Труды Математического центра имени Н.И.Лобачевского

Том 66

Казанский (Приволжский) федеральный университет
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

Научно-образовательный математический центр
Приволжского федерального округа

XVI Международная Казанская школа-конференция "Теория функций, ее приложения и смежные вопросы"

Сборник трудов

(*Казань, 22 – 27 августа 2023 г.*)

Казанский (Приволжский) федеральный университет

2023

Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета, Научно-образовательный математический центр Приволжского федерального округа

ул. Кремлевская, 35, Казань, Республика Татарстан, Российская Федерация

Издание осуществлено в рамках реализации программы развития Научно-образовательного математического центра Приволжского федерального округа, соглашение № 075-02-2023-944.

УДК 517
ББК 22.16

Научный редактор: С. Р. Насыров.

Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского. Т. 66
XVI Международная Казанская школа-конференция
"Теория функций, ее приложения и смежные вопросы",
Сборник трудов. – Казань: КФУ, 2023. – Т. 66. – 310 с.

В том вошли материалы XVI Международной Казанской школы-конференции "Теория функций, ее приложения и смежные вопросы", организованной на базе Института математики и механики им. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета. Конференция проходила в Казани с 22 по 27 августа 2023 года.
Материалы предназначены для научных сотрудников, преподавателей, аспирантов и студентов старших курсов, специализирующихся в различных областях математики и ее приложений.

А. С. Никитин, А. С. Ситдиков, Д. В. Буштец. Ограничения правилами суперотбора в передаче квантовой информации при наличии сопряженных суперотборных секторов . . . 179
А. А. Новиков, Р. Л. Зайнуллин. Оператор фазового сдвига и вентили типа Z, управляемые множественными каналами. . . . 181
В. В. Обуховский, С. В. Корнев, Е. Н. Гетманова, В. А. Бочаров. О существовании решения неявной случайной системы управления с обратной связью . . . 184
А. В. Ожегова, Л. Э. Хайруллина. Равномерные аппроксимации периодического сильно сингулярного уравнения первого рода . . . 185
Б. П. Осиленкер. Формула следа для полиномов, ортогональных в усиленных пространствах Соболева . . . 187
А. Ю. Попов, Т. Ю. Семенова. Уточнение оценки скорости равномерной сходимости ряда Фурье непрерывной периодической функции ограниченной вариации . . . 189
А. Ю. Попов, А. П. Солодов. Распространение оценки снизу С.А. Теляковского суммы синус-ряда с выпуклыми коэффициентами на более длинный отрезок . 191
П. Г. Поцейко, Е. А. Ровба, К. А. Смотрицкий. Об одном методе суммирования Рисса в рациональной аппроксимации . . . 193
Е. Г. Прилепкина. О конденсаторах с шаровыми пластинами . . . 195
В. А. Пчелинцев. О первом собственном значении задачи Дирихле для эллиптических операторов в дивергентной форме . . . 196
А. В. Равчеев. О локальных классах Бэра ляпуновских инвариантов . . . 198
Т. Х. Расулов. Исследование дискретного спектра решетчатой модели спин-бозон с не более чем двумя фотонами . . . 201
M. M. Rahmatullaev, Z. T. Abdukahorova. Description of H_A-weakly periodic p-adic generalized Gibbs measures for the p-adic Ising model on the Cayley tree of order two . . . 202
M. M. Rahmatullaev, M. A. Rasulova. Periodic ground states of the Potts-SOS model with an external field . . . 204
В. С. Рыхлов. Решение начально-граничной задачи для волнового уравнения со смешанной производной и потенциалом общего вида . . . 205
К. Б. Сабитов. Начально–граничные задачи для уравнения колебаний круглой пластины . . . 207
Г. Р. Сайлиева. Уравнение Фаддеева для одной 3×3 операторной матрицы с некомпактным возмущенем . . . 210
В. Ж. Сакбаев. Унитарные представления групп преобразований бесконечномерных пространств и инвариантные меры . . . 212
Р. Г. Салахудинов. Изопериметрически монотонные функционалы области . . 213
Ж. Ш. Сафаров. О разрешимости одной обратной задачи для интегро-дифференциального уравнения с дополнительной информацией специального вида в ограниченной области . . . 215
Д. С. Сафаров, С. К. Миратов. Точное периодическое и ограниченное решение обобщенногоуравнения Клейна-Гордона с постоянными отклоняющимися аргументами . . . 217

Т. Ю. Семенова. Оценка скорости равномерной сходимости ряда Фурье непрерывной периодической функции ограниченной p-вариации 219
Д. С. Симушкин, С. В. Симушкин. О среднем значении момента остановки универсальной d-гарантийной процедуры 221
A. V. Smagin, N. B. Sadovnikova, V. I. Vasenev. Differential equations in process modeling of dynamic systems with carbon sequestration: approaches, mathematical problems, modern challenges 222
Ю. С. Солиев. О квадратурных формулах с кратными узлами для сингулярного интеграла Гильберта по действительной оси 224
С. В. Солодуша. Об одном классе нелинейных систем интегральных уравнений I рода 226
М. С. Сорока, В. В. Обуховский. О начальной задаче для невыпуклозначных дифференциальных включений дробного порядка с импульсными характеристиками в банаховом пространстве 228
А .П. Старовойтов, Е. П. Кечко, Т. М. Оснач. Совместные рациональные аппроксимации тригонометрических рядов 229
В. Д. Степанов. Ассоциированная рефлексивность некоторых функциональных классов 232
Л. И. Сухочева. О «движении» собственных значений одного квадратичного пучка 233
Ф. М. Талбаков. Об абсолютной сходимости рядов Фурье почти-периодических функций 235
S. M. Tashpulatov. Spectra of the energy operator of two-magnon systems with four-spin exchange Hamiltonian 237
С. Н. Тимергалиев. О существовании решений нелинейных краевых задач равновесия пологих оболочек типа Тимошенко 238
Н. А. Тошева. Оператор канала для семейства операторных матриц третьего порядка 240
А. Ю. Трынин. Один метод суммирования тригонометрических рядов Фурье с помощью синк-аппроксимаций 242
Д. А. Тукмаков. Численное исследование динамики газовзвесей в аэродинамических и электрических полях 244
М. В. Турбин, А. С. Устюжанинова. Разрешимость начально-краевой задачи для модели Кельвина-Фойгта с памятью 246
Г. Х. Умиркулова. Некоторые спектральные свойства семейства моделей Фридрихса 248
Е. П. Ушакова. Операторы Римана–Лиувилля в пространствах Бесова 250
Х. Фауаз. О зарядах на квантовых логиках множеств 253
К. Ю. Федоровский. О задаче Дирихле для эллиптических систем второго порядка с постоянными коэффициентами 255
В. В. Филатов. Достаточные условия выполнения теоремы типа Лиувилля для ограниченных решений полулинейного уравнения на модельных многообразиях 259
Б. Н. Хабибуллин. Геометрические условия полноты экспоненциальных систем в пространствах функций на компактах комплексной плоскости 261

Р. Л. Хажин. О делимости квантовых процессов, демпфирующих фазы 265
С. Г. Халиуллин. Вероятностные алгебры и ульрапроизведения 267
А. М. Халхужаев, Ж. Х. Боймуродов. О дискретном спектре трехчастичного оператора Шредингера на решетке 268
А. М. Халхужаев, Х. Г. Хайитова. Исследование существенного спектра одной 2×2-операторной матрицы в фермионном пространстве Фока 271
Л. С. Харасова. Метод интегральных уравнений исследования нелинейной краевой задачи для системы дифференциальных уравнений теории пологих оболочек типа Тимошенко 273
Ю. Х. Хасанов. О приближении равномерных почти-периодических функций . 275
А. П. Хромов. О почленном интегрировании тригонометрического ряда Фурье и теореме Фейера – Лебега 277
Г. В. Хромова. Об одном аналоге интерполяционных параболических сплайнов 279
И. Г. Царьков. Свойства выпуклых множеств в несимметричных равномерно выпуклых пространствах с расширенной нормой 281
Н. А. Чебаненко, В. А. Клячин. О геометрических свойствах непрерывных отображений, сохраняющих ориентацию симплексов 283
С. Т. Чориева, Г. М. Мирсабурова. Задача Бицадзе-Самарского для гиперболического уравнения 284
П. Л. Шабалин. Задача Римана в полуплоскости для обобщенных аналитических функций со сверхсингулярной точкой 286
И. А. Шакиров. Об эффективности приближения константы Лебега оператора Фурье логарифмическими и логарифмическо-дробно-рациональными функциями 287
М. В. Шамолин. Инвариантные формы геодезических, потенциальных и диссипативных систем с конечным числом степеней свободы 289
Ф. М. Шамсудинов, И. О. Бобоназаров. Об одной переопределенной системе дифференциальных уравнений второго порядка с одной внутренней сингулярной линией 291
Ф. М. Шамсудинов, Р. С. Валиев. Об одной передопределенной системе дифференциальных уравнений второго порядка с двумя внутренними сингулярными линиями 293
М. Ш. Шарипова. Оценки для границ одной 3×3 операторной матрицы 295
Ш. Н. Шералиев. Об оценке гиперсингулярного оператора, связанного с перидинамикой. 297
E. A. Shirokova, P. N. Ivanshin. On cauchy problem solution for a harmonic function in a simply connected domain with multily-connected boundary 298
В. А. Шлык. Устранимые множества для ньютоновского пространства $N^{1,p}$ на метрическом пространстве с p-ограниченной геометрией 300
В. И. Щербаков. Расходимость рядов Фурье по обобщённым системам Хаара и Уолша в точках неустранимого разрыва первого рода 301
Д. Б. Эшмаматова, М. А. Таджиева, Р. Н. Ганиходжаев. Динамика поведения траекторий отображений Лотки – Вольтерры в случае однородных турниров . 304
Ф. А. Юсупов, Д. Б. Эшмаматова. Асимптотическое поведение композиции нелинейных отображений 305

Ф. Ю. Яшиева. Исследование расположение собственных значений обобщенной модели Фридрихса с помощью редактора MATHCAD 307

ON THE DISCRETE SPECTRUM OF THE THREE-PARTICLE SCHRÖDINGER OPERATOR ON A LATTICE

A. M. Khalkhuzhaev, J. Kh. Boymurodov

We consider the three-particle Schrödinger operator $H_{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{K}), \mathbf{K} \in \mathbb{T}^3$*, associated with a system of three particles (two of them are bosons with mass* 1 *and one is an arbitrary boson with mass* $m > 0$*), interacting via paired contact* $\mu_1 > 0$ *and* $\mu_3 > 0$ *potentials on the three-dimensional lattice* $\mathbb{Z}^3$*. The number of eigenvalues of the operator* $H_{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{0})$, $\mathbf{0} = (0,0,0)$, *lying to the left of the essential spectrum for sufficiently large* $\mu_1 > 0$ *depending on the threshold values of the mass ratio* $m > 0$.

Keywords: Schrödinger operator on a lattice, Hamiltonian, zero-range, fermion, eigenvalue, quasimomentum, invariant subspace, Faddeev operator.

УДК 517.984

ИССЛЕДОВАНИЕ СУЩЕСТВЕННОГО СПЕКТРА ОДНОЙ 2 × 2-ОПЕРАТОРНОЙ МАТРИЦЫ В ФЕРМИОННОМ ПРОСТРАНСТВЕ ФОКА

А. М. Халхужаев[1], Х. Г. Хайитова[2]

1 *ahmad_x@mail.ru*; Институт математики имени В.И.Романовского, Самарканд, Узбекистан.
2 *x.g.xayitova@buxdu.uz*; Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан.

Рассматривается 2×2*-операторная матрица в фермионном пространстве Фока. Выделен соответствующий канальный оператор и найден его спектр. Установлено, что существенный спектр исследуемого оператора совпадает со спектром оператора канала.*

Ключевые слова: операторная матрица, фермионное пространство Фока, существенный спектр, канальный оператор.

Пусть $\mathbb{T}^{\mathrm{d}}$ – d-мерный тор, $\mathbb{C}$ – одномерное комплексное пространство, $L_2(\mathbb{T}^{\mathrm{d}})$ – гильбертово пространство квадратично-интегрируемых (комплекснозначных) функций, определенных на $\mathbb{T}^{\mathrm{d}}$, $L_2^{\mathrm{as}}((\mathbb{T}^{\mathrm{d}})^2)$ – гильбертово пространство квадратично-интегрируемых (комплекснозначных) антисимметричных функций, определенных на $(\mathbb{T}^{\mathrm{d}})^2$. Обозначим через $\mathcal{H}$ прямую сумму пространств $\mathcal{H}_1 := L_2(\mathbb{T}^{\mathrm{d}})$ и $\mathcal{H}_2 := L_2^{\mathrm{as}}((\mathbb{T}^{\mathrm{d}})^2)$, т.е. $\mathcal{H} := \mathcal{H}_1 \oplus \mathcal{H}_2$.

В гильбертовом пространстве $\mathcal{H}$ рассмотрим 2×2 операторную матрицу

$$H_{\mu,\lambda}(\gamma) := \begin{pmatrix} H_{11} & \lambda H_{12} \\ \lambda H_{12}^* & H_{22}^0(\gamma) - \mu V \end{pmatrix} \tag{1}$$

со следующими матричными элементами

$$(H_{11} f_1)(x) = u(x) f_1(x), \quad (H_{12} f_2)(x) = \int_{\mathbb{T}^{\mathrm{d}}} v(t) f_2(x,t)\,dt, \quad (H_{22}^0(\gamma) f_2)(x,y) = w_\gamma(x;y) f_2(x,y),$$

$$V := V_1 + V_2, \quad (V_1 f_2)(x,y) = \int_{\mathbb{T}^{\mathrm{d}}} f_2(x,t)\,dt, \quad (V_2 f_2)(x,y) = \int_{\mathbb{T}^{\mathrm{d}}} f_2(t,y)\,dt.$$

Здесь $f_i \in \mathcal{H}_i$, $i, j = 1,2$, $\mu, \lambda > 0$, γ – фиксированные вещественные числа, $u(\cdot)$ и $v(\cdot)$ – вещественно-непрерывные функции на $\mathbb{T}^{\mathrm{d}}$, $H_{ij}^*, i < j$ – сопряженный оператор к

H_{ij}, а функция $w_\gamma(\cdot;\cdot)$ имеет вид:

$$w_\gamma(x;y) := (\varepsilon(x)+\varepsilon(y)+\gamma\varepsilon(x+y)), \quad \varepsilon(x)=\sum_{k=1}^{\mathrm{d}}(1-\cos x_k).$$

Можно легко проверить, что при этих предположениях операторная матрица $H_{\mu,\lambda}(\gamma)$, является ограниченным и самосопряженным оператором в $\mathscr{H}$.

Рассмотрим так называемый канальный оператор, соответствующий операторной матрице $H^{ch}_{\mu,\lambda}(\gamma)$ и действующий в гильбертовом пространстве $L_2(\mathbb{T}^{\mathrm{d}}) \oplus L_2((\mathbb{T}^{\mathrm{d}})^2)$ как

$$H^{ch}_{\mu,\lambda}(\gamma) := \begin{pmatrix} H_{11} & \frac{\lambda}{\sqrt{2}}H_{12} \\ \frac{\lambda}{\sqrt{2}}H^*_{12} & H^0_{22}(\gamma)-\mu V_1 \end{pmatrix}, \tag{2}$$

По определению канальный оператор $H^{ch}_{\mu,\lambda}(\gamma)$ является линейным, ограниченным и самосопряжённым оператором в гильбертовом пространстве $L_2(\mathbb{T}^{\mathrm{d}}) \oplus L_2((\mathbb{T}^{\mathrm{d}})^2)$. С целью описания существенного спектра оператора $H_{\mu,\lambda}(\gamma)$, сначала изучаются некоторые спектральные свойства обобщенной модели Фридрихса $h_{\mu,\lambda}(\gamma,x)$, $x\in\mathbb{T}^{\mathrm{d}}$, действующей в $\mathscr{H}_0\oplus\mathscr{H}_1$ ($\mathscr{H}_0 := \mathbb{C}$) как

$$h_{\mu,\lambda}(\gamma,x) := \begin{pmatrix} h_{00} & \frac{\lambda}{\sqrt{2}}h_{01} \\ \lambda\frac{\lambda}{\sqrt{2}}h^*_{01} & h^0_{11}(\gamma)-\mu v \end{pmatrix}, \tag{3}$$

где матричные элементы определяются по формулам

$$h_{00}(x)f_0 = u(x)f_0, \quad h_{01}f_1 = \int_{\mathbb{T}^{\mathrm{d}}} v(t)f_1(t)dt,$$

$$(h^*_{01}f_0)(y) = v(y)f_0, \quad (h^0_{11}(\gamma,x)f_1)(y) = w_\gamma(x;y)f_1(y), \quad (vf_1)(y)=\int_{\mathbb{T}^{\mathrm{d}}} f_1(t)dt.$$

Очевидно, что оператор $h_{\mu,\lambda}(\gamma,x)$ ограничен и самосопряжён в $\mathscr{H}_0\oplus\mathscr{H}_1$. Из известной теоремы Г.Вейля о сохранении существенного спектра при компактных возмущениях следует, что $\sigma_{\mathrm{ess}}(h_{\mu,\lambda}(\gamma,x)) = [m_\gamma(x);M_\gamma(x)]$, где $m_\gamma(x) := \min\limits_{y\in\mathbb{T}^{\mathrm{d}}} w_\gamma(x;y)$, $M_\gamma(x) := \max\limits_{y\in\mathbb{T}^{\mathrm{d}}} w_\gamma(x;y)$.

При каждом фиксированном $x\in\mathbb{T}^{\mathrm{d}}$ определим регулярную в $\mathbb{C}\setminus\sigma_{\mathrm{ess}}(h_{\mu,\lambda}(\gamma,x))$ функцию (детерминант Фредгольма, ассоциированный с оператором $h_{\mu,\lambda}(\gamma,x)$)

$$\Delta_{\mu,\lambda}(\gamma,x;z) := \left(u(x)-z-\frac{\lambda^2}{2}\int_{\mathbb{T}^{\mathrm{d}}}\frac{v^2(t)dt}{(w_\gamma(x;t)-z)}\right)\left(1-\mu\int_{\mathbb{T}^{\mathrm{d}}}\frac{dt}{(w_\gamma(x;t)-z)}\right)-$$

$$-\frac{\mu\lambda^2}{2}\left(\int_{\mathbb{T}^{\mathrm{d}}}\frac{v(t)dt}{(w_\gamma(x;t)-z)}\right)^2.$$

Если для любого $x\in\mathbb{T}^{\mathrm{d}}$ верны неравенства $\Delta_{\mu,\lambda}(\gamma,x;m_\gamma)<0$ и $\Delta_{\mu,\lambda}(\gamma,x;M_\gamma)>0$, то оператор $h_{\mu,\lambda}(\gamma,x)$ имеет три простых собственных значения $E^{(1)}_{\mu,\lambda}(\gamma,x)<m_\gamma$,

$E^{(2)}_{\mu,\lambda}(\gamma,x) > M_\gamma$ и $E^{(3)}_{\mu,\lambda}(\gamma,x) > M_\gamma$. Тогда из непрерывности функции $E^{(i)}_{\mu,\lambda}(\gamma,\cdot)$ на $\mathbb{T}^{\rm d}$ следует, что область значений $\mathrm{Im}E^{(i)}_{\mu,\lambda}(\gamma,x), i = 1,2,3$ этой функции есть отрезок, причем

$$\mathrm{Im}\,E^{(1)}_{\mu,\lambda}(\gamma,\cdot)\cap(-\infty;m_\gamma) = \mathrm{Im}\,E^{(1)}_{\mu,\lambda}(\gamma,x), \quad \mathrm{Im}\,E^{(2)}_{\mu,\lambda}(\gamma,\cdot)\cap(M_\gamma;\infty) = \mathrm{Im}\,E^{(2)}_{\mu,\lambda}(\gamma,x),$$

$$\mathrm{Im}\,E^{(3)}_{\mu,\lambda}(\gamma,\cdot)\cap(M_\gamma;\infty) = \mathrm{Im}\,E^{(3)}_{\mu,\lambda}(\gamma,x).$$

Обозначим

$$\Sigma_{\mu,\lambda} = \mathrm{Im}\,E^{(1)}_{\mu,\lambda}(\gamma,\cdot)\cup\mathrm{Im}\,E^{(2)}_{\mu,\lambda}(\gamma,\cdot)\cup\mathrm{Im}\,E^{(3)}_{\mu,\lambda}(\gamma,\cdot), \quad m_\gamma := \min_{x,y\in\mathbb{T}^{\rm d}} w_\gamma(x;y), \quad M_\gamma := \max_{x,y\in\mathbb{T}^{\rm d}} w_\gamma(x;y).$$

Теорема 1. *Для любого* $x \in \mathbb{T}^{\rm d}$ *имеет место равенство* $\sigma(H^{\rm ch}_{\mu,\lambda}(\gamma)) = \Sigma_{\mu,\lambda} \cup [m_\gamma; M_\gamma]$.

Теорема 2. *Для существенного спектра оператора* $H_{\mu,\lambda}(\gamma,x)$ *имеет место равенство* $\sigma_{\rm ess}(H_{\mu,\lambda}(\gamma)) = \sigma(H^{ch}_{\mu,\lambda}(\gamma))$.

Множества $\Sigma_{\mu,\lambda}$ и $[m_\gamma; M_\gamma]$ называются двухчастичной и трехчастичной ветвями существенного спектра оператора $H_{\mu,\lambda}(\gamma)$ и обозначаются через $\sigma_{\rm two}(H_{\mu,\lambda}(\gamma))$.

INVESTIGATION OF THE ESSENTIAL SPECTRUM A 2×2 OPERATOR MATRIX IN FERMIONIC FOCK SPACE

A. M. Khalkhuzhaev, H. G. Khayitova

We consider a 2×2 *operator matrix in a fermionic Fock space. The corresponding channel operator is determined and its spectrum is found. It is established that the essential spectrum of the investigated operator coincides with the spectrum of the channel operator.*

Keywords: operator matrix, fermionic Fock space, essential spectrum, channel operator.

УДК 517.958

МЕТОД ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТЕОРИИ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК ТИПА ТИМОШЕНКО

Л. С. Харасова[1]

1 *kharasova.liya@mail.ru*; Набережночелнинский институт КФУ.

В работе изучается разрешимость нелинейной краевой задачи для системы пяти дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка, представляющих собой уравнения равновесия для упругих пологих однородных изотропных оболочек с шарнирно опертыми краями в рамках сдвиговой модели С.П. Тимошенко. Метод исследования заключается в сведении исходной задачи к одному нелинейному операторному уравнению. При этом используется теория одномерных сингулярных интегральных уравнений.

ТРУДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦЕНТРА

ИМЕНИ Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО

Т. 66

XVI МЕЖДУНАРОДНАЯ КАЗАНСКАЯ

ШКОЛА-КОНФЕРЕНЦИЯ

”ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ, ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ И СМЕЖНЫЕ ВОПРОСЫ”

Материалы конференции

(Казань, 22 – 27 августа 2023 г.)

Разработка авторского LaTeX-стиля оформления: С. Р. Насыров.
Техническая редакция, набор и верстка: С. Р. Насыров.