy-amaliy anjumani materiallari to’plami
II

Andijon, 28 mart 2022 yil

МИНИСТЕРСТВОВЫСШЕГОИСРЕДНЕГОСПЕЦИАЛЬНОГООБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
АНДИЖАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Сборник материалов Республиканской научно-практической конференции

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ СОВРЕМЕННОЙ МАТЕМАТИКИ
II

Андижан, 28 марта 2022 года

MINISTRY OF HIGHER AND SECONDARY SPECIAL EDUCATION
REPUBLIC OF UZBEKISTAN
ANDIJAN STATE UNIVERSITY

Collection materials of the Republican scientific and practical conference

THEORETICAL FOUNDATIONS AND APPLIED PROBLEMS OF MODERN MATHEMATICS
II

Andijan, March 28, 2022

Zamonaviy matematikaning nazariy asoslari va amaliy masalalari. Respublika ilmiy-amaliy anjumani materiallari to‘plami. II qism. Andijon, 2022 yil. 324 bet.

Ushbu to‘plam O’zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2022 yil 7 martdagi №101-F sonli farmoyishi bilan tasdiqlangan “2022 yilda Xalqaro va Respublika miqyosida o’tkaziladigan ilmiy va ilmiy-texnik tadbirlar rejasi”ga ko’ra 2022 yil 28 mart kuni Andijon davlat universitetida o’tkazilgan “Zamonaviy matematikaning nazariy asoslari va amaliy masalalari” mavzusida Respublika miqyosidagi ilmiy-amaliy anjumaniga kelib tushgan tezislar matnlaridan tashkil topgan.

To’plamga kiritilgan tezislar mazmuni, ilmiyligi va dalillarning haqqoniyligi uchun mualliflar mas’uldirlar.

Mas’ul muharrir: Umrzaqov Nodirbek

Muharrirlar: Nishonov Tulanmirza
Zaynobiddinov Ibrohimjon
Atabayev Odiljon

Anjuman materiallari to’plami Andijon davlat universiteti Ilmiy kengashining 2022 yil 17 fevraldagi 8- yig’ilishi qarori bilan nashrga tavsiya etilgan.

$\{P\}$ оиладан олинган ихтиёрий P учун ва берилган $T=T(X^{(n)})$ статистика ёрдамида $P_t(B)$ шартли тақсимотлар оиласини тузамиз:

$$P_t(B) = \frac{P(B\cap\{x^{(n)}\in\mathcal{X}:T(x^{(n)})=t\})}{P(\{x^{(n)}\in\mathcal{X}:T(x^{(n)})=t\})}. \qquad (1)$$

2-Ta'rif [4]. $(\mathcal{X}, \mathcal{B}, \{P\})$-дискрет статистик модел учун $T(X^{(n)})$ статистика етарли статистика деб аталади, агар ҳар бир t га P_t шартли тақсимотлар $P\in\{P\}$га боғлиқ бўлмаса. Agar $\{P\}$ oila $\{P_\theta, \theta\in\Theta\}$ параметрик бўлса, у ҳолда (1) ифодани қуйидагича ёзиш ҳам мумкин:

$$P_t(B) = \frac{P_\theta(B\cap\{x^{(n)}\in\mathfrak{X}: T(x^{(n)})=t\})}{P_\theta(\{x^{(n)}\in\mathfrak{X}: T(x^{(n)})=t\})}. \qquad (2)$$

Шартли тақсимот (1) ни ҳисоблаш, ҳар доим ҳам осон бўлавермайди. Шунинг учун амалиётда унинг ўрнига етарли статистикани аниқлашнинг етарлилик критерияси ўринли эканлигини текшириш қулайдир. Фараз қилайлик, дискрет статистик моделда, $g(t, \theta)= P_\theta(\{x^{(n)} \in \mathfrak{X}: T(x^{(n)}) = t\})$, функцияни аниқлаймиз. Бундан эса, (2) тенгликни қуйидагича ёзиб оламиз:

$$P_\theta(x^{(n)})=g(t, \theta)\, P_t(x^{(n)}),\ T(x^{(n)}) = t. \qquad (3)$$

Агар $h(x^{(n)})=P_t(x^{(n)})$ деб олсак, у ҳолда (3) тенгликка асосан

$$P_\theta(x^{(n)})=g(T(x^{(n)}), \theta)\, h(x^{(n)}),\quad x^{(n)} \in \mathfrak{X}. \qquad (4)$$

P_θ тақсимотни (4) каби ёзиб олиш факторлаштириш деб аталади. Бу ерда $h(x^{(n)})$ функция $\theta\in\Theta$ га боғлиқ эмас ва $g(T(x^{(n)}), \theta)$ функция эса θ га ва $x^{(n)}$ га T статистика орқали боғлиқдир. Тушунарлики, h ни турли танлаш ҳисобига факторлаштириш тенглиги ҳам ягона эмаслиги мумкин. Демак, $T(x^{(n)})$ етарли статистика бўлса, у ҳолда (4) ифода ўринли экан [2-4]. Тескариси ҳам ўринлидир.

Шундай қилиб, ушбу мақолада статистикаларнинг асимптотик етарлилик шартларига оид масалалар муҳокама қилинади. Ўнг томондан тасодифий цензурланган моделда ҳам айрим етарли статистикалар ўрганилади.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Боровков А.А. Математическая статистика. Оценка параметров, проверка гипотез.-Москва: Наука. 1984.-472с.
2. Закс Ш. Теория статических выводов.-Москва: Мир. 1975.-776с.
3. Козлов М.В., Прохоров А.В. Введение в математическую статистику.-Москва: МГУ. 1987.-263 с.
4. Форманов Ш.К., Абдушукуров А.А. Математик статистика. 1-қисм: Параметрларни баҳолаш.-Тошкент: Университет. 1994.-67-b.

ОПЕРАТОРЛИ МАТРИЦАЛАРГА МОС БЛОК СОНЛИ ТАСВИРНИНГ АСОСИЙ ХОССАЛАРИ

Расулов Тўлқин

DSc, Бухоро давлат университети

Гильберт фазосидаги чизиқли операторлар учун сонли тасвир тушунчаси операторлар спектрал назариясининг муҳим тушунчаларидан биридир. Бу назариядан бизга яхши маълумки, чизиқли операторнинг спектри комплекс сонлар тўпламининг қисм тўплами бўлади. Бундан ташқари, агар берилган A чизиқли оператор чегараланган бўлса, у ҳолда унинг спектри маркази ноль нуқтада ва радиуси $\|A\|$ га тенг ёпиқ доирада сақланади. Шу ўринда табиий савол пайдо бўлади: чизиқли операторнинг спектрини ўзида сақловчи ҳамда маркази ноль нуқтада ва радиуси $\|A\|$ га тенг ёпиқ доирадан кичикроқ тўплам мавжудми? Чизиқли операторлар учун сонли тасвир тушунчаси бундай хоссага эга тўпламлардан бири эканлигини унинг қуйида баён қилинган хоссалари орқали кўриш мумкин.

Фараз қилайлик, H - комплекс Гильберт фазоси ва $A: H \to H$ - чизиқли оператор бўлиб, $D(A) \subset H$ унинг аниқланиш соҳаси бўлсин. Ушбу

$$W(A) := \{(Ax, x) : x \in D(A), \|x\| = 1\}$$

тўпламга A операторнинг сонли тасвири дейилади. Умумий ҳолда $W(A)$ тўплам очиқ тўплам ҳам ёпиқ тўплам ҳам бўлмайди. $W(A)$ очиқ тўплам бўладиган, ёпиқ тўплам бўладиган ҳамда очиқ ҳам ёпиқ ҳам бўлмайдиган чизиқли операторларга кўплаб мисоллар келтириш мумкин. Аниқланишига кўра $W(A)$ тўплам комплекс сонлар тўпламининг қисм тўплами бўлиб, $W(A)$ тўпламнинг геометрик хоссаларидан фойдаланиб A оператор ҳақида маълумот олиш мумкин.

Сонли тасвир тушунчаси биринчи маротаба [1] сонли матрицалар учун киритилган. Унда матрицанинг сонли тасвири унинг барча хос қийматларини сақлаши ва бундай тўпламнинг чегараси қавариқ чизиқ бўлиши исботланган. [2] ишда эса $W(A)$ нинг қавариқ тўплам эканлиги исботланган. Кейинчалик [3] ишда чизиқли чегараланган оператор ҳам бундай хоссага эга бўлиши ва унинг спектри сонли тасвир ёпиғи $\overline{W(A)}$ тўпламда ётиши кўрсатилган.

Шуни алоҳида таъкидлаб ўтиш жоизки, агар чизиқли операторнинг спектри иккита кесишмайдиган тўпламларнинг бирлашмасидан иборат бўлса, у ҳолда сонли тасвир спектрнинг жойлашув ўрнини етарлича тавсифлай олмайди. Юқоридаги каби ҳолатларда спектрнинг жойлашув ўрнини янада аниқроқ аниқлаш мақсадида [4] мақолада квадратик сонли тасвир тушунчаси киритилган. Ўқувчига қулайлик учун бу тушунчанинг таърифини келтирамиз.

Фараз қилайлик $H = H_1 \oplus H_2$ ва $A \in L(H)$ бўлсин, бу ерда H_1 ва H_2 лар Гильберт фазолари. У ҳолда A операторни ҳамиша

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \qquad (1)$$

2-тартибли операторли матрица кўринишида тасвирлаш мумкин [5], бу ерда $A_{ij} : H_j \to H_i$, $i, j = 1,2$ матрицавий элементлар чизиқли чегараланган операторлар.

A блок операторли матрица учун квадратик сонли тасвир тушунчасига таъриф берамиз. $(\cdot,\cdot)_i$ ва $\|\cdot\|_i$ лар орқали мос равишда H_i, $i = 1,2$ Гильберт фазолардаги скаляр кўпайтма ва нормаларни белгилаймиз.

Таъриф. *Қуйидаги*

$$A_f := \begin{pmatrix} (A_{11} f_1, f_1)_1 & (A_{12} f_2, f_1)_1 \\ (A_{21} f_1, f_2)_2 & (A_{22} f_2, f_2)_2 \end{pmatrix}, \quad f = (f_1, f_2) \in H$$

матрицанинг барча хос қийматлари тўпламига $A \in L(H)$ *блок операторли матрицанинг* (1) *кўринишига мос квадратик сонли тасвир дейилади, бунда* $\| f_i \|_i = 1$, $i = 1,2$ *ва* $W^2(A)$ *каби тасвирланади, яъни*

$$W^2(A) := \bigcup_{\| f_i \|_i = 1,\ i=1,2} \sigma_p(A_f),\ f = (f_1, f_2) \in H .$$

Квадратик сонли тасвир спектрни ўзида сақловчи сонли тасвирдан кўра кичикроқ тўплам эканлигини айтиш мумкин.

2×2 блок операторли матрицалар учун киритилган квадратик сонли тасвир тушунчасини $n \times n$ блок операторли матрица ҳолига умумлаштириш масаласи чегараланган операторлар учун [5,6] мақолаларда, чегараланмаган операторлар учун [7] мақолада тадқиқ қилинган.

Фараз қилайлик $n \in N$, $n \ge 3$, H_i, $i = 1,...,n$ - Гильберт фазолари ва $H := H_1 \oplus ... \oplus H_n$. У ҳолда $A \in L(H)$ ҳамиша

$$A := \begin{pmatrix} A_{11} & \cdots & A_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix} \qquad (2)$$

кўринишдаги блок операторли матрица кўринишида тасвирланади, бу ерда $A_{ij} : H_j \to H_i$, $i, j = 1,...,n$ матрицавий элементлар чизиқли чегараланган операторлар.

Ушбу

$$S_{H_1 \oplus ... \oplus H_n} := S_{H_1} \times ... \times S_{H_n} = \{ f = (f_1,..., f_n) \in H, \| f_i \|_i = 1, i = 1,...,n \}$$

тўплам орқали H_i даги S_{H_i} бирлик сфералар кўпайтмасини белгилаймиз.

Агар $H_1 \oplus ... \oplus H_n$ ёйилма фиксирланган бўлса, у ҳолда $S_{H_1 \oplus ... \oplus H_n}$ белгилаш ўрнига S^n ёки S_H белгилашлардан фойдаланиш мумкин.

Ҳар бир $f = (f_1,..., f_n) \in S_{H_1 \oplus ... \oplus H_n}$ учун

$$A_f := \left((A_{ij} f_j, f_i)_i \right)_{i,j=1}^n \in M_n(C)$$

каби аниқланган $n \times n$ матрицани қараймиз.

Таъриф. Ушбу

$$W_{H_1 \oplus ... \oplus H_n}(A) := \bigcup_{f \in S^n} \sigma_p(A_f),$$

тўпламга A операторли матрицанинг (2) кўринишига мос блок сонли тасвири дейилади.

H Гильберт фазонинг фиксирланган ёйилмаси учун $W^n(A) = W_{H_1 \oplus ... \oplus H_n}(A)$ белгилаш ишлатилади.

Энди блок сонли тасвирнинг асосий хоссаларини келтирамиз [5].

1) Агар $n = 1$ бўлса, у ҳолда блок сонли тасвир одатдаги сонли тасвир билан устма-уст тушади; $n = 2$ бўлганда, блок сонли тасвир квадратик сонли тасвир деб ҳам юритилади; $n = 3$ бўлса, у ҳолда блок сонли тасвир кубик сонли тасвир деб юритилади.

2) Агар $A \in M_n(C)$ - n-тартибли матрица бўлса, у ҳолда $W^n(A)$ тўплам A матрицанинг хос қийматлари тўплами билан устма-уст тушади.

3) Сонли тасвир ва блок сонли тасвир орасида $W^n(A) \subset W(A)$ боғланиш мавжуд.

4) Агар A операторли матрица юқори учбурчак ёки қуйи учбурчак шаклга эга бўлса, у ҳолда $W^n(A) = W(A_{11}) \cup \ldots \cup W(A_{nn})$ тенгли ўринли бўлади.

5) Агар $A \in L(H)$ бўлса, у ҳолда $W^n(A) \subset \{\lambda \in C : |\lambda| \leq \|A\|\}$ муносабат ўринлидир.

6) Агар $\dim H < \infty$ бўлса, у ҳолда $W^n(A)$ ёпиқ тўпламдир.

7) A ўз-ўзига қўшма операторли матрица, яъни $A^* = A$ бўлса, у ҳолда $W^n(A) \subset R$ муносабат ўринлидир.

8) Агар $A \in L(H)$ бўлса, у ҳолда $\sigma_p(A) \subset W^n(A), \sigma(A) \subset \overline{W^n(A)}$ хосса ўринли бўлиб, у спектрал муносабатлар хоссаси деб юритилади.

Таъкидлаш лозимки, нуқтали спектр билан боғлиқ спектрал муносабат чегараланмаган n-тартибли операторли матрицалар учун ҳам ўринлидир. Бироқ оператор спектри билан боғлиқ спектрал муносабат қўшимча шартлар асосида бажарилади [7].

Қуйида уч диагоналли 3×3 блок операторли матрицалар учун кубик сонли тасвирни ҳисоблашда қулай бўлган алтернатив формулани келтирамиз.

$H = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3$ Гильберт фазосида

$$A := \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12}^* & A_{22} & A_{23} \\ 0 & A_{23}^* & A_{33} \end{pmatrix}$$

3×3 блок операторли матрицани қараймиз, бу ерда A_{ij} матрицавий элементлар H_j ни H_i га ўтказувчи чизиқли чегараланган операторлар, яъни $A_{ij} \in L(H_j, H_i)$, $i, j \in \{1,2,3\}$, $i \leq j$.

$f = (f_1, f_2, f_3) \in H$ элемент ёрдамида қуйидаги миқдорларни аниқлаймиз:

$$a_{ij}(f) := \left(A_{ij} f_j, f_i\right);$$

$$p(f) := -\frac{1}{6}((a_{11}(f) - a_{22}(f))^2 + (a_{11}(f) - a_{33}(f))^2 + (a_{22}(f) - a_{33}(f))^2)$$
$$- |a_{12}(f)|^2 - |a_{22}(f)|^2 \ (< 0);$$

$$q(f) := |a_{12}(f)|^2 \, a_{33}(f) + |a_{23}(f)|^2 \, a_{11}(f) - a_{11}(f) a_{22}(f) a_{33}(f)$$
$$- \frac{2}{27}(a_{11}(f) + a_{22}(f) + a_{33}(f))^3$$
$$+ \frac{1}{3}(a_{11}(f) a_{22}(f) + a_{11}(f) a_{33}(f) + a_{22}(f) a_{33}(f) - |a_{12}(f)|^2 - |a_{23}(f)|^2)$$
$$\times (a_{11}(f) + a_{22}(f) + a_{33}(f));$$

$$\varphi(f) := \arccos\left(-\frac{3q(f)}{2p(f)} \sqrt{-\frac{3}{p(f)}}\right);$$

$$\Lambda_k(f):=\frac{1}{3}(a_{11}(f)+a_{22}(f)+a_{33}(f))+2\sqrt{-\frac{p(f)}{3}}\cos\frac{\varphi(f)+2k\pi}{3};\ k=1,2,3.$$

Ишнинг асосий натижаларидан бирини баён қиламиз. Унда A блок операторли матрицанинг $W^3(A)$ кубик сонли тасвирини ҳисоблаш формуласи келтирилган.

1-теорема. *A операторнинг кубик сонли тасвири $W^3(A)$ учун*

$$W^3(A)=\bigcup_{k=1}^{3}\ \bigcup_{\|f_i\|=1,\, i=1,2,3}\Lambda_k(f),\ \ f=(f_1,f_2,f_3)\in H$$

тенглик ўринли.

1-теорема A операторнинг чегараларини ўрганишда ва улар учун оптимал баҳолашлар олишда муҳим аҳамиятга эга [7]. 1-теоремани исботлашда кубик алгебраик тенгламалар ечимини топишнинг Кардано усулидан фойдаланилади.

ФОЙДАЛАНИЛГАН АДАБИЁТЛАР

1. Toeplitz O. Das algebraische Analogon zu einem Satze von Fejer. Math. Z., 2:1-2 (1918), pp. 187-197.

2. Hausdorff F. Der Wertvorrat einer Bilinearform. Math. Z., 3:1 (1919), pp. 314-316.

3. Wintner A. Zur Theorie der beschrankten Bilinearformen. Math. Z., 30:1 (1929), pp. 228-281.

4. Langer H., Tretter C. Spectral decomposition of some nonselfadjoint block operator matrices. J. Oper. Theory, 39 (1998), pp. 339-359.

5. Tretter C. Spectral Theory of Block Operator Matrices and Applications. Imperial College Press, 2008, P. 297.

6. Tretter C., Wagenhofer M. The block numerical range of an nxn block operator matrix. SIAM J. Matrix Anal. Appl. 24:4 (2003), pp. 1003-1017.

7. Rasulov T.H., Tretter C. Spectral inclusion for diagonally dominant unbounded block operator matrices. Rocky Mountain J. Math., 2018, No. 1, pp. 279-324.

H_A – ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ОСНОВНЫЕ СОСТОЯНИЯ ДЛЯ λ-МОДЕЛИ НА ДЕРЕВЕ КЭЛИ

Рахматуллаев Музаффар

Д.ф.-м.н., Институт математики АНРУз

Расулова Мухайё

Наманганский государственный университет

Пусть $\tau^k=(V,L), k\geq 1$ есть дерево Кэли порядка k, где V – множество вершин, L – множество ребер τ^k. Известно, что τ^k можно представить как G_k – свободное произведение $k+1$ циклических групп второго порядка [1].

Мы рассматриваем модель, где спин принимает значения из множества $\Phi=\{1,2,...,q\}$, $q\geq 2$.

Гамильтониан λ-модели имеет вид

$$H(\sigma)=\sum_{\substack{\langle x,y\rangle:\\ x,y\in V}}\lambda(\sigma(x),\sigma(y)) \qquad (1)$$