

ISBN 978-9943-18-262-2

Modern  
StochAStic  
Models &  
ProbleMs  
Of Actuarial  
MaTHematics

Organizer – Karshi State University



**Abstract of Communications of the Conference**

---

**Тезисы докладов Конференции**

Организатор – Каршинский государственный университет

Совр**М**енные  
Стох**А**стические  
**М**одели и  
**Пр**облемы  
Актуар**Н**ой  
Математики

Karshi, Uzbekistan  
2020

MINISTRY OF HIGHER AND SECONDARY SPECIAL EDUCATION  
OF THE REPUBLIC OF UZBEKISTAN

KARSHI STATE UNIVERSITY

# A B S T R A C T S of communications

of the Conference

MODERN STOCHASTIC MODELS AND  
PROBLEMS OF ACTUARIAL MATHEMATICS



September 25, 2020  
Karshi, Uzbekistan

“PPCH NASAF”  
2020

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

КАРШИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

# ТЕЗИСЫ докладов

конференции

СОВРЕМЕННЫЕ СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И  
ПРОБЛЕМЫ АКТУАРНОЙ МАТЕМАТИКИ



25 сентября, 2020  
Карши, Узбекистан

“ИПТД Насаф”  
2020

УДК 519.2, 519.6, 512.6, 517.4  
ББК 22.1  
А-21

Тезисы докладов конференции “Современные стохастические модели и проблемы актуарной математики”. Под ред. А.А.Имомова. – Карши, Узбекистан, 2020. – 164 стр.

ISBN 978-9943-18-262-2

В книге собраны тезисы конференции «Современные стохастические модели и проблемы актуарной математики», состоявшейся в Каршинском государственном университете 25 сентября 2020 года. В ней представлены результаты научных исследований в области теории вероятностей, случайных процессов, теории массового обслуживания, математической статистики, динамических систем, алгебраических структур, математического моделирования и анализа систем и др.

Сборник будет полезен научным исследователям, преподавателям вузов, студентам и всем, кто интересуется современными тенденциями теоретической и прикладной математики.

#### Редакционная коллегия:

**Имомов А.А.** — доктор физико-математических наук (ответственный редактор)  
**Моисеева С.П.** — доктор физико-математических наук, профессор  
**Пуртухия О.** — доктор физико-математических наук, профессор  
**Турсунов Б.** — доктор философии по физ.-мат. наукам (помощник редактора)

УДК 519.2, 519.6, 512.6, 517.4  
ББК 22.1  
А-21

ISBN 978-9943-18-262-2

© Издательско-полиграфический дом Насаф, 2020  
© Каршинский Государственный университет, 2020



9 789943 182622



# Contents / Оглавление

ADASHEV J., RASHIDOVA F. Description pro-solvable Lie algebras by maximal ideal $W_1$	1
ALDO TARANTO, SHAHJAHAN KHAN Bounds of Bi-Directional Grid Constrained Stochastic Processes in Mathematical Finance & Algorithmic Trading	3
AMEUR LOUNES, LOUIZA BERDJOUDJ Performance Analysis of Queuing System under Uncertainty based on Chao Polynomials	5
AZIZOV A., CHILIN V. Dominated Ergodic Theorem for Atomic Symmetric Spaces	7
BABILUA PETRE, NADARAYA ELIZBAR On the Estimating the Bernoulli Regression Function Using Bernstein Polynomials	9
DILMURADOV N., RAXIMOV A. The criteria of $a^k \xrightarrow{k \rightarrow \infty} O$ and its applications	11
ESHKABILOV YU.KH., NODIROV SH.D. On the positive fixed points of quartic operators	12
FAYZIEV B.M., BEGMATOV T.I., YUSUPOV N. A Mathematical model of Two-component Suspension filtration in Porous medium with Dynamical Factors	14
FERYAAL F.AHMED, S.EJAZ AHMED Big Data Analytics: Statistical and Machine Learning with Applications	16
IMOMOV A.A., KHODJAEV Y.T. Formulas of direct calculation of Probabilities in Urn Schemes with numerous urns	20
IMOMOV A.A., MEYLIYEV A.KH. On Properties of Markov Q-Processes with regularly varying generating function with remainder	22
JAMILOV U.U., KHUDOYBERDIYEV KH.O. On the Trajectories of $\pi$ - non-Volterra Quadratic Operators	24
JURAEV D.A. III-posed problems for first-order elliptic systems with constant coefficients	26
KHALKHUZHAEV A., PARDABAEV M., NAMOZOV M. Spectral properties of perturbed discrete Bilaplacian	28

KHUSANBAEV YA.M., SHARIPOV S.O. On the Asymptotic Behavior of Nearly Critical Branching Processes with Immigration	30
KHUSANBAEV YA.M., SHARIPOV S.O., TOSHQULOV H.A. Deterministic approximation for nearly Critical Branching Processes with dependent Immigration	31
KOPALIANI TENGIZ Nonstandard function spaces close to $L^\infty$ and some applications	33
LOUIZA BERDJOUDJ, AMEUR LOUNES AND OUALI BAHIOU Stochastic Analysis of M/G/1/1 retrial queue with impatient customers in the orbit	34
MAKHMUDOV M. Linear rigidity of trajectories of two dimensional Volterra Quadratic Stochastic Operator	36
MAMAYUSUPOV KH. Description of Newton maps of complex exponentials	38
NAZAROV ANATOLY, PAUL SVETLANA, LIZYURA OLGA Asymptotic Analysis of Markovian Retrial Queue with Unreliable Server and Multiple Types of Outgoing Calls	40
PURTUKHIA OMAR, MAMPORIA BADRI On the Clark-Ocone Type Formula for Integral Type Wiener Functional	42
RASULOV A.S., RAIMOVA G.M. The Probabilistic models of solution boundary value problem for system equations of elliptic type	45
RUZIEVA D.S., SHARIPOV O.SH. Central limit theorem for weakly dependent random fields with values in $c_0$ space	49
SEDOV S.S. Threshold theorems for generalized epidemic size in a new Markovian epidemic model	51
SEYTOV SH.J., ESHNIYOZOV A.I. The method of graphical analysis for some two dimensional dynamical systems	52
SHARIPOV S.O., GOLOMOZIY V.V. On limit theorems for branching processes with dependent immigration	54
SHERMATOVA Z. KH. Maximal Torus of a class of Quasi-filiform Leibniz Algebras	56
SIBALIJA TATJANA Metaheuristics in parametric process design: laser cutting study analysis	58
SOLEEV A. Power Geometry and Nonlinear Problems	64
YULDASHEV T.K. On a stochastic differential equations with nonlinear maxima	66
АБДУЛЛАЕВ Ж.И., ТОШТУРДИЕВ А.М. Инвариантные подпространства оператора Шредингера системы двух фермионов	68
АБДУЛЛАЕВ К.Ф. Геометрия орбит динамических полисистем	71



Авулов М.О. О некоторые приложения теории булевых функций	73
АЛЕКСЕЕВА ЕЛЕНА Свойства стационарного распределения вероятностей для сильнолинейного осциллятора под Гауссовским случайным воздействием	75
АЗИМОВ Ж.Б. Об асимптотических свойствах ветвящихся случайных процессов с непрерывным временем и иммиграцией	77
БЕКТЕМИРОВ А.Б., ХУЖАЁРОВ Х.Б. Математическая модель финансовой деятельности коммерческих банков по кредитованию, учитывающая конкурирующие интересы сторон	79
БОВКОВА ОЛЬГА, МОИСЕЕВА СВЕТЛНА, ДАНИЛЮК ЕЛЕНА Исследование Системы Массового Обслуживания M/M/1 с групповым входящим потоком и повторными вызовами	81
Джиянов Т.О., Турдалиев Ш. Математическое моделирование переноса вещества в неоднородный пористой среде с неравновесной адсорбцией	83
Гуломов О.Х., Шодиев С.Ю. Об одном достаточном условии сильной стационарности положительных квадратичных форм	84
ЖУРАЕВ Ш.Ю. О переходных явлениях для ветвящихся случайных процессов Гальтона-Ватсона	86
КУЛДАШЕВ К.К. $\psi$ – $m$ -субгармоническая мера граничных множеств	88
КУРБНОВ Х., МУРТАЗАЕВ М. Асимптотические соотношения для распределений стационарных длин очередей двойственных систем $M G 1 N$ и $CJ M 1 N - 1$	89
МАМАДАЛИЕВ Н., САЛОМОВА М., БАЗАРКУЛОВ А. О задаче преследования в линейных дифференциальных играх	91
МАХМУДОВ Ж.М., УСМОНОВ А.И., АБДИЕВА Х. Математическое моделирование переноса вещества в цилиндрической пористой среде с фрактальной структурой с учетом адсорбционных явлений	93
МЕРАЖКОВ Н., РАСУЛОВ Т. О кратности собственных значений одной $3 \times 3$ -операторной матрицы с Фредгольмскими операторами	95
МУМИНОВ М.Э., ХУРРАМОВ А.М. О числе собственных значений модельного оператора	97
МУСТАФАКОЛОВА АЗИЗА Ветвящиеся случайные блуждания	99
МУСТАФОЕВА З., РАСУЛОВ Т. О соотношениях между спектрами блочных элементов одной $4 \times 4$ -операторной матрицы	101

НЕЙМАТОВА Ш., РАСУЛОВ Т. Определитель возмущения и основное состояние для обобщенной модели Фридрихса на нецелочисленном решетке	103
Полин Евгений, Моисеева Светлана Исследование системы массового обслуживания $MR GI \infty$ методом асимптотического анализа в условии эквивалентного роста времени обслуживания на приборах	105
РАХМАТУЛЛАЕВ М.М., РАСУЛОВА М.А. $H_A$ -слабо периодические основные состояния для модели Поттс-SOS	107
РАДЖАБОВА П.Н., АЗИМОВ А.А. О решении систем однородных линейных неравенств	109
РАСУЛОВ А.С., БАКОЕВ М.Т., РАХМАТОВ М.Ю. Моделирование квази случайных последовательностей для вычисления многомерных интегралов	111
РУЗИМУРАДОВ Х.Х., ЭСАНОВ О. Связь разбиения многогранника Ньютона на плоскости с тропическими кривыми	113
САМАТОВ С.М., САЙДУЛЛАЕВ А. О некоторых свойствах собственного значения двухчастичного дискретного оператора Шредингера	114
САЙДУЛЛАЕВ У.Ж., ЗОКИРОВ М.С., БОЛИЕВ Ш.И. Математическая модель фильтрования сuspension с образованием релаксационного цилиндрического кейк-слоя	116
ТУЙЧИЕВ Т.Т., МАХМУДОВА Т.Г. О многомерном аналоге теоремы Полиа для лакунарных рядов Гартогса с голоморфными коэффициентами	117
ТУЙЧИЕВ Т.Т., МАНСУРОВА Г.А. О продолжении суммы ряда Гартогса с полярными особенностями	119
ТУРСУНОВ Б.А. О построении римановых субмерсий	121
ТУХТАЕВ Э., МУРТАЗАЕВ М Об асимптотической нормальности общего числа потомков в ветвящемся процессе с иммиграцией и дискретного времени	122
УЗАКОВ З.У. Коэффициент корреляции как параметр корреляционного и регрессионного анализа	124
ФАЙЗИЕВ Б.М., БЕГМАТОВ Т.И., АДИЛОВ А. Задача фильтрации суспензии в пористой среде с учетом динамических факторов	127
ХАМДАМОВ И.М. Асимптотическое выражение для среднего значения и дисперсии периметра выпуклых оболочек в единичном круге	129
ХОДЖИБАЕВ В.Р., ЛОТОВ В.И. О распределении максимума случайного процесса с переключениями	131

# О кратности собственных значений одной $3 \times 3$ -операторной матрицы с Фредгольмскими операторами

МЕРАЖОВ Н., РАСУЛОВ Т.

*Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан*

e-mail: rth@mail.ru

## Аннотация

Рассматривается  $3 \times 3$ -операторная матрица  $T$ , матричные элементы которого являются фредгольмскими операторами ранга 1. Определен число и кратность собственных значений оператора  $T$ .

**Ключевые слова:** операторная матрица, прямая сумма, оператор Фредгольма, точечный спектр, кратность собственное значение.

Пусть  $\mathcal{H}_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  – три гильбертовы пространства. Известно, что любой линейный ограниченный оператор  $T$  действующий в прямой сумме  $\mathcal{H} := \mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2 \oplus \mathcal{H}_3$  представляется как

$$T := \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где матричные элементы  $T_{ij}$  являются линейными ограниченными операторами из  $\mathcal{H}_j$  в  $\mathcal{H}_i$ , т.е.  $T_{ij} \in L(\mathcal{H}_j, \mathcal{H}_i)$ ,  $i, j \in \{1, 2, 3\}$ . Оператор  $T$  является самосопряженным, тогда и только тогда, когда  $T_{ii} = T_{ii}^*$ ,  $i = 1, 2, 3$  и  $T_{ij} = T_{ji}^*$  при  $i \neq j$ . Обычно матрицы такого рода, т.е. матрицы элементы которых являются линейные операторы в банаховых или гильбертовых пространствах, называются  $3 \times 3$ -операторные матрицы [1].

Через  $\mathbb{T}^d$  обозначим  $d$ -мерный куб  $(-\pi; \pi]^d$  соответствующим отождествлением противоположных граней и через  $L_2(\mathbb{T}^d)$  обозначим гильбертова пространство квадратично- интегрируемых (комплексно-значных) функций, определенных на  $\mathbb{T}^d$ . Пусть

$$L_2^{(3)}(\mathbb{T}^d) := \{f = (f_1, f_2, f_3) : f_\alpha \in L_2(\mathbb{T}^d), \alpha = 1, 2, 3\}.$$

Если положит  $\mathcal{H}_i = L_2(\mathbb{T}^d)$ ,  $i = 1, 2, 3$ , то  $\mathcal{H} = L_2^{(3)}(\mathbb{T}^d)$ . В настоящей работе рассмотрим матричный оператор  $T$ , со следующими матричными элементами:

$$(T_{ij}f_j)(x) = t_{ji}(x) \int_{\mathbb{T}^d} t_{ij}(s)f_j(s)ds, \quad f_i \in L_2(\mathbb{T}^d), \quad i \leq j, \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Здесь  $t_{ij}(\cdot)$  - вещественно-значная непрерывная функция на  $\mathbb{T}^d$ . При этом операторная матрица  $T$  является ограниченным и самосопряженным оператором в  $L_2^{(3)}(\mathbb{T}^d)$ .

Положим

$$\Delta(\lambda) := \begin{vmatrix} \Delta_{11}(\lambda) & \Delta_{12} & \cdots & \Delta_{19} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22}(\lambda) & \cdots & \Delta_{29} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta_{91} & \Delta_{92} & \cdots & \Delta_{99}(\lambda) \end{vmatrix},$$

где матричные элементы определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta_{11}(\lambda) &:= \|t_{11}\|^2 - \lambda, \quad \Delta_{12} := (t_{11}, t_{21}), \quad \Delta_{13} := (t_{11}, t_{31}); \\ \Delta_{22}(\lambda) &:= -\lambda, \quad \Delta_{24} := \|t_{12}\|^2, \quad \Delta_{25} := (t_{12}, t_{22}), \quad \Delta_{26} := (t_{12}, t_{32}); \\ \Delta_{33}(\lambda) &:= -\lambda, \quad \Delta_{37} := \|t_{13}\|^2, \quad \Delta_{38} := (t_{13}, t_{23}), \quad \Delta_{39} := (t_{13}, t_{33}); \\ \Delta_{41} &:= (t_{21}, t_{11}), \quad \Delta_{42} := \|t_{21}\|^2, \quad \Delta_{43} := (t_{21}, t_{31}), \quad \Delta_{44}(\lambda) := -\lambda; \\ \Delta_{54} &:= (t_{22}, t_{12}), \quad \Delta_{55} := \|t_{22}\|^2 - \lambda, \quad \Delta_{56} := (t_{22}, t_{32}); \\ \Delta_{66}(\lambda) &:= -\lambda, \quad \Delta_{67} := (t_{23}, t_{13}), \quad \Delta_{68} := \|t_{23}\|^2, \quad \Delta_{69} := (t_{23}, t_{33}); \\ \Delta_{71} &:= (t_{31}, t_{11}), \quad \Delta_{72} := (t_{31}, t_{21}), \quad \Delta_{73} := \|t_{31}\|^2, \quad \Delta_{77}(\lambda) := -\lambda; \\ \Delta_{84} &:= (t_{32}, t_{12}), \quad \Delta_{85} := (t_{32}, t_{22}), \quad \Delta_{86} := \|t_{32}\|^2, \quad \Delta_{88}(\lambda) := -\lambda; \\ \Delta_{97} &:= (t_{33}, t_{13}), \quad \Delta_{98} := (t_{33}, t_{23}), \quad \Delta_{86} := \|t_{32}\|^2, \quad \Delta_{99}(\lambda) := \|t_{33}\|^2 - \lambda \\ \Delta_{ij} &= 0, \quad \text{в остальных случаях.} \end{aligned}$$

Основным результатом настоящей работы является следующая теорема.

**Теорема 1.** *Операторная матрица  $T$  имеет чисто точечный спектр и для него имеет место равенство*

$$\sigma_{\text{pp}}(T) = \{0\} \cup \{\lambda \in \mathbb{R} : \Delta(\lambda) = 0\}.$$

*Причем, число  $\lambda = 0$  является бесконечнократным собственным значением оператора  $T$ .*

Видно, что функция  $\Delta(\cdot)$  является полиномом порядка 9 относительно  $\lambda$ . Поэтому оно имеет не более чем 9 вещественных нулей (с учетом кратности). Следовательно, в силу теоремы 1 операторная матрица могут иметь не более чем 9 (с учетом кратности) собственных значений.

## Список литературы

- [1] Tretter C. *Spectral Theory of Block Operator Matrices and Applications*. Imperial College Press, 2008.