ISSN 2181-0656

Doi Journal 10.26739/2181-0656

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ

5 СОН, 1 ЖИЛД

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

НОМЕР 5, ВЫПУСК 1

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

VOLUME 5, ISSUE 1

TOSHKENT-2020

Физика-математика фанлари | Физико-математические науки
Physical and mathematical Sciences
№5 (2020) DOI http://dx.doi.org/10.26739/2181-0656-2020-5

Контакт редакций журналов. www.tadqiqot.uz
ООО Tadqiqot город Ташкент,
улица Амира Темура пр.1, дом-2.
Web: http://www.tadqiqot.uz/; E-mail: info@tadqiqot.uz
Тел: (+998-94) 404-0000

Editorial staff of the journals of www.tadqiqot.uz
Tadqiqot LLC the city of Tashkent,
Amir Temur Street pr.1, House 2.
Web: http://www.tadqiqot.uz/; E-mail: info@tadqiqot.uz
Phone: (+998-94) 404-0000

МУНДАРИЖА \ СОДЕРЖАНИЕ \ CONTENT

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ
PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

To‘rayev Mardonjon Farmonovich
BuxDU Axborot texnologiyalari kafedrasi o‘qituvchisi

MATHEMATICA SISTEMASI VA UNING MATEMATIK TIZIMLAR ORASIDA TUTGAN O‘RNI

http://dx.doi.org/10.26739/2181-0656-2020-5-1

ANNOTATSIYA
Maqolada rivojlangan davlatlarda keng qo‘llaniladigan Mathematica dasturining yaratilishi, 1988-yilda yaratilgan buyuk texnik va matematik kashfiyotlarning 10 tadan bittasi sifatida qayd etilishi, bu dasturiy tizim 20 dan ortiq operatsion tizimlar, ya`ni Microsoft Windows, Windows NT, OS/2, Linux, Unix va boshqa operatsion tizimlar muhitida ishlash uchun moslashtirilishi, sonli va analitik(simvolli) hisoblashlarni yuqori tezlikda va aniq bajara olishi, 20 dan ortiq matematik tizimlar o‘zaro jadval yordamida qiyosiy solishtirib taxlil qilib ko‘rilganda matematik tizimlar orasida yuqori o‘rinda turishi, Derive, Mathcad, Maple**,** Mathematica tizimlarini esa vazifa, imkoniyat va kamchiliklari yanada kengroq bayon etilgan.
Kalit so‘zlar: Mathematica, Derive, Mathcad, Maple**,** Wolfram Research, Inc., Stefan Volfram, sonli, analitik(simvolli), amaliy dasturlar ta’minoti(ADT), ko’p oynali interfeys; ma’lumotnoma tizimi(F1), ifodalarni soddalashtirish, shakl almashtirish, tenglama, tengsizlik, differensiallash, integrallash, grafiklar yasash.

Turaev Mardonjon Farmonovich,
teacher of the Department of Information
Technology of Bukhara State University

MATHEMATICA SYSTEM AND ITS PLACE AMONG MATHEMATICAL SYSTEMS

ANNOTATION
The article cites the creation of the program Mathematica, which is widely used in developed countries, as one of the 10 great technical and mathematical discoveries made in 1988, which is based on more than 20 operating systems, including Microsoft Windows, Windows NT, OS / 2, Linux , Can be adapted to work in Unix and other operating systems, perform numerical and analytical (symbolic) calculations at high speed and accuracy, more than 20 mathematical systems rank high among mathematical systems when compared and compared using a spreadsheet , Derive, Mathcad, Maple, Mathematica systems, the tasks, opportunities and shortcomings are described in more detail.
Keywords: Mathematica, Derive, Mathcad, Maple, Wolfram Research, Inc., Stefan Tungsten, digital, analytical (symbolic), application software (ADT), multi-window interface; reference system (F1), simplification of expressions, transformation, equations, inequalities, differentiation, integration, create graphs.

Тураев Мардонжон Фармонович,
преподаватель кафедры информационных технологий
Бухарского государственного университета.

MATHEMATICA СИСТЕМА И ЕЕ МЕСТО СРЕДИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

АННОТАЦИЯ

В статье упоминается создание программы Mathematica, которая широко используется в развитых странах, как одно из 10 великих технических и математических открытий, сделанных в 1988 году, которая основана на более чем 20 операционных системах, включая Microsoft Windows, Windows NT, OS / 2, Linux, Может быть адаптирован для работы в Unix и других операционных средах, может выполнять числовые и аналитические (символьные) вычисления с высокой скоростью и точностью, занимает высокое место среди математических систем, когда более 20 математических систем сравниваются и анализируются с использованием электронной таблицы. Более подробно описаны системы, производные, Mathcad, Maple, Mathematica, задачи, возможности и недостатки.

Ключевые слова: Mathematica, Derive, Mathcad, Maple, Wolfram Research, Inc., Stefan Tungsten, цифровой, аналитический (символьный), прикладное программное обеспечение (ADT), многооконный интерфейс; система отсчета (F1), упрощенное выражение, преобразование, уравнения, неравенства, дифференцирование, интегрирование, создавать графики.

Amerika Qo‘shma Shtatlarining Wolfram Research, Inc. kompaniyasi tomonidan yaratilgan Mathematica tizimi fizik olim Stefan Volfram tomonidan 1987 yilda taklif etilgan bo’lsada, 1988 yilda Mathematica tizimining 1-lahjasi(versiyasi) jamoatchilik hukmiga havola etildi. Mathematica dasturiy tizimi Amerika jamoatchiligi tomonidan shu yilda, ya`ni 1988 yilda yaratilgan buyuk texnik va matematik kashfiyotlarning 10 tadan bittasi sifatida qayd etilgan. Mathematica paketining dastlabki varianti asosan Macintosh turidagi kompyuterlar uchun mo’ljallangan bo’lsada, ko’p o’tmay (oradan 6 oydan so’ng) MS-DOS operatsion tizimi muhitida ishlaydigan Mathematica tizimining yangi versiyasi ham paydo bo’ldi. 1991 yilda tizimning Mathematica 2 versiyasi, 1996 yilda esa Mathematica 3.0, 1999-yil Mathematica 4.0 versiyalari taklif etildi. Shundan keyin bu dasturiy tizim 20 dan ortiq operatsion tizimlar, ya`ni Microsoft Windows, Windows NT, OS/2, Linux, Unix va boshqa operatsion tizimlar muhitida ishlash uchun moslashtirildi. Hozirgi kunda Mathematica 7 (2008-yil, noyabr) va Mathematica 8 (2010-yil, noyabr)tizimlari (hozircha oxirgi 12.1 versiyasi 2020-yil mart oyida ishlab chiqarilgan) keng ko’lamda foydalanilmoqda. Mathematica 7.0 va Mathematica 8.0 tizimlari o’zlarining qulay va tushunarli interfeysi turli-tuman xarakterdagi hisoblash jarayonlariga qo’llanilish imkoniyatining mavjudligi bilan o’zlarining oldingi avlodlaridan keskin farq qiladi. Shu kunlarda muhandislar, iqtisodchilar, aniq fanlar mutaxassislari o’zlarining ilmiy tadqiqotlarida Mathematica dasturiy tizimining imkoniyatlaridan unumli foydalanmoqdalar. Jahonning yetakchi universitetlari o’zlarining o’quv jarayonlariga bu tizimni keng ko’lamda joriy qilganlar. Shunday tabiiy savol tug’iladi: «Shuncha ilm ahlini, muhandislarni, qolaversa o’qituvchi – professorlarni, talabalarni o’zining imkoniyatlari bilan o’ziga rom qilgan bu tizimning imkoniyatlari qay darajada?. U o’zining qaysi tomonlari bilan mavjud tizimlar va dasturlash tillaridan farq qiladi?» Ushbu maqolada yuqoridagi savollarga javob izlashga harakat qilamiz.

Mathematica dasturiy tizimi, avvalo sonli va analitik(simvolli) hisoblashlarni yuqori tezlikda va aniq bajarishga mo’ljallangan dasturiy tizimdir. Bu tizim, amaliy dasturlar ta’minoti(ADT) yaratuvchi mutaxassislar uchun quyidagi: matematik amallar: ifodalarni soddalashtirish, ular ustida algebraik shakl almashtirishlar bajarish, turli tenglama va tengsizliklarni sonli va analitik yechish, differensiallash, integrallash, matritsalar ustida algebraik amallarni bajarish, optimallash masalalarini hal qilish, turli ko’rinishdagi (oshkor, oshkormas, parametrik va h.k) funksiyalarni grafiklarini yasash masalalarni tez va aniq amalga oshirish; hujjatlar va dasturlarni yaratish hamda tahrirlash imkoniyatini beruvchi matn muharrirlari; foydalanuvchilar uchun interaktiv rejimda (bevosita muloqot asosida) ishlash imkoniyatini beruvchi ko'p oynali interfeys; yuqori saviyada tashkil etilgan ma'lumotnoma tizimi(F1); analitik va sonli ifodalar ustida amallar bajaruvchi protsessor; muloqot jarayonidagi noaniqliklarni ko'rsatuvchi diagnostika tizimi; tizimning bevosita yadrosiga biriktirilgan tayyor dastur va funksiyalar kutubxonasi; vositalardan unumli foydalanish imkonini beradi.

Yuqorida sanalgan vositalar amaliy dasturiy ta'minot yaratish jarayonida o'rganiladigan masalaning matematik modelini qurish, hisoblash usullarini tanlash, hisoblash eksperimentlarini o'tkazish va olingan natijalarni tahlil qilish jarayonini to'liq avtomatlashtirish imkonini beradi. Bu esa ADT ni tashkil etishning protsedurasini va masalalarni EHM da yechishning an'anaviy ketma-ketligini tubdan o'zgartirishga olib keladi.

Hozirgi kunda amaliy masalalarni sonli va analitik yechishda Mathematica paketidan tashqari Maple, Mathcad, Matlab, Derive, Statistica va shunga o'xshash dasturiy tizimlar ham keng qo'llanilmoqda. Foydalanuvchi oldida, tabiiyki, quyidagicha savol paydo bo'ladi: «Mavjud tizimlardan qaysi biridan qanday sharoitda foydalanish maqsadga muvofiq?». Ushbu savolga javobni quyidagi jadvallardan ko'rish mumkin:

Mathcadga o`xshash kompyuterli algebra dasturlari ro`yxati

Tizim	Yaratuvchisi	Yaratish boshlangan yil	Birinchi mahsuloti chiqqan yil	Oxirgi mahsuloti chiqqan yil (2012-yil holatida)
Algebrator	Neven Jurkovic	1986	1999	2009 (4.2)
Axiom	Tim Daly	1971	2002	January 2012
Bergman	Jörgen Backelin	1972	1972	1999 (0.96)
Cadabra	Kasper Peeters	2001	2007	2011 (1.29)
ClassPad Manager	CASIO	1999	2001	3.03 (2008)
Maple	Symbolic Computation Group, University of Waterloo	1980	1984	2011 (15.01)
MAS	Heinz Kredel, Michael Pesch	1989	?	1998 (1.01)
Mathcad	Parametric Technology Corporation	1985	1985	2010 (15)
MathEclipse/Symja	Axel Kramer	2002	2002	2007
Mathematica	Wolfram Research	1986	1988	2011 (8.0.4)
Mathination	Orion Math	2010	2010	2010 (1.0)
Mathiverse Calculator	Mathiverse	2009	2009	2009 (0.0.1)
Mathomatic	George Gesslein II	1986	1987	2012 (15.7.3)
MathPiper	Ted Kosan, Sherm Ostrowsky	2008	2010	2010 (.80n)
MathXpert	Michael Beeson	1985	1997	2008 (3.0.4)
Maxima	MIT Project MAC and Bill Schelter et al.	1967	1998	2011 (5.25)
Meditor	Raphael Jolly	2000	2000	2.0_01
Microsoft Mathematics	Microsoft	?	2005	2011 (4.0.1108)
MuMATH	Soft Warehouse	1970	1980	MuMATH-83
MuPAD	SciFace Software	1989	2008	2008 (5.1)
NCAlgebra and NCGB	Helton, deOliveira,Stankus,Miller	1990	1991	2010 (4.0)
NCLab	FEMhub	2011	2012	2012 (1.0)
Symbolic MATLAB Toolbox	MathWorks	1989	2008	2011 (5.7(2011b))
Yacas	Ayal Pinkus et al.	1998	?	2012 (1.3.2)

Mathcadga o`xshash kompyuterli algebra dasturlarining imkoniyatlari

Tizim	Formula tahrirlovchi	Aniqliligi	Analitik hisoblash							Graflar nazariyasi	Hisoblash nazariyasi	Kvanttura nazariyasi	Bul algebrasi nazariyasi
			O`zaro	Integral	Tenglama	Tengsizlik	Murakkab	Differensial	Interodifferensial				
Algebrator	+	-	-	-	+	+	-	-	-	-	-	-	-
Jasymca	-	-	+	+	+	-	-	+	-	-	-	-	-
Magma	-	+	-	-	+	-	+	-	-	+	+	-	-
Maple	+	+	+	+	+	+	-	+	+	+	+	-	-
Mathcad	+	-	+	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-
Mathematica	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
Symbolic MATLAB toolbox		+	+	+	+			+					
Maxima	-	+	+	+	+	+	-	+	-	+	+	+	-
Sage	+	+	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+	+
SymPy	-	+	+	-	+	+	-	+	+	-	+	-	+
Wolfram Alpha		+	+	+	+	+		+	+	+	+	+	+
Yacas	-	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Xcas	+	+	+	-	+	+	-	+	+	-	+	-	-

Ayrim matematik dasturiy tizimlarning vazifasi va imkoniyatlari va kamchiliklari quyidagicha:

1.**Derive 4.01|4.11** O'rta maktab o'quvchilari va oliy o'quv yurtlarining boshlang'ich kurs talabalari uchun mo'ljallangan.

Vazifasi va imkoniyatlari:

1)Funksional dasturlashni o'rganish imkoniyatining mavjudligi

2)Uncha murakkab bo'lmagan analitik hisoblashlarni bajarish mumkinligi

3)Barcha buyruqlarini rus tiliga o'girilganligi

Kamchiliklari:

1)Grafika imkoniyatlari chegaralangan

2) Operatorli dasturlash imkoniyatini mavjud emasligi

3)Maxsus funksiyalarning qiymatlarini analitik hisoblash imkoniyatini yo'qligi

2.**Mathcad 8|2000**.Vazifasi va imkoniyatlari:

1)Grafiklar qurish imkoniyati juda ajoyib bo'lib, foydalanuvchi bilan muloqot muhiti namunali yo'lga qo'yilgan.

2)Ma'lumotlarni palitralar vositasida kiritish imkoniyatini mavjudligi

3)Operator va funksiyalarni o'rinli tanlanganligi

4)Bu sohada adabiyotlarni etarli darajada mavjudligi

Kamchiliklari:

1)Analitik hisoblashlarni imkoniyatini chegaralanganligi

2)Dasturlash tilining soddaligi va imkoniyatini chegaralanganligi

3)EHMda katta resurslarni talab qilinishi

4)Ruslashtirilgan ma'lumotlar tizimini mavjud emasligi

3. Maple V.R4|R5|R6|.Vazifasi va imkoniyatlari:

1)Universitetlarning yuqori bosqich talabalari va ilmiy texnik hisoblashlarga mo'ljallangan

2)3000 taga yaqin analitik hisoblashlarni bajarishga mo'ljallangan funksiyalari va buyruqlari mavjud
3)Ma'lumotlar tizimi juda qulay shaklda tashkil etilgan
4)Hujjatlarni yuqori saviyada formatlash imkoniyati mavjud
Kamchiliklari:
1)Tovushlarni sintez qilish imkoniyatining yo'qligi
2)Katta hajmda EHM resurslarini talab qilinishi
3)Yuqori malakali mutaxassislarga va matematiklarga mo'ljallanganligi
4. Mathematica - 7|8. Vazifasi va imkoniyatlari:
1)Universitetlarning yuqori bosqich talabalari va ilmiy texnik hisoblashlarga mo'ljallangan
2) Turli platformadagi EHMlarga mo'ljallanganligi
3)Tovushlarni sintez qilish imkoniyatining mavjudligi
4) Ma'lumotlar tizimi juda qulay shaklda tashkil etilgan
5) Hujjatlarni yuqori saviyada formatlash mkoniyati mavjud
Kamchiliklari:
1)Katta hajmda EHM resurslarini talab qilinishi
2)Yuqori malakali mutaxassislarga va matematiklarga mo'ljallanganligi.
Shunday qilib, yuqoridagi ma'lumotga qo'shimcha ravishda shuni aytish mumkinki, Mathematica 8.0 tizimida barcha bajariladigan ishlar bloknot (hujjat) sifatida tashkil qilinib, muloqot interaktiv rejimda amalga oshiriladi.
Yuqoridagi tavsiflari keltirilgan dasturiy tizimlardan foydalanishning ommaviylashuviga quyidagi faktorlar:
-kompyuterlar odatdagi uy elektr jihozlari qatoridan o'rin olayotganligi;
-hozirgi zamon talabasi, ilmiy xodimi va mutaxassisi hayotida Internet tarmog'idan foydalanish kundalik ehtiyojga aylanganligi;
-o'quvchi va talabalarga bilim berishda dasturiy tizimlardan o'qitish vositasi sifatida foydalanish darajasining oshishi;
-dasturiy tizimlardan foydalanishga doir maxsus adabiyotlarni ko'payganligi asosiy sabab bo'lmoqda.
Holbuki rivojlangan mamlakatlarda bu tizimlar o'qitish jarayonining ajralmas qismiga aylanib qolgan. Masalan, AQSh, Xitoy, Yaponiya va Germaniya davlatlarida bu tizimlardan nafaqat o'qitish jarayonida, balki ilmiy-texnik hisoblashlarda unumli foydalanilmoqda. MDH mamlakatlari orasida bu borada Belorussiya respublikasining professor o'qituvchilari, muhandislari va olimlari peshqadamlikni qo'ldan bermay kelmoqdalar. Bizning nazarimizda, ushbu maqolada respublikamizda birinchi marta, o'zbek tilida Mathematica paketining imkoniyatlari qisqacha bayon qilingan. Shuning uchun, ushbu maqola, ba'zi xatoliklardan holi bo'lmasligi mumkin. Bizning keyingi tadqiqotlarimiz Mathematica sistemasining boshqa imkoniyatlarini yanada batafsil yoritishga hamda bu sistema vositalarini aniq fanlarini o'qitishga tatbiq etishdan iborat bo'ladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Qurbonov B., To'rayev M. Mathematica 8 dasturi. Uslubiy qo'llanma. Buxoro-2013.
2. Yusupbekov N.R., Muxitdinov D.P., Bazarov M.B, Xalilov A.J. Boshqarish sistemalarini kompyuterli modellashtirish asoslari: O'quv qo'llanma.- Navoiy: «Navoiy Gold Servis».- 2008. - 184 bet.
3. Mo'minov.B. Informatika.Toshkent 2012.
4. Mathematica 8 ning ma'lumotlar tizimi(help menyusi).
5. http://wolfram.com/.

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ
PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Ботиров Фарход Ўктамович
Национальный университет Узбекистана, PhD
E-mail: botirov_0807@mail.ru

НОВАЯ АНИЗОТРОПНАЯ МОДЕЛЬ ПУЛЬСИРУЮЩЕГО САМОГРАВИТИРУЩЕГО ДИСКА

http://dx.doi.org/10.26739/2181-0656-2020-5-2

АННОТАЦИЯ
Создана новая модель нелинейно нестационарной самогравитирующей дискообразной системы с анизотропной диаграммы скоростей. Исследована Основные физические характеристики новая модель нелинейно нестационарной самогравитирующей дискообразной системы с анизотропной диаграммы скоростей.
Ключевые слова: самогравитирующие диски, модель

Ботиров Фарход Ўктамович
Ўзбекистон Миллий университети, PhD
E-mail: botirov_0807@mail.ru

ПУЛСАЦИЯЛАНУВЧИ ЎЗГРАВИТВЦИЯЛАНАДИГАН ДИСКНИНГ ЯНГИ АНИЗОТРОП МОДЕЛИ

АННОТАЦИЯ
Беқарорлиги ўзгравитацияланувчи дисксимон систтеманинг янги ночизиқли ностационар анизотроп модели тузилди. Беқарорлиги ўзгравитацияланувчи дисксимон систтеманинг янги ночизиқли ностационар анизотроп модели нинг физик характеристикалари тадқиқ қилинди.
Калит сўзлар: ўзгравитацияланувчи диск, модел

Botirov Farkhod Uktamovich
National University of Uzbekistan, PhD
E-mail: botirov_0807@mail.ru

NEW ANISOTROPIC MODEL OF PULSATING SELF-GRAVITING DISC

ANNOTATION
A new anisotropic non - stationary model of a self-gravitating disk-shaped system has been constructed oscillation mode through the given model. The main physical characteristics of a new model of a nonlinearly unsteady self-gravitating disk-shaped system with an anisotropic velocity diagram are investigated.
Key words: self-gravitating discs, model

Введение. Гравитационная неустойчивость является одним из основных физических механизмов происхождения крупномасштабной структуры в дискообразных системах, в частности, в дисках спиральных галактик. Известно, что, благодаря построению аналитически точных равновесных моделей самогравитирующих систем [1], обнаружено множество видов гравитационных неустойчивостей. В частности, Бисноватый – Коганом и Зельдовичем была построена равновесная изотропная модель дискообразных самогравитирующих систем [2]. Ранее же [3] Нуритдиновым была впервые создана нелинейно – нестационарная модель бесстолкновительного самогравитирующего диска на основе известной равновесной изотропной модели Бисноватого – Когана и Зельдовича [2]. Проблемы гравитационных неустойчивостей нелинейно – неравновесных дисковых моделей с изотропной и анизотропной диаграммами скоростей относительно к вертикальным модам были рассмотрены в работе [4]. На наш взгляд балдж не может формироваться на фоне стационарной модели. В реальности его формирование должно происходить в период нелинейной нестационарной стадии эволюции галактики из-за гравитационной неустойчивости. Эта идея была выдвинута впервые одним из авторов данной работы в [5]. Для анализа физики формирования балдж и других гравитирующих систем нам необходимо в первую очередь построить для них точные аналитические решаемый модель. Отметим, что дисковые подсистемы галактик отличаются от сферических тем, что они рождаются на сравнительно поздней нестационарной стадии их эволюции и заключают в себе весьма различные нелинейные явления со сложной физикой. Сегодня теория устойчивости равновесных моделей в основном можно считать достаточно завершенной. Построение и исследование неустойчивости нелинейно нестационарной модели к разным типам возмущения является теперь одной из актуальных задач современной астрофизики и внегалактической астрономии. В данной работе мы построеним новую анизотропную модель и исследована Основные физические характеристики на фоне новой анизотропной модели нелинейно пульсирующего самогравитирущего диска.

Исходная модель. Сначала построим некоторую аналитически решаемую нелинейную модель диска с анизотропной диаграммой скоростей на основе нестационарной модели Нуритдинова [3]. Для построения новой анизотропной модели самогравитирущего пульсирующего диска, мы используем следующий известный метод. Если функция $\rho(\Omega)$ не отрицательна и нормирована так, что ее интеграл по Ω $(-1\le\Omega\le+1)$ равен единице, то умножая эту весовую функцию на фазовую плотность Ψ_i вращающегося диска с изотропной диаграммой скоростей [5]

$$\Psi_i\left(r,v_r,v_\perp,t\right)=\frac{\sigma_0}{2\pi\Pi\sqrt{1-\Omega^2}}\left[\frac{1-\Omega^2}{\Pi^2}\left(1-\frac{r^2}{\Pi^2}\right)-\left(v_r-v_a\right)^2-\left(v_\perp-v_b\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}\cdot\chi\left(R-r\right) \tag{1}$$

Данная купольная мода возмущения здесь нами изучена в составной модели нестационарного диска, пульсирующего в своей плоскости по закону $R=\Pi(t)R_0$, функция $\Pi(t)$ имеет смысл коэффициента растяжения системы и

$$\Pi(t)=\frac{(1+\lambda\cos\psi)}{1-\lambda^2},\ \text{где время}\ t=\frac{\psi+\lambda\sin\psi}{(1-\lambda^2)^{3/2}}, \tag{2}$$

причем λ – амплитуда радиальной пульсации, которая зависит от начального значения вириального параметра: $\lambda=1-\left(2T/|U|\right)_0$. Еще в (1) принята нормировка $\pi^2G\sigma_0=2R_0$ $(R_0=1)$, ψ - вспомогательная переменная, величина Ω – безразмерный параметр, характеризующий степень твердотельного вращения диска $0\le\Omega\le1$ [2], χ - функция Хэвисайда. Остальные обозначения указаны в [6].

Надо отметит, что данная нелинейно нестационарная модель (1) имеет изотропную диаграмму скоростей. Чтобы построит анизотропной модели, воспользуемся известным способом усреднения по параметру Ω:

$$\Psi_{aniz}^{new}=\frac{\int_{-1}^{+1}\rho(\Omega)\cdot\Psi_i\,d\Omega}{\int_{-1}^{+1}\rho(\Omega)d\Omega}. \qquad (3)$$

которая будет иметь анизотропную диаграмму скоростей. Теперь, учитывая, что $\rho(\Omega)$ должна быть четной функцией, можно построить нестационарный анизотропный моделей самогравитирующего диска, беря весовую функцию в виде,

$$\rho(\Omega)=\frac{2}{\pi}\frac{\Omega^2}{\sqrt{1-\Omega^2}}. \qquad (4)$$

Подставляя функцию (4) в (3), после некоторых преобразований имеем

$$\Psi_{\text{aniz}}=\frac{\sigma_0}{\pi^2}\int_{-1}^{+1}\frac{\Omega^2}{(1-\Omega^2)\sqrt{D-(\Omega-rv_\perp)^2}}\chi(R-r)d\Omega. \qquad (5)$$

Здесь требуется выполнение, прежде всего условия

$$D=\left(1-\frac{r^2}{\Pi^2}\right)\left(1-\Pi^2v_\perp^2\right)-\Pi^2\left(v_r-v_a\right)^2\geq 0, \qquad (6)$$

так как данная функция D представляет собой дискриминант квадратного уравнения относительно Ω, составленного при помощи приравнивания нулю выражения, стоящего в квадратной скобке в формуле (1). Условие (6) задает область фактического интегрирования по параметру вращения.

Если ввести обозначение $\Omega=rv_\perp+\sqrt{D}\sin\theta$, то интеграл в (5) принимает удобный для анализа вид

$$\Psi_{\text{aniz}}=\frac{\sigma_0}{\pi^2}\chi(D)\int_{-\pi/2}^{+\pi/2}\frac{(\sqrt{D}\sin\theta+rv_\perp)^2}{(1-(\sqrt{D}\sin\theta+rv_\perp)^2)}d\theta \qquad (7)$$

Отсюда легко находим искомое выражение

$$\Psi_{\text{aniz}}=\frac{3\sigma_0}{2\pi}\left[\left((\frac{r}{\Pi}+v_\perp\Pi)^2+\Pi^2(v_r-v_a)^2\right)^{-1/2}-\left((\frac{r}{\Pi}-v_\perp\Pi)^2+\Pi^2(v_r-v_a)^2\right)^{-1/2}-\frac{2}{3}\right]\chi(D) \qquad (8)$$

Надо отметит, что данная нами построенная модель является новой не вращающейся анизотропной модели нестационарного самогравитирующего диска. Поэтому нами был также создан новая составная анизотропная модель в следующем виде:

$$\Psi_{disk}=\nu\cdot\Psi_i+(1-\nu)\cdot\Psi_{aniz} \qquad (9)$$

С целью охватить широкий класс пульсирующих дисков с анизотропной диаграммой скоростей мы взяли составной вариант модели диска с фазовой функцией распределения в виде

$$\Psi_{\text{disk}}=\frac{\nu\cdot\sigma_0}{2\pi\Pi\sqrt{1-\Omega^2}}\left[\frac{1-\Omega^2}{\Pi^2}\left(1-\frac{r^2}{\Pi^2}\right)-\left(v_r-v_a\right)^2-\left(v_\perp-v_b\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}\cdot\chi(R-r)+(1-\nu)\cdot\frac{3\sigma_0}{2\pi}\times$$
$$\times\left[\left((\frac{r}{\Pi}+v_\perp\Pi)^2+\Pi^2(v_r-v_a)^2\right)^{-1/2}-\left((\frac{r}{\Pi}-v_\perp\Pi)^2+\Pi^2(v_r-v_a)^2\right)^{-1/2}-\frac{2}{3}\right]\chi(D) \qquad (10)$$

Здесь ν – параметр суперпозиции, который принимает значения из интервала $[0;1]$, Ω – угловая скорость вращения диска. В (10) первая часть функции распределения соответствует случаю пульсирующего диска с изотропной диаграммой скоростей, а вторая часть – анизотропной, которая может быть получена из первой, применяя весовую функцию в виде (4).

Основные физические характеристики анизотропный модели:

Надо отметить, что поверхностная плотность $\sigma(\vec{r},t)=\iint\psi_a dv_r dv_\perp$ полученных выше анизотропных моделей нестационарных дискообразных самогравитирующих систем (10) также имеет вид

$$\sigma(\vec{r},t)=\frac{\sigma_0}{\Pi^2}\sqrt{1-\frac{r^2}{R^2}} \tag{11}$$

Теперь надо провести расчет их основных физических характеристик. Например, вычислим компоненты кинетической энергии пульсирующего диска по известным формулам:

$$T_r=\frac{M}{2}\overline{v}_r^2\ ; \qquad T_\perp=\frac{M}{2}\overline{v}_\perp^2 \tag{12}$$

где M – полная масса системы. Легко показать, что усредненные по фазовому пространству компоненты среднеквадратичной скорости будут равны

$$\overline{v_r^2}=\frac{1}{M}\int d\vec{r}\int v_r^2\Psi_a d\vec{v}=\frac{2R_0^2\lambda^2\left(1-\lambda^2\right)\sin^2\psi}{5\left(1+\lambda\cos\psi\right)^2}; \tag{13}$$

$$\overline{v_\perp^2}=\frac{1}{M}\int d\vec{r}\int v_\perp^2\Psi_a d\vec{v}=\frac{7R_0^2}{20\Pi^2}; \tag{14}$$

Следовательно, регулярные компоненты энергии имеют вид

$$T_r^{reg}=\frac{MR_0^2\lambda^2\sin^2\psi}{5\Pi^2\left(1-\lambda^2\right)}, \qquad T_\perp^{reg}=\frac{3MR_0^2}{20\Pi^2} \tag{15}$$

Теперь надо вычислить дисперсии скоростей в радиальном и трансверсальном направлениях

$$\sigma_R^2=\frac{1}{\sigma}\iint(v_r-\overline{v}_r)^2\psi_a d\vec{v}=\frac{1}{12\Pi^2}\left(R_0^2-\frac{r^2}{\Pi^2}\right) \tag{16}$$

$$\sigma_T^2=\frac{1}{\sigma}\iint(v_\perp-\overline{v}_\perp)^2\psi_a d\vec{v}=\frac{R^2}{12\Pi^4} \tag{17}$$

Усредненные компоненты кинетической энергии по периоду пульсации соответственно равны

$$<T_r>=\frac{MR_0^2(8-7(1-\lambda^2)^{1/2})}{40\Pi^2} \tag{18}$$

$$<T_\perp>=\frac{7MR_0^2(1-\lambda^2)^{1/2}}{40\Pi^2} \tag{18}$$

а с их помощью можно найти выражение для глобального параметра анизотропии

$$\nabla(\lambda)=\frac{<T_r>}{<T_\perp>}=\frac{8-7(1-\lambda^2)^{1/2}}{7(1-\lambda^2)^{1/2}}. \tag{19}$$

Отсюда следует, что нелинейно нестационарная модель дискообразных самогравитирующих систем с анизотропной диаграммой скоростей (8) в среднем является глобально изотропной по энергиям пульсации, если значение амплитуды пульсации

$$\lambda=\frac{\sqrt{33}}{7}. \tag{20}$$

Таким образом, найденные физические параметры полностью характеризуют нелинейную модель нестационарного диска (8).

Заключение. Перечислим полученные нами основные результаты:

1. Построена новая анизотропная нелинейно – неравновесная модель самогравитириющего диска;
2. Получили общие выражения для новой анизотропной нестационарной модели самогравитирующего диска;

3. Исследована Основные физические характеристики новая модель нелинейно нестационарной самогравитирующей дискообразной системы с анизотропной диаграммы скоростей

Литература

1. A.M. Fridman, V.L. Polyachenko, “Physics of Gravitating Systems”, Springer-Verlag New York Inc. 1984.
2. Г.С.Бисноватый – Коган, Я.Б.Зельдович, Астрофизика, 1970,6,387.
3. С.Н. Нуритдинов // Астрономический Циркуляр, 1992,1553,9.
4. S.N. Nuritdinov et al. // Astrophysics, 52, 4, 643, 2009.
5. S.N. Nuritdinov // IAUS, vol. 153, p.403, 1992.
С.Н. Нуритдинов, К.Т.Миртаджиева, Мариам Султана, Астрофизика, 51, 487, 2008.

6.

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ
PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

Расулов Тўлқин Ҳусенович
Бухоро давлат университети
Математик анализ кафедраси ф.-м.ф.н., доцент
Умарова Умида Умаровна
Бухоро давлат университети
Математик анализ кафедраси катта ўқитувчиси

МАКТАБДА ДИСКРЕТ МАТЕМАТИКА ВА МАТЕМАТИК МАНТИҚ ЭЛЕМЕНТЛАРИНИ ЎҚИТИШГА ОИД МЕТОДИК ТАВСИЯЛАР

http://dx.doi.org/10.26739/2181-0656-2020-5-3

АННОТАЦИЯ
Ушбу мақолада дискрет математика ва математик мантиқ фани, фаннинг мақсади ва вазифалари, тадбиқлари, ҳаётдаги ўрни ҳақида бошланғич тушунчалар бериб ўтилган. Бу фаннинг мактаб математика дарслигига киритилган айрим бўлимларини ўқитиш ва қизиқарли масалаларни ечиш бўйича баъзи методик тавсиялар берилган. Фанга доир олимпиада масалаларини ечишда мактаб математика дарслигида учрамайдиган графлар назарияси элементларидан фойдаланишнинг қулай усуллари баён қилинган.
Калит сўзлар: дискрет математика, математик мантиқ, мантиқий масала, комбинаторика, граф, йўналтирилган граф, Эйлер графи.

Расулов Тулкин Хусенович
Бухарский государственный университет
доцент кафедры математического анализа,
кандидат физико-математических наук
Умарова Умида Умаровна
Бухарский государственный университет
старший преподователь кафедры математического анализа

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОБУЧЕНИЮ ЭЛЕМЕНТЫ ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ В ШКОЛЕ

АННОТАЦИЯ
В данной статье даются предварительные понятии о предмете дискретной математики и математической логики, цель и задачи этого предмета, ее приложения, ее места в жизни. Даны методические указание для преподавания некоторых разделов этого предмета, включенных в школьный учебник по математике, и решения интересных задач. При решении задачи олимпиады по предмету описаны удобные способы использования элементов теории графов, которых нет в школьных учебниках математики.

Ключевые слова: дискретная математика, математическая логика, логические задачи, комбинаторика, граф, ориентированный граф, граф Эйлера.

T.H.Rasulov
Bukhara State University
Associate Professor of the Department of Mathematical Analysis,
Candidate of Sciences in Physics and Mathematics
U.U.Umarova
Bukhara State University
Senior Lecturer, Department of Mathematical Analysis

METHODICAL RECOMMENDATIONS FOR LEARNING ELEMENTS OF DISCRETE MATHEMATICS AND MATHEMATICAL LOGIC AT SCHOOL

ABSTRACT
This paper provides a basic understanding of the subject of discrete mathematics and mathematical logic, the goals and objectives of this subject, its applications, its place in the life. Some methodological recommendations for teaching some sections of this subject included in the school mathematics training program and solving interesting problems are given. We describe the convenient ways solving of the Olympiad problems in this subject using elements of graph theory, which are not found in school mathematics training program.
Key words: discrete mathematics, mathematical logic, logic problems, combinatorics, graph, directed graph, Eulers graph.

Дискрет математика - математиканинг муҳим қисмларидан бири бўлиб, мелоддан аввал IV асрда яратила бошланган. Дискрет математика математиканинг такомиллашган сонлар назарияси, алгебра, математик мантиқ қисмларидан ташқари XX аср ўрталаридаги илмий-техник тараққиёти туфайли интенсив ривожланаётган функционал системалар назарияси, граф ва тўрлар назарияси, кодлаштириш назарияси, комбинатор анализ каби бўлимларни ҳам ўз ичига олади.

Дастлаб фақат математик мантиқ, алгебра, математик анализ, математика асослари, эҳтимоллар назарияси, геометрия, топология, сонлар назарияси, моделлар назарияси каби математик фанларда татбиқ этиб келинган дискрет математика XX асрнинг 40-йилларидан бошлаб ҳисоблаш математикаси, кибернетика, ахборот назарияси, иқтисодиёт, психология, математик лингвистика, тиббиёт фанлари ва дискрет техникада кенг қўлланилмоқда. Дискрет математика кенг миқёсда электр схемаларни лойиҳалашда ва текширишда, автоматик ҳисоблаш машиналарини лойиҳалаш ва программалашда, дискрет автоматларни мантиқий лойиҳалашда, ЭҲМ элементлари ва қисмларини лойиҳалашда, ҳар хил техник системалар, қурилмалар ва автоматик машиналарни анализ ва синтез қилишда татбиқ этилади. Математик мантиқ фани электрон ҳисоблаш машиналарининг вужудга келишига ва уни мукаммалаштиришга катта ҳисса қўшган.

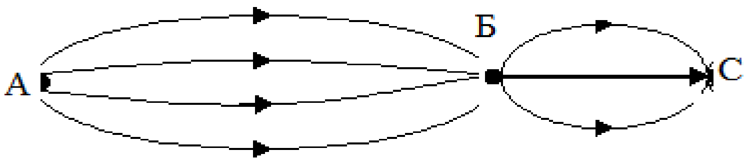
Ушбу фаннинг асосий мақсади таълим олувчиларда дискрет ва мантиқий фикрлаш қобилиятини ривожлантириш, ҳамда математик кибернетика асосларини ўргатишдан иборатдир. Фаннинг асосий вазифаси эса, ўқувчиларга дискрет математика ва математик мантиқ асосларини бериш, олган назарий билимларини амалиётга қўллай билишга ўргатишдан ва оқибат натижада уларни абстракт фикрлаш маданиятини юксак поғоналарга кўтаришдан иборатдир. Ҳозирги замон компьютер технологиялари даврида ҳисоб-китоблар деярли бутунлай дискрет математикага, хусусан комбинаторика ва графлар назариясига асосланган. Бу шуни англатадики, компьютер дастурчилари томонидан қўлланиладиган асосий алгоритмларни ўрганиш учун барча таълим олувчилар ушбу соҳада пухта билимларга эга бўлиши керак [1].

Дискрет математика муаммолари уни ўрганишнинг бошланғич босқичида ҳал қилиш учун чуқур назарий билимларни талаб қилмайди, фақат заковатни талаб қилади, шунинг учун улардан мактаб ўқувчиларининг математик ривожланишини тезлаштириш учун кенг фойдаланиш мумкин. Кўпинча бундай вазифаларни болаларнинг ўқишга бўлган қизиқишини оширишга ёрдам берадиган кўнгилочар, ўйноқи шаклда бериш осон.

Бундан ташқари, дискрет математикадан математикани ўқитишдаги методологик муаммоларни ечишда фойдаланиш мумкин. Масалан, унинг ёрдами билан мактаб ўқувчиларини математик индукция, улар учун қийин бўлган "зарур ва етарли шартлар" тушунчалари ва бошқалар билан таништириш мумкин.

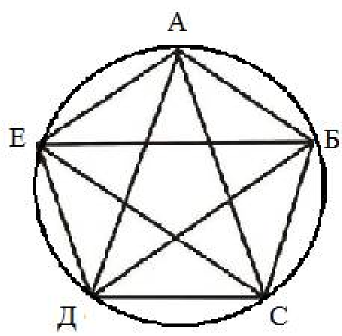
Бизга яхши маълумки, ўрта таълим муассасаларининг 10-синфи ва ўрта махсус, касб-ҳунар таълими муассасалари ўқувчилари учун дарсликнинг 1-боби математик мантиқ элементларига бағишланган. Унда асосан мулоҳазалар, инкор, конюкция ва дизюнкция, мантиқий тенгкучлилик, мантиқий қонунлар, импликация, конверция, инверция, контрапозиция, предикатлар ва кванторлар, тўғри фикр юритиш қонунлари, софизмлар ва парадокслар ҳақида қисқача маълумотлар берилган ҳамда турли табиатли масалалар таҳлил қилинган. Ушбу мақолада, дастлаб фанга оид нисбатан содда масалаларнинг ечимлари келтирилган. Сўнгра олимпиада масалаларини ечишда графлар назарияси элементларидан фойдаланиш бўйича бир қатор методик тавсиялар келтирилган. Ўқувчига қулайлик учун фундаментал таърифлар ва тасдиқлар баён қилинган. Шуни аълоҳида таъкидлаш жоизки, графлар назарияси элементлари мактаб математика фани дарсликларига киритилмаган [2-4].

1-масала. Самарқанддан Тошкентга 4 хил йўл билан келиш мумкин: самолёт, поезд, автобус ва енгил машина (такси). Тошкентдан Хўжакентга 3 хил транспорт воситаси олиб боради: поезд, автобус, такси. Самарқанддан Хўжакентга неча хил усулда келиш мумкин?



Ечиш. Самарқанддан Тошкентга келишнинг жами 4 та йўли бор. Мавжуд 4 та йўлдан биттасини танлаб, Тошкентга келдик, дейлик. Энди Хўжакентга боришнинг 3 та йўли – имконияти бор. Шундай қилиб, Самарқанддан Тошкент орали Хўжакентга боришнинг жами $4 \cdot 3 = 12$ хил усули бор. Жавоб: 12 хил. Умуман, А шаҳардан Б шаҳарга келишнинг m та, Б дан С шаҳарга келишнинг n та йўли бўлса, у ҳолда А дан С га келишнинг жами $m \cdot n$ та йўли бор, яъни А дан С га $m \cdot n$ хил усули билан келиш мумкин. Бу қоида кўпайтириш қоидасидир ва у комбинаториканинг асосий қоидаси ҳисобланади.

2-масала. Айланада олинган 5 та нуқта А, Б, С, Д, Е ҳарфлари билан белгиланган. Ҳар бир нуқта қолган ҳар бир нуқта билан туташтирилса, нечта кесма ҳосил бўлади?



Ечиш. 1- усул. Нуқталар сони кам бўлгани учун, масалага мос шаклни чизиб, кесмалар сонини бевосита санаб чиқиш мумкин, улар – 10 та. Аммо айланада олинган нуқталар сони кўп бўлса (масалан, 100 та, ...), мос шакл чизиш ва ундаги кесмаларни бевосита санаш қийинлашади. Бу ҳолда бошқа йўл тутиш керак.

2- усул. Айланада олинган 5 та нуқтанинг ҳар биридан 4 тадан кесма ўтказилади. Бундай кесмалар сони $5 \cdot 4 = 20$ та, аммо кесмалар сонини ҳисоблашда ҳар бир кесма икки марта саналган. Демак, биз 20 ни 2 га бўлишимиз керак: 20 : 2 = 10. 3- усул. А нуқтани олган 4 та нуқта билан туташтирсак, 4 та кесма ҳосил қиламиз: АБ, АС, АД, АЕ. Б нуқтадан ам 4 та кесма ўтказиш мумкин, аммо Б дан ўтказилган битта кесма (БА = АБ) ни биз санадик. Демак, Б нуқтадан 3 та янги (аввал ҳисобланмаган, саналмаган) кесма ўтказилади. Шунга ўхшаш, С дан 2 та, Д дан эса 1 та янги кесма ўтказиш мумкин. Е нуқтадан ўтказиладиган 4 та кесманинг ҳаммаси аввал ҳисобланган (ЕА = АЕ; ЕБ = БЕ; ЕС = СЕ; ЕД = ДЕ). Демак, айланада белгиланган 5 та нуқтани туташтирувчи жами кесмалар сони 4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 10 та.

3-масала. 1000 сўм қаерга кетди? 3 та дўст ошхонада овқатланиб бўлишгач хизматчи уларга 25000 сўмлик ҳисобни берди. 3 нафар дўстнинг ҳар бири 10000 сўмдан пул бериб, 30000 сўм хизматчига берди. Хизматчи уларга 5000 сўм қайтим берди. Дўстлар 1000 сўмдан бўлишиб олишди ва 2000 сўм такси учун беришди. Қайтишаётганда дўстлардан бири ҳисоблай бошлади. “Ҳар биримиз 9000 сўмдан харажат қилдик, бу 27000 сўм бўлади, 2000 сўм таксига бердик, буни қўшсак 29000 сўм бўлади. 1000 сўм қаерга кетди?”

Ечиш. Бу ерда асосий хатолик ҳисоблашнинг нотўғри қилинаётганлигида. 3 нафар дўст 9000 сўмдан 27000 сўм тўлашди. Бундан 25000 сўмни овқатга тўлаб, 2000 сўмини такси учун дўстига беришди, демак умумий ҳисоб 27000 сўм бўлади. Юқоридаги ҳисоблашда 2000 сўм 27000 сўмнинг ичида ётибди.

Қуйида биз қийинчилик даражаси нисбатан юқори бўлган масалалар ва уларнинг ечимига тўхталамиз.

4-масала. Универсиада муносабати билан Бухорода ўтказилган 2020 метрли кросс-югуруш мусобақаси бўлиб ўтди. Ботир-Вали ва яна 2 кишидан орқада қолди. Гулшод-Диёрдан сўнг, аммо Азиздан олдин маррага етиб келди. Диёр-Валидан олдин, лекин Ёқубдан орқада қолди. Ҳар бир иштирокчи нечанчи ўринда келганлигини аниқланг.

Ечиш. Бу масалани ечиш учун бирта тўғри чизиқ чизиб, иштирокчиларни мос равишда А, Б, В, Г, Д, Ё нуқталар билан белгилаб масала шартига кўра бирма-бир қўйиб чиқиш керак.

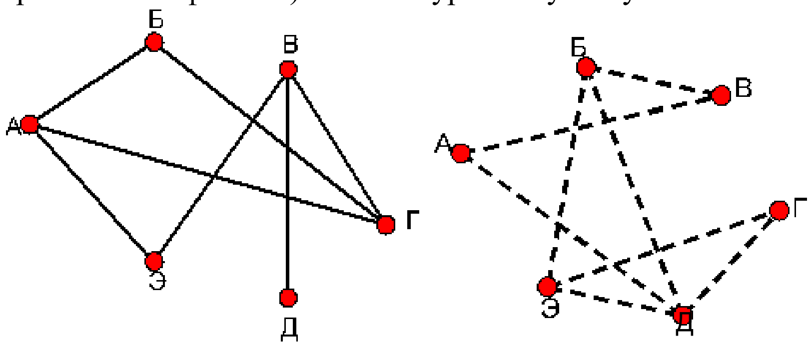
Демак, 1-ўрин Ёқуб, 2- ўрин Диёр, 3- ўрин Вали, 4- ўрин Ботир, 5- ўрин Гулшод ва 6- ўрин Азиз.

Таъкидлаш жоизки, биз кўпгина математик мантиқий масалаларни ишлашда графлардан фойдалансак, ечим соддароқ кўринишга келади. Маълумотларнинг жадвал ёки чизма (график) шаклида берилиши, уларнинг янада аниқроқ ва соддароқ кўринишда тасвирланишига хизмат қилади. Исботлашларда ҳам графларни ишлатсак, кўпгина математик исботлар соддалашганлигига ишонч ҳосил қиламиз.

Бу ерда биз графларнинг асосий назарий жиҳатларини таъкидлашга ҳаракат қиламиз, шунингдек, унинг амалиётга тадбиқ этилиш имкониятларини баён этамиз. Бундан мақсад, муаммоларни графлар ёрдамида қандай қилиб ҳал қилишни ўрганиш ва тасаввурни кенгайтиришдан иборат, чунки олинган билимлар олимпиада муаммоларини ҳал қилишда, шунингдек, математик мусобақаларда таклиф қилинган муаммолар учун ишлатилиши мумкин. Қуйидаги масалаларни графлар ёдамида соддароқ усулда ҳал илиш мумкин:

5-масала. Стол тенниси бўйича 6 нафар иштирокчи: Анвар, Ботир, Вали, Гулнора, Достон ва Элмира мусобақалашмода. Чемпионат айлана тизимида ўтказилади - ҳар бир иштирокчи бир мартадан бошқалар билан ўйнайди. Бугунги кунга қадар баъзи ўйинлар ўтказилган: Анвар - Ботир, Гулнора, Элмира билан, Ботир - Гулнора ва Анвар билан, Вали - Гулнора, Достон билан, Элмира - Вали билан, Достон–Вали билан ўйнашди. Ҳозирги кунгача қанча ўйин ўйналди ва қанчаси қолган?

Ечиш. Бу масалани ечиш учун аввалам бор 6 нафар иштирокчини графнинг учлари деб оламиз. Сўнг мусобақалашган болаларни ўзаро қирралар ёрдамида туташтирамиз. Ҳосил бўлган 1.а)-шаклдан озирги кунгача ўтказилган ўйинлар сони 7 та бўлганлигини кўришимиз мумкин. Яна анча ўйин ўтказилиши кераклигини кўришимиз учун графдаги учларнинг олганини туташтиришимиз кифоя. 1.б)-шаклга кўра 8 та ўйин ўтказилиши лозим.

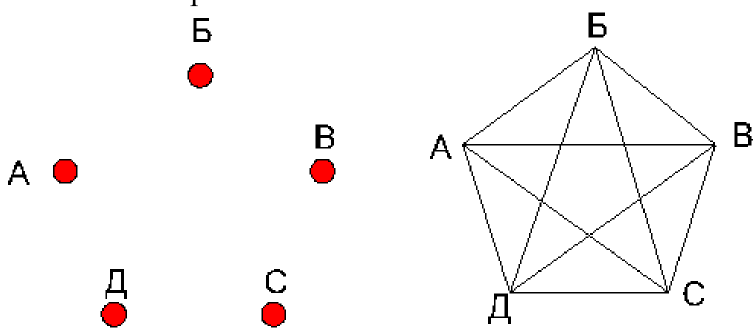


а) б)

1-шакл

6-масала. Акмал, Баҳодир, Валижон, Сарвар ва Диёр кўришганда саломлашиб, бир-бирининг қўлини сиқиб қўйди (ҳар бири бошқасини қўлини бир мартадан сиққан). Қўл бериб саломлашишлар сонини топинг?

Ечиш. 5 нафар иштирокчини графнинг учлари деб оламиз. 2.а)-шакл ҳосил бўлади. Бир-бирининг қўл бериб кўришганини қирралар билан белгиласак 2.б)-шакл ҳосил бўлади. Демак, қўл бериб саломлашишлар сони 10 та экан.



а) б)

2-шакл

Қирралар сонини топиш:

1-таъриф. Бир учдан чиқувчи қирралар сони, учнинг даражаси дейилади. Графнинг учи тоқ даражага эга бўлса “тоқ”, жуфт даражага эга бўлса “жуфт” деб аталади.

7-масала. Кичкинагина бир шаҳарда 15 та телефон мавжуд: Кабел билан ҳар бир телефонни қолган бешта бошқа телефон билан боғлаш мумкинми?

Ечиш. Шундай графни кўриб чиқамизки, бу графнинг учлари телефонларга, қирралари эса уларни боғлаб турган симларга мос келсин. Бу графда 15 та уч мавжуд, ҳар бирининг даражаси 5га тенг. Қирралар сонини топиш учун, ҳамма учларнинг даражаларини қўшиб чиқамиз. Бундай санокда ҳар бир қирра икки марта саналади. Демак қирралар сони қуйидагига тенг бўлиш лозим $\frac{15 \cdot 5}{2}$. Бу эса бутун сон эмас. Демак бунақа граф мавжуд эмас ва телефонларни ҳам бу кўринишда улаб бўлмайди.

8-масала. Бир давлатда 50 та шаҳар бор. Ҳар биридан 8 та йўл чиқади. Бу давлатда жами нечта йўл бор?

Ечиш. $\frac{50 \cdot 8}{2} = 200$ та йўл бор. Бу масалани ечишда қуйидаги теорема жуда фойдалидир.

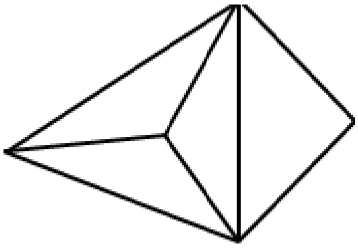
1-Теорема. Учлари сони тоқ бўлган графнинг даражаси жуфтдир.

Исбот. Графнинг қирраларининг сони унинг учлари даражалари йигиндисининг ярмига тенг. Қирралар сони бутун сон бўлгани учун учлар даражалари йиғиндиси бутун сон бўлиши шарт. Бундай ҳолатда эса фақат графнинг тоқ учлари сони жуфт бўлгандагина юзага келади.

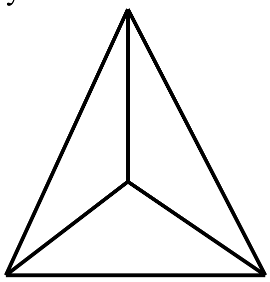
Эйлер графи:

2-таъриф. Қаламни қоғоздан узмасдан ва ҳар бир қиррадан бир марта ўтиб чизиладиган графга Эйлер графи деб аталади.

9-масала. Қуйида берилган графларни қаламни қоғоздан узмасдан ва ҳар бир қирранинг устидан фақатгина бир марта ўтказган ҳолда чизиш мумкинми?



3-шакл



4-шакл

Ечиш. 2-таърифга кўра: 3-шакл-мумкин, 4-шакл-мумкин эмас.

Изоҳ. Эйлер графларини чизиш учун ҳар бир учидан ўтувчи қирралар сони жуфт бўлиши керак, чунки бу графни чизишда учларга киришлар сони билан чиқишлар сони бир хил бўлади, албатта бошланғич ва якунловчи учлар бундан истисно.

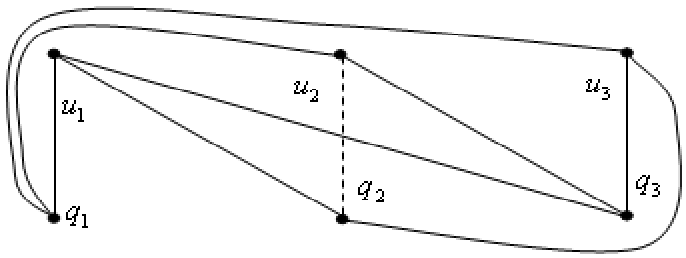
Текис графлар:

3-таъриф. Қирралари учларидан бошқа нуқтада кесишмайдиган графларга текис графлар деб аталади.

Текис бўлмаган графга ажойиб мисол учта уй ва учта қудуқ ҳақидаги бошқотирма масалага мос графдир.

Учта u_1, u_2, u_3 уйлар ва учта q_1, q_2, q_3 қудуқлар бор. Ҳар бир уйдан ҳар бир қудуққа ихтиёрий иккитаси кесишмайдиган қилиб узлуксиз йўлакчалар ўтказиш мумкинми?

Қоғозда масала шартини қаноатлантирадиган графни чизишга уринишлар муваффақиятсизлик билан тугайди.



Йўналтирилган графлар:

4-таъриф. Қирраларига йўналишлар қўйилган графларга йўналтирилган графлар дейилади. Юқоридаги биринчи масала йўналтирилган графларга мисол бўла олади.

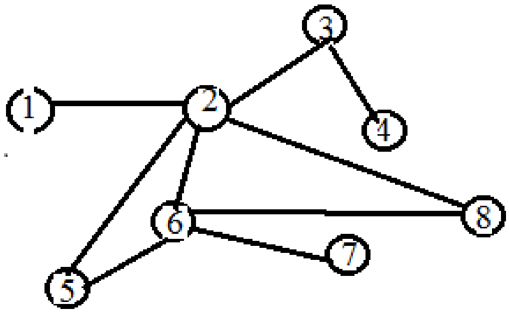
Мустақил бажариш учун олимпиада масалаларидан намуналар:

M1. 46 та катакда 1000 та қуён бор. Қандайдир иккита катакда бир хил сондаги қуён борлигини исботланг (бўш катаклар ҳам бўлиши мумкин).

M2. Рақамлари ҳар хил бўлган 1,2,3 рақамларидан ташкил топган барча уч хонали сонлар йиғиндисини топинг.

M3. Нигора расмдаги 8 та доирани 3 хил рангда шундай бўямоқчики, натижада қўшни доиралар турли рангда бўлиши керак. Қайси икки доира албатта бир хил рангда бўялган бўлади.

M4. Омборда 25 та оқ рангли чинни пиёла ва 35 та қора рангли сопол пиёла бор. Ҳар бир чинни пиёла синса 7га, сопол пиёла синса 8 га бўлиниб кетади. Қорувул бир нечта шиша пиёлани қора рангга, бир нечта сопол пиёлани оқ рангга бўяб қўйди. Тасодифан барча пиёлалар синиб кетди. Оқ бўлаклар сони қора бўлаклар сонига тенг бўлиши мумкинми?



$n(A)$ орқали A чекли тўпламнинг элементлар сонини белгилаймиз. Бешта A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 тўпламлар қуйидаги шартларни қаноатлантирсин:
барча $1 \le i \prec j \le 5$ учун $n(A_i \cap A_j) = 1$, яъни ихтиёрий турли иккита тўплам фақат бирта умумий элементга эга.
барча $1 \le i \prec j \prec k \prec l \le 5$ учун $A_i \cap A_j \cap A_k \cap A_l = \varnothing$, яъни ихтиёрий турли турта тўплам умумий элементга эга эмас.
M5. $n(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5)$ нинг энг кичик қийматини топинг.

Дискрет математика ва математик мантиқ фани олий таълим муассасаларида батафсил ўқитилиши билан бир қаторда, унинг айрим бўлимлари мактабдаги математика фан дастурига киритилган. Жумладан, комбинаторика элементлари (6-синфдан), тўпламлар, мулоҳазалар алгебраси, софизм ва парадокс, предикатлар (10-синфда). Лекин юқорида берилган мактаб ўқувчиларига мўлжалланган, математика олимпиадаларида учрайдиган мантиқий масалаларни ечишда графлар назарияси ёрдамида ечиш анча қулайликларга эга эканлиги кўриниб турибди. Шуларни инобатга олиб мактабда математика дарсликларининг янги авлодини яратишда графлар назарияси бўлимни ҳам дарсликларга қўшиш мақсадга мувофиқдир.

Фойдаланилган адабиётлар:

1. Ҳ.Тўраев. Математик мантиқ ва дискрет математика. -Тошкент “Ўқитувчи” 2003. 8-11 бетлар.
2. M.A.Mirzaahmedov, A.A.Rahimqoriyev, Sh.N.Ismailov, M.A.To‘xtaxodjayeva MATEMATIKA umumiy o‘rta ta’lim maktablarining 6- sinfi uchun darslik „O‘QITUVCHI“ Toshkent -2017. 206-209betlar.
3. Sh.A.Alimov, O.R.Xolmuhamedov, M.A.Mirzaahmedov. ALGEBRA umumiy o‘rta ta’lim maktablarining 7- sinfi uchun darslik „O‘QITUVCHI“ nashriyot-matbaa ijodiy uyi. Toshkent - 2017. 154-157 betlar.
4. M.A.Mirzaahmedov, Sh.N.Ismoilov, A.Amonov. MATEMATIKA 10-sinf Algebra va analizasoslari geometriya 1-qism „O‘QITUVCHI“ Toshkent — 2017. 37-39betlar.

ISSN 2181-0656

Doi Journal 10.26739/2181-0656

ФИЗИКА-МАТЕМАТИКА ФАНЛАРИ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

№4 (2020)

Контакт редакций журналов. www.tadqiqot.uz
ООО Tadqiqot город Ташкент,
улица Амира Темура пр.1, дом-2.
Web: http://www.tadqiqot.uz/; E-mail: info@tadqiqot.uz
Тел: (+998-94) 404-0000

Editorial staff of the journals of www.tadqiqot.uz
Tadqiqot LLC The city of Tashkent,
Amir Temur Street pr.1, House 2.
Web: http://www.tadqiqot.uz/; E-mail: info@tadqiqot.uz
Phone: (+998-94) 404-0000