

Nodir Yodgorov

CHIZMA GEOMETRIYA

masalalar to'plami

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS
TA'LIM VAZIRLIGI Buxoro davlat universiteti**

N.J.Yodgorov

CHIZMA GEOMETRIYA

Mashq va masalalar to'plami hamda ularni bajarishga oid
metodik ko'rsatmalar

Buxoro-2021

Бухоро давлат университети
ўқув-методик кенгаш 10-сонли
йиғилишининг баённомасидан
КЎЧИРМА

29.05.2021

Бухоро шаҳри

КУН ТАРТИБИ:

1. Турли масалалар.

Тасвирий санъат ва муҳандислик графикаси кафедраси профессори Н.Ж. Ёдгоровнинг 5110800-Тасвирий санъат ва муҳандислик графикаси таълим йўналиши учун “Чизма геометрия” деб номланган методик қўлланмани тавсия этиш.

Э Ш И Т И Л Д И:

М.Ю. Фарманова (кенгаш котибаси) - Тасвирий санъат ва муҳандислик графикаси кафедраси профессори Н.Ж. Ёдгоровнинг 5110800-Тасвирий санъат ва муҳандислик графикаси таълим йўналиши учун “Чизма геометрия” деб номланган методик қўлланмани нашрга тавсия этиши маълум қилди. Ушбу методик қўлланмага: ТДПУ “Муҳандислик графикаси ва уни ўқитиш методикаси” кафедраси доценти М.К. Халимов ва Тасвирий санъат ва муҳандислик графикаси кафедраси доценти, т.ф.н. М.М. Бадиёвлар томонидан ижобий тақриз берилгани таъкидланди. Методик қўлланма муҳокамаси ҳақидаги Санъатшунослик факультети (2021 йил 21 май) ва Тасвирий санъат ва муҳандислик графикаси кафедраси (2021 йил 24 апрель) йиғилиш қарори билан таништирди.

Юқоридагиларни инобатга олиб ўқув-методик кенгаш

Қ А Р О Р Қ И Л А Д И:

1. Тасвирий санъат ва муҳандислик графикаси кафедраси профессори Н.Ж. Ёдгоровнинг 5110800-Тасвирий санъат ва муҳандислик графикаси таълим йўналиши учун “Чизма геометрия” деб номланган методик қўлланма нашрга тавсия этилсин.
2. Ушбу қарорни тасдиқлаш университет Кенгашидан сўралсин.

Ўқув-методик кенгаш раиси
Ўқув-методик кенгаш котиби

Кўчирма

Ўқув-методик кенгаш котиби



М.И. Даминов
М.Ю. Фарманова

М.Ю. Фарманова

Masalalar to'plami chizma geometriya fani o`qitiladigan barcha oliy o`quv yurti talabalari foydalanishlari mumkin.

Masalalar to'plami Buxoro davlat universiteti o`quv metodik kengashining 2021 yil 29 may 9-yig'ilish qarori bilan nashrga tavsiya etilgan.

Taqrizchilar: **O`.T. Yodgorov**, BuxMTI “Chizma geometriya va chizmachilik” kafedrasini mudiri, t.f.n., dotsent;

M.M. Badiev, BuxDU tasviriy san'at va muhandislik grafikasi kafedrasining dotsenti, texnika fanlari nomzodi.

© **Buxoro davlat universiteti**. Yodgorov Nodir Djalolovich, “Chizma geometriya” 2021 yil.

I bob. NUQTA, TO`G`RI CHIZIQ VA TEKISLIK

1.1-§. Nuqta va to`g`ri chiziqqa oid masalalar

1.1. Chizmada berilgan nuqtalarning ikkita proeksiyasiga asosan ularning uchinchi proeksiyalari yasalsin va bu nuqtalarning proeksiya tekisligiga nisbatan uzoqligi aniqlansin (1.1-shakl).

1.2. Proeksiyalari bilan berilgan A,B,C,D nuqtalarning uchinchi proeksiyalari topilsin va qaysi oktantda joylashganligi aniqlansin (1.2-shakl a,b).

1.3. A(20,30,35); B(30,20,0); C(10,0,0); D(40,10,-25); E(-30,20,15); K(5,40,5); R(15,-15,-25); F(-20,-20,10); M(-5,25,-15); N(-45,-40,-20) nuqtalar koordinatalari yordamida berilgan. Nuqtalarning gorizontal, frontal, profil proeksiyalari yasalsin va ularning qaysi oktantda joylashganligi aniqlansin.

1.4. A(20,h,20); B(h,15,0); C(30,0,h); D(40,0,h) nuqtalarning koorditalaridagi so`roqlar o`rniga shunday sonlar qo`yinki, bunda A,B,C,D nuqtalardan birinchisi ikkinchi oktantda, ikkinchisi gorizontal proeksiya tekisligida, uchinchisi OX o`qida va to`rtinchisi frontal proeksiya tekisligida joylashsin.

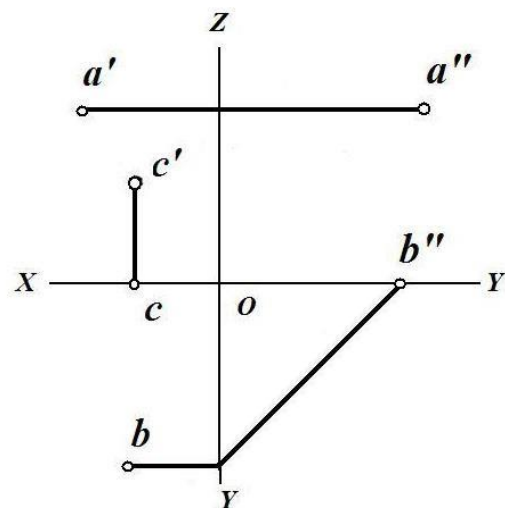
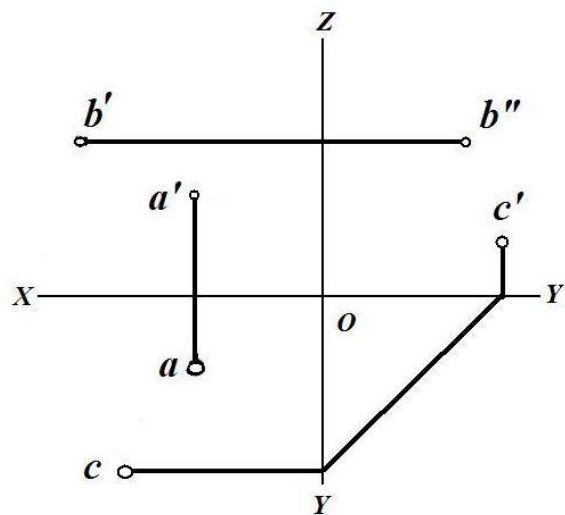
1.5. Uchala proeksiya tekislilaridan baravar uzoqlikda joylashgan A nuqtaning proeksiyalari yasalsin.

1.6. H tekislikda yotgan va W tekislikka nisbatan V tekislikdan ikki baravar uzoqlikda joylashgan C nuqtaning proeksiyalari yasalsin.

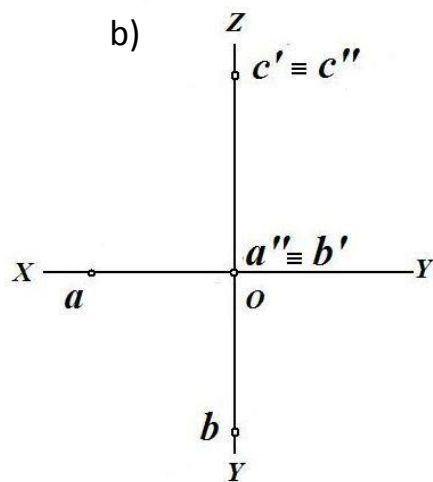
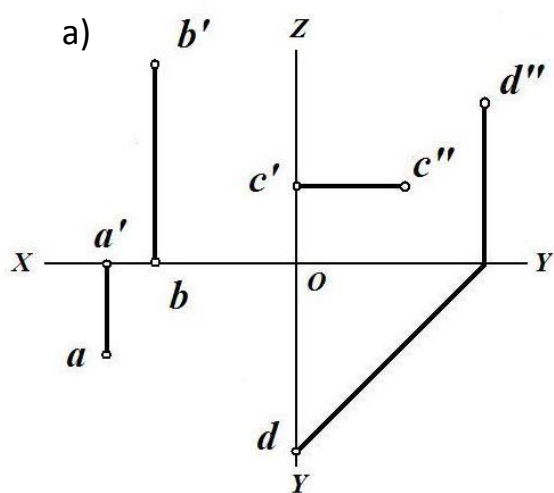
1.7. Berilgan A,B,C nuqtalardan qaysi biri H tekislikda joylashgan (1.3shakl).

1.8. Berilgan A nuqta H, V, W tekisliklarning qaysi biriga yaqin joylashgan (1.4-shakl).

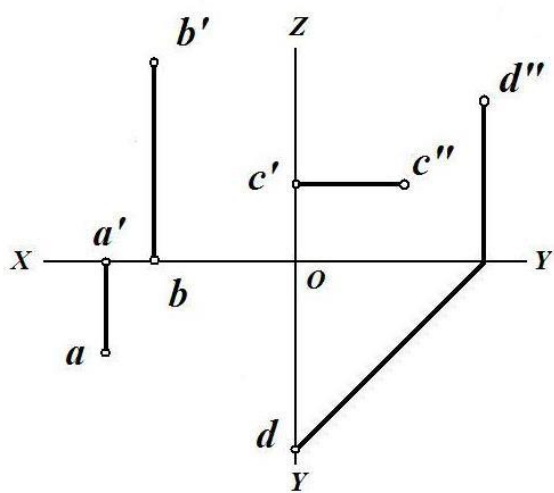
1.9. OX o`qida joylashgan va W dan 30 mm masofada bo`lgan A nuqtaning proeksiyalari yasalsin.



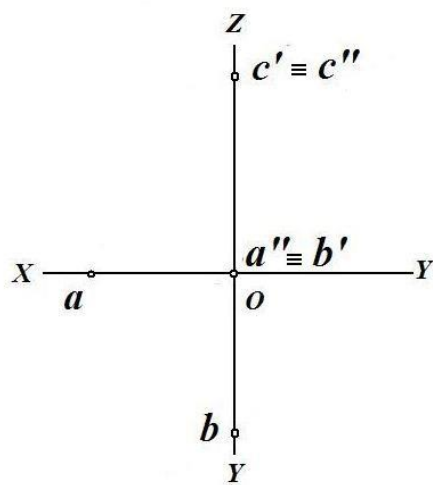
1.3-shakl.



1.2-shakl.



1.4-shakl.



1.5-shakl.

1.10. Berilgan $A(30,20,40)$ nuqta proeksiyalari yasalsin va OY o`qiga nisbatan; V tekislikka nisbatan; koordinata boshiga nisbatan simmetrik bo`lgan B nuqtaning koordinatalari aniqlansin.

1.11. 1.5–shaklda etishmaydigan vertikal o`q yasalsin.

1.12. Koordinatalari $A(60,50,80)$ va $B(10,0,30)$ bo`lgan nuqatlar orqali o`tuvchi to`g`ri chiziq proeksiyalari yasalsin.

1.13. Gorizontal va profil tekisliklardan 30mm uzoqlikda joylashgan to`g`ri chiziqning proeksiyalari yasalsin.

1.14. AB to`g`ri chiziqning A va B uchlari ikkitadan proeksiyalari bilan berilgan (1.6 -shakl). AB to`g`ri chiziqning proeksiyalari yasalsin.

1.15. Uzunliklari o`zaro teng 25 mm bo`lgan AC gorizontal, BC frontal, DC profil to`g`ri chiziq kesmalarining $C(10,10,10)$ uchi berilgan. AC, BC, DC kesmalarining epyuri yasalsin va A,B,D nuqtalrning koordinalari aniqlansin.

Izoh: AC, bilan V orasidagi burchak 30^0 ; BC bilan H orasidagi burachk 45^0 ; DC bilan H orasidagi burchak 60^0 . A,B,D nuqtalar C nuqtaga nisbatan kuzatuviga yaqin joylashgan.

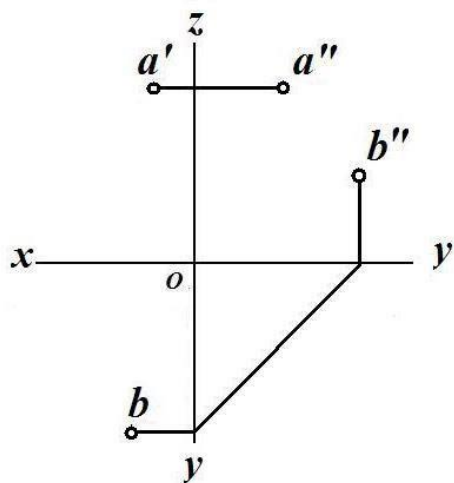
1.16. Uzunliklari $CD \square MN \square \frac{2}{3} AB \square 20mm$ ga teng bo`lgan frontal proeksiyalovchi MN gorizontal proeksiyalovchi CD va profil proeksiyalovchi AB kesmalarining bittadan uchlarining koordinatalari berilgan: $A(45,15,15)$; $C(15,35,35)$; $N(15,15,35)$. AB,MN,CD kesmalarining proeksiyalari yasalsin va B,M,D nuqtalaring koordinatalari aniqlansin.

Izoh: A,C,N nuqtalar B,M va D nuqtalarga nisbatan kuzatuvchiga yaqin joylashgan.

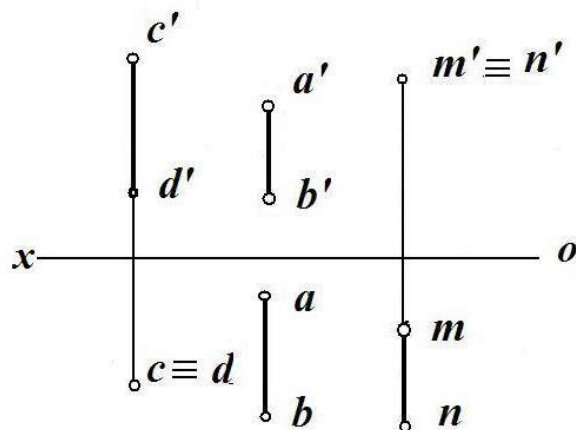
1.17. AB,CD,MN to`g`ri chiziqlar proeksiyalar tekisliklariag nisbatan qanday joylashgan: Perpendikulyarmi yoki parallelni (1.7–shakl)h

1.18. To`g`ri chiziqning berilgan gorizontal izi $M(10,20,0)$ va frontal izi $N(50,0,20)$ bo`yicha uning proeksiyalari yasalsin.

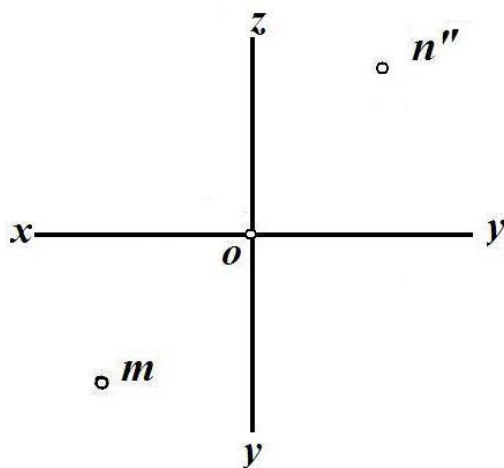
1.19. Berilgan gorizontol $M(m)$ va profil $N(n'')$ izlarga asosan to'g'ri chiziq proyeksiyalari yasalsin (1.8 –shakl).



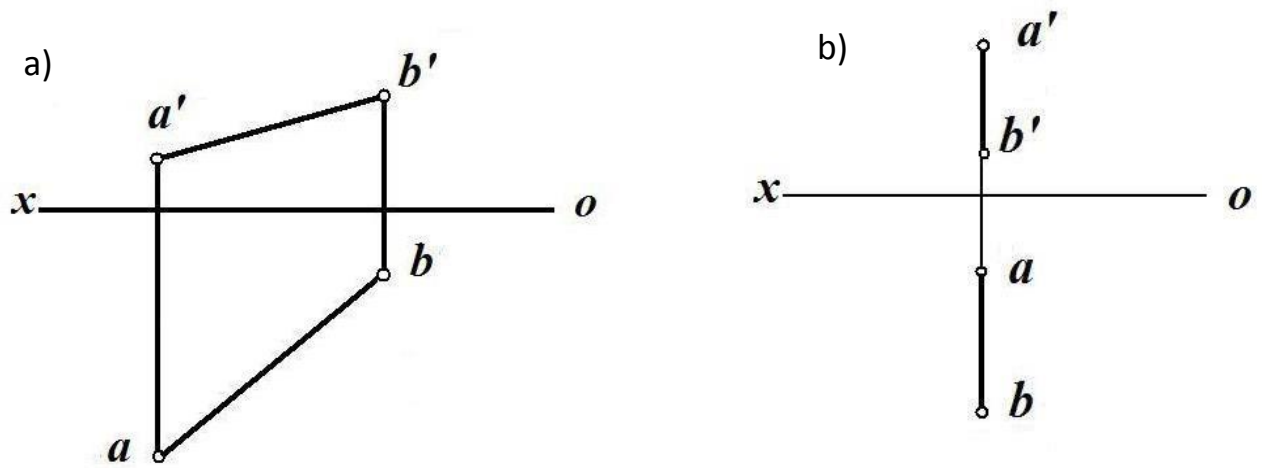
1.6-shakl.



1.7-shakl.



1.8-shakl.



1.9-shakl.

1.20. Berilgan AB to'g'ri chiziq kesmasi 2:3 nisbat bo'linsin (1.9-shakl a, b).

1.21. Berilgan AB,CD,MN to'g'ri chiziqlarning gorizontal va frontal izlari topilsin (1.10 -shakl).

1.22. Berilgan $A(10,10,40)$ - $B(40,40,10)$ kesma teng uch bo'lakka bo'linsin va bo'linish nuqtalarining kordinatalari aniqlansin.

1.23. Berilgan $A(45,15,35)$ - $B(20,35,20)$ kesma davomida yotgan BC to'g'ri chiziq kesmasining uzunligi AB dan to'rt marta qisqa. C nuqtaning kordinatalari aniqlansin.

1.24. Profil AB to'g'ri chiziq yotgan C nuqtaning frontal proeksiyasi berilgan. C nuqtaning gorizontal proeksiyasi profil proeksiyasidan foydalanmasdan yasalsin (1.11-shakl).

1.25. Berilgan C va D nuqtalarni AB va MN to'g'ri chiziqalarda yotgan yoki yotmaganligi aniqlansi (1.12-shakl).

1.26. Berilgan $A(5,10,15)$ - $B(15,20,5)$ kesmalarining proeksiyalari yasalsin. AB ning haqiqiy uzunligi aniqlansin va Pifagor teoremasidan foydalanib, haqiqiy uzunlikning son qiymati aniqlansin.

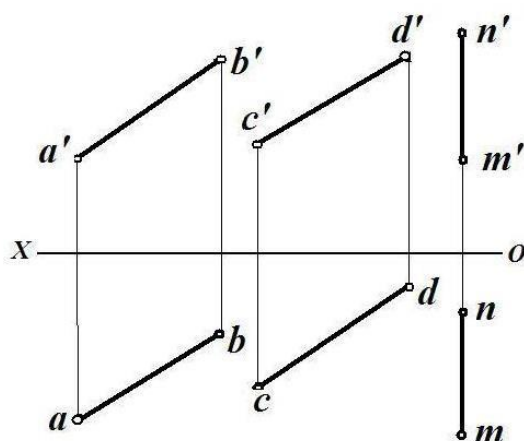
1.27. AB to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan EF to'g'ri chiziqning gorizontal izi C va MN ga parallel bo'lgan KL to'g'ri chiziqning frontal izi d' berilgan. EF va KL to'g'ri chiziqlarning proeksiyalari yasalsin (1.13 shakl).

1.28. Berilgan ABC, FED, NMK to'g'ri burchaklarning etishmaydigan proeksiyalari chizilsin (1.14-shakl).

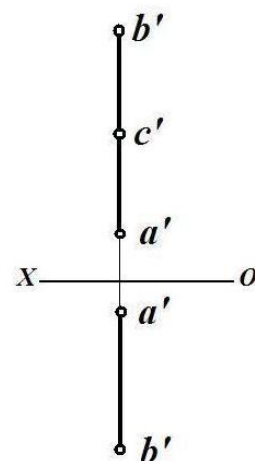
1.29. Berilgan ABC va NKM to'g'ri burchaklarning etishmaydigan proeksiyalari chizilsin (1.15-shakl).

1.30. C nuqtadan AB to'g'ri chiziqqa perpendikulyar o'tkazilsin (1.16shakl).

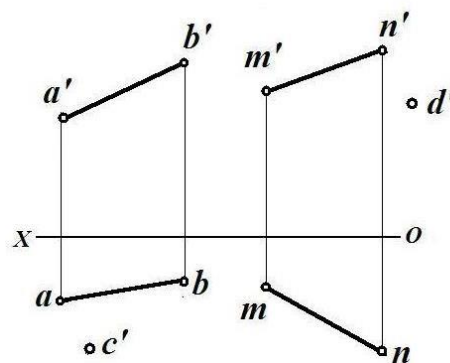
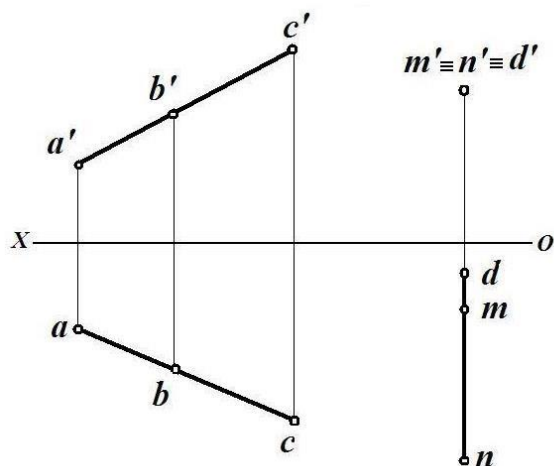
1.31. Proeksiyalari bilan berilgan C nuqta orqali o'tuvchi va AB to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan to'g'ri chiziq o'tkazilsin (1.17-shakl).



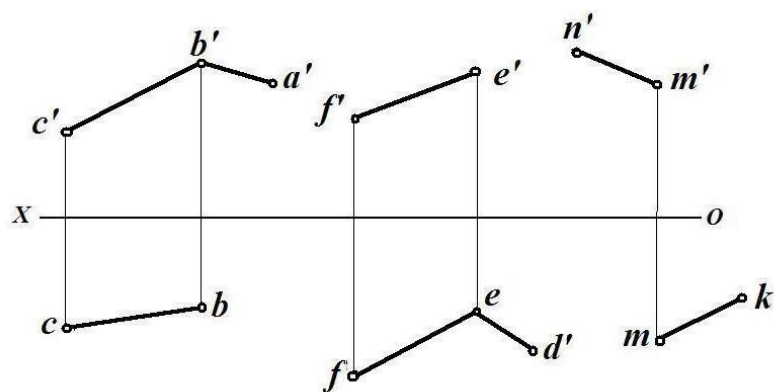
1.10.shakl.



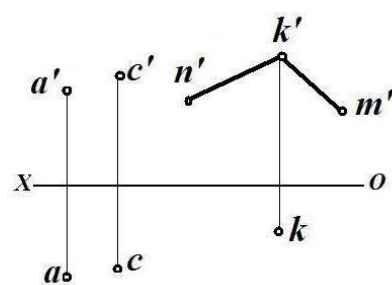
1.11.shakl.



1.12.shakl.

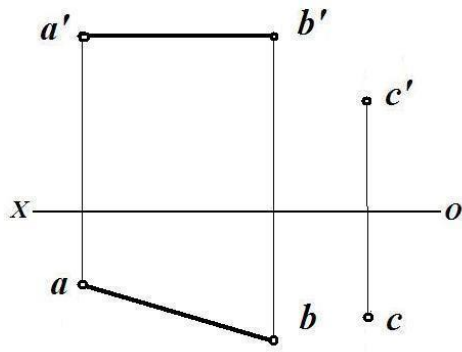


1.13.shakl.

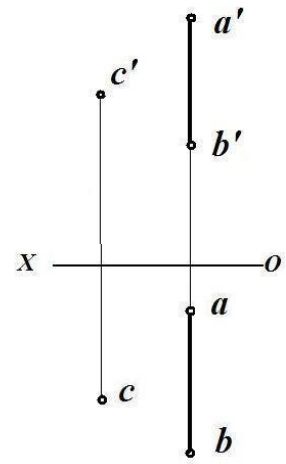


1.14.shakl.

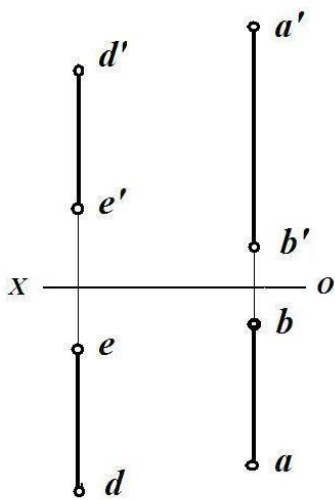
1.15.shakl.



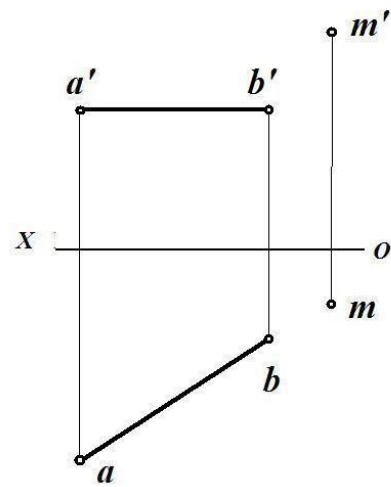
1.16.shakl.



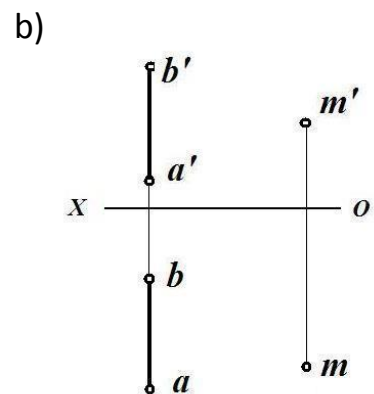
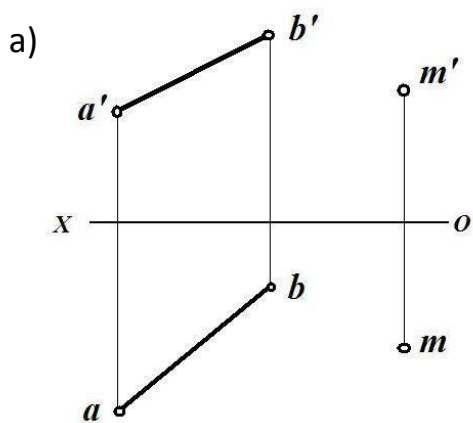
1.17.shakl.



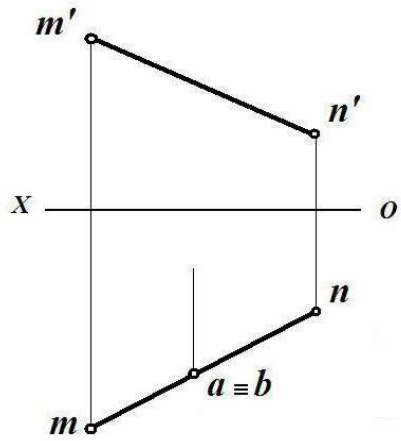
1.18.shakl.



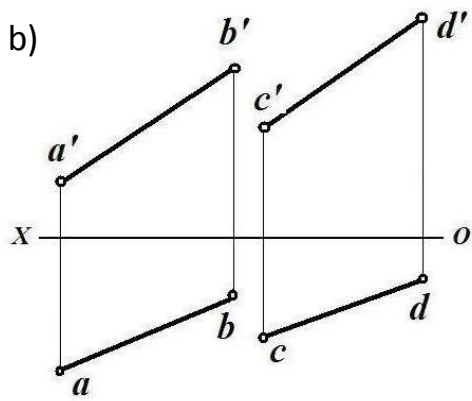
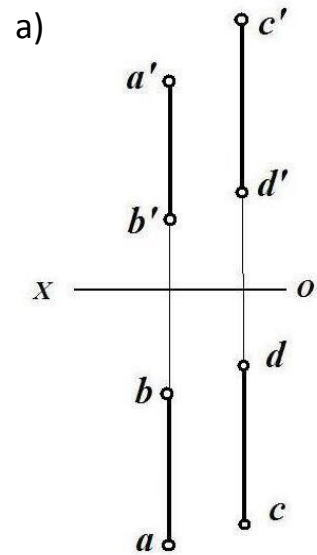
1.20.shakl.



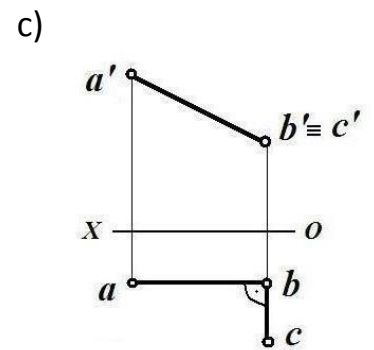
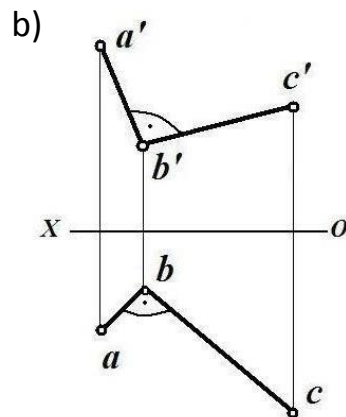
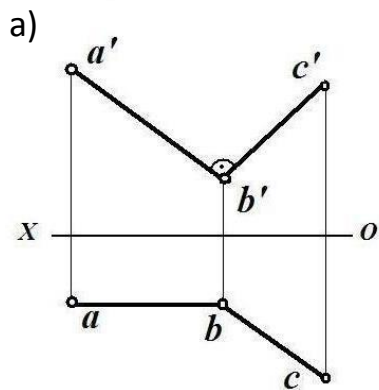
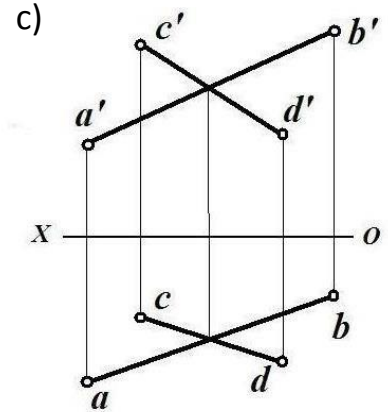
1.19.shakl.



1.21.shakl.



1.22.shakl.



1.23.shakl.

1.32. 1.18-shakldagi AB va CD to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyati aniqlansin.

1.33. $M(m, m')$ nuqta orqali o'tib AB to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan gorizontal to'g'ri chiziq proeksiyalari yasalsin (1.19–shakl a, b).

1.34. $M(m, m')$ dan o'tib AB to'g'ri chiziqni to'g'ri burchak hosil qilib kesib o'tuvchi to'g'ri chiziq proeksiyalari yasalsin (1.20-shakl).

1.35. $MN(mn, m'n')$ to'g'ri chiziqda joylashgan A nuqta va undan yuqorida joylashgan B nuqtaning ($a \equiv b$) etishmaydigan proeksiyalari yasalsin (1.21-shakl).

1.36. Berilgan to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyatlari aniqlansin (1.22–shakl a, b, c).

1.37. 1.23 –shakl a, b, c larda berilgan AB to'g'ri chiziqlardan qaysi biri

BC to'g'ri chiziqqa perpendikulyarh

1.1-§ masalalarini yechishga metodik ko'rsatmalar

Ma'lumki, har qanday narsa (jism) sirtlardan, sirtlar esa chiziqlardan iborat. Chiziqlar o'z navbatida nuqtalar to'plamidan tashkil topgan. Shu sababli, fazoviy jismning uch tekislikdagi ortogonal proyeksiyalarini o'rganishni geometriyaning boshlang'ich tushunchalari: nuqta, to'g'ri chiziq va tekislikning proyeksiyalarini yasashdan boshlaymiz.

1-masala. Koordinatalari bilan berilgan $A(20,15,40)$; $B(40,0,35)$; $C(30,25,0)$; $D(0,10,30)$; va $E(0,20,0)$ nuqtaning chizmasi (to'g'ri burchakli proeksiyalari) va yaqqol tasviri (fazodagi vaziyati) yasalsin.

Yechish. Nuqta koordinatalari bilan berilganda uning proeksiyalari va fazodagi o'rni tegishli o'qlar bo'yicha o'lchab qo'yish yo'li bilan aniqlanadi.

A nuqtaning chizmasini bajarish uchun avvalo biror O nuqtadan OX , OY va OZ koordinata o'qlarini o'tkazib (1-shakl, a), so'ngra koordinatalar boshi O nuqtadan boshlab OX o'qi bo'yicha **20 mm** o'lchab qo'yib a_x nuqta belgilanadi ($X_1=Oa_x=20\text{mm}$).

Endi bu nuqtadan vertikal bog'lovchi chiziq o'tkazib OX o'qdan pastga $Y_1=a_x a=15\text{mm}$ o'lchab qo'yib, A nuqtaning gorizontaal proeksiyasi (a), OX o'qdan yuqoriga esa $Z_1=a_x a'=40\text{mm}$ o'lchab qo'yib, A nuqtaning frontal proeksiyasi a' topiladi. Nuqtaning profil proeksiyasini topish uchun esa a nuqtadan OX o'qiga parallel chiziq o'tkazib uning OY o'qi bilan kesishgan joyida a_y topamiz. So'ngra gorizontaal OY o'qida ham a_y nuqtani aniqlaymiz. Agar a_y nuqtadan vertikal bog'lovchi chiziq va a' nuqtadan gorizontaal chiziq o'tkazsak, bu chiziqning o'zaro kesishish joyida a'' nuqta hosil bo'ladi (1-shakl, a da a'' nuqtani topish tartibi strelkalar bilan ko'rsatilgan).

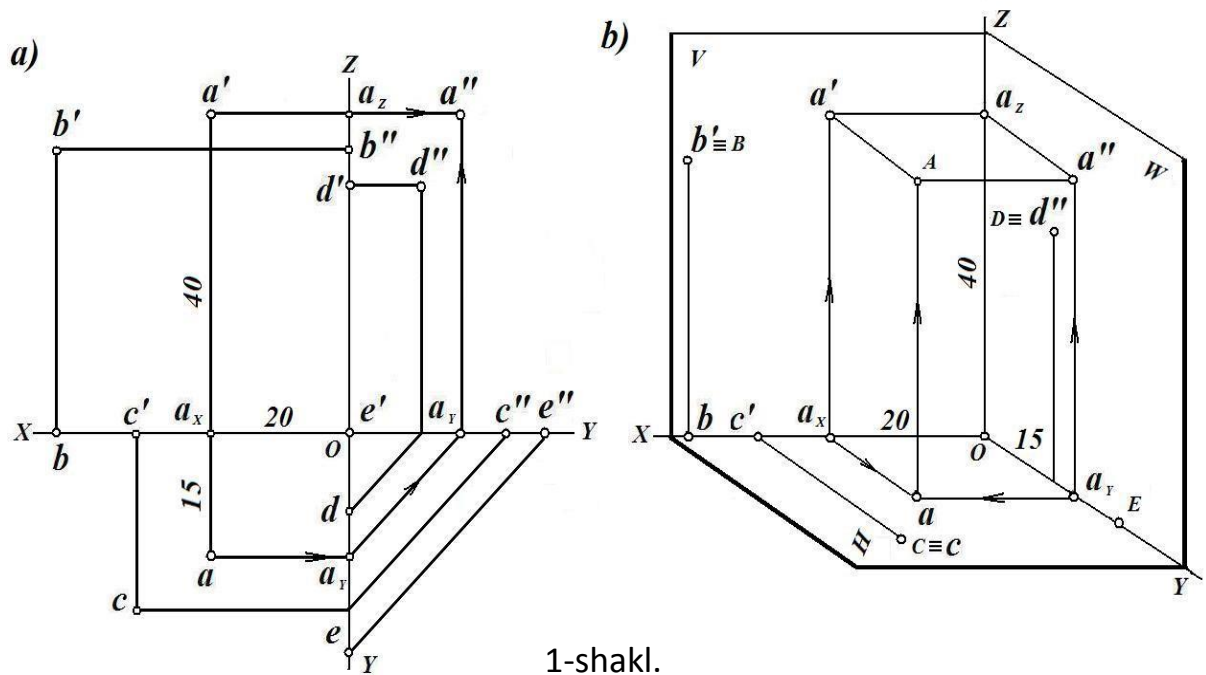
B,C,D va E nuqtalarning to'g'ri burchakli proeksiyalari ham A nuqta kabi topiladi.

A nuqtaning fazodagi vaziyatini topish uchun avval birinchi oktantni chizib olamiz ($OXYZ$) va O nuqtadan boshlab OX o'qi bo'yicha **20mm**, OY o'qi bo'yicha **15mm**, OZ o'qi bo'yicha **40mm** o'lchab qo'ysak (1-shakl, b), a_x , a_y , va a_z nuqtalar hosil bo'ladi. Mazkur nuqtalardan OX , OU va OZ o'qlarga perpendakudiyar qilib, H , V va W tekisliklar bo'yicha chiziq chiqaramiz. Bu chiziqning o'zaro kesishgan joyida nuqtaning gorizontaal (a), frontal (a') va profil (a'') proekpiyalari hosil bo'lada. a nuqtadan H ga, a' dan V ga va a'' dan W ga perpendikulyar chiziq chiqarcak, ular bir nuqtada ksishib, nuqtaning fazodagi o'rni (A) hosil bo'ladi. Qolgan nuqtalarning ham fazodagi o'rni A nuqta kabi topiladi.

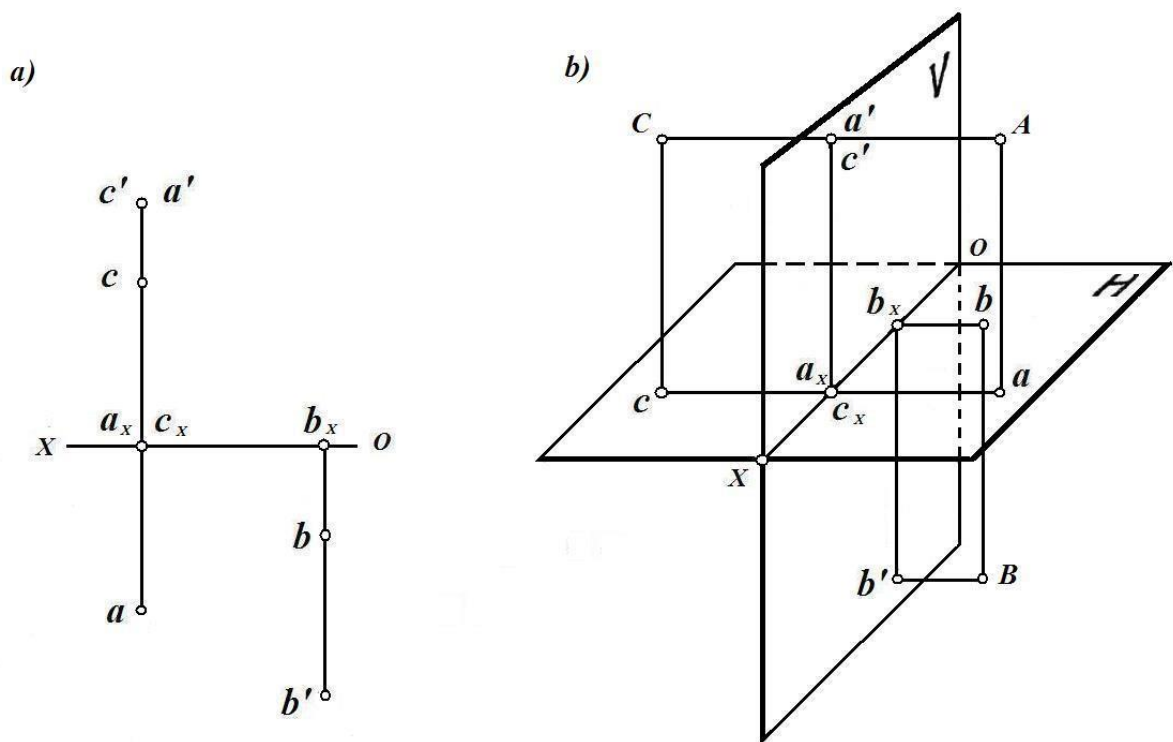
1-shakldan ko`rinayaptiki, **A** nuqta fazoda, **B** nuqga **V** tekislikda, **C** nuqga **H** da, **O** nuqta **W** da va **E** nuqta **OY** o`kda joylashgan ekan.

2-masala. Proeksiyalari bilan berilgan **A(20,13.5,20)**; **B(5,5,-20)** nuqtalar va **A** nuqtaga frontal proeksiya tekisligiga nisbatan simmetrik bo`lgan **C** nuqta yasalsin. Nuqtalar yaqqol tasviri **H** va **V** tekisliklarga nisbatan tasvirlansin.

Yechish. 2-shakl, a da dastlab **X** o`qi yasalgan va unda a_x nuqta belgilab olingan. **A** nuqtaning **I** chorakda joylashgan (aplekata va ordinatalari musbat bo`lgani uchun) a' nuqta **X** o`qidan yuqorida **20mm** masofada, a nuqta **X** dan pastda **13,5mm** masofada joylashadi.



1-shakl.



2-shakl.

B nuqta proeksiyasini yasash uchun dastlab **O** nuqtadan boshlab **5mm** o`lchab qo`yib b_x nuqtani aniqlaymiz va undan pastga $b_x b = 6,5\text{mm}$ qo`yilsa, $b_x b'$ kesma aplikataning manfiy qiymati **20** ga mos keladi va shunga asosan **B** nuqta **IV** chorakda joylashgan bo`ladi.

C nuqta **A** nuqtaga **V** proeksiya tekisliga nisbatan simmetrik joylashgani uchun **C** nuqtaning ordinatasi **13,5**, aplikata **20** ga teng bo`ladi. c_x nuqta a_x nuqta bilan ustma-ust tushadi. **C** nuqtaning gorizontaal proektsichsi **X** o`qidan yuqorida **13,5** mm masofada bo`ladi.

2-shakl, b da **A, B** va **C** nuqtalarning yaqqol tasviri ko`rsatilgan.

3-masala. Gorizontaal va frontal proeksiyalari bilan berilgan **AB** to`g`ri chiziq kesmasi yaqqol tasviri yasalsin.

Yechish. Dastlab 3-shakl, a da **OX** o`qidan foydalanib nuqtalarning (**a**) va frontal (**a'**) proeksiyalari aniqlanadi. Xuddi shunday **B** nuqtaning **b** va **b'** proeksiyalari topiladi. So`ngra **AB** ning gorizontaal (**ab**), frontal (**a'b'**)

proeksiyalari yasaladi. 3-shakl, b da **AB** kesmaning yaqqol tasviri ko`rsatilgan.

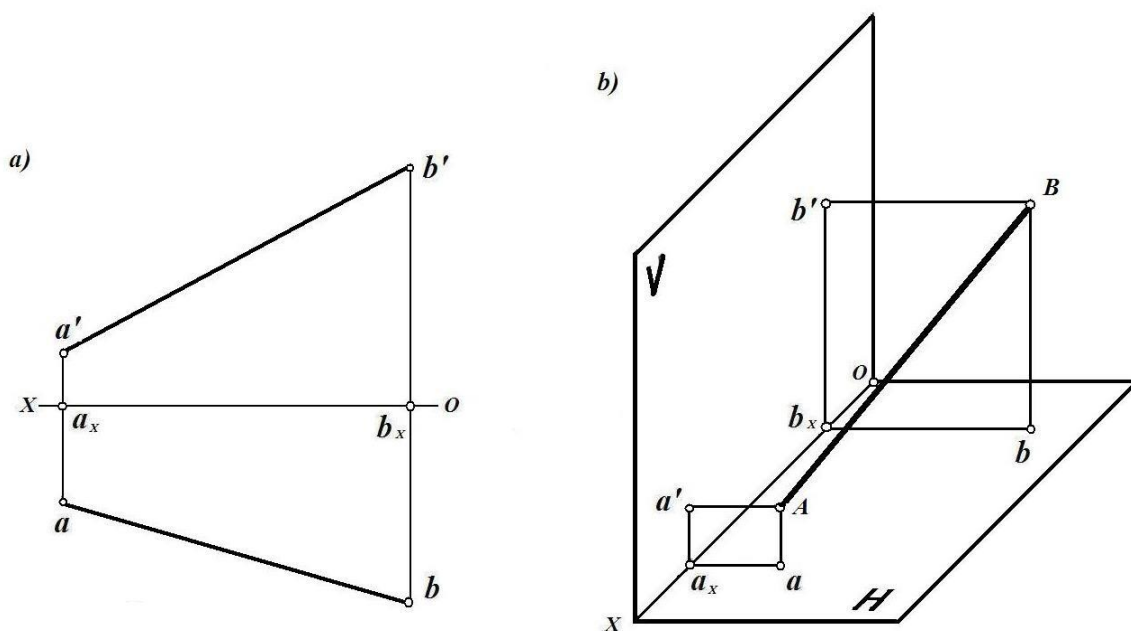
4-masala. **B** va **C** nuqtalarni **AB** to`g`ri chiziqda **K** nuqtani esa **MN** to`g`ri chiziqda yotish-yotmasligi aniqlansin.

Yechish. 4-shakl, a da **AD** kesmaning bir xil nomli proeksiyalarida **b** va **b'** yotmaydi, **c** va **c'** lar yotadi. Shu sababli **AD** to`g`ri chiziqda **B** nuqta yotmaydi, **C** nuqta esa yotadi.

K nuqtaning **MN** to`g`ri chiziqda yotish-yotmasligi aniqlash uchun ularning profil proeksiyasini yasaymiz. Chizmadan ko`rinib turibdiki, **k''** nuqta **m''n''**da yotmaydi (4-shakl, b). Demak **K** nuqta **MN** to`g`ri chiziqda yotmas ekan.

5-masala. **AB** to`g`ri chiziq gorizonta (**ab**) va frontal (**a'b'**) proeksiyalari bilan berilgan (5-shakl, a). To`g`ri chiziqning izlarini va **AB** kesmaning haqiqiy uzunligini toping.

Yechish. Ma'lumki, to`g`ri chiziqning izi deganda uning proeksiya tekisliklari bilan kesishgan nuqtalari tushuniladi.

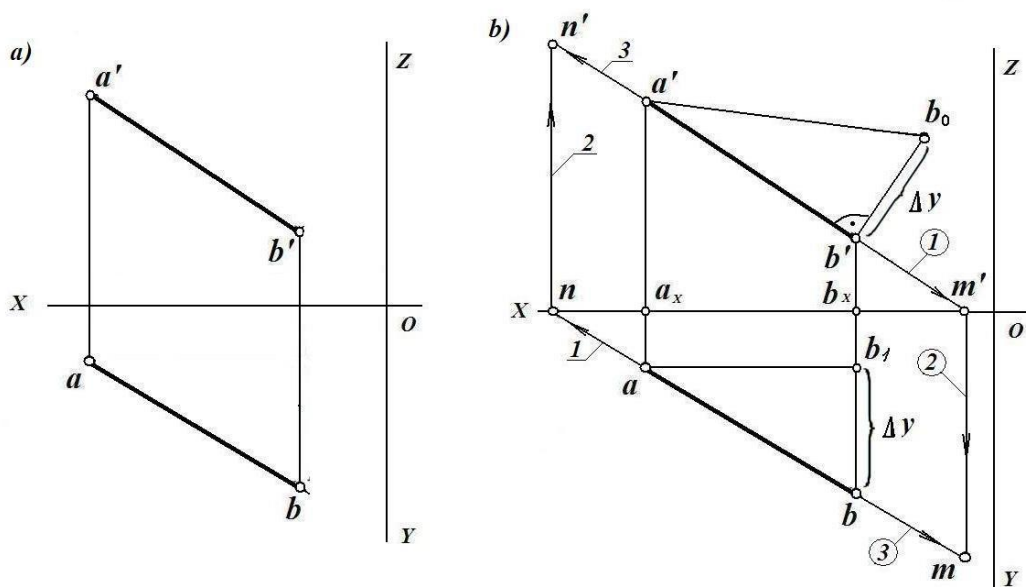


3-shakl.

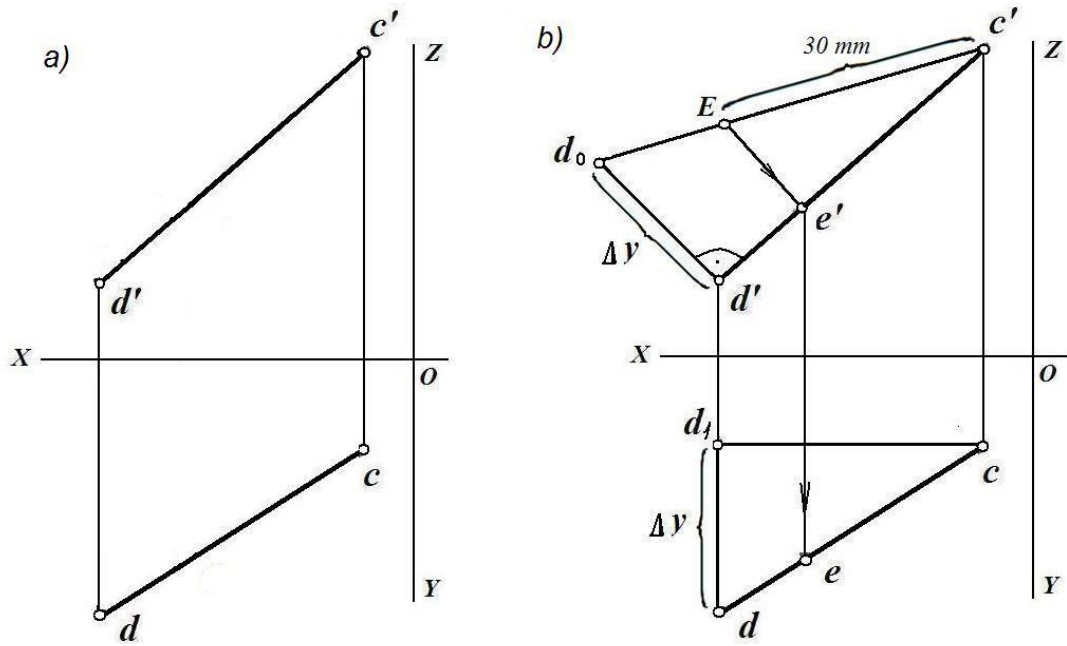
kateti- $a'b'$, ikkinchi kateti $b'b_0=bb_x-aa_x=\Delta y$. Hosil bo'lgan $a'b_0b'$ uchburchakning gipotenuzasining uzunligi b_0a' kesmaning haqiqiy uzunligiga teng bo'ladi ($AB=b_0a'$). Kesmaning haqiqiy uzunligini gorizontaal proeksiya tekisligida ham shu yo'l bilan topsa bo'ladi.

6-masala. CD kesma ($C(10,10,40)$; $D(40,30,10)$) da C nuqtadan 30mm uzoqlikda joylashgan E nuqta proeksiyalari yasalsin(6-shakl, a).

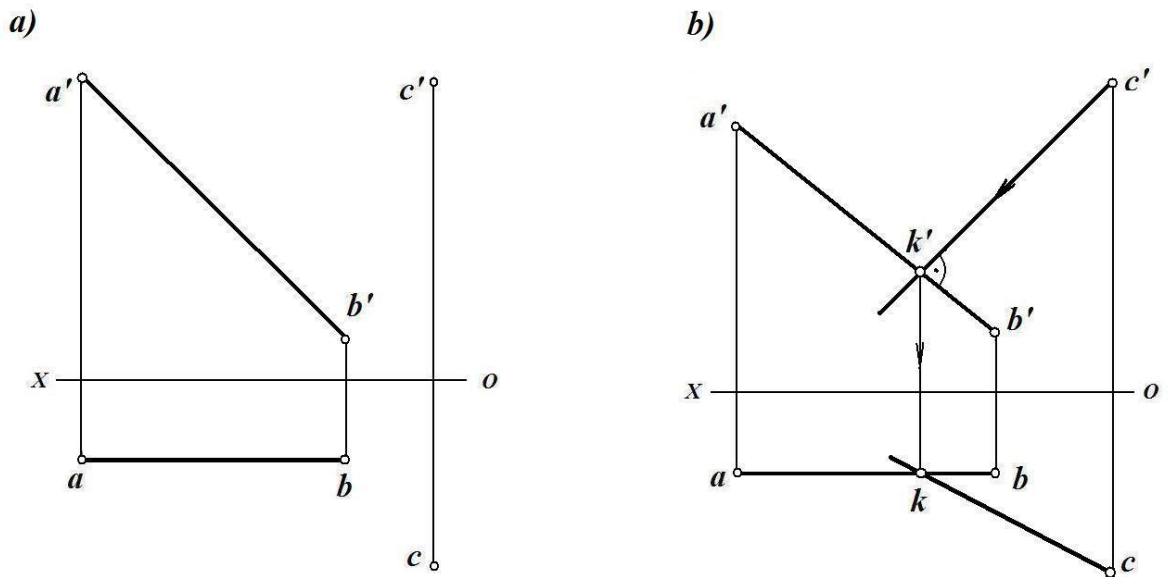
Yechish. Avvalo CD kesmani gorizontaal (cd) va frontal($c'd'$) proeksiyalari yasaladi (6-shakl, b). So'ngra to'g'ri burchakli uchburchak usulidan foydalanib, CD ning haqiqiy uzunligi frontal proeksiyasida topiladi ($CD=c'd_0$). Topilgan $c'd_0$ kesma ustida c' nuqtadan 30mm o'lchab E nuqta topiladi ($CE=c' E=30mm$). endi CD kesmada joylashgan E nuqtaning proeksiyalarini yasaymiz. Buning uchun E nuqtadan aa' ga parallel to'g'ri chiziq o'tkazib, $c'd'$ kesmada e' nuqtani aniqlab, undan vertikal chiziq o'tkazib ed kesmada e nuqta topiladi. Hosil bo'lgan e' nuqta E nuqtaning frontal, e esa uning gorizontaal proeksiyasi bo'ladi.



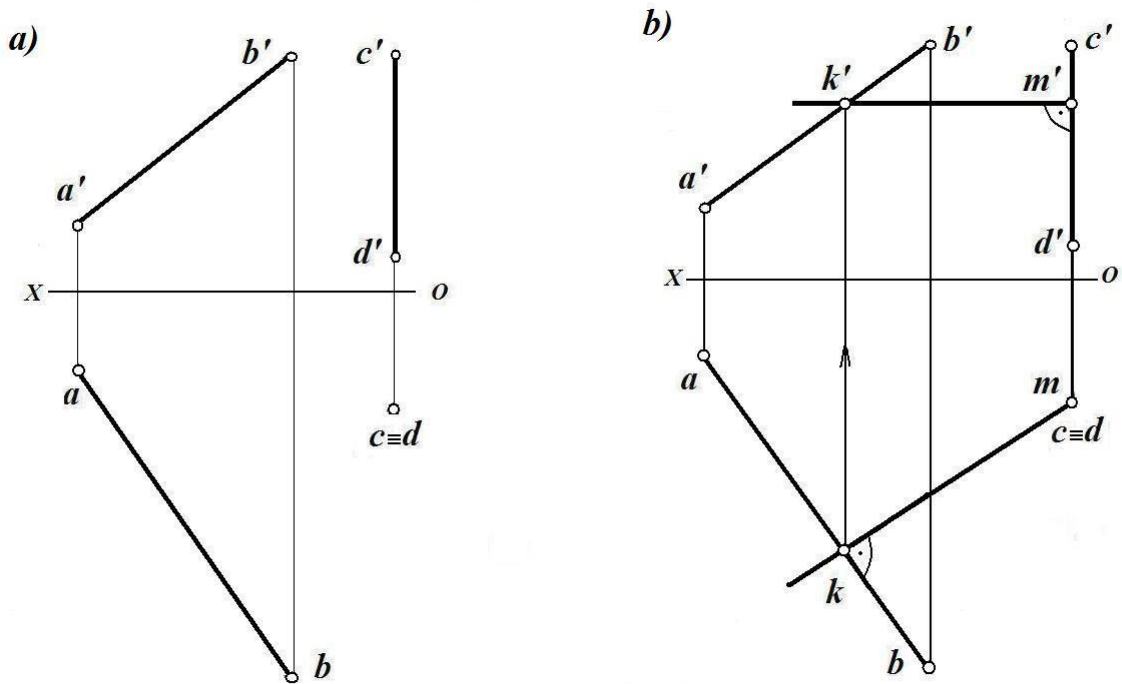
5-shakl.



6-shakl.



7-shakl.



8-shakl.

7-masala. C nuqtadan frontal AB to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tushirilsin (7-shakl, a).

Yechish. Ma'lumki, to'g'ri burchakning kamida bitta tomoni proeksiya tekisligiga prallel bo'lsa, u holda to'g'ri burchak to'g'ri burchak ko'rinishida proeksiyalanadi.

Bu misolda $AB \parallel X$ bo'lgani uchun c' dan $a'b'$ ga perpendikulyar o'tkazib (CK) $a'b'$ da k' nuqtani aniqlaymiz (7-shakl, b). Hosil bo'lgan $c'k'$ va ck lar izlangan prpendikulyar proeksiyalaridir.

8-masala. AB va CD ayqash to'g'ri chiziqlar orasidagi eng qisqa masofa topilsin. To'g'ri chiziqlardan biri (CD) gorizantal proeksiyalovchi ($CD \perp H$).

Yechish. CD to'g'ri chiziq H ga perpendikulyar bo'lgani uchun unga o'tkazilgan istalgan perpendikulyar H parallel bo'ladi. Shu sababli AB to'g'ri chiziq bilan izlangan to'g'ri chiziq orasidagi burchak H tekislikka to'g'ri burchak shaklida proeksiyalanadi. Izlangan to'g'ri chiziqning CD bilan kesishgan nuqtasining gorizantal proeksiyasi m nuqta $c \equiv d$ bilan ustma-ust ($c \equiv d \equiv m$) tushadi (8-shakl, b). So'ngra m nuqtadan ab ga perpendikulyar o'tkazib k nuqtani aniqlaymiz. So'ngra k dan vertikal bog'lovchi chiziq

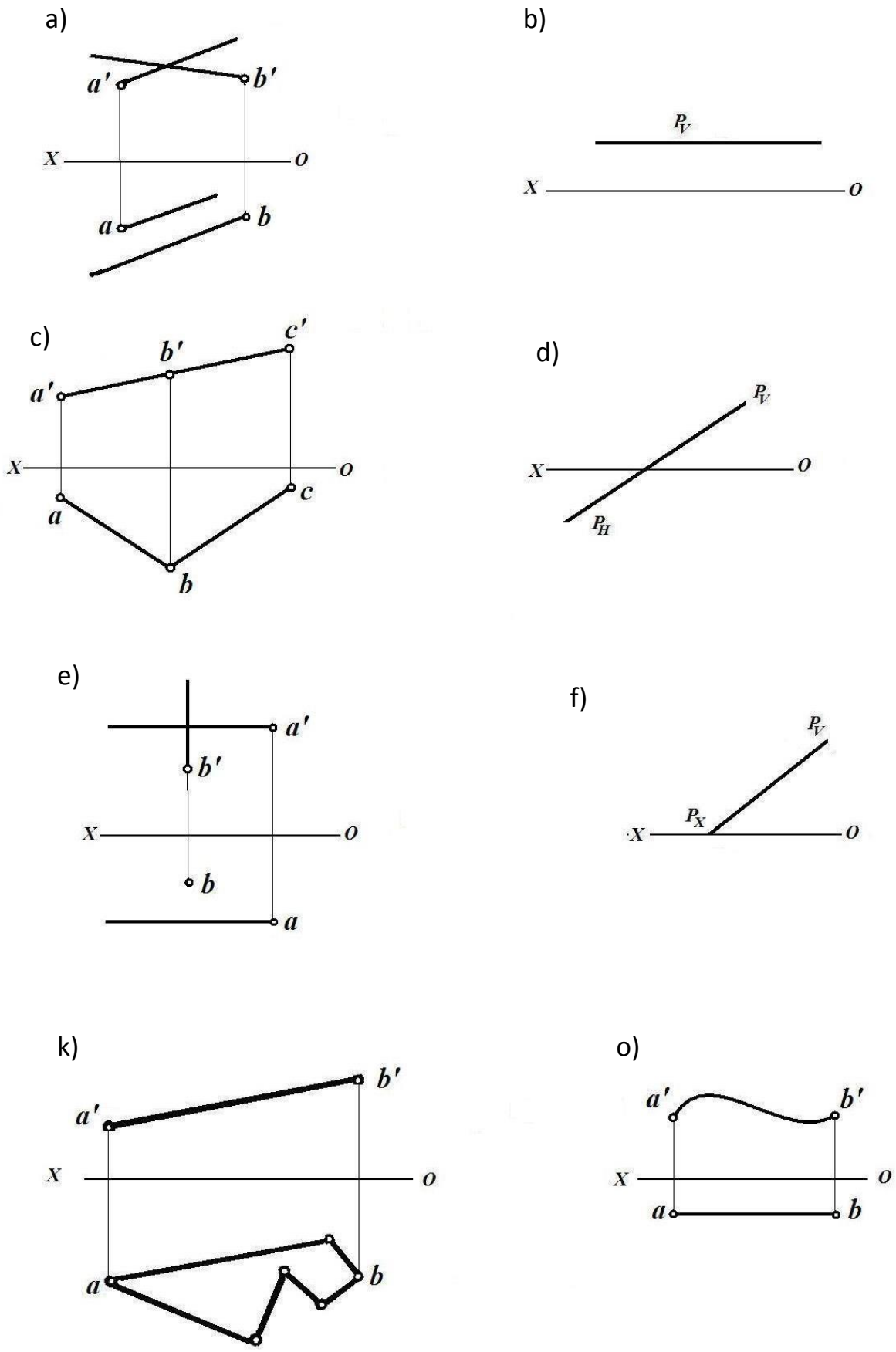
o`tkazib $a'b'$ da k' nuqta topiladi. Perpendikulyarning gorizonta proeksiyasi ($k'm'$) to`g`ri chiziq OX ga parallel joylashadi.

1.2-§. Tekislik bilan nuqta va to`g`ri chiziq hamda tekislikning o`zaro vaziyatiga oid masalalar

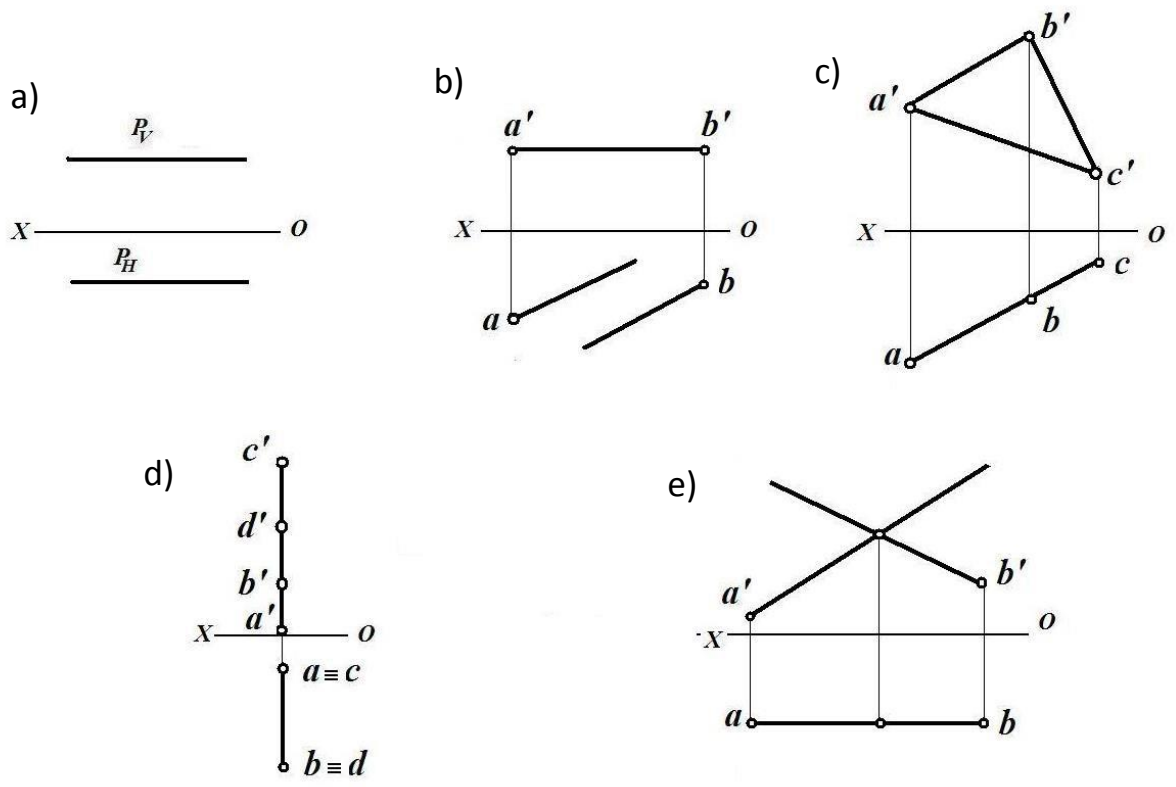
1.38. 1.24-shakl, a, b, c, d, e, f, k, o da berilgan chizmalarning qaysi biri tekislikni ifodalaydih

1.39. 1.25-shakl (a-e)da berilgan tekisliklarning proeksiya tekisliklariga nisbatan vaziyati aniqlansin.

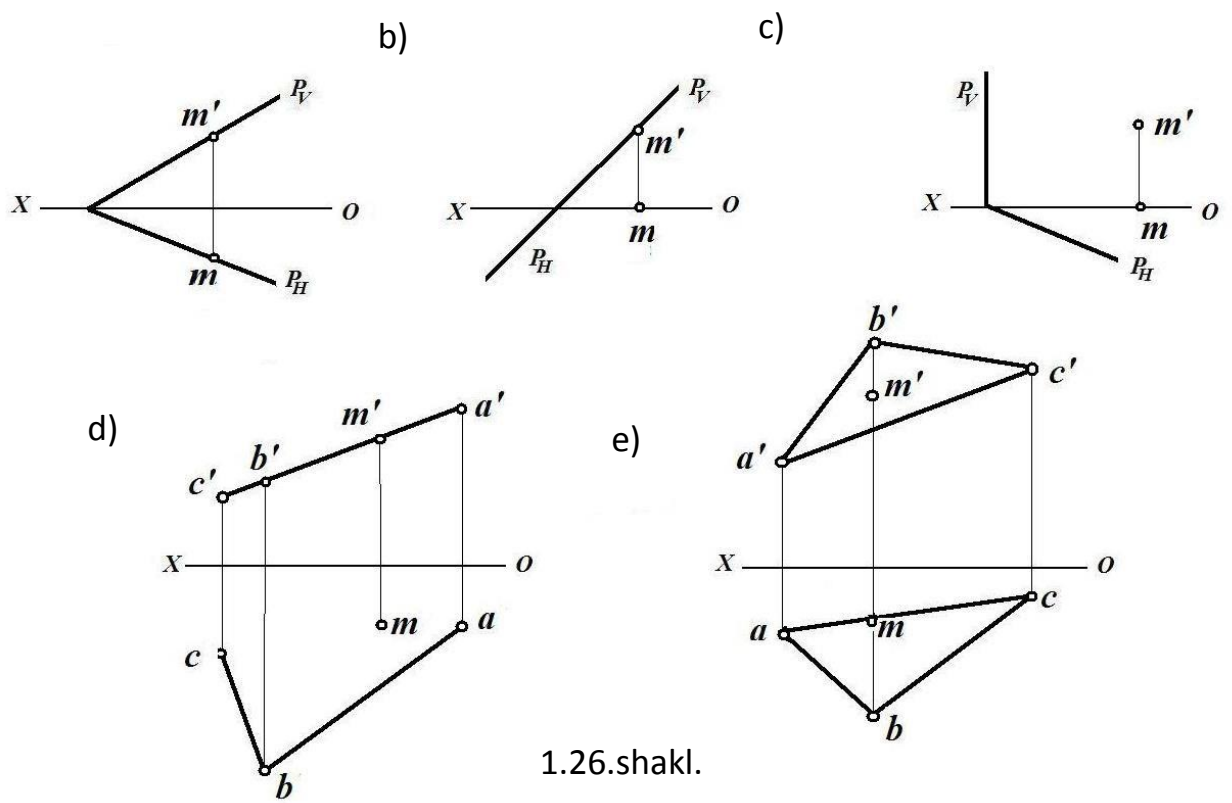
1.40. 1.26-shakl (a-e)da berilgan M nuqtalardan qaysi biri berilgan tekislikda joylashgan



1.24.shakl.



1.25.shakl.



1.26.shakl.

1.41. M nuqta ABC uchburchak tekisligiga nisbatan qanday vaziyatda joylashgan: nuqta tekislikda yotadimi, uning yuqorisidami yoki pastidami (1.27-shakl)h

1.42. 1.28-shakl (a-e)da berilgan MN to'g'ri chiziqlardan qaysi biri tekislikda joylashganh

1.43. ABC uchburchak tekisligida yotgan MN to'g'ri chiziqning etishmaydigan proeksiyalari yasalsin (1.29-shakl, a, b).

1.44. 1.30-shaklda berilgan tekislikning A nuqtasidan o'tuvchi gorizontali va B nuqtasidan o'tuvchi frontali yasalsin.

1.45. Berilgan tekisliklarning gorizontal, frontal va eng katta og'ma chiziqlari yasalsin (1.31-shakl,a, b, c).

1.46. ABC uchburchak tekisligida yotgan M va N nuqtalarning etishmaydigan proeksiyalari yasalsin (1.32-shakl).

1.47. P tekislikda yotgan MN to'g'ri chiziqning frontal proeksiyasi yasalsin (1.33-shakl).

1.48. P tekislikda yotgan AB kesma uchlarining bittadan proeksiyalari (a'va b) berilgan. AB kesmaning proeksiyasi yasalsin (1.34-shakl).

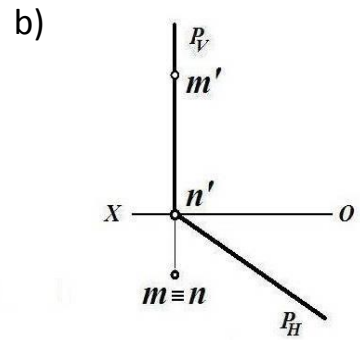
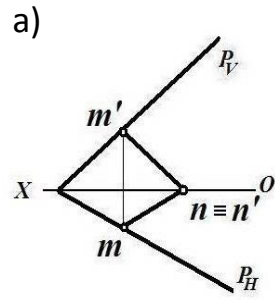
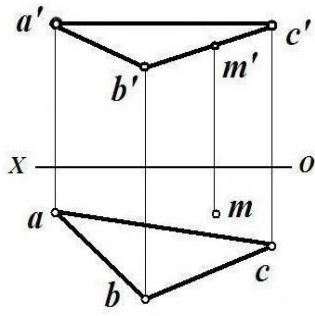
1.49. ABC uchburchak tekisligida yotgan MN kesma uchlarining bittadan (m'va n) proeksiyalari berilgan. MN kesmaning proeksiyalari yasalsin (1.35-shakl).

1.50. ABCDE beshburchakning gorizontal proeksiyasi hamda uning AB va AE tomonlarining frontal proeksiyasi berilgan. Uning qolgan BC, CD va DE tomonlarining frontal proeksiyasi yasalsin (1.36-shakl).

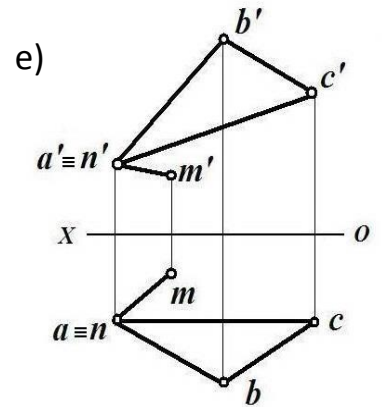
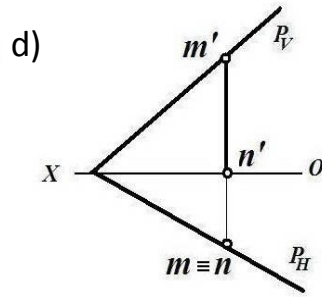
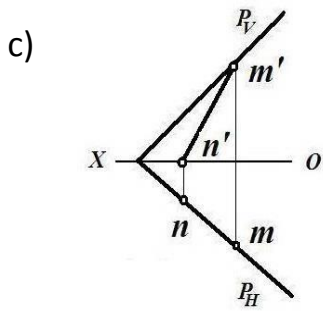
1.51. P tekislikning A nuqtasidan o'tgan gorizontali va B nuqtasidan o'tgan frontali proeksiyalari aniqlansin (1.37-shakl).

1.52. P tekislikning gorizontal izi va unda yotgan A nuqta berilgan. Tekislikning frontal izi yasalsin (1.38-shakl).

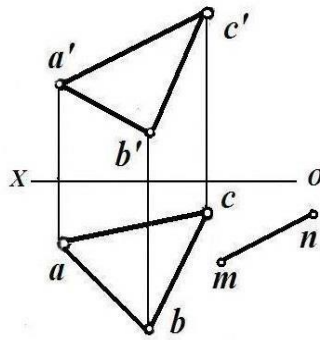
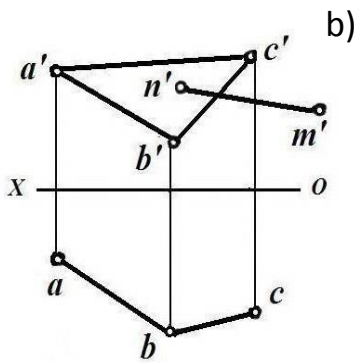
1.53. Profil proeksiyalovchi Q tekislikning frontal izi Q_v va unda yotgan B nuqta berilgan. Q tekislikning gorizontal izi topilsin (1.39-shakl).



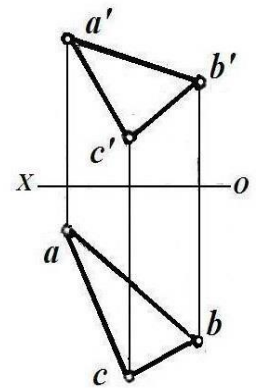
1.27.shakl.



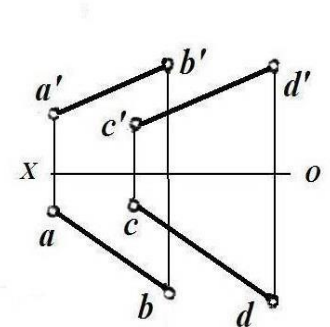
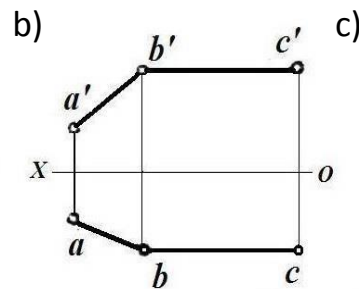
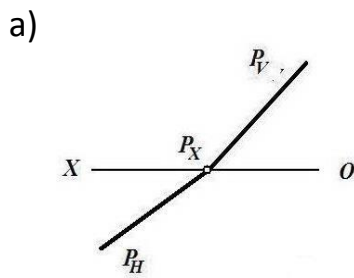
1.28.shakl.



1.29.shakl.

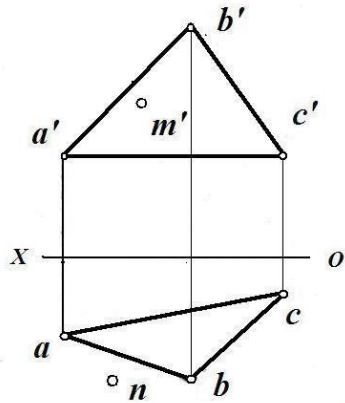


1.30.shakl.

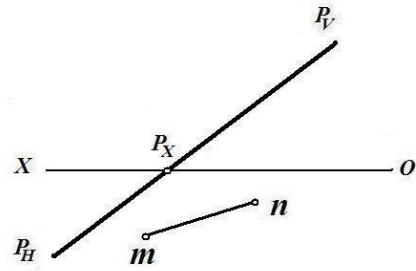


1.31.shakl.

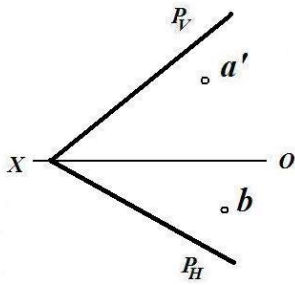
a)



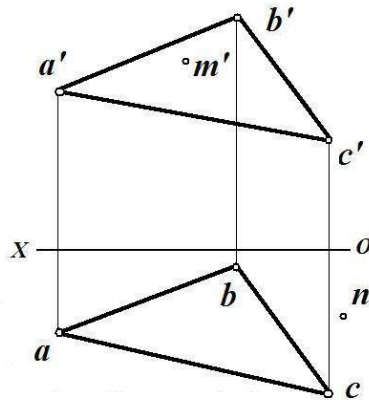
1.32.shakl.



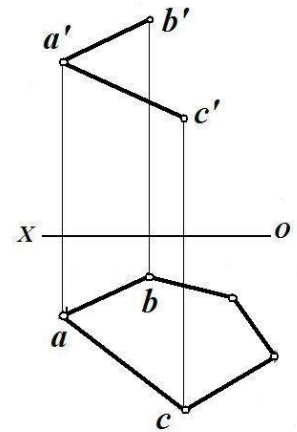
1.33.shakl.



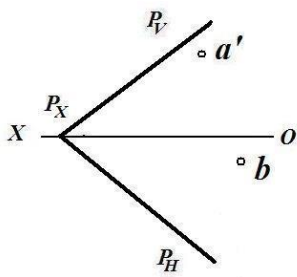
1.34.shakl.



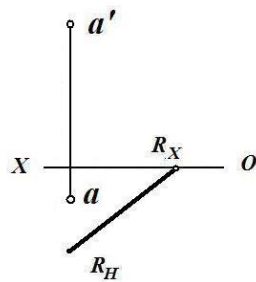
1.35.shakl.



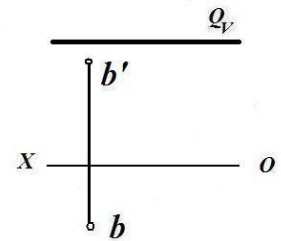
1.36.shakl.



1.37.shakl.



1.38.shakl.



1.39.shakl.

1.54. P tekislikning gorizonta va fronta proeksiyalari (nm , $n'm'$) va tekislikda yotgan A nuqta berilgan. Tekislikning P_H va P_V izlari topilsin (1.40-shakl).

1.55. P tekislikning gorizonta izi (P_H), gorizontalinig fronta proeksiyasi ($n'm'$) va tekislikda yotgan A(a,a') nuqta berilgan. Tekislik gorizontalinig gorizonta proeksiyasi topilsin (1.41-shakl).

1.56. P tekislikda yotgan ABC uchburchakning gorizonta proeksiyasi berilgan. Uning fronta proeksiyasi yasalsin (1.42-shakl).

1.57. Parallel to'g'ri chiziq lari bilan berilgan tekislikda yotgan AB to'g'ri chiziqning fronta proeksiyasi berilgan. Uning gorizonta proeksiyasi yasalsin (1.43-shakl).

1.58. 1.44-1.46-shakllarda berilgan tekislik larning izlari yasalsin.

1.59. Tekislik uchta nuqtasining koordinatalari bilan berilgan:

a) A(25,26,10); B(15,10,30) va C(5,25,10);

b) A(40,10,0); B(15,10,40) va C(0,25,10);

c) A(50,10,0); B(20,15,0) va C(0,25,10).

Tekislik izlari yasalsin.

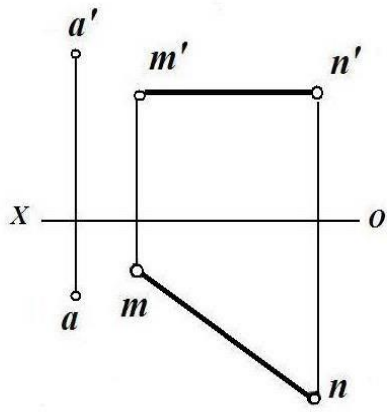
1.60. 1.47-shakl, a, b, c, d, e, f dagi chizmalar ning qaysi birida berilgan tekisliklar o'zaro parallel joylashgan

1.61. 1.48-shakl (a-d) dagi chizmalar ning qaysi birida tekisliklar o'zaro perpendikulyar

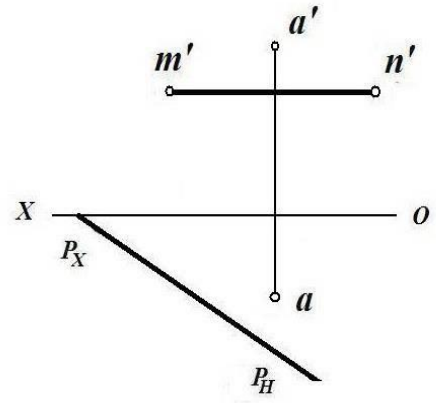
1.62. 1.49-shaklda berilgan tekisliklar (ABC, DE || MN) o'zaro parallel joylashganmi

1.63. Berilgan M nuqta orqali berilgan tekislikka parallel qilib tekislik o'tkazilsin (1.50-shakl, a-f).

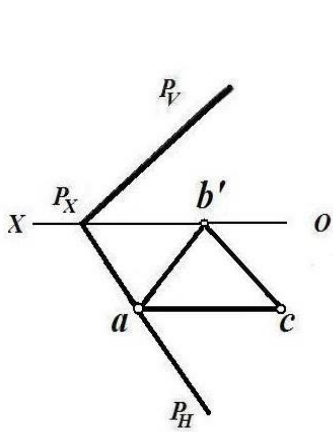
1.64. Berilgan nuqta orqali berilgan tekislikka parallel qilib tekislik o'tkazilsin. Tekislik va nuqtalar koordinatalari bilan berilgan:



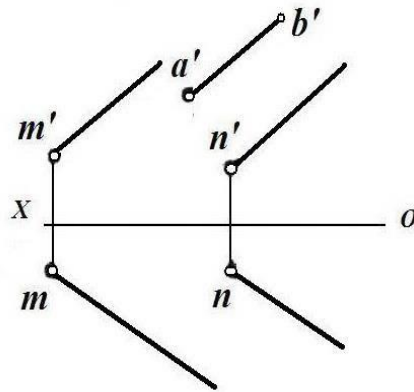
1.40.shakl



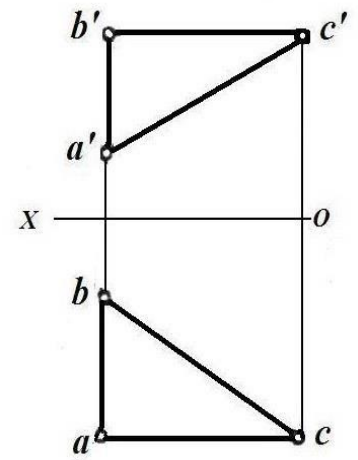
1.41.shakl



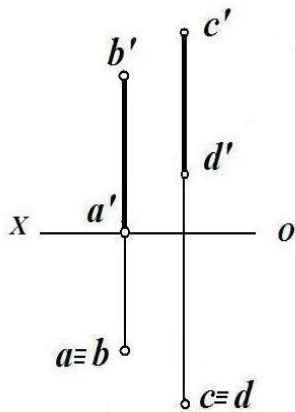
1.42.shakl



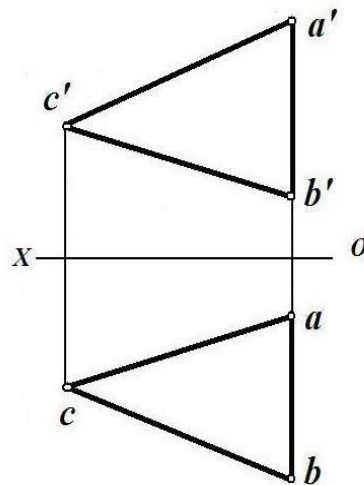
1.43.shakl



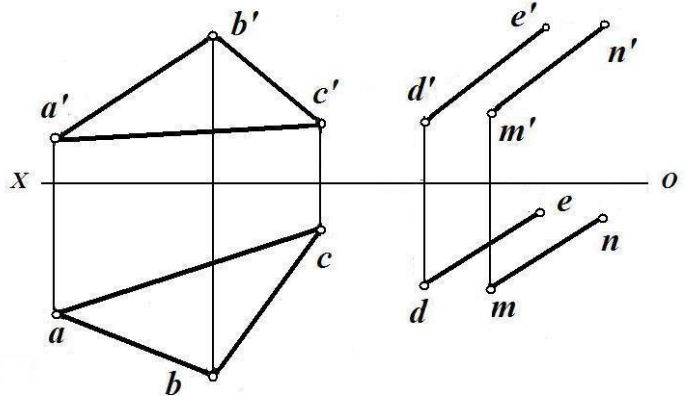
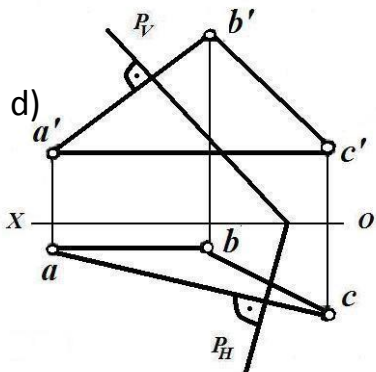
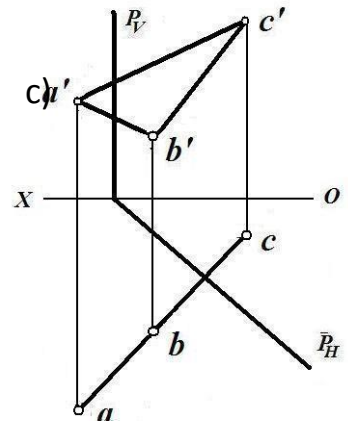
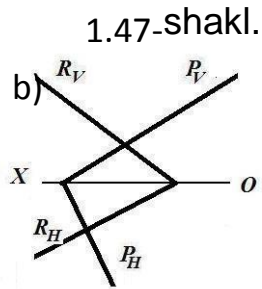
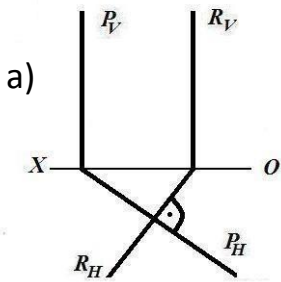
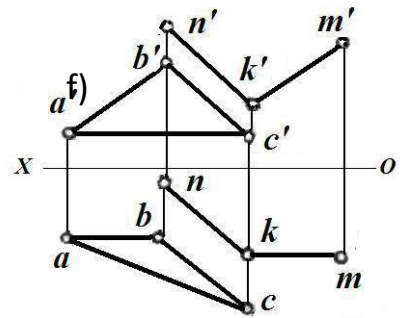
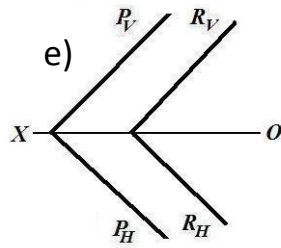
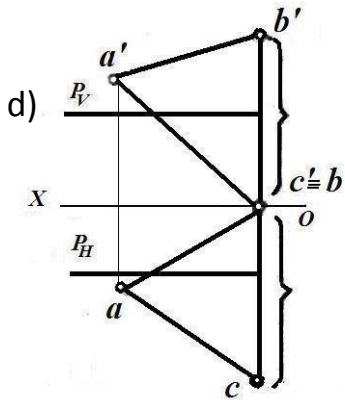
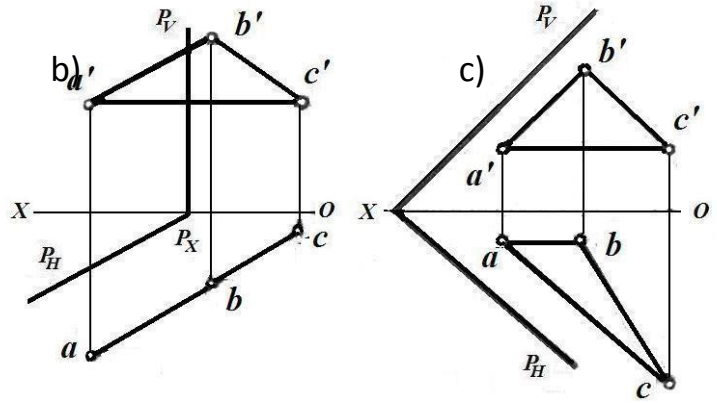
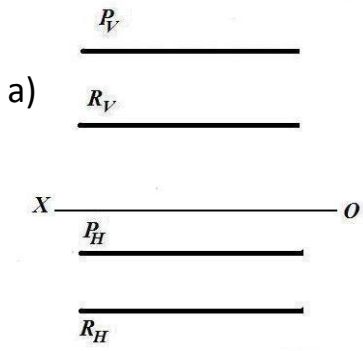
1.44.shakl



1.45.shakl

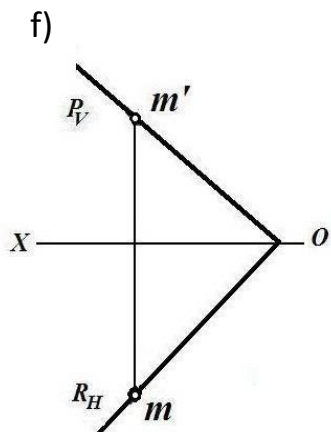
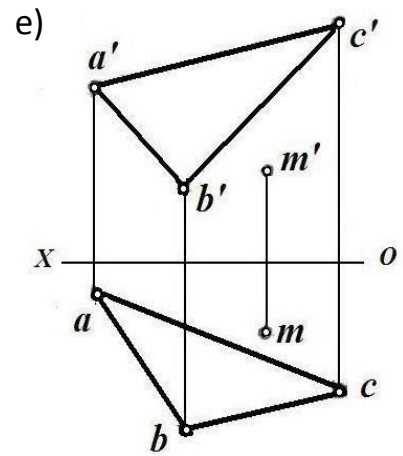
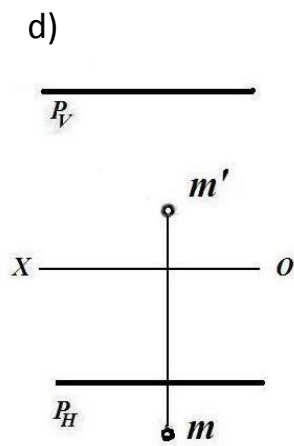
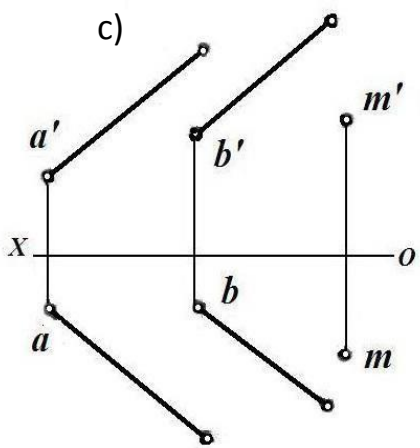
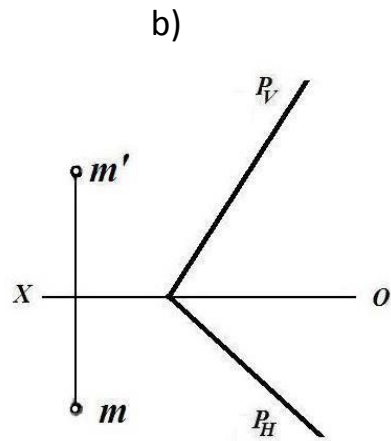
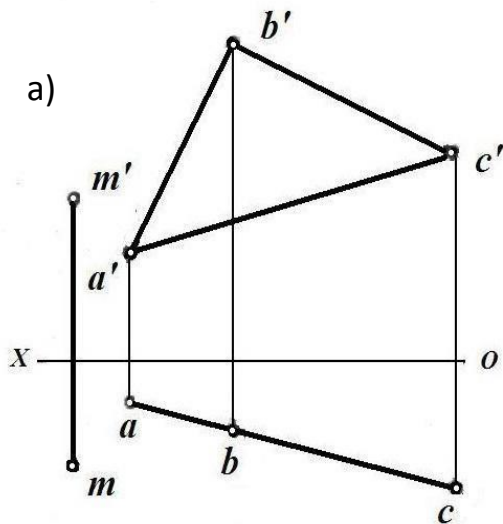


1.46.shakl

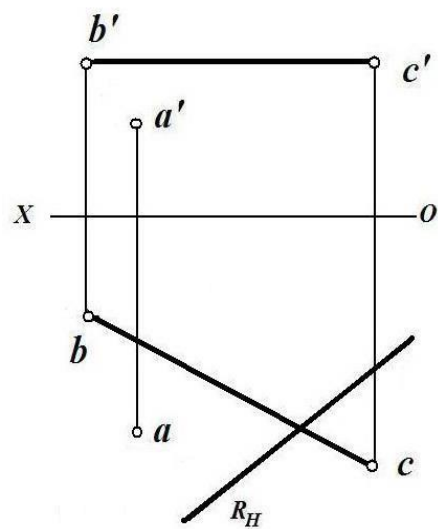


1.48-shakl.

1.49-shakl.



1.50-shakl.



1.51-shakl.

- a) $A(10,30,50)$; $B(90,20,70)$; $C(50,50,20)$ va $D(30,10,10)$;
- b) $A(90,10,20)$; $B(70,20,70)$; $C(10,45,10)$ va $D(50,10,5)$;
- c) $A(70,0,90)$; $B(50,50,0)$; $C(10,30,50)$ va $D(10,15,10)$;
- d) $A(80,20,10)$; $B(50,70,10)$; $C(20,10,10)$ va $D(20,70,30)$.

1.65. P tekislik BC (bc , $b'c'$) gorizontali hamda $A(a,a')$ nuqtasi bilan va R gorizantal proeksiyalovchi tekislik berilgan (1.51-shakl).

Tekisliklarning kesishish chizig'i proeksiyalari yasalsin.

1.66. 1.52-shakl (a-f) dagi berilgan qaysi chizmalarda to'g'ri chiziq berilgan tekislikka tik joylashgan.

1.67. Berilgan A nuqtadan berilgan BC to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan profil proeksiyalovchi tekislik o'tkazilsin va bu tekislik izlari yasalsin (1.53shakl).

1.68. Berilgan M nuqtadan ΔABC ga va V ga parallel qilib, to'g'ri chiziq o'tkazilsin (1.54-shakl).

1.69. Berilgan M nuqtadan o'tgan va berilgan tekislikka parallel bo'lgan MN o'g'ri chiziqning etishmaydigan proeksiyalari aniqlansin (1.55shakl a,b,c).

1.70. Berilgan M nuqtadan o'tgan va berilgan P tekislikka parallel bo'lgan profil to'g'ri chiziq proeksiyalari yasalsin (1.56-shakl).

1.71. 1.57-shakl (a-e) da berilgan chizmalarning qaysi birida to'g'ri chiziq tekislikka parallel joylashgan.

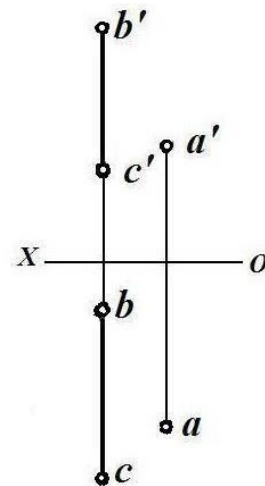
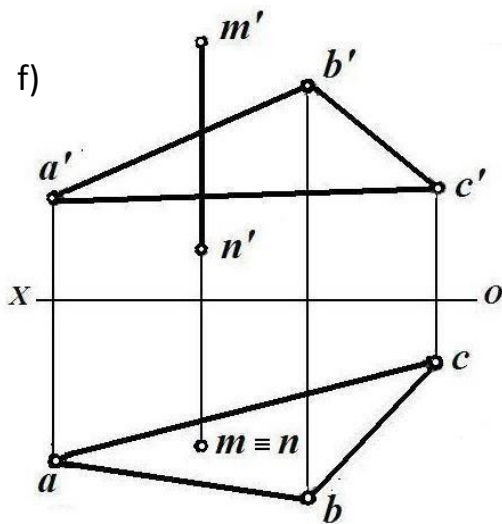
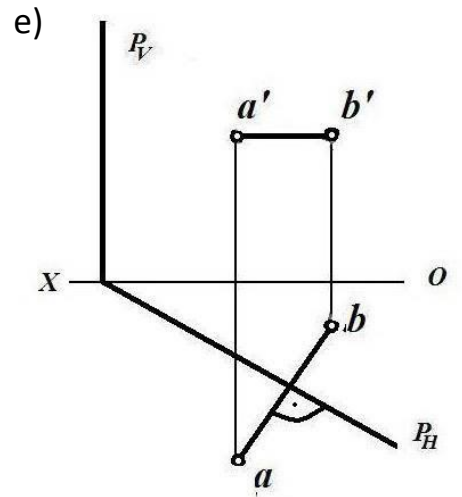
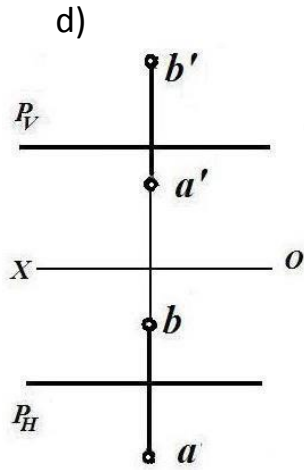
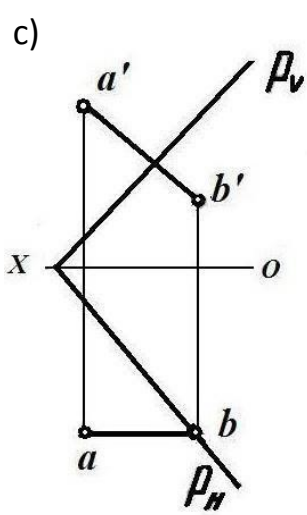
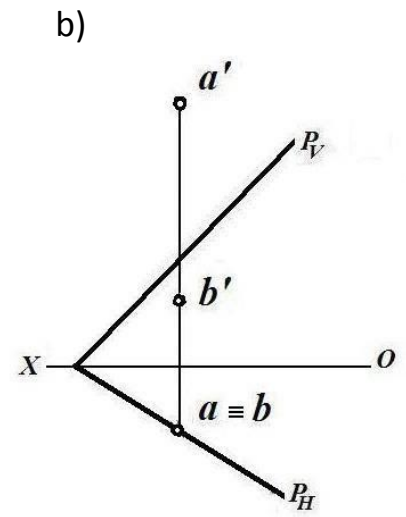
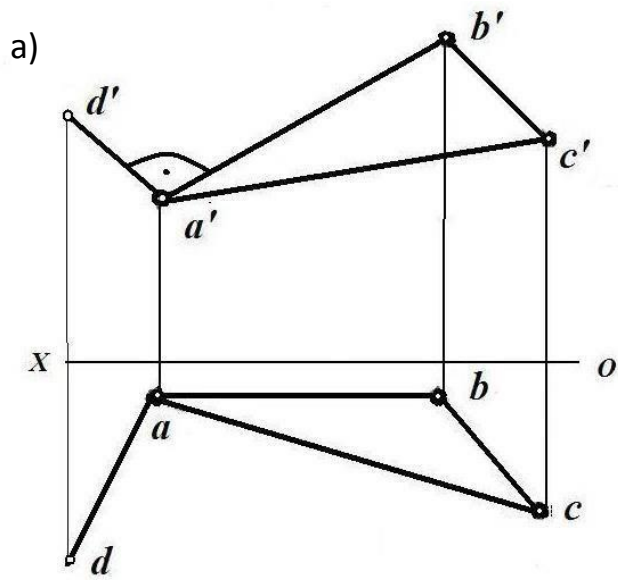
1.72. Berilgan AB to'g'ri chiziq orqali o'tuvchi va CD to'g'ri chiziqqa

parallel bo'lgan
tekislik proeksiyalari
yasalsin (1.58-shakl).

1.73. D

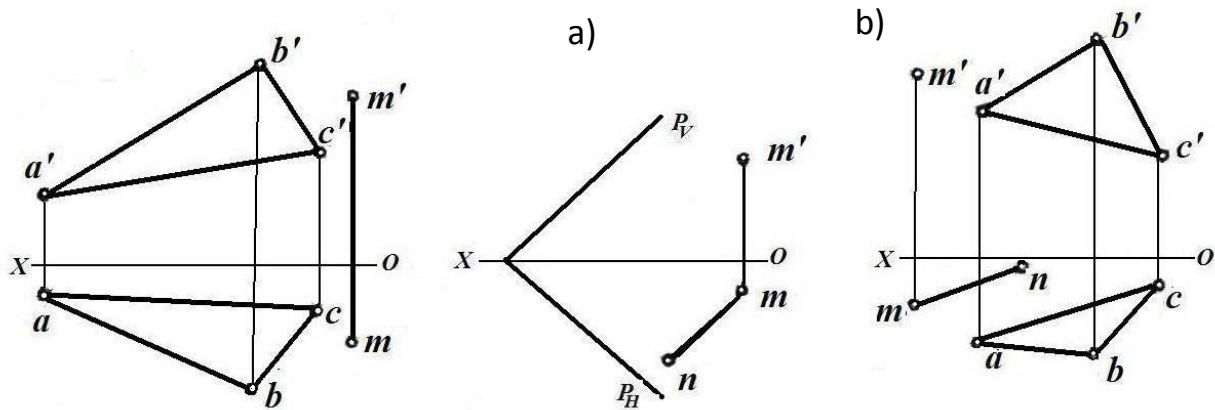
nuqtadan berilgan
tekislikka tushirilgan
perpendikulyarning
proeksiyalari yasalsin
(1.59-shakl, a-d).

1.74. D nuqta
orqali AB to'g'ri
chiziqqa
perpendikulyar
tekislik o'tkazilsin
(1.60-shakl, a-c).

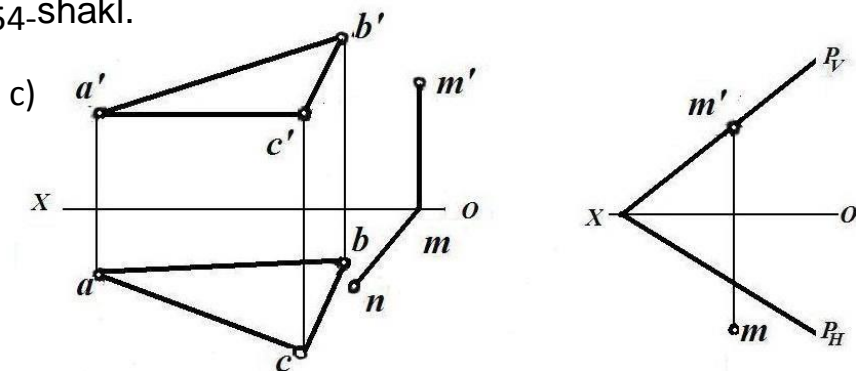


1.52-shakl.

1.53-shakl.

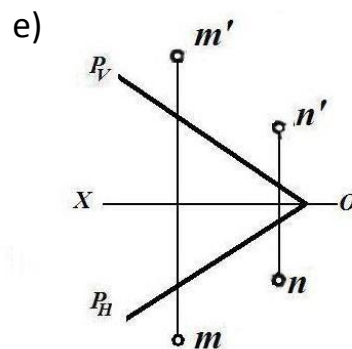
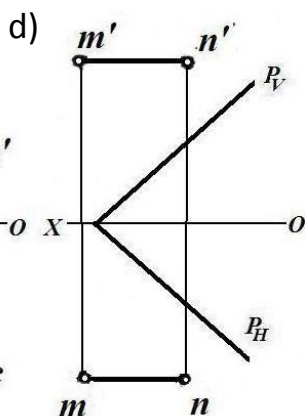
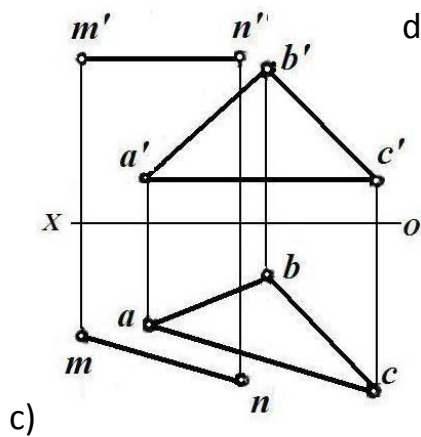
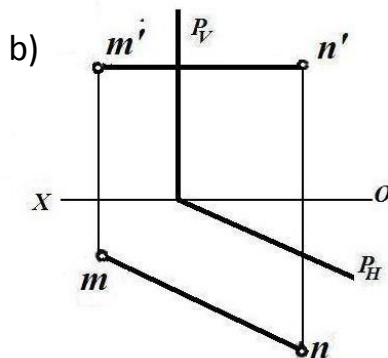
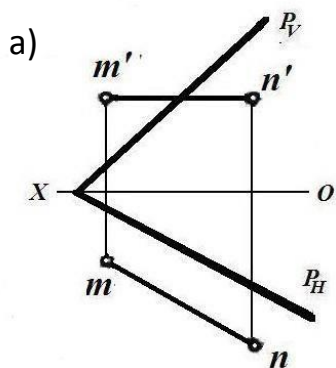


1.54-shakl.



1.55-shakl.

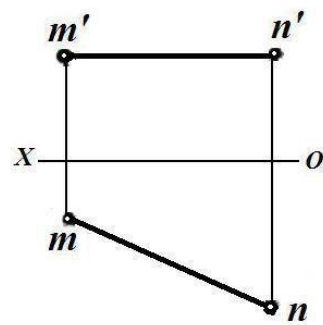
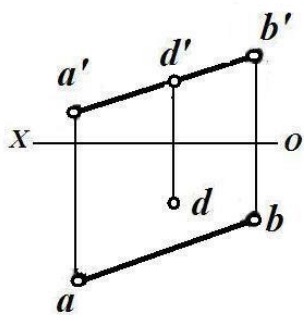
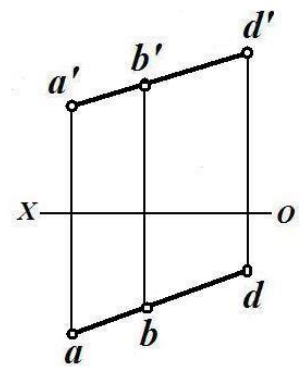
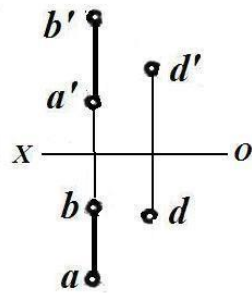
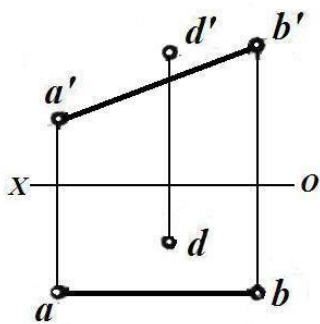
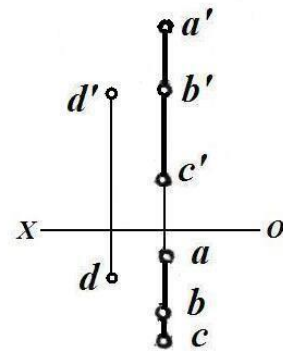
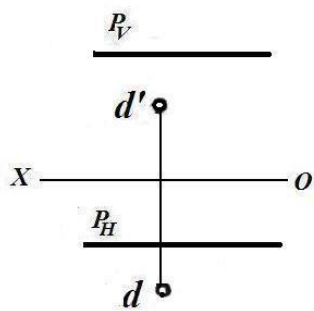
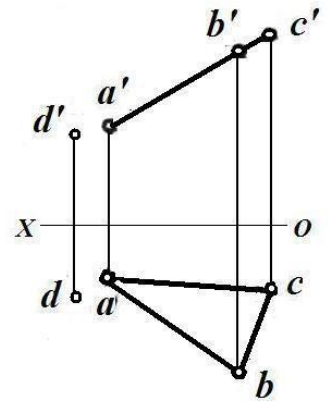
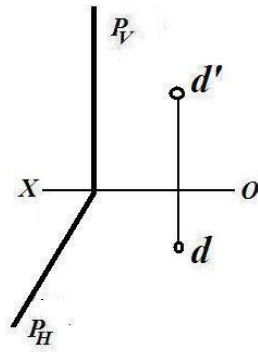
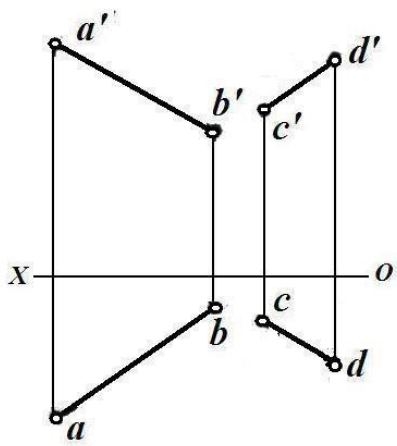
1.56-shakl.



1.57-shakl.

1.61-shakl.

1.62-shakl.



1.75. D nuqta orqali AB to'g'ri chiziqqa parallel va profil proeksiya tekisligiga perpendikulyar bo'lgan tekislik o'tkazilsin (1.61-shakl).

1.76. MN gorizontal chiziqning M nuqtasi orqali o'tgan va o'zaro perpendikulyar bo'lgan ikkita to'g'ri chiziq proeksiyalari yasalsin (1.62shakl).

1.77. C nuqtadan AB to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning proeksiyalari yasalsin (1.63-shakl, a-c).

1.78. 1.64-shakl (a-c)da berilgan tekisliklar bilan MN to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasi topilsin va MN ning ko'rinar hamda ko'rinmas qismlari aniqlansin.

1.79. Izlari bilan berilgan ikki tekislikning kesishish chizig'i proeksiyalari yasalsin (1.65-shakl, a-f).

1.80. 1.66-shakl (a-c)da berilgan ixtiyoriy tekisliklarning kesishish chizi proeksiyalari yasalsin.

1.81. ABC uchburchak bilan DEFK trapetsiyaning o'zaro kesishish chizig'i proeksiyalari yasalsin va ko'rinar hamda ko'rinmas qismlari aniqlansin (1.67-shakl).

1.82. ABC, DEF uchburchaklarning o'zaro kesishish chizig'i proeksiyalari topilsin va ko'rinar hamda ko'rinmas qismlari aniqlansin (1.68-shakl).

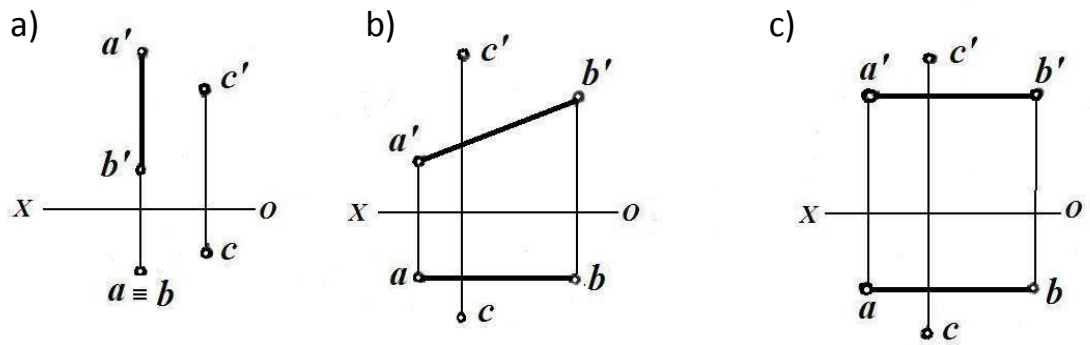
1.83. Koordinatalari bilan berilgan ABC va DEF uchburchaklarning o'zaro kesishish chizig'lari topilsin. Ularning ko'rinar va ko'rinmas qismlari aniqlansin.

Berilgan: a) $A(70,65,55)$; $B(40,0,55)$; $C(0,50,10)$ va

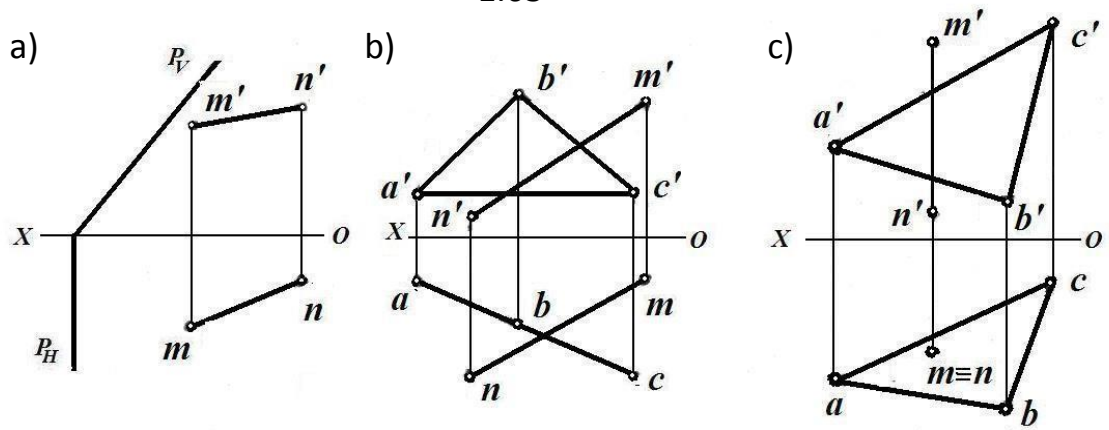
$D(60,5,20)$; $E(40,5,55)$; $F(10,70,60)$;

b) $A(70,55,65)$; $B(40,55,5)$; $C(0,10,50)$ va

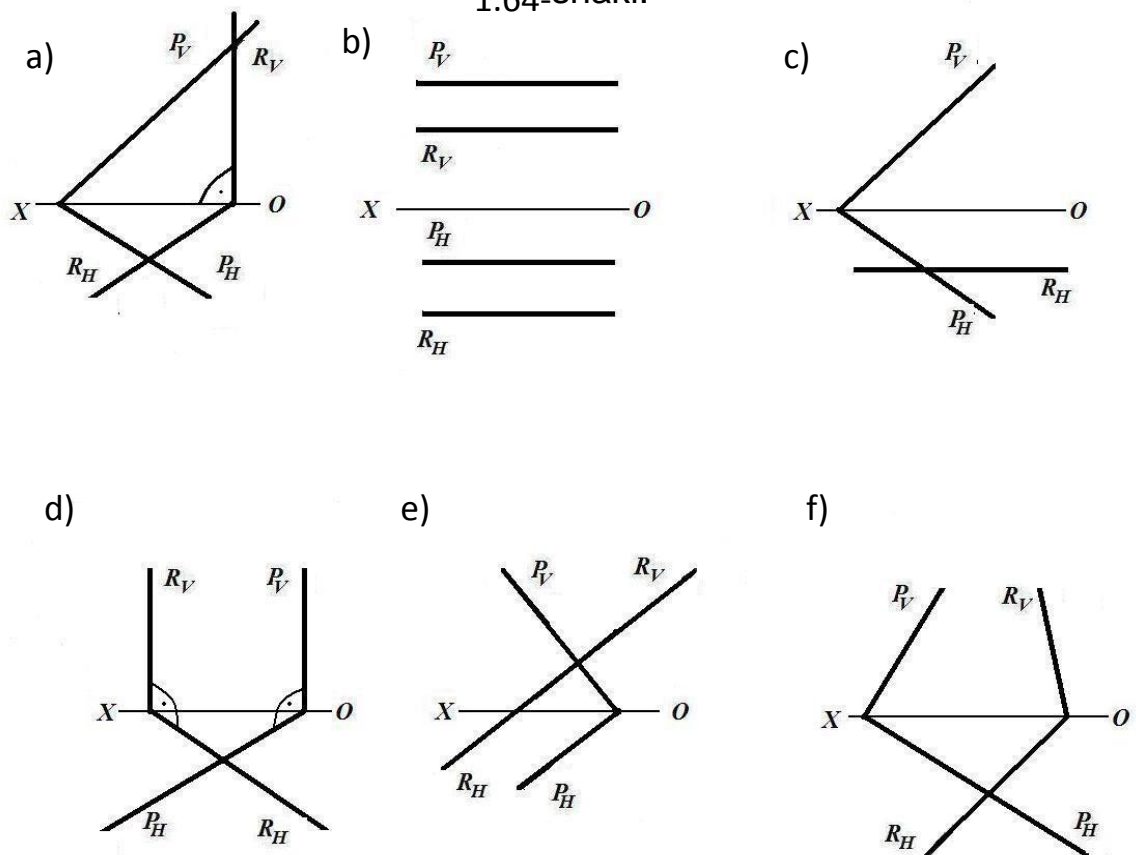
$D(60,10,20)$; $E(40,55,5)$; $F(10,50,70)$.



1.63-shakl.

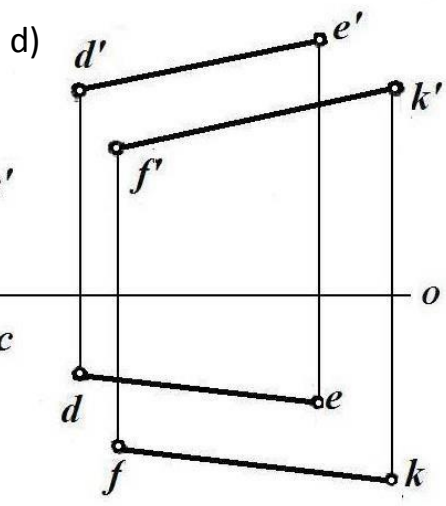
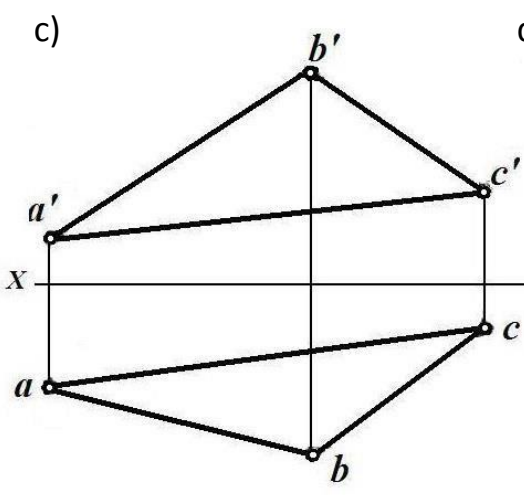
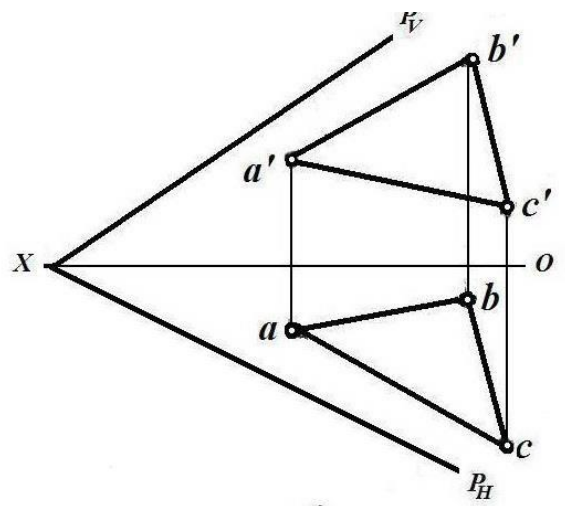
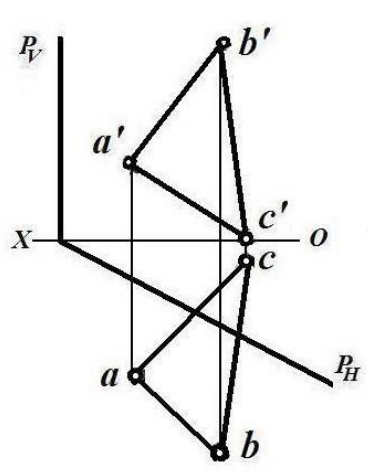


1.64-shakl.

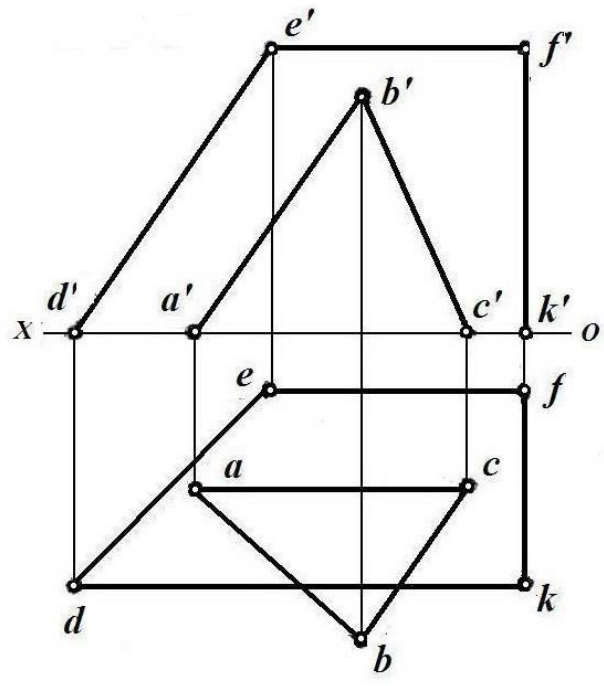


1.65-shakl.

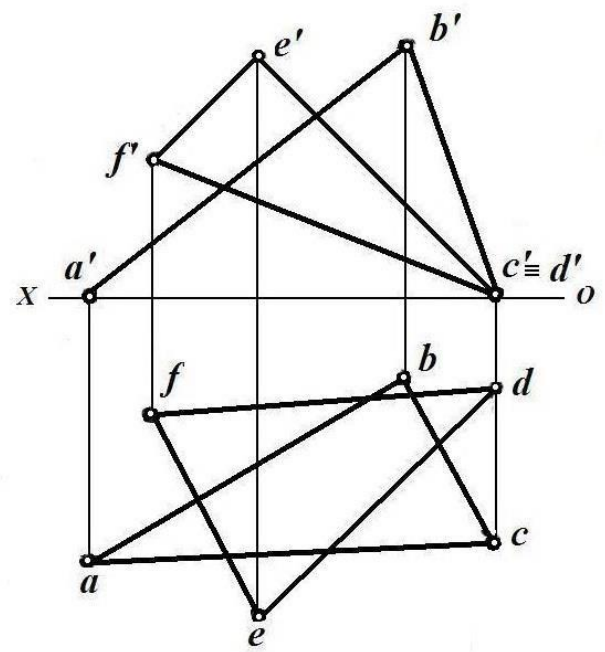
a) b)



1.66-shakl.



1.67-shakl.



1.68-shakl.

1.84. ABC uchburchakning medianalari kesishgan nuqtasi M orqali shu tekislikka perpendikulyar o'tkazilsin va perpendikulyarning ko'rinar hamda ko'rinmas qismlari aniqlansin (1.69-shakl, a,b).

1.85. MN to'g'ri chiziq bilan berilgan proeksiyalovchi tekisliklarning kesishgan nuqtasi topilsin (1.70-shakl, a-e). To'g'ri chiziqning tekislikka nisbatan ko'rinar va ko'rinmas qismlari aniqlansin.

1.86. 1.71-shakl (a-f)dagi berilgan ixtiyoriy tekisliklar bilan MN to'g'ri chiziqning kesishgan nuqtasi topilsin.

1.87. Koordinatalari bilan berilgan ABC uchburchak va MN to'g'ri chiziqning kesishgan nuqtasi topilsin. To'g'ri chiziqning ko'rinar va ko'rinmas qismlari aniqlansin.

Berilgan: a) $A(65,65,50)$; $B(45,5,55)$; $C(5,45,10)$ va $M(70,20,0)$; $N(20,60,60)$;

b) $A(65,50,65)$; $B(45,5,55)$; $C(0,10,45)$
va $M(70,0,20)$; $N(30,50,50)$.

1.88. M nuqta orqali o'tib berilgan ikki tekislikka perpendikulyar bo'lgan tekislik proeksiyalari aniqlansin (1.72-shakl).

1.89. M nuqta orqali uchrashmas AB va CD to'g'ri chiziq'larga umumiy perpendikulyar to'g'ri chiziq o'tkazilsin (1.73-shakl).

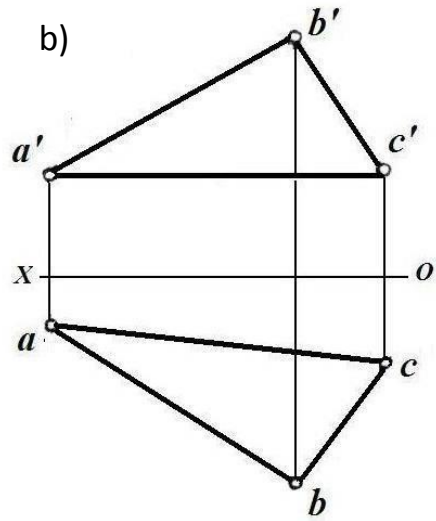
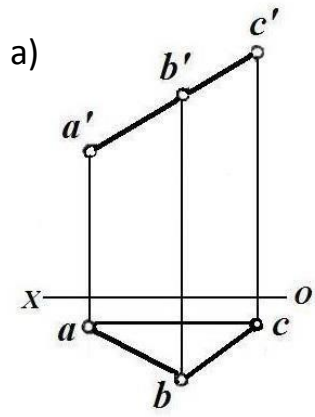
1.90. M nuqta orqali uchrashmas AB va CD to'g'ri chiziq'lar bilan kesishuvchi to'g'ri chiziq o'tkazilsin (1.74-shakl).

1.91. Koordinatalari bilan berilgan M nuqta orqali AB va CD to'g'ri chiziq'larni kesuvchi to'g'ri chiziq proeksiyalari topilsin.

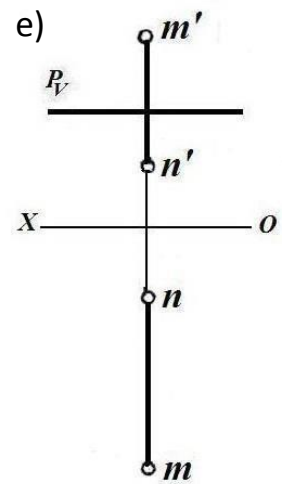
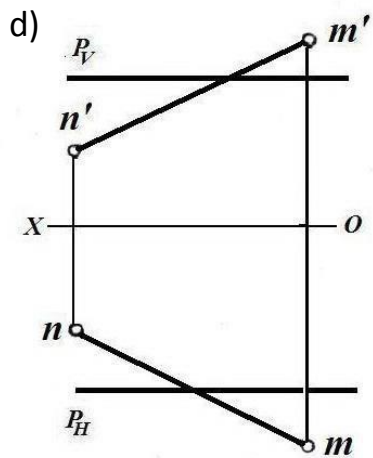
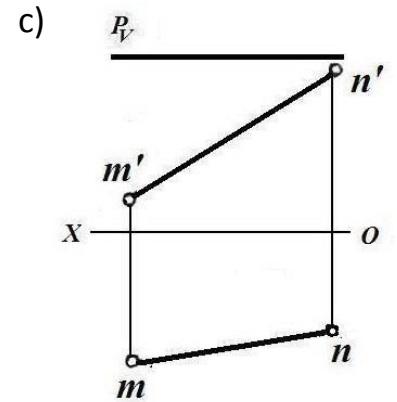
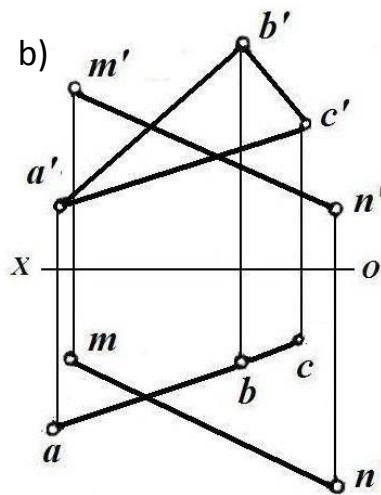
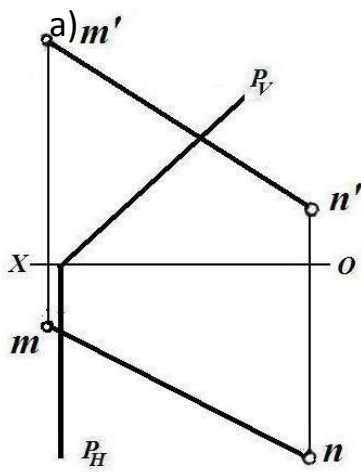
Berilgan: $A(60,10,20)$; $B(50,60,60)$; $C(0,5,25)$; $D(45,15,55)$ va $M(20,40,20)$.

1.92. M nuqta orqali o'tuvchi va AB to'g'ri chiziqni to'g'ri burchak ostida kesuvchi to'g'ri chiziq proeksiyalari yasalsin. Berilgan: a) $A(70,20,20)$; $B(50,60,50)$ va $M(30,30,20)$;

b) $A(0,10,30)$; $B(50,20,60)$ va $M(20,40,10)$.

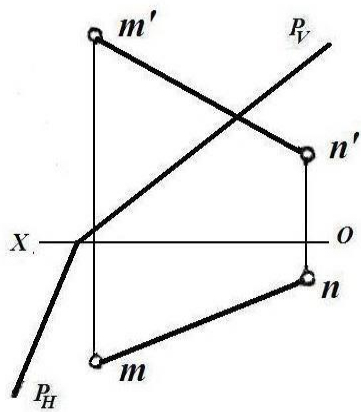


1.69-shakl.

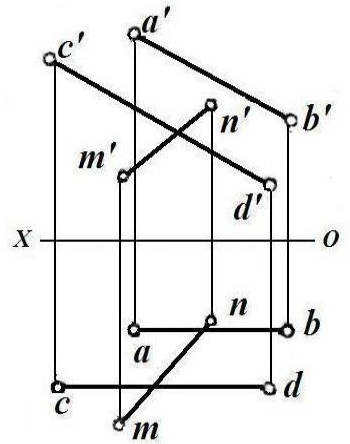
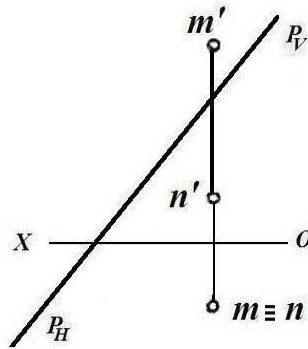


1.70-shakl.

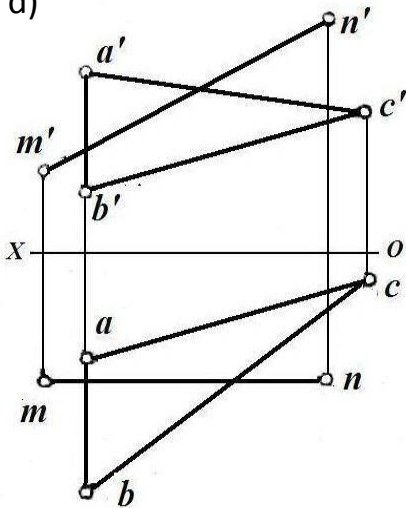
a)



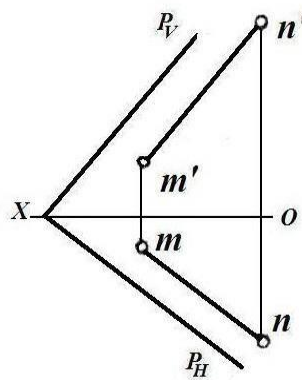
b) c)



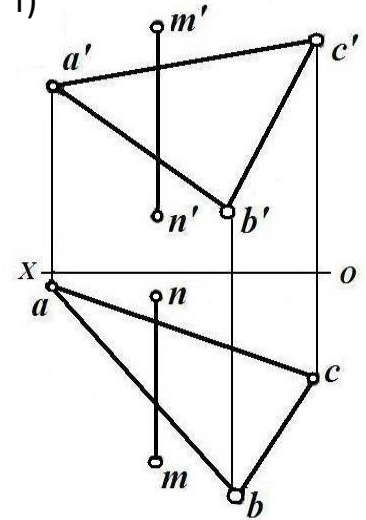
d)



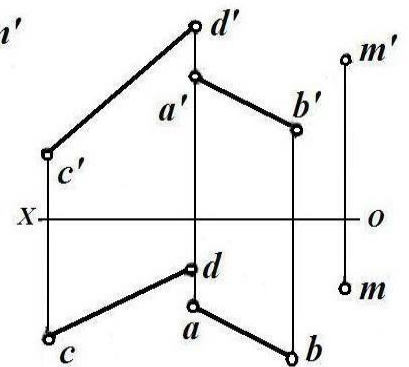
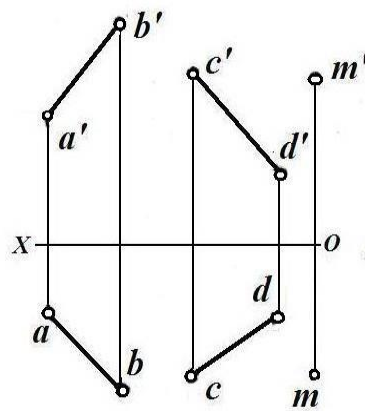
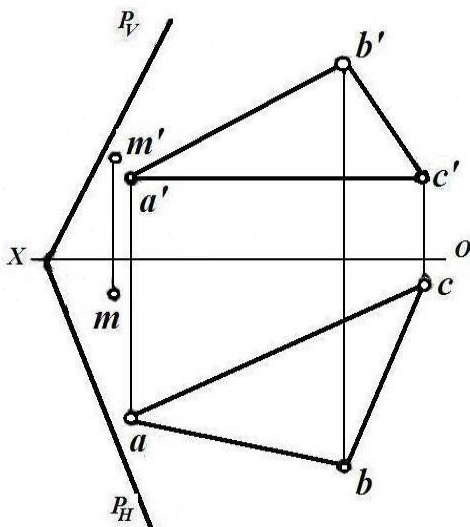
e)



f)



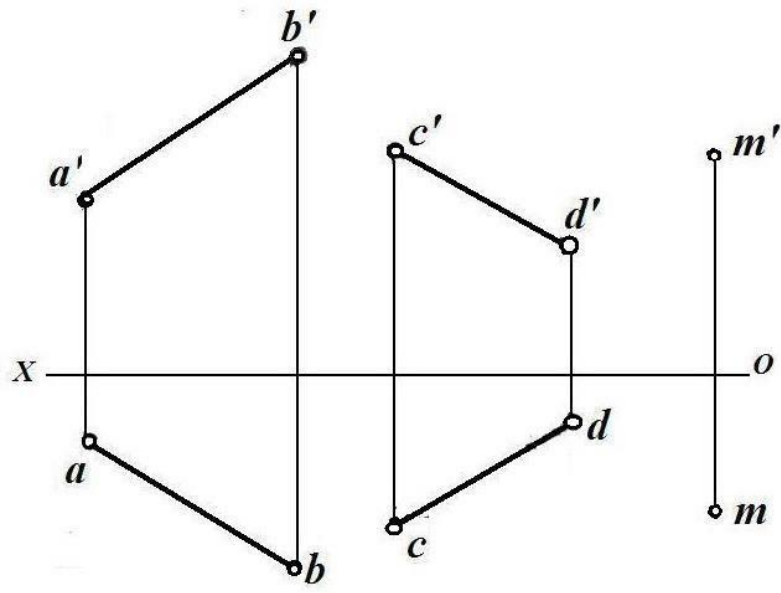
1.71-shakl.



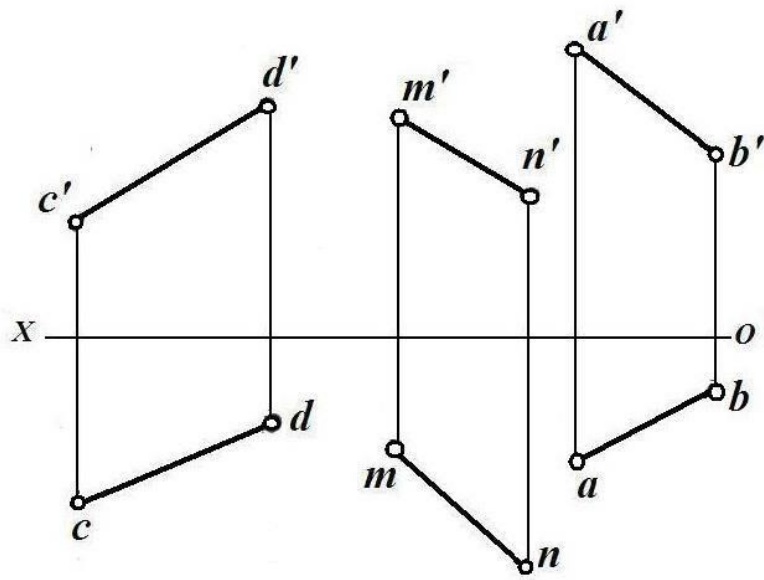
1.42-shakl.

1.73-shakl.

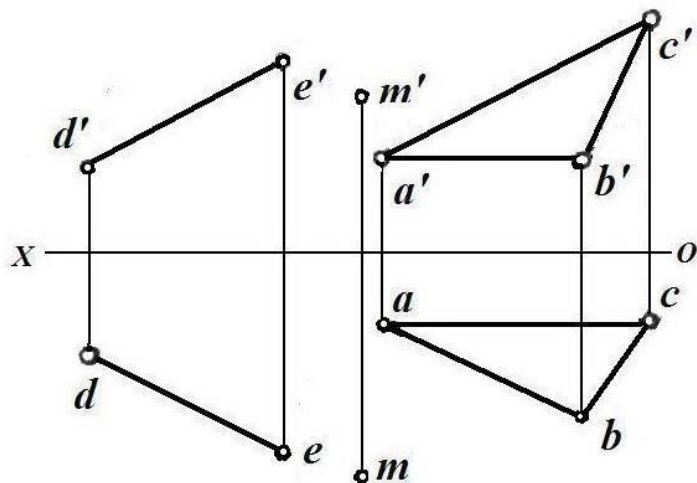
1.74-shakl.



1.75-shakl.



1.76-shakl.



1.77-shakl.

1.93. M nuqta orqali o'tuvchi AB to'g'ri chiziqni kesadigan va CD to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq o'tkazilsin (1.75shakl).

1.94. Uchrashmas AB va CD to'g'ri chiziqlarning MN to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan to'g'ri chizig'i topilsin (1.76-shakl).

1.95. M nuqta orqali DF to'g'ri chiziqni kesuvchi va ABC uchburchak tekisligi parallel bo'lgan to'g'ri chiziq topilsin (1.77-shakl).

1.96. $A(0,30,35)$; $B(30,10,10)$ va $C(50,20,30)$ nuqtalardan teng uzoqlikda bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni topilsin.

1.97. ABC uchburchakning B uchidan o'tuvchi AC tomoniga perpendikulyar bo'lgan tekislik proeksiyalari topilsin va tekisliklarning ko'rinar va ko'rinmas qismlari aniqlansin.

Berilgan: a) $A(70,20,25)$; $B(40,20,60)$ va $C(0,10,20)$;

b) $A(65,20,25)$; $B(45,60,20)$ va $C(5,20,10)$.

1.98. ABC uchburchak koordinatalari bilan berilgan: $A(20,45,50)$; $B(10,10,20)$ va $C(55,10,50)$. S uchi asosning (ABC) uchlaridan teng uzoqlikda va V tekislikda bo'lgan SABC piramida proeksiyalari yasalsin.

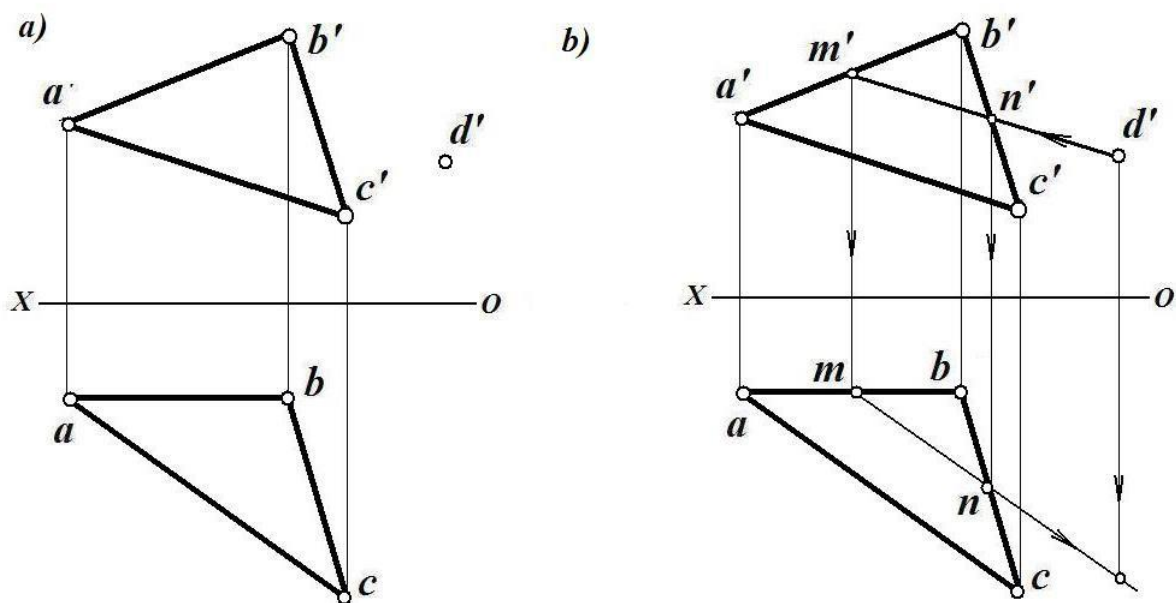
1.2-§ masalalarini yechishga metodik ko'rsatmalar

Ma'lumki, tekislik epyurda quyidagicha berilishi mumkin:

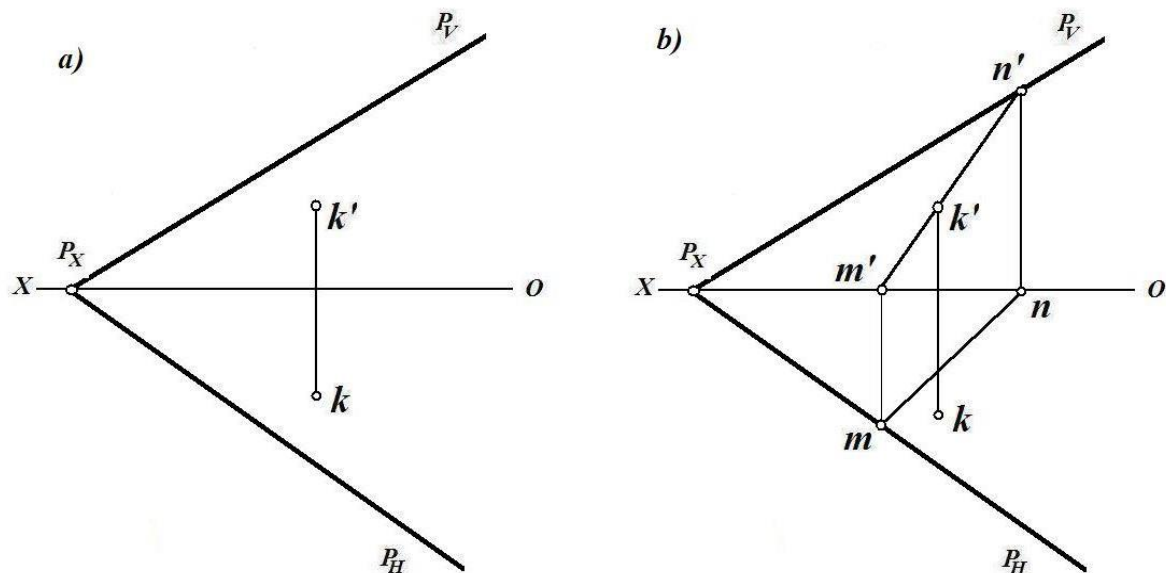
- ❖ Bir to'g'ri chiziqda yotmagan uchta nuqtaning proeksiyalari bilan;
- ❖ Bir to'g'ri chiziq va bu chiziqda yotmagan nuqtaning proeksiyalari bilan;
- ❖ Kesishuvichi ikki to'g'ri chiziqning proeksiyalari bilan; ❖ Ikki parallel to'g'ri chiziqning proeksiyalari bilan; ❖ Tekislikning izlari bilan $P(P_v, P_H, P_w)$.

Quyida tekislikka oid bir nechta masalalarni yechish bilan tanishamiz.

9-masala. ABC tekislikda yotgan D nuqtaning frontal proeksiyasi berilgan (9-shakl, a). Uning gorizontal proeksiyasi topilsin.



9-shakl.



10-shakl.

Yechish. Ma`lumki, nuqta tekislikda yotsa, u orqali tekislikda yotuvchi istalgancha to`g`ri chiziq o`tkazish mumkin. Shundan foydalanib avvalo **D** nuqta orqali o`tuvchi ixtiyoriy **MN** to`g`ri chiziqning frontal proeksiyasi (**m'n'**) ni o`tkazamiz, so`ngra **MN** chiziqning gorizontaal proeksiyasi (**mn**) yasash yo`li bilan topiladi. **D** nuqtaning ilangan gorizontaal proeksiyasi (**d**) **MN** chiziqning gorizontaal proeksiyasi (**mn**) da bo`ladi.

10-masala. $P(P_H, P_V)$ tekislik va $K(k, k')$ nuqta berilgan 10-shakl, a. **K** nuqtaning **P** tekislikda yotish-yotmasligini aniqlansin.

Yechish. Masalani yechish uchun tekislikda yotgan va berilgan nuqta orqali o`tuvchi ixtiyoriy **MN** (**mn, m'n'**) to`g`ri chiziq o`tkaziladi. Ma`lumki, **K** nuqtaning gorizontaal proeksiyasi **k**, to`g`ri chiziqning gorizontaal proeksiyasi (**mn**) da, frontal proeksiyasi **k'** to`g`ri chiziqning frontal proeksiyasi (**m'n'**) da yotsa **K** nuqta **P** tekislikda yotadi. Bu masalada **K** nuqtaning gorizontaal proeksiyasi (**k**) **mn** da joylashmaganligidan uning o`zi ham **P** tekislikda yotmaydi.

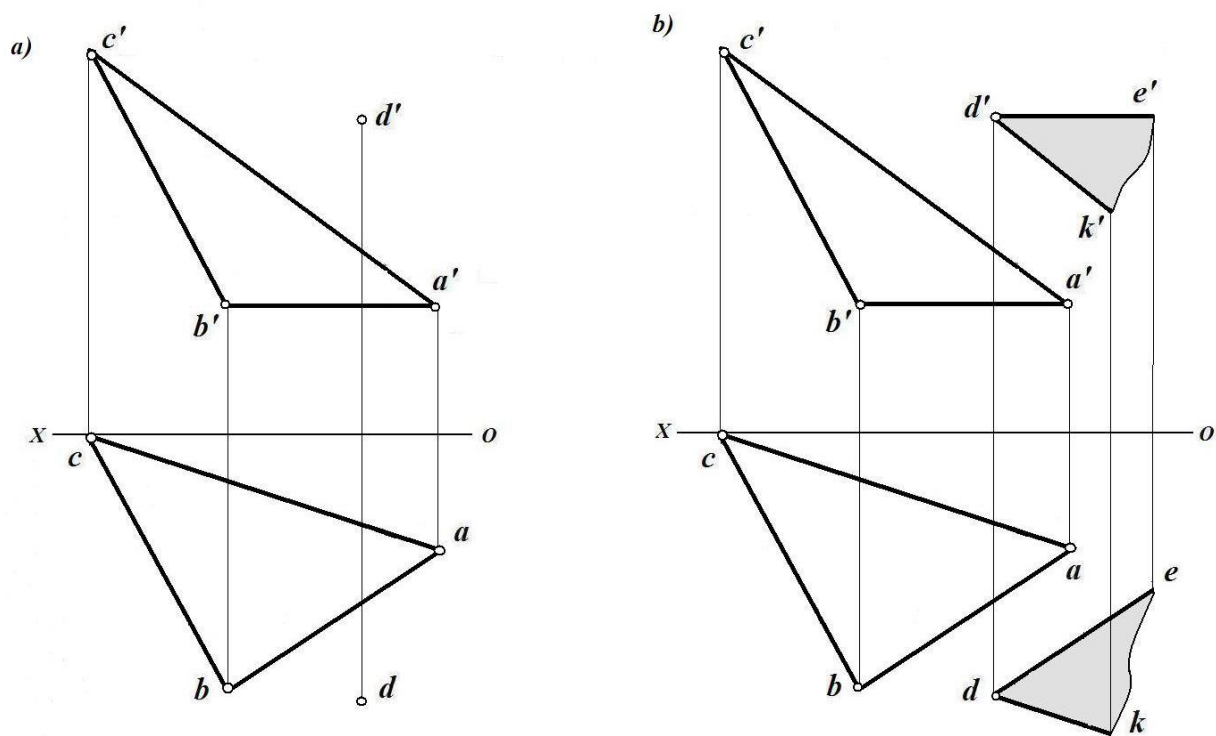
11-masala. **D** nuqta orqali **ABC** tekislikka paralel tekislik o`tkazilsin (11-shakl, a).

Yechish. Ma`lumki, biror tekislikdagi o`zaro kesishgan to`g`ri chiziqlar ikkinchi tekislikdagi o`zaro kesishuvchi ikki to`g`ri chiziqqa mos ravishda paralel bo`lsa, bu tekisliklar ham o`zaro paralel bo`ladi. Shundan foydalanib

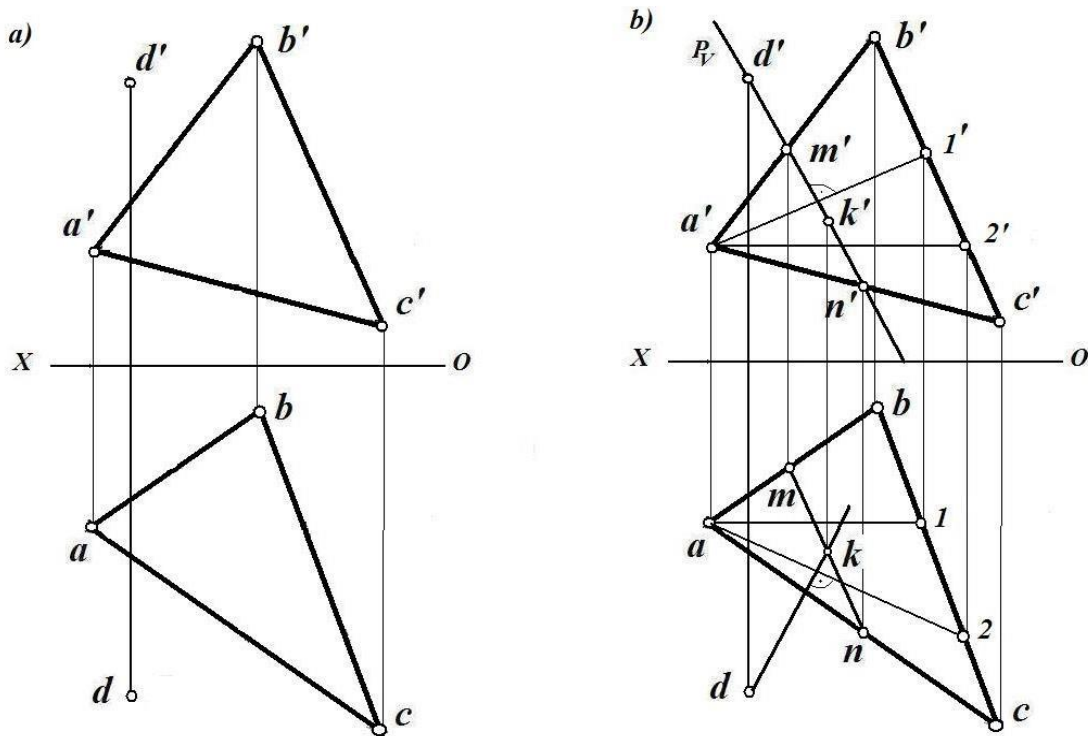
D nuqta orqali **ABC** uchburchakning ixtiyoriy **AB** va **AC** tomonlariga mos ravishda parallel **DE** va **DK** chiziqlar o'tkazamiz ($d'k' \parallel a'c'$ va $dellab; dk \parallel ac$). Kesishuvchi **DE** (**de, d'e'**) va **DK** (**dk, d'k'**) to'g'ri chiziqlar izlangan tekislik bo'ladi.

12-masala. **D** nuqtadan **ABC** tekislikka perpendikulyar tushurilsin va uning tekislik bilan kesishgan nuqtasi proeksiyalari yasalsin (12 –shakl, a).

Yechish. To'g'ri chiziq tekislikka perpendikulyar bo'lishi uchun tekislikda yotgan o'zaro kesishuvchi ikkita to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lishi kerak. **D** nuqtadan **ABC** tekislikka perpendikulyar tushirish uchun avvalo tekislikning **A1(a1,a'1')** frontal va **A2(a2,a'2')** gorizontaal chiziqlarni o'tkazamiz. Keyin **D** nuqtadan tekislikka perpendikulyar tushuramiz (chizmada **d** nuqtadan **a2** ga, **d'** nuqtadan **a1** ga perpendikulyar



11-shakl.



12-shakl.

tushurilgan). endi shu perpendikulyar bilan tekislikning kesishish nuqtasi proeksiyalarini aniqlaymiz. Buning uchun perpendikulyar orqali ixtiyoriy proeksiyalovchi tekislik o`tkazamiz. Bu misolda frontal proeksiyalovchi P_v tekislik o`tkazilib, uning ABC tekislik bilan kesishish chizig`i $MN(mn, m'n')$ yasalgan. MN ning perpendikulyar bilan kesishgan nuqtasi (K) izlangan nuqta bo`ladi. k va k' nuqtalar esa uning gorizontaal va frontal proeksiyalaridir.

13-masala. O`zaro kesishuvchi AB va CD to`g`ri chiziqlar bilan berilgan (13-shakl, a) tekislik izlari yasalsin (AB to`g`ri chiziq H tekislikka parallel).

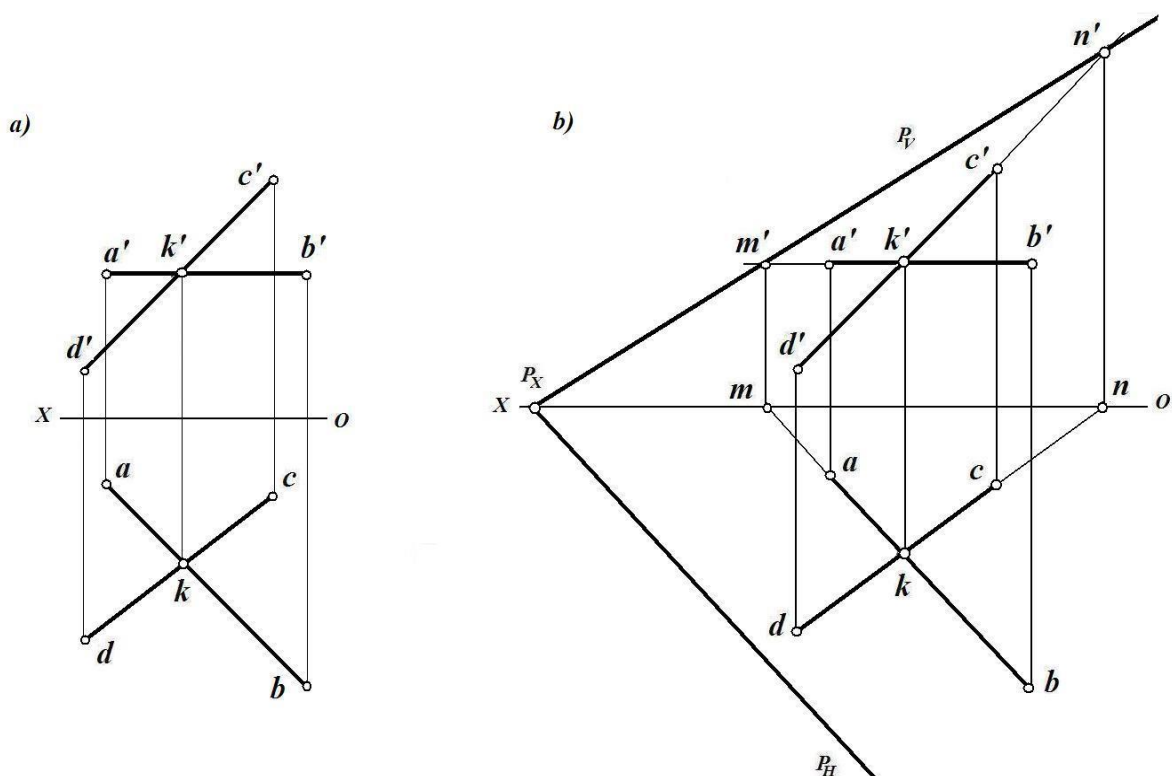
Yechish. Ma`lumki, tekislikning izlari (to`g`ri chiziqlar) tekislikka yotgan barcha to`g`ri chiziqlarning bir xil nomli izlari orqali o`tishi kerak. Shu sababli tekislikning biror izini masalan, frontal P_v izini yasash uchun izda yotgan ikkita to`g`ri chiziqning izlari M va N lar yasaladi; ular orqali o`tgan to`g`ri chiziq tekislikning frontal P_v izi bo`ladi. Buning uchun dastlab $AB(ab, a'b')$ to`g`ri chiziqning frontal izi $M(m')$, so`ngra $CD(cd, c'd')$ ning frontal izi $N(n')$ topilgan. Topilgan m' va n' lar orqali tekislikning frontal izi P_v o`tkazilgan. P_v iz OX o`qi bilan kesishib izlarning uchrashuv nuqtasi P_x ni hosil qilgan. Berilgan to`g`ri chiziqlardan biri AB to`g`ri chiziq H ga parallel

boʻlgani uchun tekislikning gorizontal P_H izi P_x nuqtadan oʻtib ab ga parallel boʻladi ($P_H \parallel ab$).

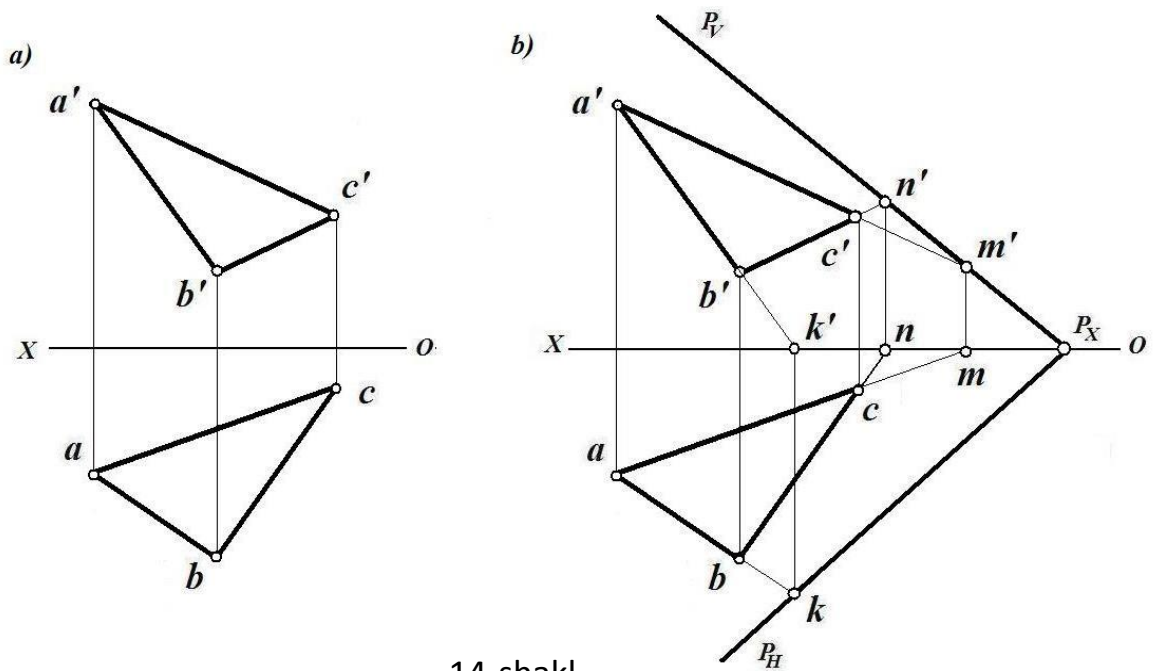
14-masala. Gorizontal (abc) va frontal ($a'b'c'$) proeksiyalari bilan berilgan P tekislikning P_H va P_V izlari yasalsin (14-shakl, a).

Yechish. Maʼlumki, tekislikning izi toʻgʻri chiziq boʻladi. Toʻgʻri chiziqni chizish uchun unga tegishli ikkita nuqta topilsa boʻladi. Buning uchun tekislikda yotgan ikkita ixtiyoriy chiziqning izi topiladi. Jumladan AC va BC ning frontal izini topishni koʻramiz.

AC toʻgʻri chiziqning frontal izini topish uchun uning gorizontal proeksiyasi (ac) OX oʻqi bilan m nuqtada kesishguncha davom ettiriladi. Keyin m dan vertikal chiziq oʻtkazib, $a'c'$ kesishguncha davom ettiriladi. Hosil boʻlgan m' nuqta AC ning frontal izidir. BC ning frontal izi n' ham yuqoridagi kabi topiladi. Topilgan nuqtalar ($n'm'$) orqali toʻgʻri chiziq



13-shakl.



14-shakl.

o`tkazsak P ning frontal izi (P_v) hosil bo`ladi. P ning gorizonta izini topish uchun unga tegishli ikkita nuqta topiladi. Bu nuqtalarning birtasi (P_x) ma`lum, chunki P_v iz OX o`qi bilan kesishgan. Ikkinchi nuqta (k) esa AB ning goizonta izi kabi topiladi. Topilgan nuqtalar (P_x, k) orqali to`g`ri chiziq o`tkazib P ning gorizonta izi (P_H) hosil qilinadi.

15-masala. $ABC(abc, a'b'c')$ tekislikning A nuqtasiga perpedikulyar o`tkazilsin va shu perpedikulyarda D nuqtani topib ($AD=30\text{mm}$), uning proeksiyalari yasalsin (15-shakl, a).

Yechish. Tekislikning A nuqtasiga perpedikulyar o`tkazish chun avvalo uning gorizonta $A1(a1, a'1')$ va frontal $A2(a2, a'2')$ chiziqlar yasaladi. Keyin A nuqtadan perpedikulyar chiqarib ixtiyoriy E nuqta bilan chegaralanadi ($a1 \perp ae; a'2' \perp a'e'$). Hosil bo`lgan AE to`g`ri chiziq izlangan perpedikulyardir. D nuqtani topish uchun AE ning haqiqiy o`zunligi (AEo) to`g`ri burchakli uchburchak usuli bilan aniqlanadi. D nuqta ana shu perpedikulyarda A dan 30mm uzoqlikda joylashgan bo`ladi.

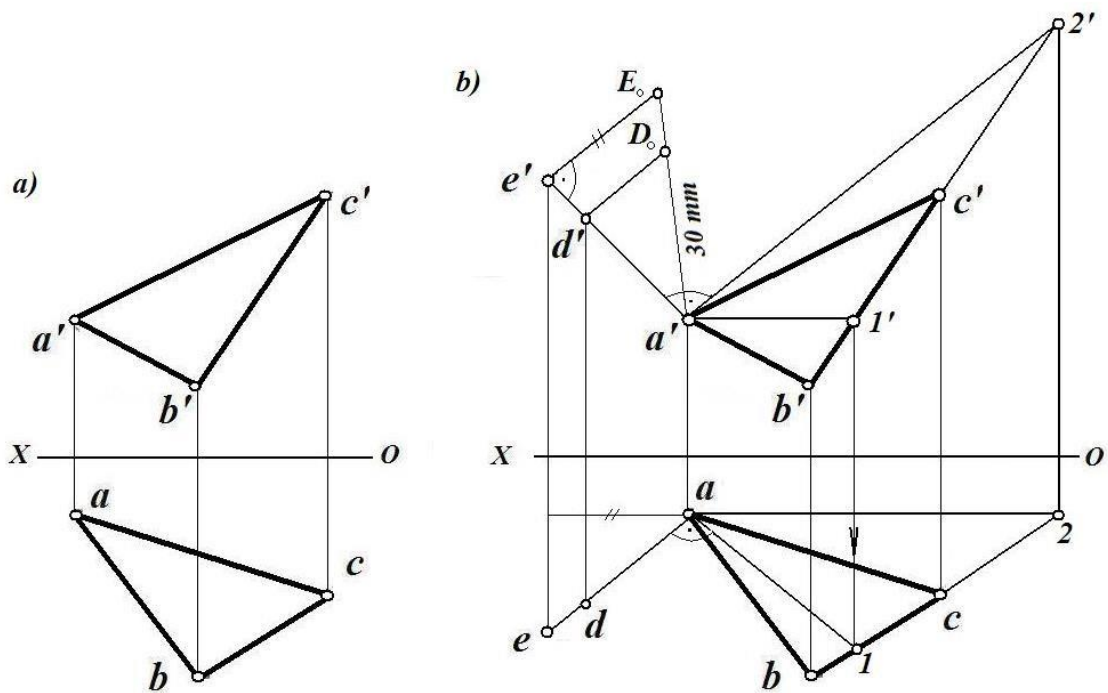
D nuqta proktsiyalari (d, d') ning yasalishi 6-shakl ga aynan o`xshash bo`ladi.

16-masala. P tekislik $P(P_n, P_v)$ izlari bilan berilgan. Tekislikdan tashqaridagi $A(a, a')$ nuqtadan berilgan tekislikka perpedikulyar tushirilsin (16-shakl, a).

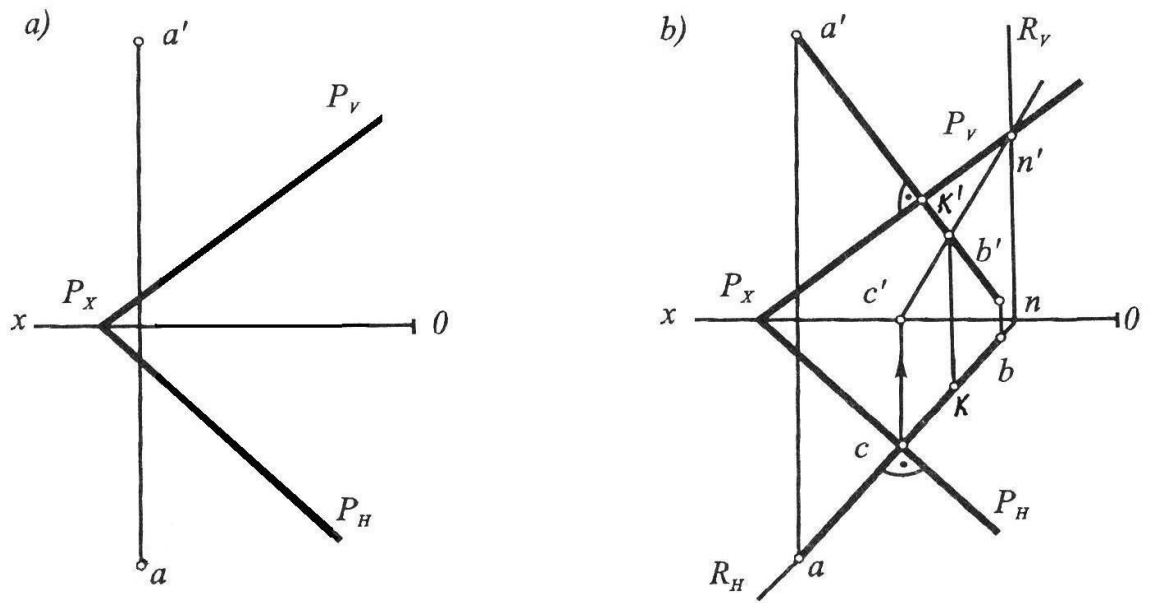
Yechish. 16-shakl, a da A nuqtadan izlari bilan berilgan tekislikka perpendikulyar tushirilgan ($ab \perp P_n$; $a'b' \perp P_v$); ab va $a'b'$ perpendikulyarning proyeksiyalaridir. Perpendikulyarning bilan tekislik kesishgan $K(k, k')$ nuqta $AB(ab, a'b')$ to'g'ri chiziq orqali yordamchi $R(R_n, R_v)$ tekislik o'tkazib topilgan (16-shakl, b).

17-masala. D nuqtadan ABC uchburchakka perpendikulyar tushirilsin(17-shakl, a).

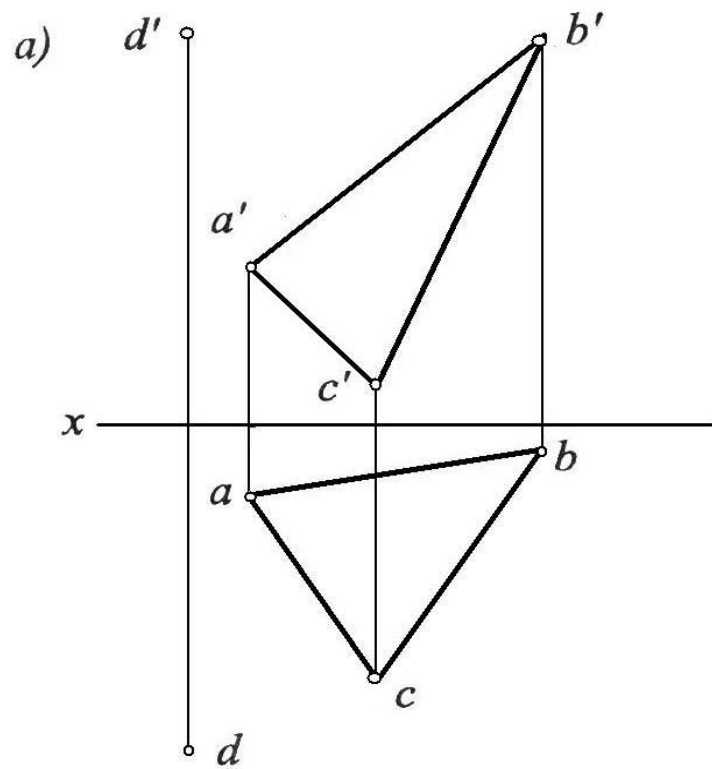
Yechish. 17-shakl, b da perpendikulyar tushirish uchun, avvalo, tekislikning A1 ($a1, a'1'$) gorizontal va A2 ($a2, a'2'$) frontal chiziqlari o'tkazilgan, so'ngra D nuqtadan DE ($de, d'e'$) perpendikulyar

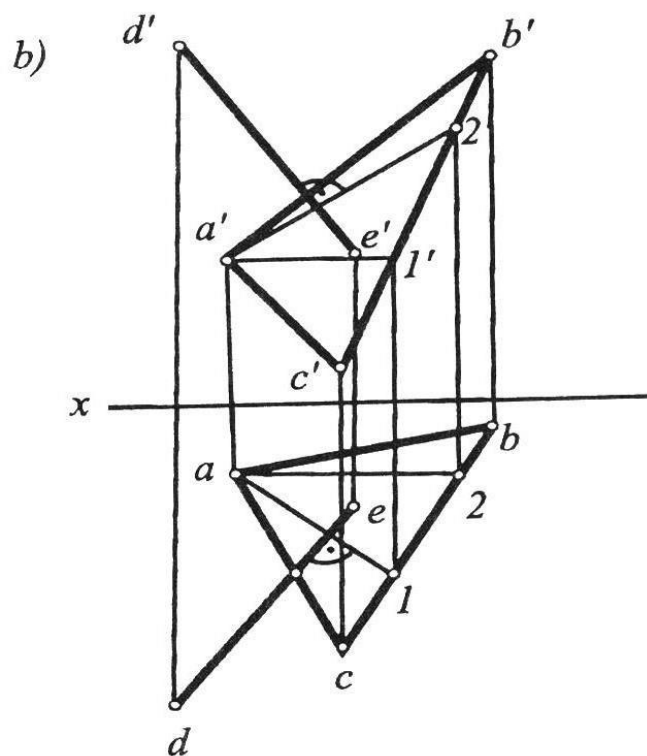


15-shakl.



16-shakl.





17-shakl.

tushirilgan va u ixtiyoriy E nuqta bilan chegaralangan ($de \square a1$; $d'e' \square a'2'$); DE izlangan perpendikulyardir.

18-23masalalar. Berilgan ikki tekislikning o'zaro kesishish chizig'i proeksiyalari yasalsin (18-23- a shakllar).

Yechish. 18-19-shakl b larda kesishuvchi tekisliklar izlari bilan berilgan bo'lib ularning o'xshash izlar chizma chegarasida kesishgan. Shunga ko'ra yordamchi tekislik o'tkazish shart emas, chunki bu vazifani **H**, **V** tekisliklari bajaradi. **H** tekislikdagi o'xshash izlar o'zaro kesishib, berilgan ikki tekislikka oid bitta nuqta (**M**)ni; **V** tekislikdagi o'xshash izlar kesishib, ikkinchi nuqta (**N**) ni hosil qiladi. Shu nuqtalardan o'tadigan to'g'ri chiziq ikki tekislikning kesishish chizig'idir. Chizmada kesishish chizig'ining gorizonta (**mn**) va frontal proeksiyasi (**m'n'**) ni yasash tartibi strelka bilan ko'rsatilgan.

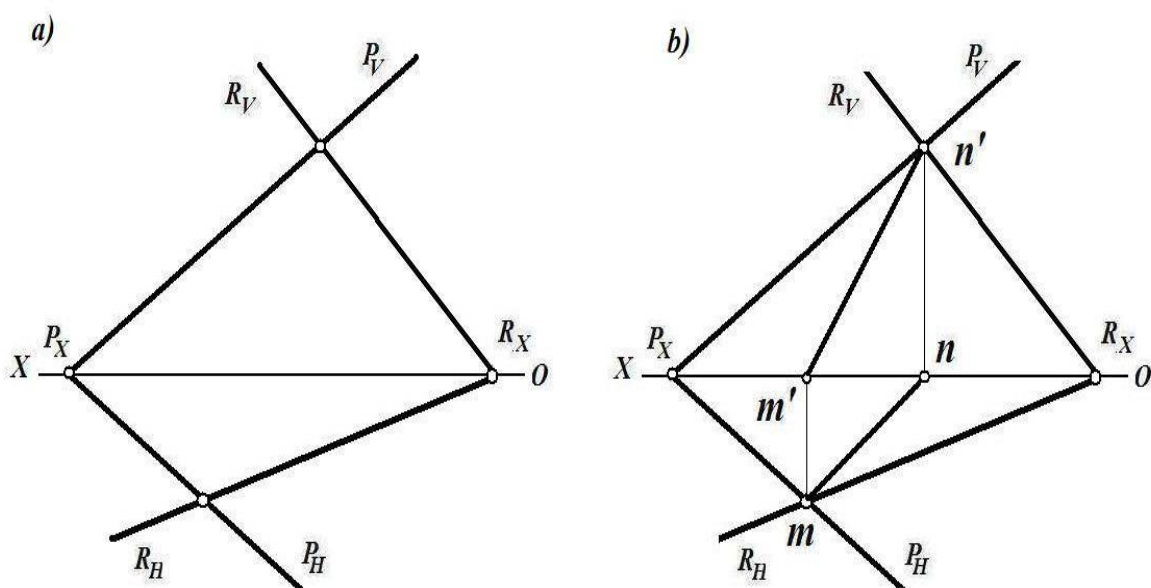
Yechish. 20-shakl b da **P** tekislik frontal proeksiyalovchi bo'lgani uchun ikkala tekislik kesishish chizig'ining frontal proeksiyasi (**m'n'**) mazkur tekislikning frontal izi (**Pv**) da joylashgan. Uning gorizonta proeksiyasi (**mn**) vertikal bog'lanish chiziqlar yordamida topilgan.

Yechish. 21-shakl b da R gorizontaal tekislik bo'lgani uchun kesishish chizig'ining frontal proeksiyasi R tekislikning R_V izida yotadi, gorizontaal proeksiyasi esa P_H ga parallel joylashadi ($mn \parallel P_H$).

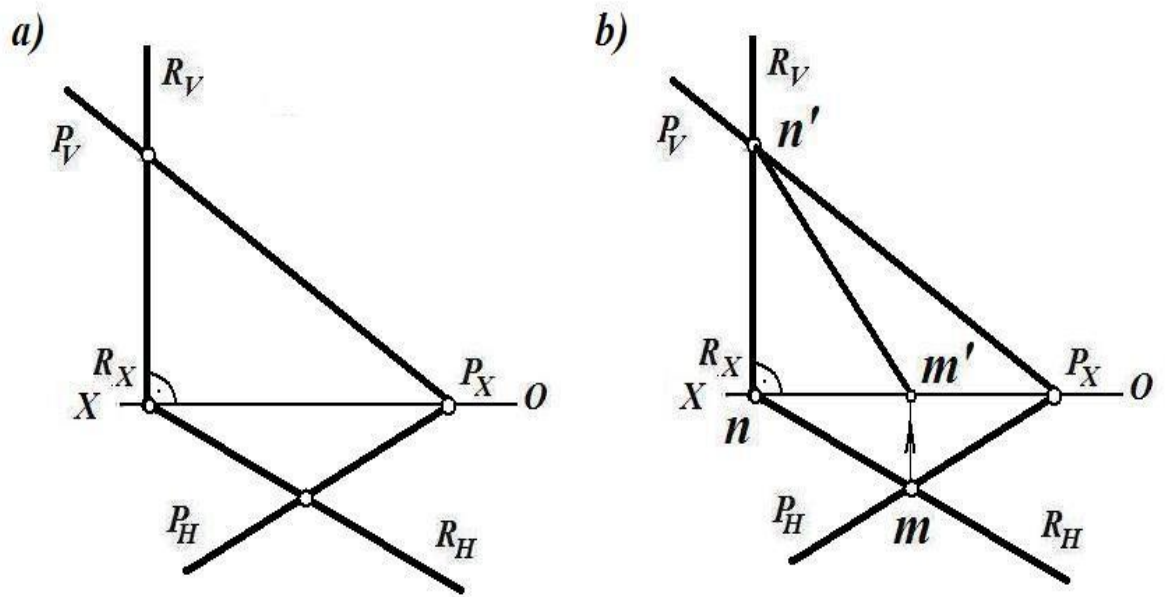
Yechish. 22-shakl b da berilgan ABC frontal proeksiyalovchi tekislik bilan umumiy vaziyatdagi P tekislikning kesishish chizig'ini topish uchun avvalo ABC ning frontal va gorizontaal izi (P_V, P_H) topiladi, keyin ikki tekislik (P, R) ning kesishish chizig'i proeksiyalari ($mn, m'n'$) yasaladi.

Yechish. 23-shakl b da berilgan tekislik (P, R) ning o'xshasha ikki parallel ($P_H \parallel R_H$) bo'lgani uchun ular shu izlarga parallel gorizontaal bosh chiziq (MN) bo'yicha kesishadi ($mn \parallel P_H \parallel R_H; m'n' \parallel OX$).

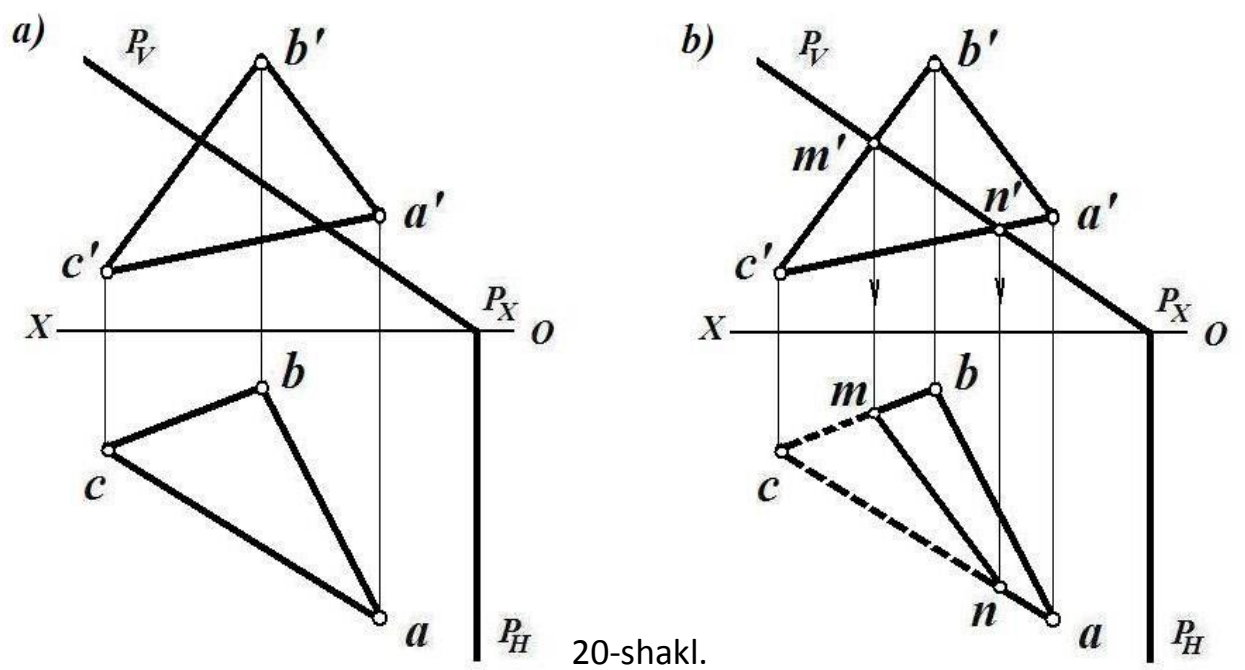
24-25-masalalar. Berilgan MN to'g'ri chiziq bilan P tekislikning kesishish nuqtasi proeksiyalarini topilsin va MN ning ko'rinar-ko'rinmas qismlarini aniqlansin (24-25- a shakllar).



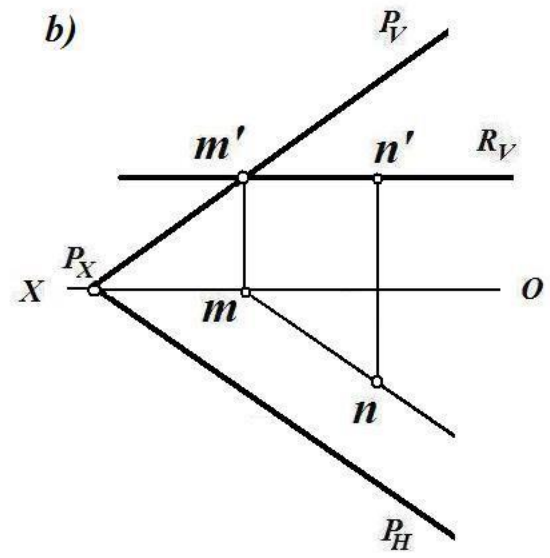
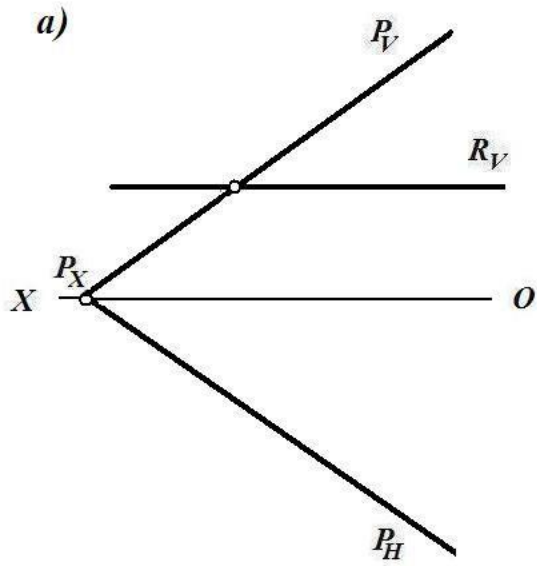
18-shakl.



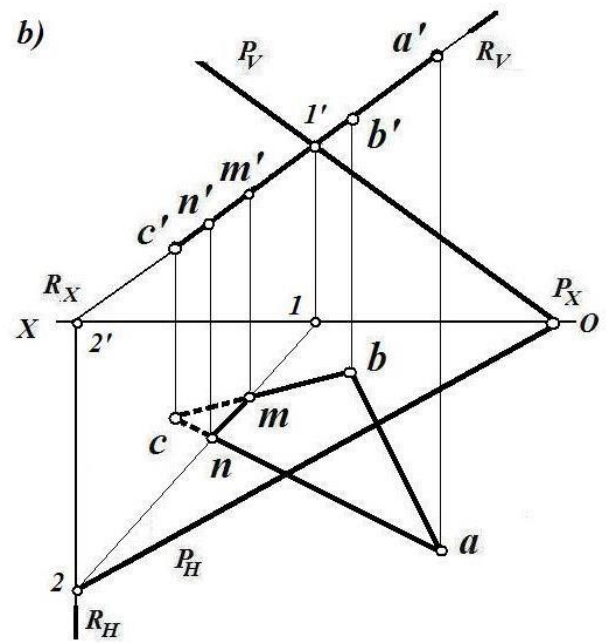
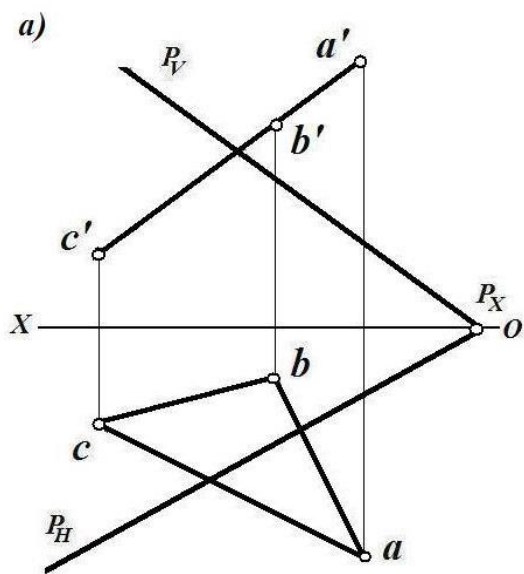
19-shakl.



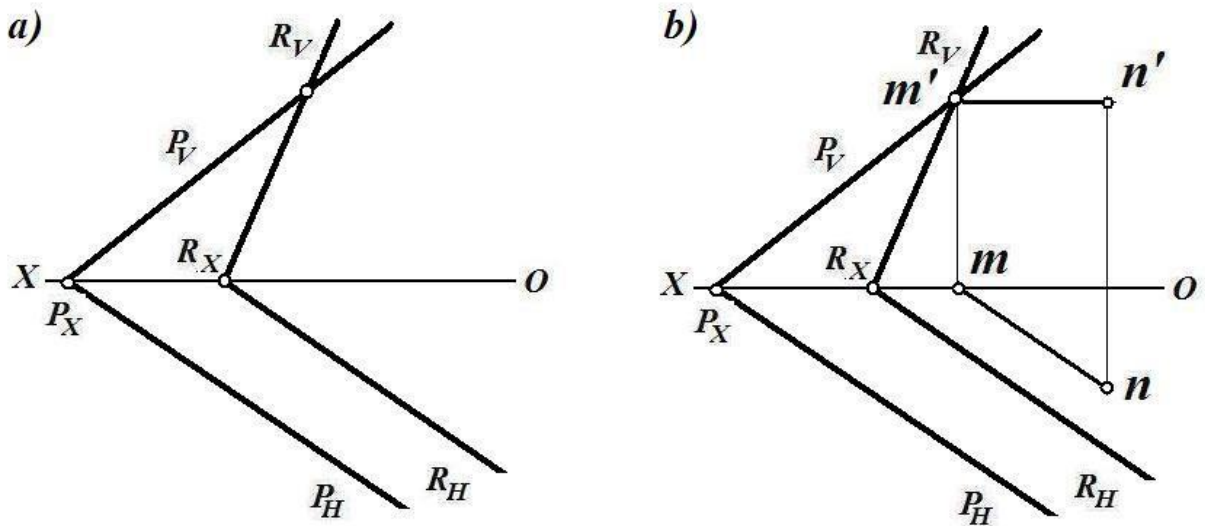
20-shakl.



21-shakl.



22-shakl.



23-shakl.

Yechish. Bu masalada tekislik ham, to'g'ri chiziq xam umumiy vaziyatda berilgani uchun ularning kesishgan nuqtasi proeksiyalarini quyidagicha topamiz. Avvalo MN to'g'ri chiziq orqali yordamchi gorizontaal proeksiyalovchi tekislik (R_H, P_V) o'tkazamiz va bu tekislik bilan P ning kesishish chizig'i ($ab, a'b'$) ni topamiz. Topilgan chiziq ($ab, a'b'$) bilan berilgan chiziq ($mn, m'n'$) ning kesishish nuqtasi izlangan nuqta (k, k') dir. Chizmada MN ning KN ($kn, k'n'$) qismi ko'rinmaydi, MK ($mk, m'k'$) qismi esa P tekislikdan yuqorida joylashgani uchun ko'rinadi. Kesmaning ko'rinadigan qismi tutash, ko'rinmaydigan qismi shtrix chiziq bilan ko'rsatilgan (24-shakl, b).

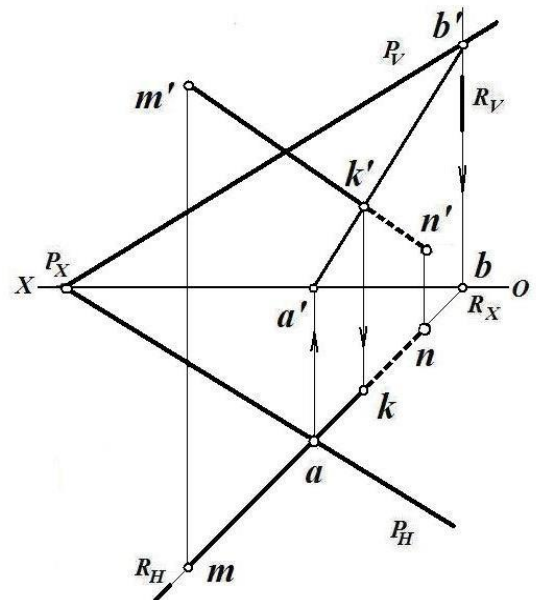
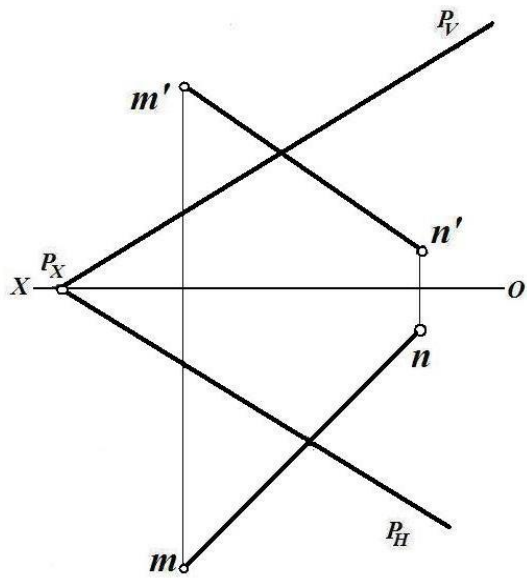
Yechish. 25-shakl, b da berilgan ABC tekislik bilan MN to'g'ri chiziqning kesishish nuqtasi proeksiyalarini topish uchun MN orqali frontal proeksiyalovchi tekislik (P) o'tkazilgan. Chizmada ana shu tekislikning faqat izi (P_V) ko'rsatilgan. Keyin bu yordamchi tekislik bilan berilgan tekislikning kesishish chizig'i ($de, d'e'$) yasalgan. Chiziqning gorizontaal proeksiyasi de bilan mn kesishib, k nuqtani hosil qilgan; so'ngra $m'n'$ da k' topilgan. Topilgan nuqtalar (k, k') ABC tekislik bilan MN chiziqning kesishish nuqtasi proeksiyasidir. MN to'g'ri chiziq ABC uchburchakka nisbatan ko'rinar-ko'rinmasligini konkurent nuqtalardan foydalanib aniqlangan. Buning uchun MN va BC gorizontaal proeksiyasining kesishish nuqtasi ($1=2$) orqali H tekislikka perpendikulyar nur o'tkazilgan. Frontal proenksiyaadan ko'rinib

turibdiki, nur oldin **BC** chizig`idagi 1-nuqtaga, keyin **MN** chiziqdagi 2-nuqtaga duch keladi. Demak, **MN** chiziqning **MK** qismi gorizontal proeksiyada ko`rinmaydi. Chizmada nur yo`nalishi strelka bilan ko`rsatilgan.

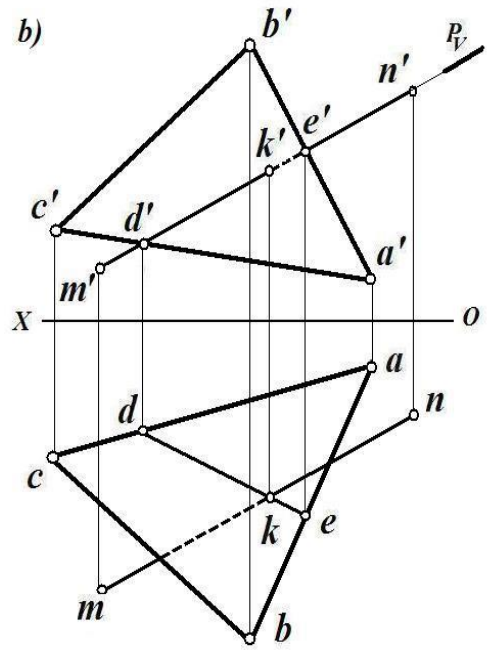
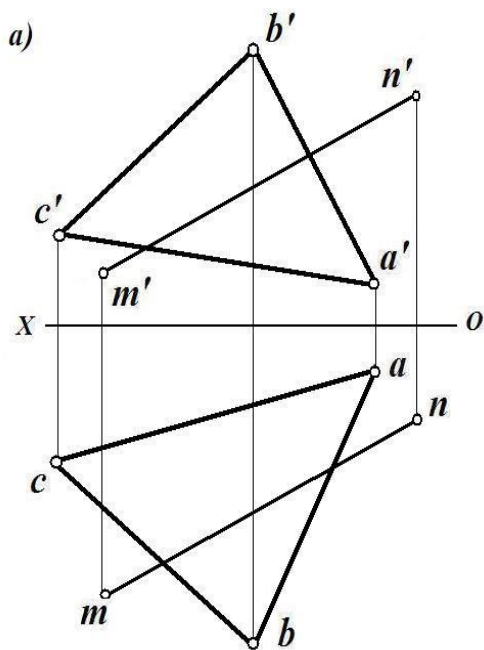
Frontal proeksiyada kesmaning ko`rinar-ko`rinmasligi yuqoridagi singari aniqlanadi.

26-masala. Proeksiyalari bilan berilgan va bitta uchga ega bo`lgan **ABC** va **DBE** uchburchakning kesishish chizig`i proeksiyalari yasalsin va ularning ko`rinar-ko`rinmas qismlari aniqlansin (26-shakl, a).

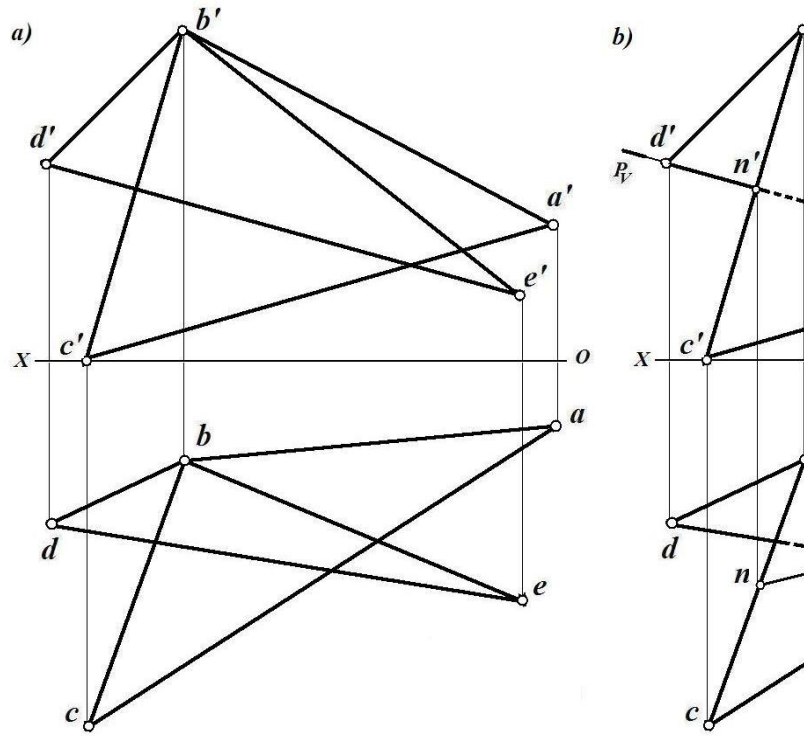
Yechish. **ABC** va **DBE** ning bitta umumiy nuqtasi **(b,b')** ma`lum. Ikkinchi umumiy nuqtani topish uchun uchburchaklardan birining bitta tomoni (**AC** yoki **DE** to`g`ri chiziq) bilan ikkinchisining uchrashuv nuqtasi



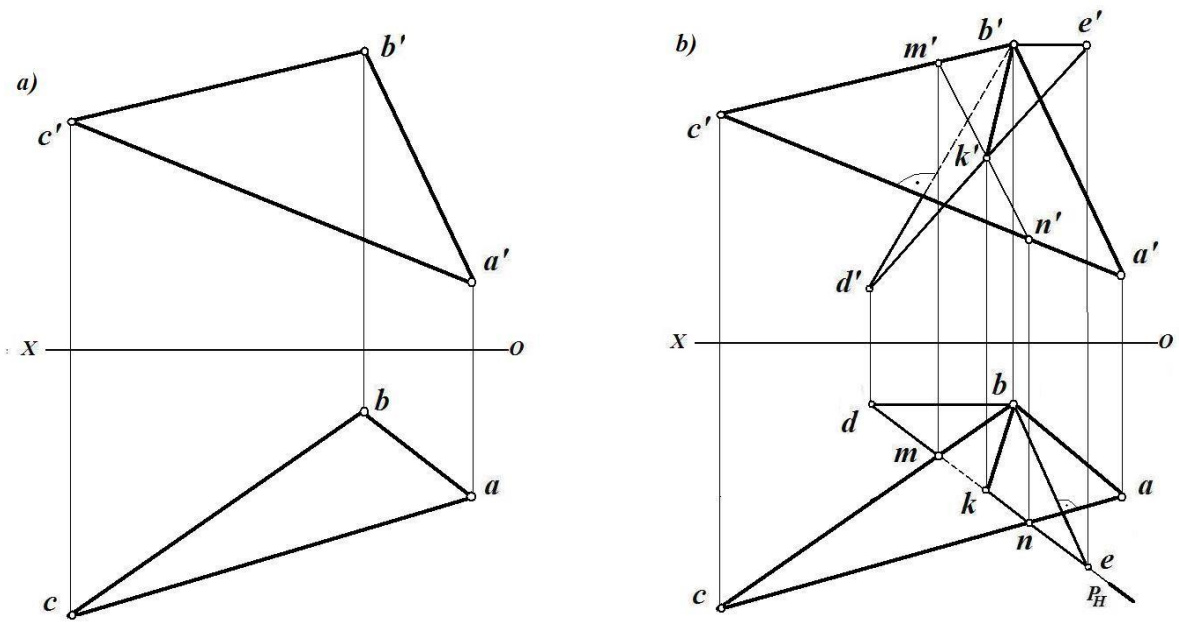
24-shakl.



25-shakl.



26-shakl.



27-shakl.

aniqlanadi. Bunda DE chiziq orqali yordamichi frontal proeksiyalovchi tekislik (P_v) o'tkaziladi. Chizmada bu tekislikning frontal izi $d'e'$ da joylashgan. Yordamchi tekislik bilan ABC uchburchak $MN(mn, m'n')$ to'g'ri chiziq bo'yicha kesishib, izlangan nuqtaning proeksiyalari kk' hosil bo'ladi. topilgan nuqta bilan B nuqtaning o'xshash proeksiyalari tutashtirilsa uchburchakning kesish chizig'i proeksiyalari ($bk, b'k'$) topiladi.

ABC va DBE ning ko'rinar-ko'rinmas qisimini topish uchun ulardan biri tomonlarining ikkinchisiga nisbatan ko'rinar-ko'rinmas qisimlari aniqlanadi (26-shakl, b).

27-masala. ABC uchburchakning B uchidan AC tomoniga perpendikulyar bo'lgan tekislik o'tkazilsin va ularning ko'rinar-ko'rinmas qisimlari aniqlansin (27-shakl, a).

Yechish. Izlanayotgan tekislikni uning bosh (gorizontal va frontal) chiziqlari yordamida yasaymiz. Buning uchun uchburchakning B uchidan AC tomoniga perpendikulyar bo'lgan gorizontal hamda frontal chiziq o'tkazib, ularning ixtiyoriy $E(e, e')$ va $D(d, d')$ nuqtalar bilan chegaralaymiz ($be \perp ac$; $b'e' \parallel OX$ $b'd' \perp a'c'$; $bd \parallel OX$). Hosil bo'lgan BDE ($bde, b'd'e'$) uchburchak izlangan tekislik bo'ladi.

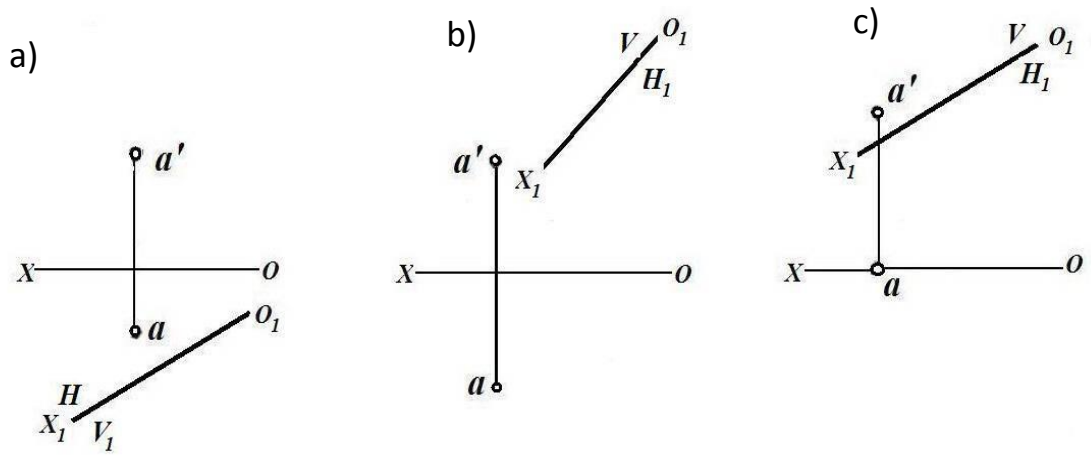
ABC va DBE kesishish chizig'i proeksiyalari ($bk, b'k'$) ni topish hamda tekisliklarning ko'rinar-ko'rinmas qisimlarini aniqlash 26-misoldagi kabi bajariladi (27-shakl, b).

II bob. TASVIRNI ALMASHTIRISH USULLARI

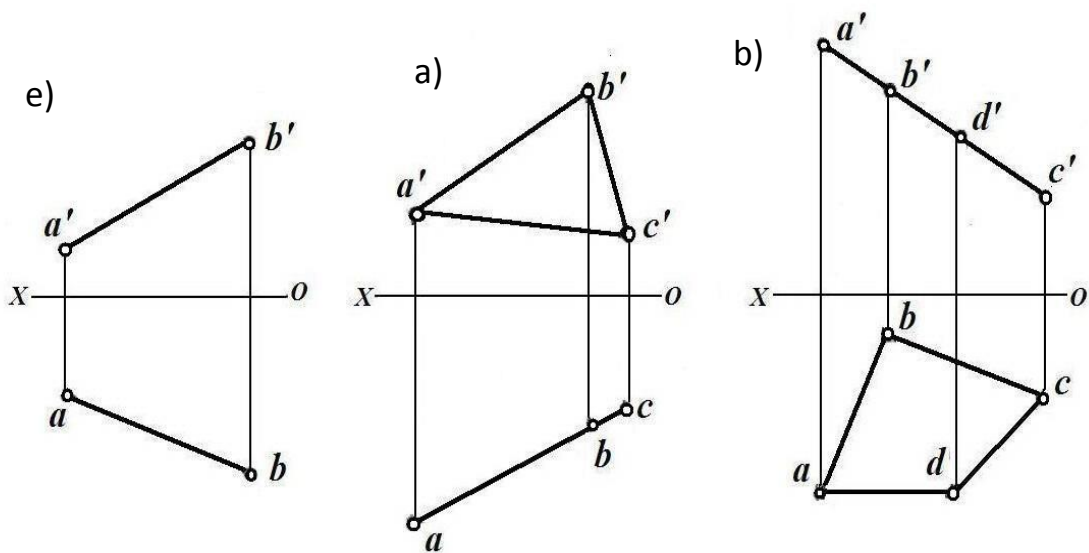
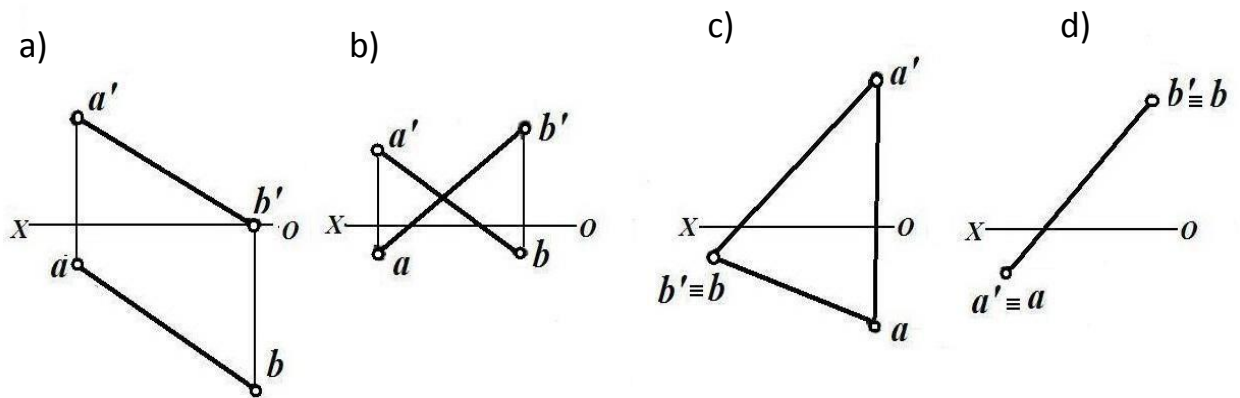
2.1§. Tasvirni almashtirish usuli bilan echiladigan masalalar

2.1. A nuqtaning chizmasi va yangi proeksiya o'qlarining vaziyati berilgan. A nuqtaning yangi sistemadagi proeksiyalari topilsin (2.1-shakl, ac).

2.2. AB kesmaning haqiqiy uzunligini va uning H va V tekisliklar bilan tashkil etgan burchaklari aniqlansin (2.2-shakl, a, b, c, d, e).



2.1-shakl.



2.2-shakl.

2.3-shakl.

2.3. AB kesmaning haqiqiy uzunligi va uning H va V tekisliklar bilan tashkil etgan burchaklari aniqlansin.

Berilgan: a) $A(10,20,10)$; $B(55,50,10)$; b) $A(20,50,45)$; $B(80,0,60)$.

2.4. 2.3-shakl, a, b larda berilgan ABC uchburchak va ABCD to'rtburchaklarning haqiqiy kattaliklari aniqlansin.

2.5. ABC uchburchak frontal proeksiyalovchi vaziyatga keltirilsin (2.4shakl).

2.6. ABC uchburchakning haqiqiy kattaligi topilsin.

Berilgan: a) $A(5,30,60)$; $B(10,10,20)$ va $C(60,65,30)$;

b) $A(45,5,60)$; $B(10,50,15)$ va $C(70,20,0)$.

2.7. M nuqtadan berilgan tekisliklargacha bo'lgan eng qisqa masofaning haqiqiy kattaligi aniqlansin (2.5-shakl, a-d).

2.8. M nuqtadan AB to'g'ri chiziqqacha bo'lgan eng qisqa masofaning haqiqiy kattaligi aniqlansin (2.6-shakl, a-c).

2.9. M nuqtaning AB to'g'ri chiziqqacha bo'lgan eng qisqa masofaning haqiqiy kattaligi topilsin.

Berilgan: a) $A(40,20,50)$; $B(10,10,15)$ va $M(50,10,20)$;

b) $A(50,30,15)$; $B(10,10,50)$ va $M(40,10,60)$;

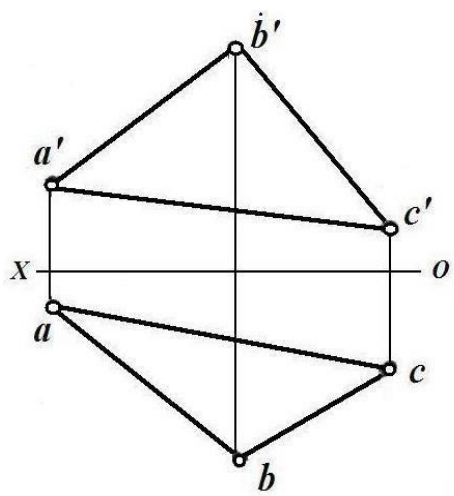
c) $A(60,20,10)$; $B(10,50,40)$ va $M(60,50,60)$;

d) $A(60,40,0)$; $B(10,0,50)$ va $M(40,0,0)$.

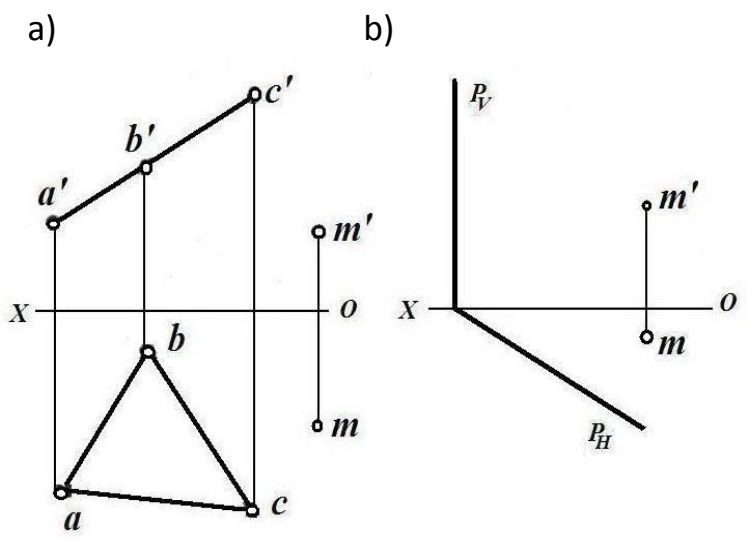
2.10. Chizmada berilgan M nuqtadan tekislikgacha bo'lgan eng qisqa masofa uzunligi topilsin (2.7-shakl, a-d).

2.11. D nuqtadan ABC uchburchak tekisligigacha bo'lgan eng qisqa masofa uzunligi topilsin.

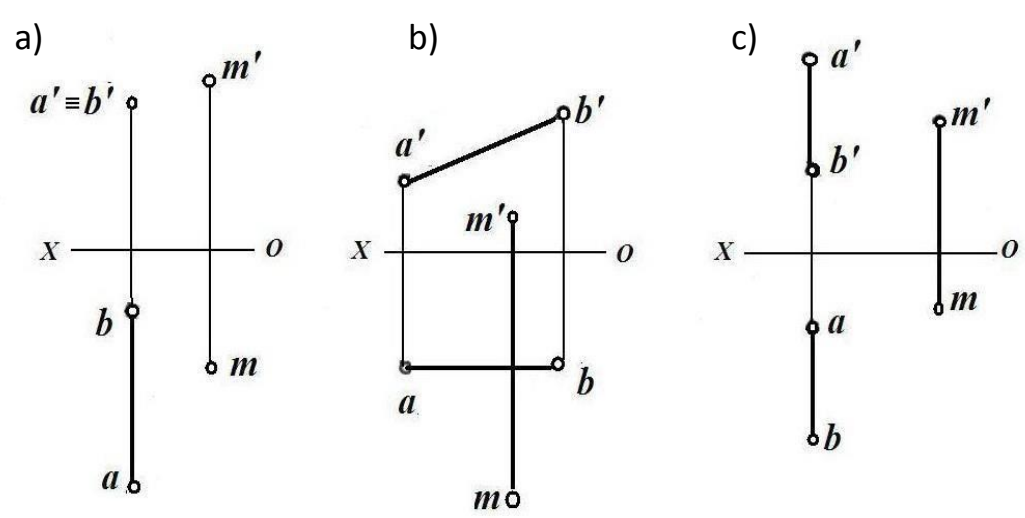
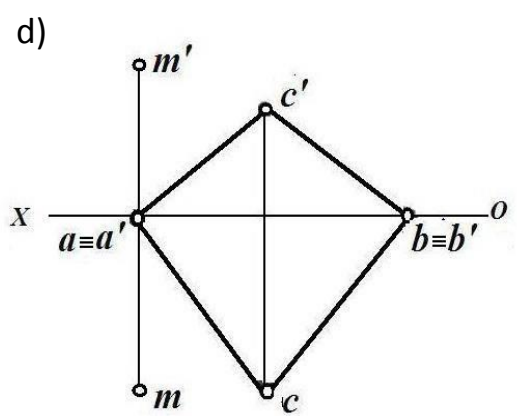
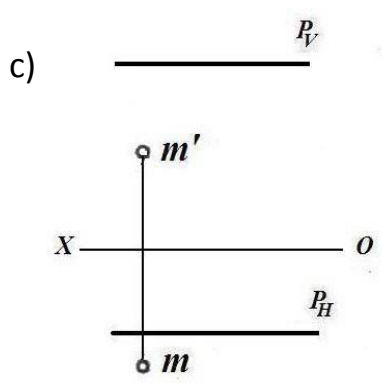
Berilgan: a) $A(5,30,60)$; $B(5,10,20)$; $C(60,65,90)$ va $D(70,20,20)$;



2.4-shakl.



2.5-shakl.



2.6-shakl.

b) $A(40,25,60)$; $B(0,5,20)$; $C(60,60,20)$ va $D(65,10,20)$;

c) $A(40,10,60)$; $B(0,50,10)$; $C(70,20,0)$ va $D(75,60,50)$.

2.12. SABC piramida balandligining haqiqiy uzunligi topilsin (2.8shakl).

2.13. Piramidaning S uchidan ABC asosiga tushirilgan balandligining haqiqiy uzunligi topilsin.

Berilgan: a) $A(70,10,10)$; $B(50,40,50)$; $C(30,10,5)$ va $S(10,40,40)$;

b) $A(40,50,10)$; $B(10,15,45)$; $C(70,0,20)$ va $S(80,50,65)$;

c) $A(45,55,10)$; $B(0,20,50)$; $C(65,10,25)$ va $S(75,50,65)$.

2.14. O`zaro parallel joylashgan tekisliklar orasidagi eng qisqa masofa topilsin (2.9-shakl, a, b, c, d, e).

2.15. Uchrashmas AB va CD to`g`ri chiziqlar orasidagi eng qisqa masafa topilsin.

Berilgan: a) $A(40,25,60)$; $B(0,5,20)$; $C(60,60,25)$ va $D(65,15,20)$;

b) $A(70,20,20)$; $B(80,85,30)$; $C(5,30,60)$ va $D(5,10,20)$;

c) $A(40,25,60)$; $B(0,10,20)$; $C(60,65,20)$ va $D(65,15,20)$.

2.16. AB qirradagi ikki yoqli burchakning haqiqiy kattaligi topilsin.

Berilgan: a) $A(40,25,60)$; $B(0,5,20)$; $C(60,60,20)$ va $D(65,15,20)$;

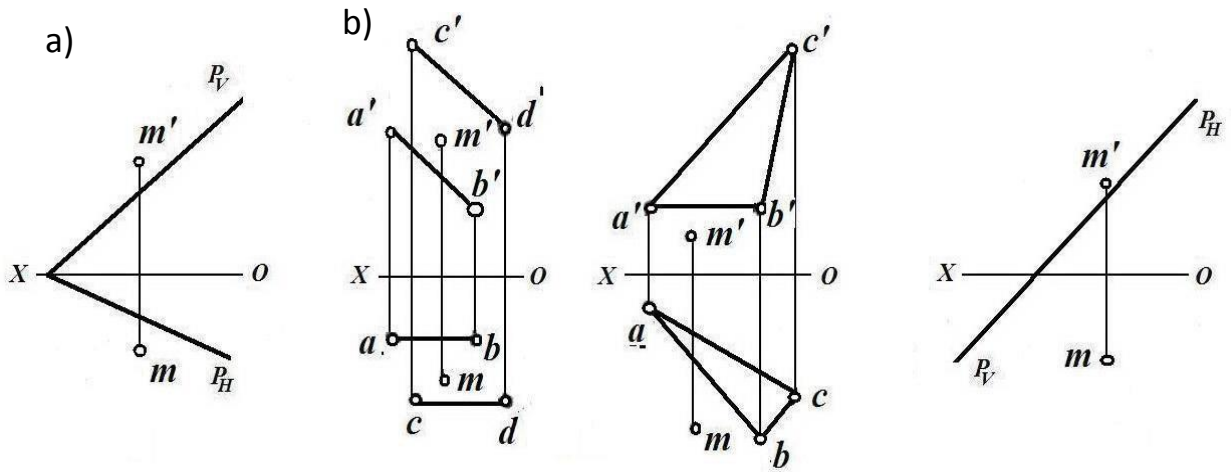
b) $A(10,10,20)$; $B(50,10,50)$; $C(80,60,0)$ va $D(20,45,50)$.

2.17. AB qirradagi ikki yoqli burchakni teng ikkiga bo`luvchi tekislik o`tkazilsin (2.10-shakl, a, b).

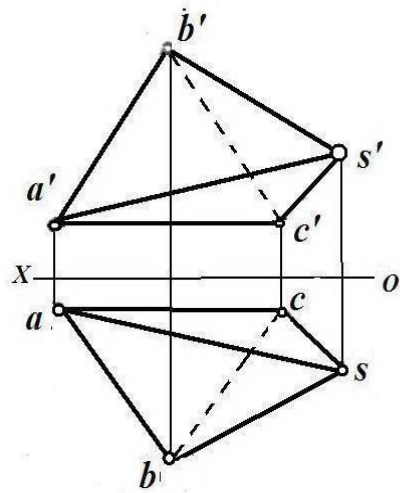
2.18. R radiusli sfera va MN to`g`ri chiziq berilgan. MN orqali o`tuvchi va sferaga urunuvchi tekislik o`tkazilsin (2.11-shakl).

2.19. A nuqta va R radiusli to`g`ri doiraviy silindr o`zining

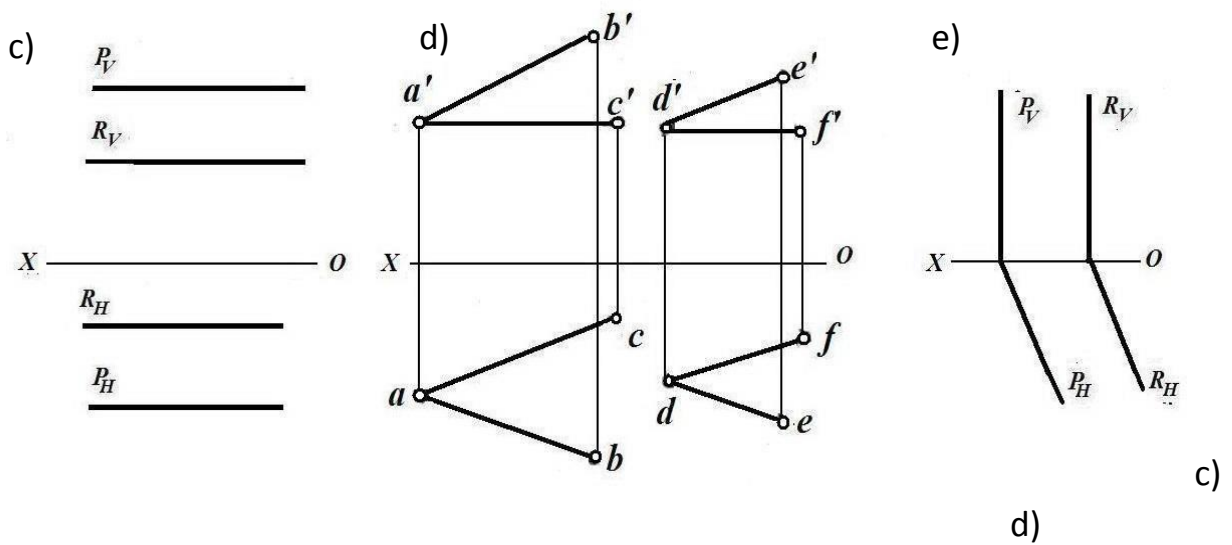
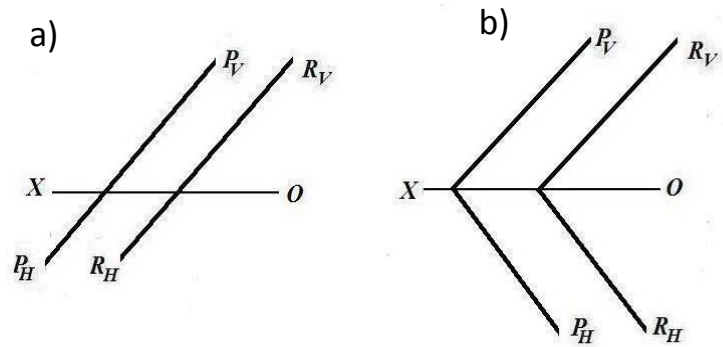
proeksiyalari bilan berilgan. Nuqta orqali silindrga urunuvchi tekislik



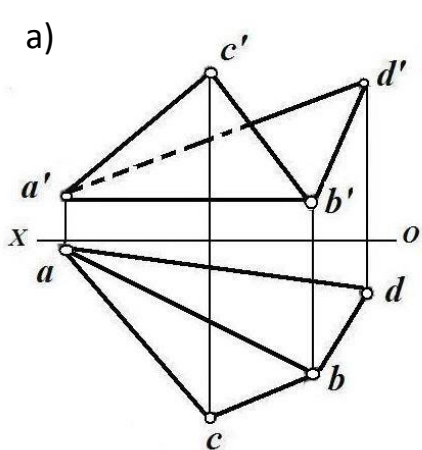
2.7-shakl.



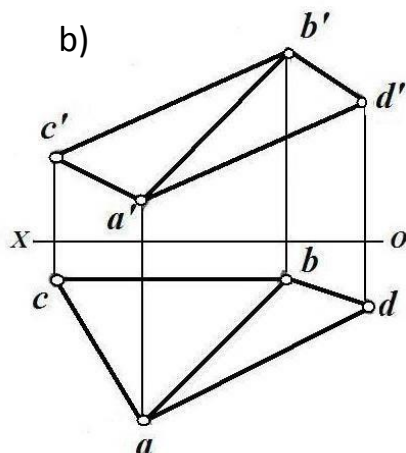
2.8-shakl.



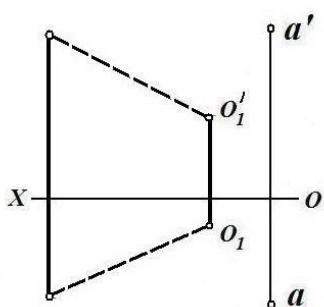
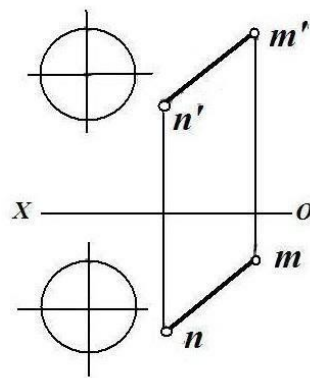
2.9-shakl.



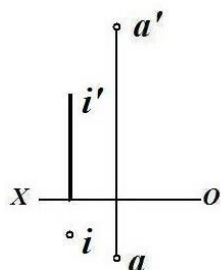
2.10-shakl.



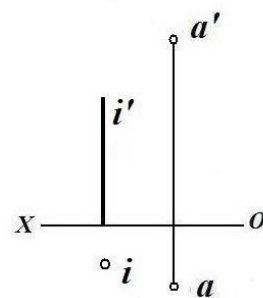
2.11-shakl.



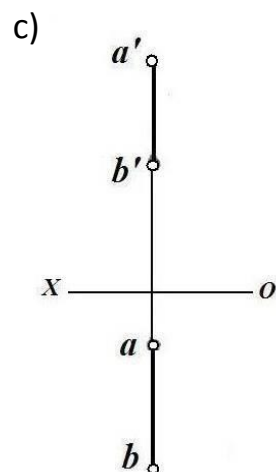
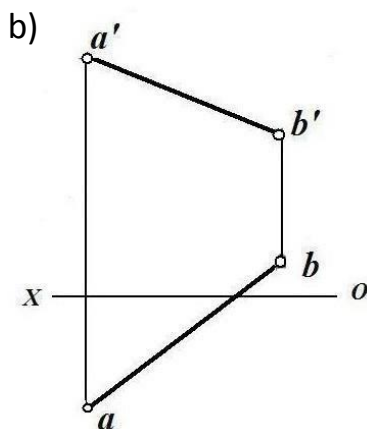
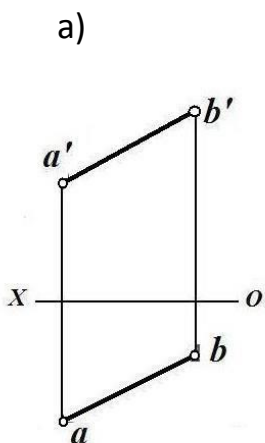
2.12-shakl.



2.13-shakl.



2.14-shakl.



2. 15-shakl. o`tkazilsin. Masala nechta echimga ega va qaysi vaqtda echimga ega emasligi tahlil qilinsin (2.12-shakl).

2.20. A nuqta i o`q atrofida V tekislikka joylashguncha aylantirilsin (2.13-shakl). Masala nechta echimga egah O`qning qanday vaziyatida masala bitta yoki umuman echimga ega bo`lmaydi.

2.21. A nuqtani H tekislikka perpendikulyar o`q atrofida soat strelkasi yo`nalishida 90° burchakka burilsin (2.14-shakl).

2.22. AB to`g`ri chiziq kesmasining haqiqiy uzunligi aniqlansin (2.15shakl, a,b,c).

2.23. Koordinatalari bilan berilgan AB kesmaning haqiqiy uzunligi

aniqlansin: a) $A(60,10,10)$ va $B(10,40,30)$;

b) $A(70,30,20)$ va $B(10,0,40)$;

c) $A(10,40,50)$ va $B(10,10,0)$.

2.24. AB to`g`ri chiziq kesmasi V ga nisbatan perpendikulyar vaziyatga kelguncha aylantirilsin (2.16-shakl, a, b).

2.25. M nuqta berilgan tekislik ustiga tushguncha aylantirilsin (2.17shakl,a, b).

2.26. Ixtiyoriy vaziyatda joylashgan tekislik V ga nisbatan proeksiyalovchi bo`lguncha aylantirilsin (2.18-shakl, a, b).

2.27. M nuqtadan berilgan tekislikkacha bo`lgan masofa aniqlansin (2.19-shakl, a,b,c). Aylanish o`qi A nuqta orqali o`tdigan qilib tanlansin.

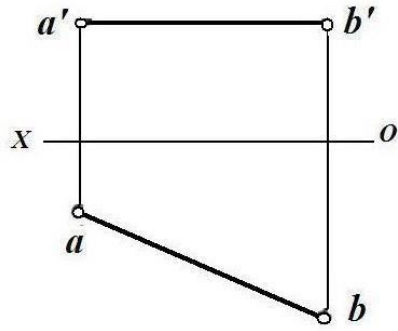
2.28. ABC uchburchakning haqiqiy kattaligi ikki marta aylantirish yo`li bilan aniqlansin.

Berilgan: a) $A(50,30,25)$; $B(20,20,40)$ va $C(10,50,10)$;

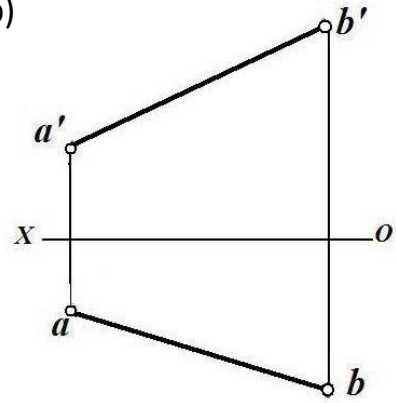
b) $A(60,0,20)$; $B(20,40,40)$ va $C(10,10,10)$.

2.29. ABC uchburchakning haqiqiy kattaligi tekislikning gorizontali yoki frontali atrofida aylantirish yo`li bilan aniqlansin.

a)

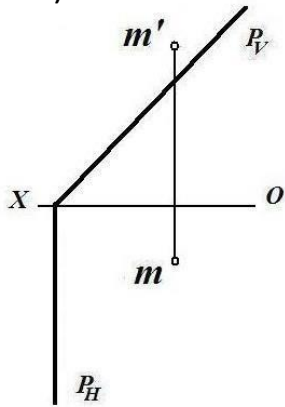


b)

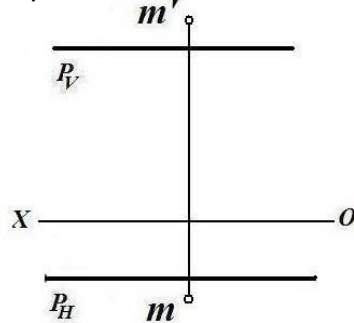


2.16-shakl.

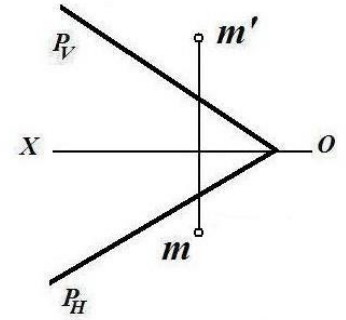
a)



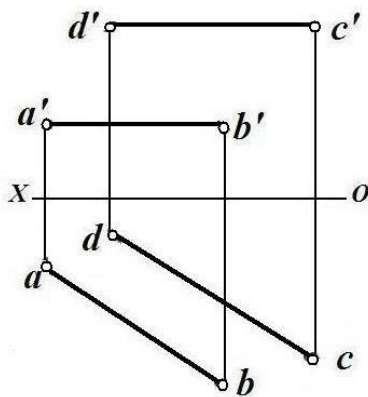
b)



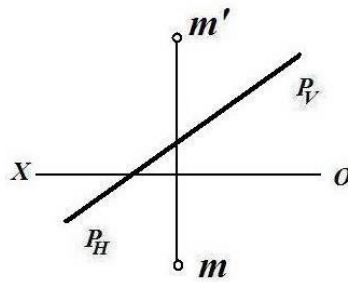
c)



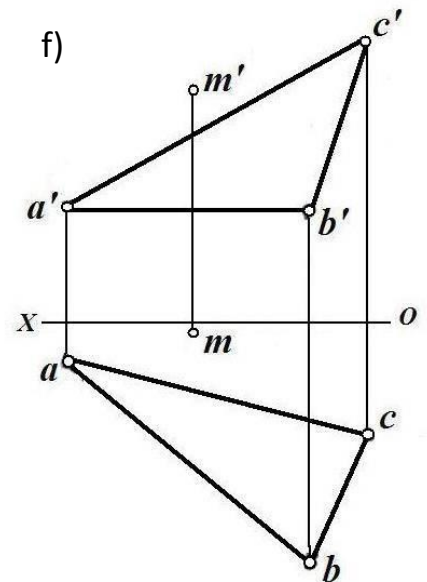
d)



e)



f)



2.17-shakl.

Berilgan: a) A(40,60,10); B(0,20,50) va C(70,0,30);

b) A(45,55,5); B(10,10,50) va C(70,0,20);

c) $A(70,10,10)$; $B(40,10,50)$ va $C(10,50,30)$.

2.30. SABC piramida balandligining haqiqiy uzunligi topilsin.

Berilgan: $A(45,60,30)$; $B(10,20,10)$; $C(60,30,65)$ va $S(70,20,20)$.

2.31. P tekislikda joylashgan ABC uchburchakning haqiqiy kattaligi aniqlansin (2.20-shakl). Aylanish o`qi deb tekislikning P_H izi olinsin.

2.32. H tekislikda P tekislik va unda yotgan ABCD to`g`rito`rtburchak joylashgan (2.21-shakl). ABCD ning gorizontal va frontal proeksiyalari topilsin.

2.33. P tekislikda joylashgan R radiusli aylana markazining gorizontal proeksiyasi berilgan (2.22-shakl). Aylana proeksiyalari yasalsin.

2.34. AB to`g`ri chiziq kesmasining haqiqiy uzunligi aniqlansin.

Berilgan: a) $A(50,50,30)$; $B(20,20,0)$; b) $A(50,0,0)$; $B(10,30,40)$.

2.35. 2.23-shakl, a,b,c dagi tekis shakllarning haqiqiy kattaligi topilsin.

2.36. A nuqtadan MN to`g`ri chiziqqacha bo`lgan eng qisqa masofa haqiqiy uzuznligi topilsin.

Berilgan: a) $M(50,10,15)$; $N(10,30,40)$ va $A(10,10,10)$;

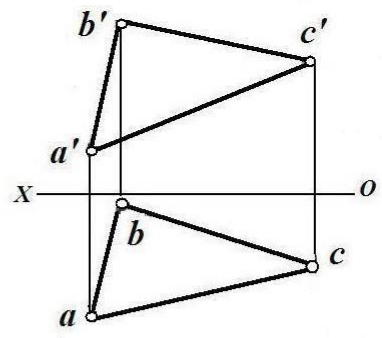
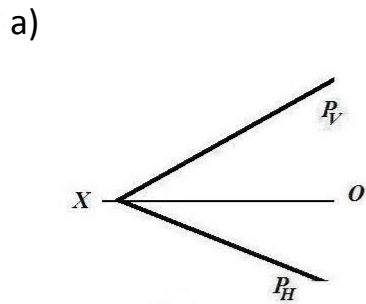
b) $M(50,40,10)$; $N(30,40,30)$ va $A(20,50,20)$.

2.37. D nuqtadan ABC uchburchakkagacha bo'lgan eng qisqa masofa haqiqiy uzunligi topilsin (2.24-shakl).

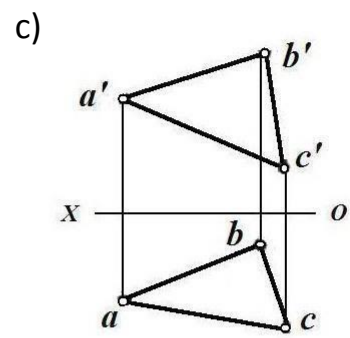
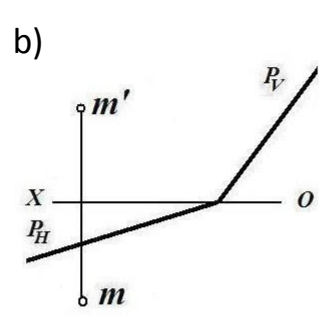
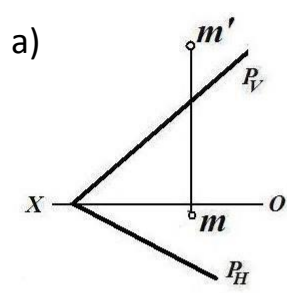
2.38. SABC piramida berilgan. Piramidaning AC qirrasidagi ikki yoqli burchakning haqiqiy kattaligi topilsin (2.25-shakl).

2.39. AB va CD uchrashmas to'g'ri chiziqlar orasidagi eng qisqa masofa topilsin.

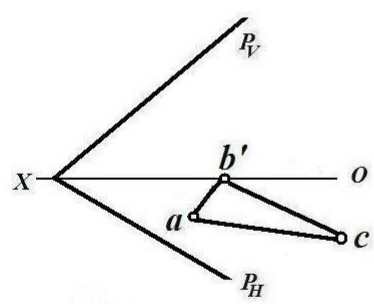
Berilgan: a) $A(10,10,20)$; $B(55,10,50)$; $C(20,45,50)$ va $D(80,60,0)$;



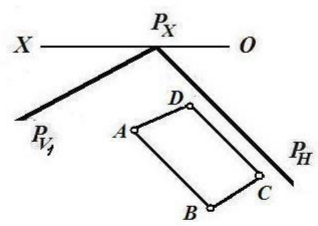
2.18-shakl.



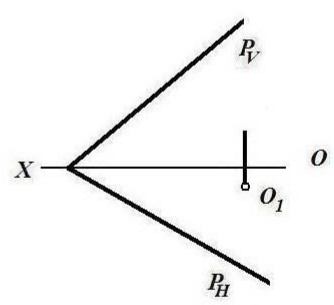
2.19-shakl.



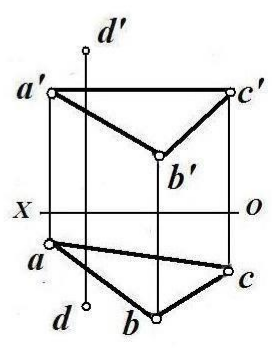
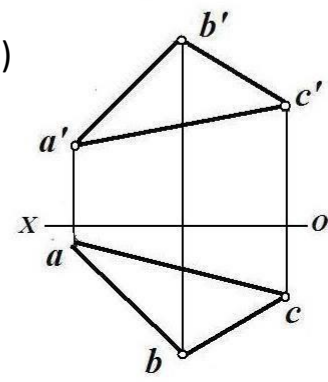
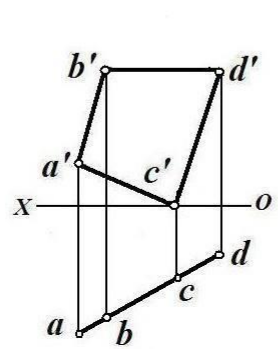
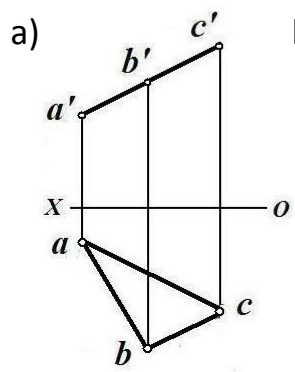
2.20-shakl.



2.21-shakl.

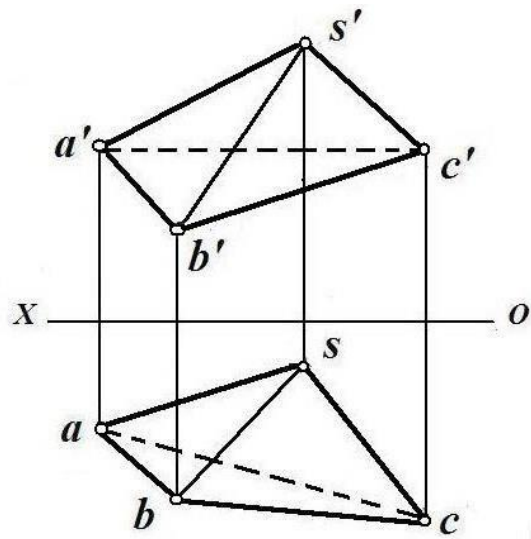


2.22-shakl.



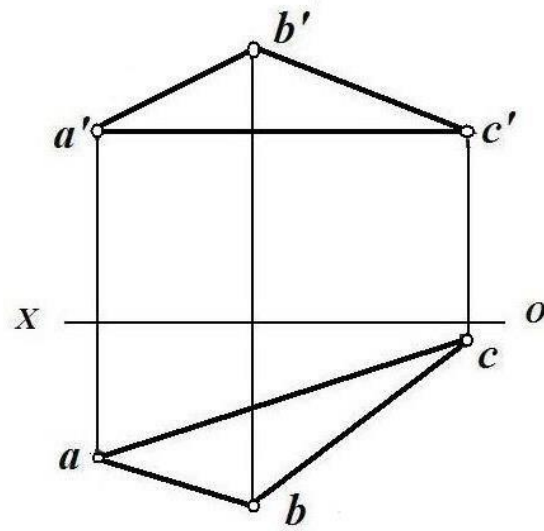
b)

2.23-shakl.

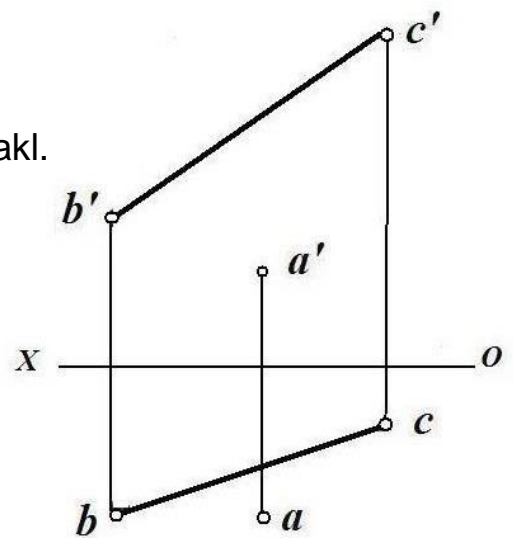
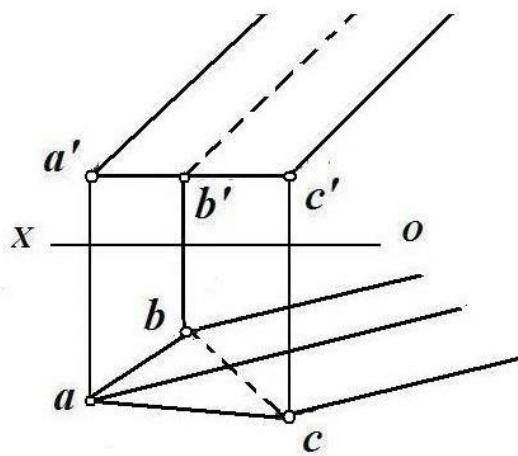


2.24-shakl.

2.25-shakl.



2.26-shakl.



2.27-shakl.

b) A(70,20,20); B(60,30,65); C(45,60,30) va D(5,20,10).

2.28-shakl.

2.40. ABC uchburchak tekisligidan 30 mm masofada bo'lgan va unga parallel tekislik proeksiyalari yasalsin (2.26-shakl).

2.41. ABC og'ma prizma proeksiyalovchi vaziyatga keltirilsin (2.27shakl).

2.42. A nuqta berilgan umumiy vaziyatdagi BC to'g'ri chiziq atrofida 90^0 burchakka aylantirilsin (2.28-shakl). Masala qulay usullardan foydalanib echilsin.

2.43. M nuqtadan AB to'g'ri chiqqagacha bo'lgan eng qisqa masofaning haqiqiy uzunligi topilsin. Masala qulay usullardan foydalanib echilsin.

Berilgan: a) A(60,30,30); B(10,5,20) va M(30,40,50);

b) A(70,0,5); B(40,40,40) va M(10,20,10).

2.1-§ masalalarini yechishga metodik ko'rsatmalar

Ma'lumki, geometrik jism elementlari har doim proyeksiya tekisligiga xususiy (qulay) vaziyatda joylashgan bo'lmaydi. Agar to'g'ri chiziq kesmasi, tekis shakl, burchak hokazolar proyeksiya tekisliklaridan biriga parallel bo'lsa, ularning shu tekislikdagi to'g'ri burchakli proyeksiyalari asliga teng bo'ladi. Masalan, birorta **ABC** uchburchak frontal proyeksiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, uning frontal proyeksiyasi o'ziga teng ($\Delta a'b'c'=\Delta ABC$), gorizontal proyeksiyasi **OX** o'qiga parallel to'g'ri chiziq kesmasi ko'rinishida

bo'ladi. Bunday xususiy vaziyatda berilgan proyeksiyalar qulay vaziyatdagi proyeksiyalar deyiladi. Agar ABC uchburchak proyeksiya tekisligiga og'ma bo'lsa, uning Shu tekislikdagi proyeksiyasi o'zining aslidan kichik bo'ladi. Bunday *proyeksiyalar noqulay* (umumiy vaziyatdagi) *proyeksiyalar* deyiladi. Odatda, geometrik jism chizmada noqulay vaziyatda berilgan bo'lsa, u qulay vaziyatga keltirilib pozitsion va metrik masalalar yechiladi. Geometrik shakllarning o'zaro vaziyatlarini aniqlashga doir masalalar *pozitsion masalalar* deyiladi. Bunga nuqta, to'g'ri chiziq tekislik va shu kabilarning o'zaro vaziyatlarini aniqlashga doir masalalarni misol qilib ko'rsatish mumkin. O'lchash bilan bog'liq bo'lgan masalalar *metrik masalalar* deyiladi. Bunga to'g'ri chiziq kesmasi, tekis shakl, burchaklarning haqiqiy kattaligini aniqlash va shu kabilar masala bo'la oladi.

Masala shartida berilgan murakkab vaziyatda joylashgan geometrik shakllarni qulay vaziyatga keltirib proyeksiyalarini yasashga epyurni qayta tuzish, ya'ni *tasvirni almashtirish* deyiladi.

Metrik va pozitsion masalalar yechishda masalaning murakkablik darajasiga qarab uni bitta tasvirni almashtirish usulidan bir marta foydalanib yoki bir usuldan bir necha marta foydalanib, yo bir necha usullardan ketma-ket foydalaniladi.

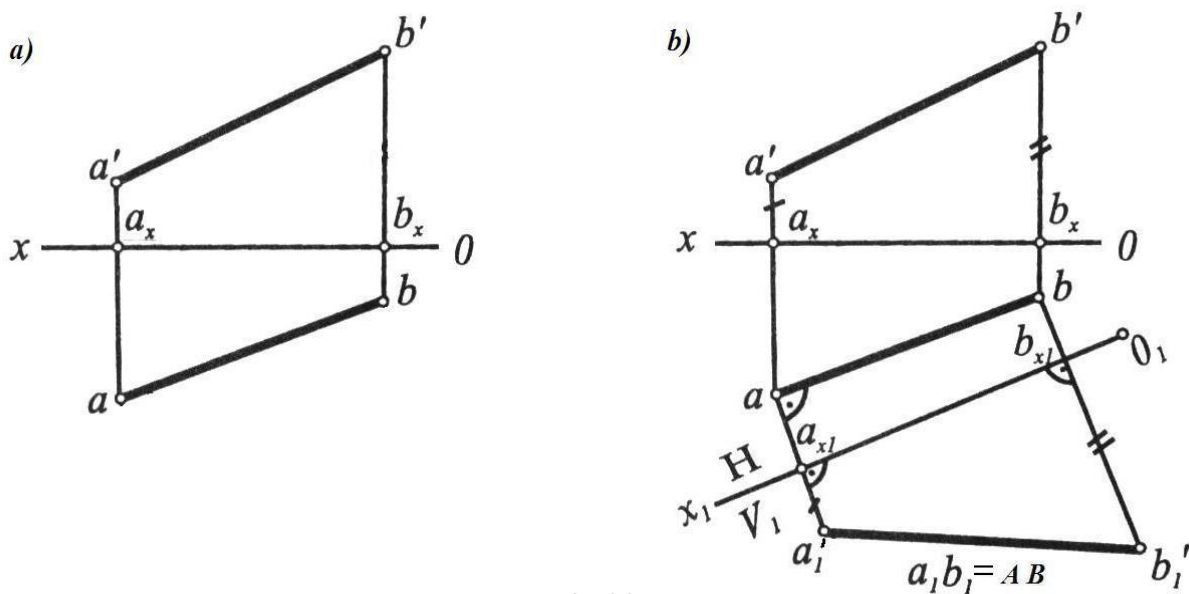
Masalalar yechishda masala shartiga ko'ra tasvirni almashtirishning quyidagi usullaridan foydalanish tavsiya etiladi:

1. Proyeksiya tekisliklarini almashtirish usuli.
2. Proyeksiya tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirish usuli;
3. Proyeksiya tekisligiga parallel o'q atrofida aylantirish usuli;
4. Tekislikni izlaridan biri atrofida aylantirish (jipslashtirish) usuli;
5. Tekis parallel ko'chirish usuli;
6. Yordamchi proyeksiyalash usuli.

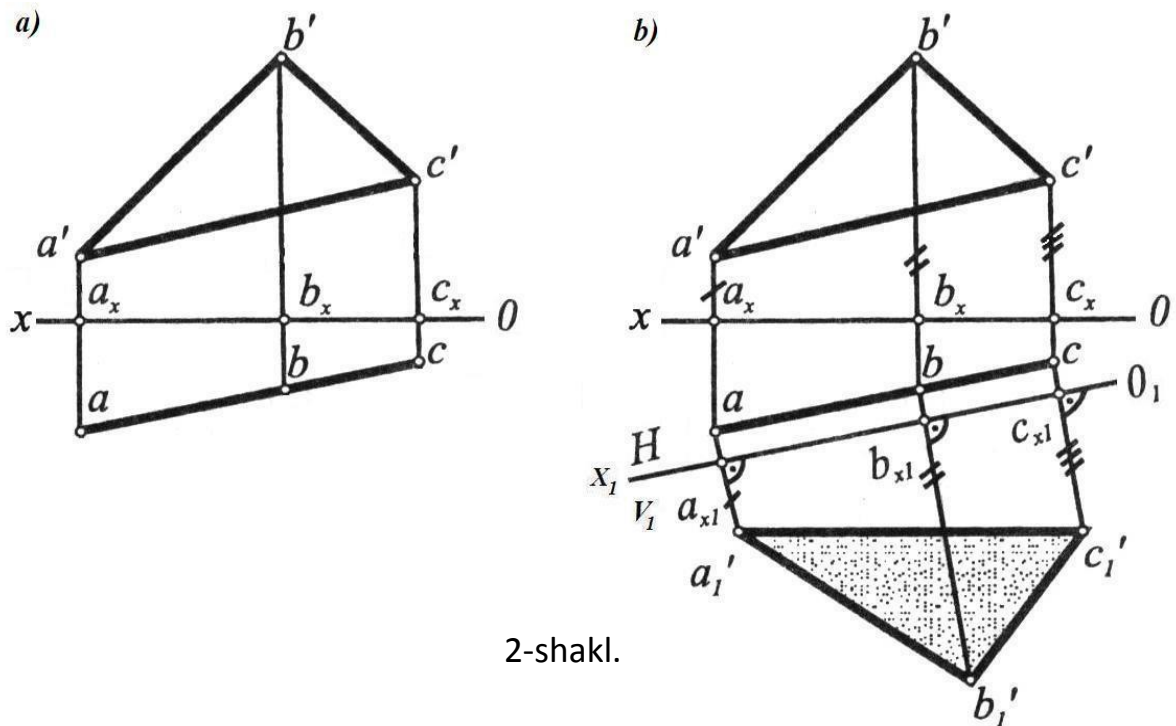
Quyida tasvirni almashtirish usullridan foydalanib masalalar yechishni qaraymiz

1-masala. Berilgan AB (ab , $a'b'$) to'g'ri chiziq kesmasining haqiqiy uzunligini toping (1-shakl, a).

Yechish. To'g'ri chiziq umumiy vaziyatda berilgan. Proyeksiyalar tekisligini almashtirib xususiy vaziyatga keltirilsa, kesmaning haqiqiy uzunligi topiladi. Masalani proyeksiya tekisligi V ni yangi V_1 ga almashtirib echamiz. Buning uchun yangi O_1X_1 o'qini ixtiyoriy joyda ab ga parallel qilib o'tkazamiz; O_1X_1 bilan ab orasidagi masofa ixtiyoriydir (1-shakl, b). AB kesmaning yangi a_1b_1 proyeksiyasini yasash uchun a va b nuqtalardan O_1X_1 ga perpendikulyar



1-shakl.



2-shakl.

o'tkazib, ular bo'yicha $ax a' = ax_1 a_1'$ va $bx b' = bx_1 b_1'$ kesmalarni o'lchab qo'yamiz va V_1 da AB ning yangi frontal proyeksiyasi $a_1' b_1'$ ni xosil qilamiz.

Yangi $V_1 \perp H$ sistemada AB to'g'ri chiziq frontal to'g'ri chiziq bo'ladi ($AB \parallel V_1$). Demak, $AB = a_1' b_1'$.

2-masala. Gorizontaal proyeksiyalovchi ABC uchburchakning haqiqiy kattaligini toping.

Yechish. Bu masalani yechishda $H \perp V$ sistemadan $H \perp V_1$ sistemaga o'tishda yangi V_1 proyeksiya tekisligini ABC uchburchak tekisligiga parallel vaziyatda tanlash qulay ($V_1 \parallel \Delta ABC$, $O_1 X_1 \parallel abc$) (2-shakl, b). Yangi topilgan $a_1' b_1' c_1'$ proyeksiya berilgan uchburchakning haqiqiy kattaligi bo'ladi ($\Delta ABC = \Delta a_1' b_1' c_1'$).

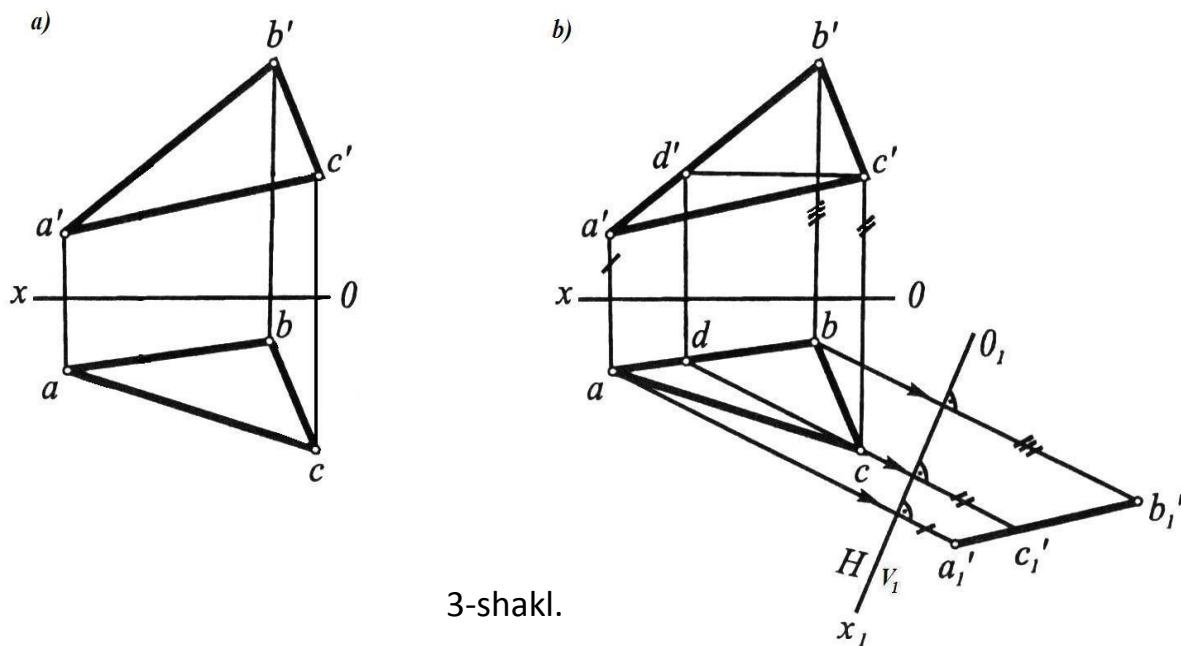
3-masala. Berilgan umumiy vaziyatdagi $\square ABC (\square abc, \square a'b'c')$ uchburchak proeksiyalovchi vaziyatga keltirilsin (3-shakl, a).

Yechish. Uchburchak tekisligini V va H tekisliklardan biriga, masalan, frontal proeksiyalovchi vaziyatga keltirish uchun yangi V_1 tekislikni $\square ABC$ ga perpendikulyar vaziyatda tanlaymiz (3-shakl, b). Buning uchun tekislikning gorizontalinini o'tkazamiz va yangi $O_1 X_1$ o'qni gorizontalinning gorizontaal proeksiyasi cd ga perpendikulyar vaziyatda olamiz ($cd \perp O_1 X_1$).

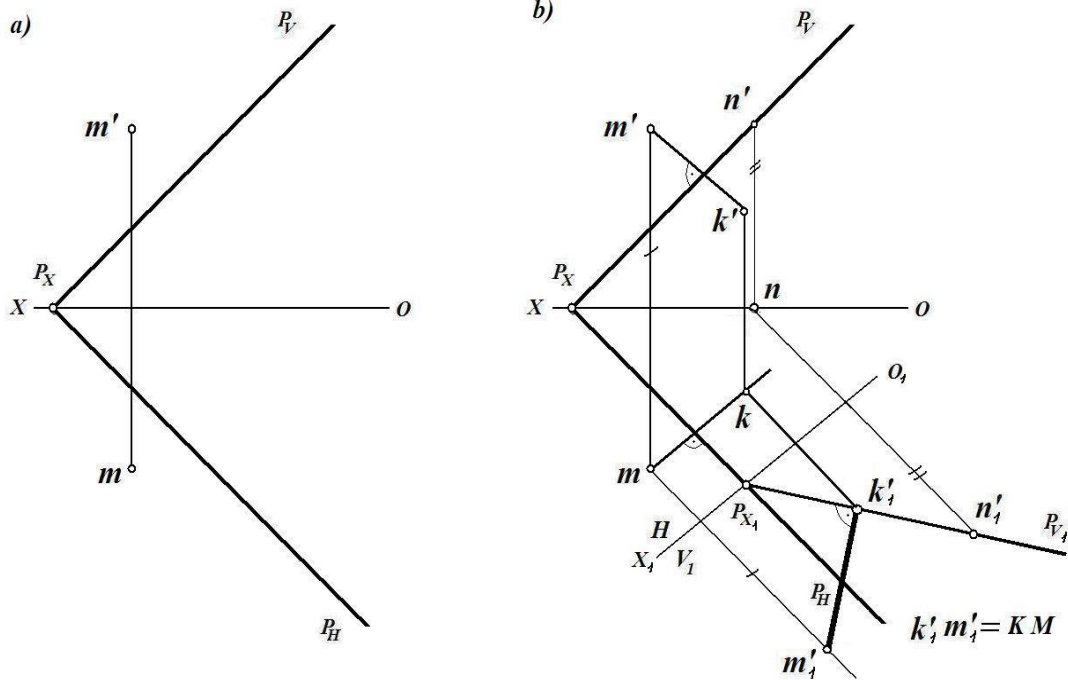
$\triangle ABC$ ning uchlarining yangi frontal a_1' , b_1' , c_1' proeksiyalarini a' , b' , c' lardan OX gacha bo'lgan masofalarni, mos ravishda O_1X_1 o'qdan boshlab bog'lovchi chiziqlar ustida o'lchab qo'yib topamiz. $\triangle ABC$ frontal vaziyatda kelgani uchun uning V_1 dagi proeksiyasi ($\triangle a_1' b_1' c_1'$) to'g'ri chiziq kesmasi shaklida proeksiyalangan.

4-masala. Umumiy vaziyatda joylashgan $P(P_H, P_V)$ tekislik va $M(m, m')$ nuqta berilgan. $M(m, m')$ nuqtadan, $P(P_H, P_V)$ tekislikkacha bo'lgan eng qisqa masofa aniqlansin (4-shakl, a).

Yechish. Nuqtadan tekislikkacha bo'lgan eng qisqa masofa shu nuqtadan tekislikka tushirilgan perpendikulyar bilan o'lchanadi. Perpendikulyarning asosi shu perpendikulyar bilan tekislikning kesishish nuqtasida bo'ladi.



3-shakl.



4-shakl.

$P(P_H, P_V)$ tekislikning gorizonta P_H izining biror joyida P_H izga perpendikulyar qilib yangi proeksiya O_1X_1 o`qi o`tkaziladi. O_1X_1 o`qi bilan P_H izning kesishish nuqtasini P_{X_1} deb belgilanadi (4-shakl, b).

$P(P_H, P_V)$ tekislikning fronta P_V izida birorta $N(n, n')$ nuqtani tanlab olib, shu nuqtaning gorizonta n proeksiyasi orqali O_1X_1 o`qiga perpendikulyar qilib bog`lovchi chiziq o`tkaziladi.

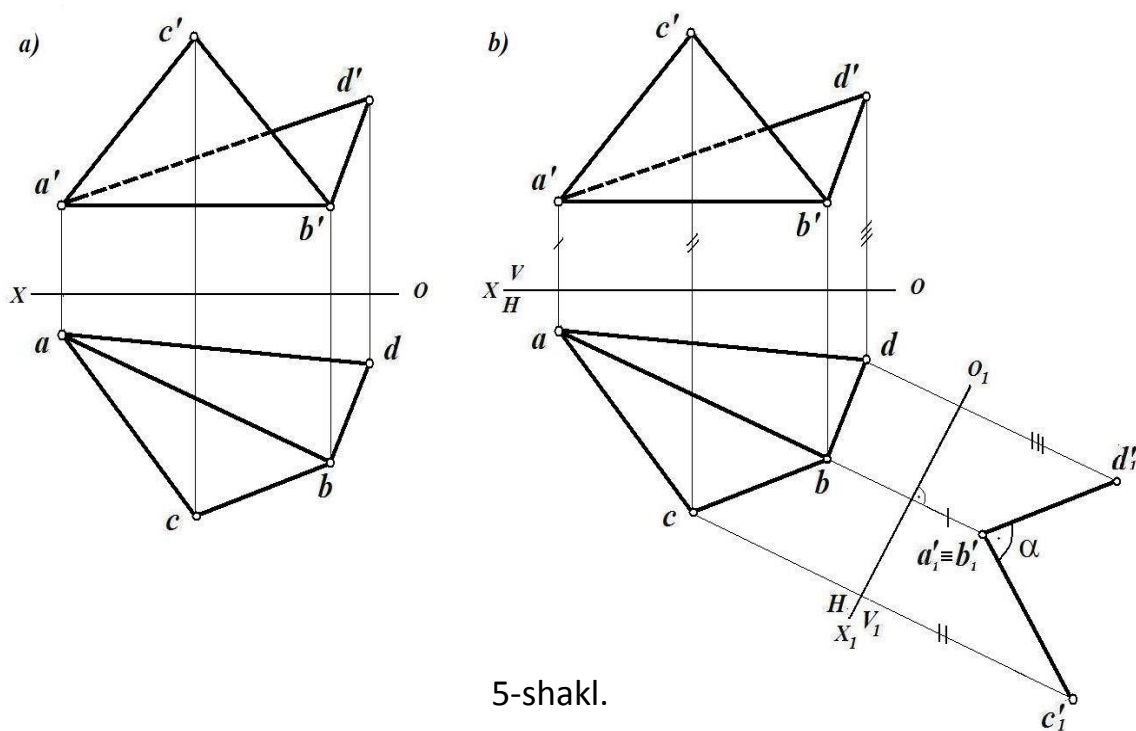
n' nuqtaning OX dan uzoqligini o`lchab, O_1X_1 ga chiqarilgan perpendikulyar bog`lovchi chiziqqa qo`yamiz va uni n'_1 deb belgilaymiz. n'_1 nuqtani P_{X_1} nuqta bilan tutashtirsak, P_{V_1} izini hosil qilamiz. U P_{V_1} tekislikning yangi V_1 tekislikka perpendikulyar joylashgan izidir.

$M(m, m')$ nuqtaning yangi m'_1 proeksiyasi bog`lovchi chiziqlar yordamida topiladi.

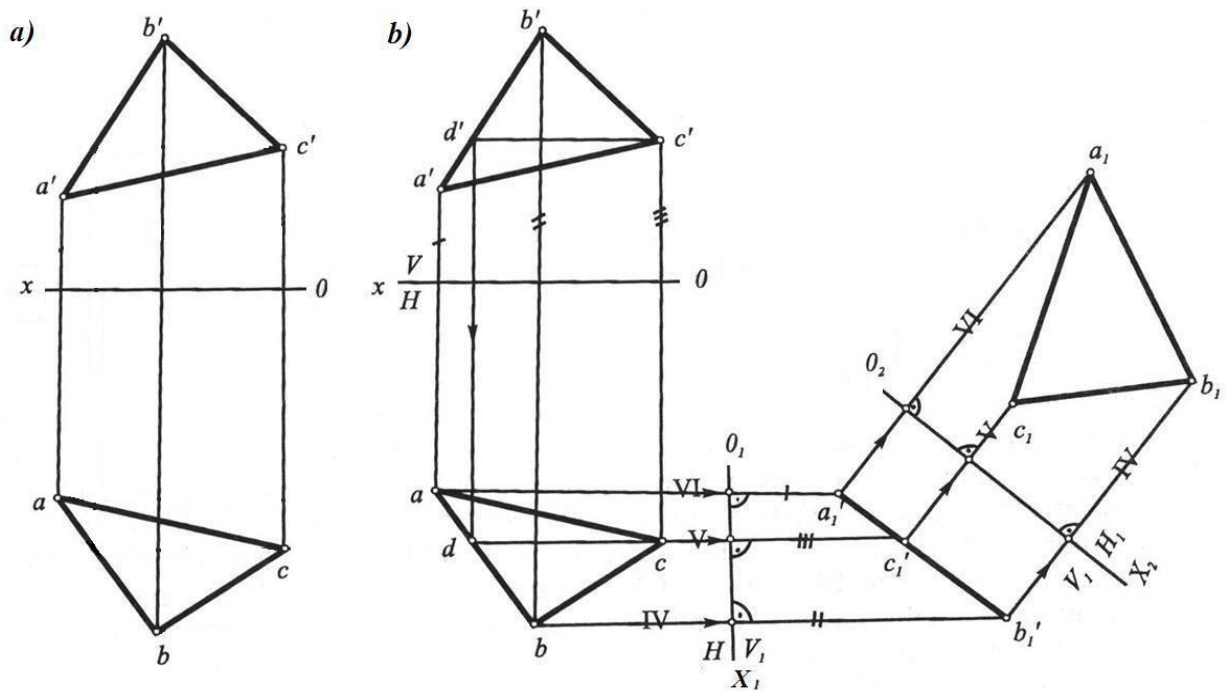
m'_1 nuqtadan tekislikning yangi P_{V_1} iziga perpendikulyar tushiriladi. Shu perpendikulyarning P_{V_1} iz bilan kesishish nuqtasini K'_1 deb belgilaymiz. Bog`lovchi chiziqlar yordamida K va K_1 nuqtalar topiladi. Hosil bo`lgan $MK(mk, m'k')$ to`g`ri chiziq $M(m, m')$ nuqtadan $P(P_H, P_V)$ tekislikkacha bo`lgan masofani ifodalaydi, m'_1 K'_1 chizik esa $M(m, m')$ nuqtada $P(P_H, P_V)$ tekislikkacha bo`lgan eng qisqa masofaning haqiqiy kattaligi bo`ladi.

5-masala. Proeksiyalari bilan berilgan **CABD** ikki yoqli burchaning gʻaqqiy kattaligi topilsin (5-shakl, a).

Yechish. Bu masalani ham proeksiya tekisligini almashtirish usuli bilan echamiz. Berilgan ikki yoqli burchakning **AB** qirrasini gorizont tekislikka parallel joylashgani uchun (**AB=ab**) almashtiriladigan yangi V_1 tekislik **AB** qirraga perpedikulyar qilib oʻtkazilsa, ikki yoqli burchak yangi V_1 tekislikka oʻzining haqiqiy kattaligida proeksiylanadi. Buning uchun O_1X_1 proeksiya oʻqini **ab** ga perpendikulyar qilib, qogʻozning istalgan qulay joyida oʻtkazamiz va ikki yoqli burchakning yangi frontal proeksiyasini topamiz. **AB** qirraning V_1 tekislikdagi proeksiyasi nuqta



5-shakl.



6-shakl. ($a_1' \equiv b_1'$) bo'ladi, hosil bo'lgan $\square c_1'a_1'd_1' = \square$ ikki yoqli burchakning haqiqiy kattaligidir.

6-masala. Berilgan umumiy vaziyatdagi ABC ($abc, a'b'c'$) uchburchakning haqiqiy kattaligi topilsin (6-shakl, a).

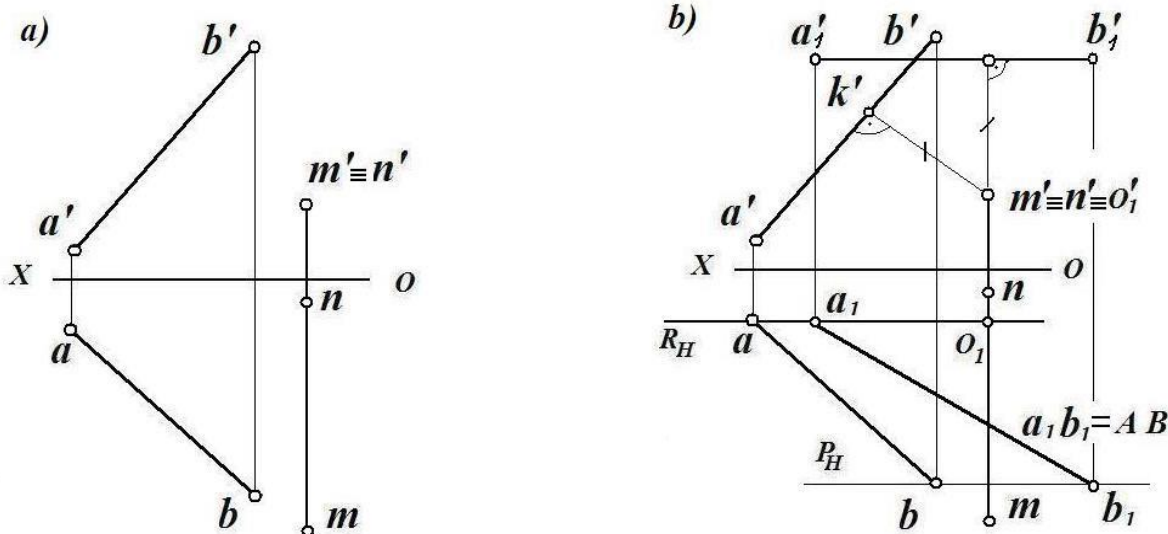
Yechish. Bu masalani yechish uchun proyeksiya tekisliklari ketma-ket ikki marta almashtiriladi. Dastlab, tekislikni ABC uchburchakka perpendikulyar bo'lgan frontal proyeksiyalovchi V_1 tekislikka almashtirib, $V_1 \perp H$ sistemaga o'tamiz (6-shakl, b). Buning uchun berilgan uchburchakda CD gorizontal o'tkazamiz. Shu maqsadda V_1 ni gorizontal izini, ya'ni O_1X_1 o'qini berilgan tekislikning gorizontal chizig'ining gorizontal proyeksiyasiga perpendikulyar qilib olamiz ($O_1X_1 \perp cd$). Uchburchakning yangi frontal proyeksiyasi $a_1'b_1'c_1'$ to'g'ri chiziq kesmasi tarzida bo'ladi. Demak, ABC uchburchak frontal proyeksiyalovchi tekislik bo'ldi.

Endi H tekislikni $a_1'b_1'c_1'$ uchburchakka parallel bo'lgan H_1 tekislikka almashtiramiz. Buning uchun O_2X_2 o'qni uchburchakning yangi frontal proyeksiyasiga parallel qilib o'tkazamiz ($O_2X_2 \parallel a_1'b_1'c_1'$) va uchburchakning yangi gorizontal proyeksiyasini yasaymiz. Natijada, hosil bo'lgan yangi V_1

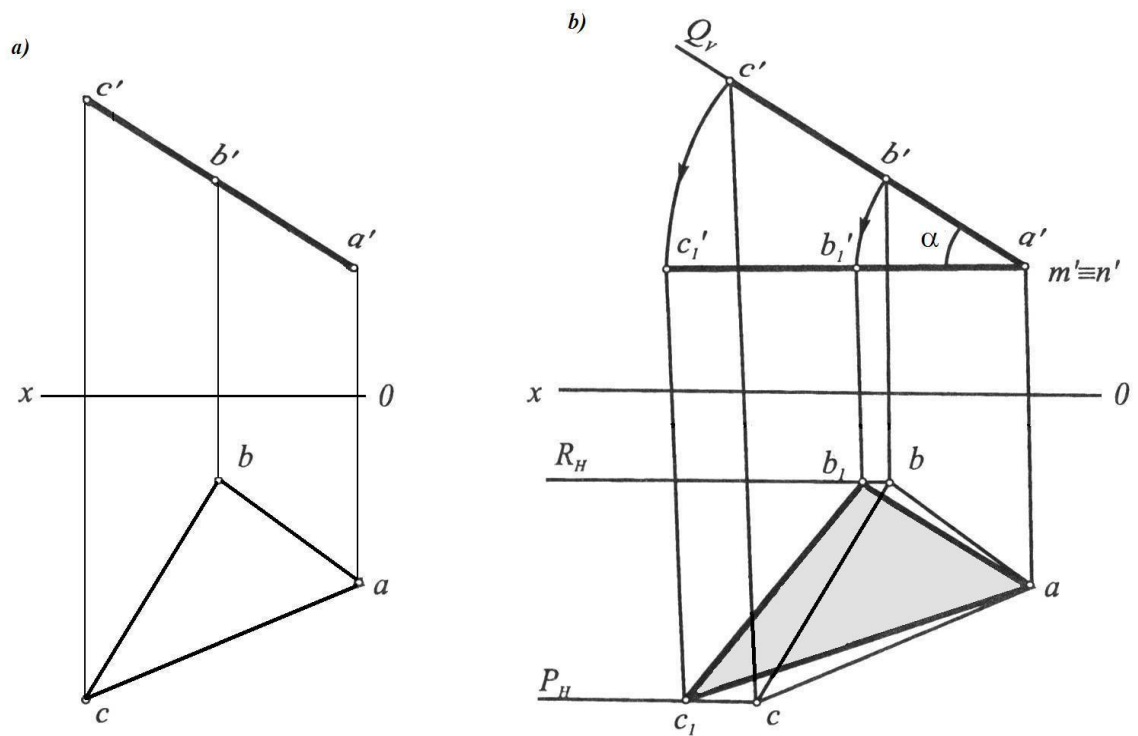
$\square H_1$ sistemada uchburchakning gorizontal proyeksiyasi asliga teng bo'ladi ($\Delta a_1 b_1 c_1 = \Delta ABC$).

7-masala. AB ($ab, a'b'$) to'g'ri chiziq kesmasi berilgan (7-shakl, a). Kesmani V ga perpendikulyar o'q atrofida shunday burchakka buringki, AB kesma H tekislikka parallel vaziyatga kelsin.

Yechish. Dastlab V tekislikka perpendikulyar qilib aylanish o'qi MN ($mn, m'n'$) ya'ni to'g'ri chiziq tanlanadi (7-shakl, b). Aylanish o'qi kesmaning birorta nuqtasi orqali o'tmagani uchun aylanish jarayonida AB kesmaning barcha nuqtalari harakatlanadi. AB ni burish uchun o'qning frontal proyeksiyasi ($m' \equiv n' \equiv O'_1$) dan $a'b'$ ga perpendikulyar tushiramiz va $a'b'$ da k' nuqtani aniqlaymiz. Tushirilgan perpendikulyarni K nuqtaga qattiq mahkamlangan deb qaraladi va AB ni H ga parallel vaziyatga kelguncha MN atrofida buramiz. Burish jarayonida kesmaning A va B uchlari R_H, P_H aylanish tekisligida harakatlanadi. AB ning frontal



7-shakl.



8-shakl. proeksiyasi $a'_1 b'_1 \parallel OX$ vaziyatga kelganda uning gorizontal proeksiyasi $a_1 b_1$ vaziyatni egallaydi ya`ni AB kesma H tekislikka parallel vaziyatga keladi va $a_1 b_1 = AB$ bo`ladi.

8-masala. Frontal proyeksiyalovchi Q tekisliqda yotgan ABC uchburchakning haqiqiy kattaligi topilsin (8-shakl, a).

Yechish. Aylantirish o`qi uchburchakning biror uchi orqali o`tgan va V ga perpendikulyar vaziyatda tanlansa, masalani yechish osonlashadi. Bu yerda $(mn, m'n')$ aylantirish o`qi uchburchakning $A(a, a')$ uchidan o`tgan va V ga perpendikulyar (8-shakl, b). Endi $(mn, m'n')$ o`q atrofida $(abc, a'b'c')$ uchburchakni H tekislikka parallel ($a'b'c'_1 \parallel OX$) holga kelguncha aylantiriladi. Uchburchakning (b, b') uchi R_n frontal tekislikda (c, c') uchi esa P_n da harakatlanadi.

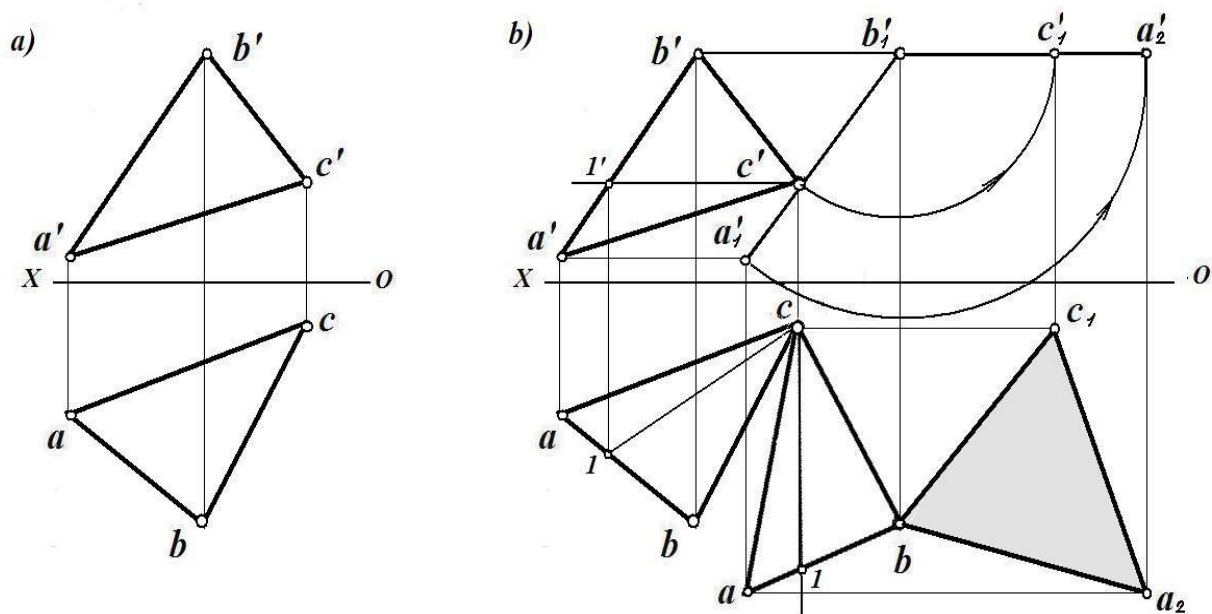
Hosil bo`lgan $\Delta ab_1c_1 = \Delta ABC$ uchburchakning haqiqiy kattaligiga teng. $\square -ABC$ uchburchak tekisligi bilan H orasidagi burchak.

9-masala. $ABC (abc, a'b'c')$ uchburchak tekisligi berilgan. Tekislikni bir marta H tekislikka perpendikulyar, ikkinchi marta V tekislikka

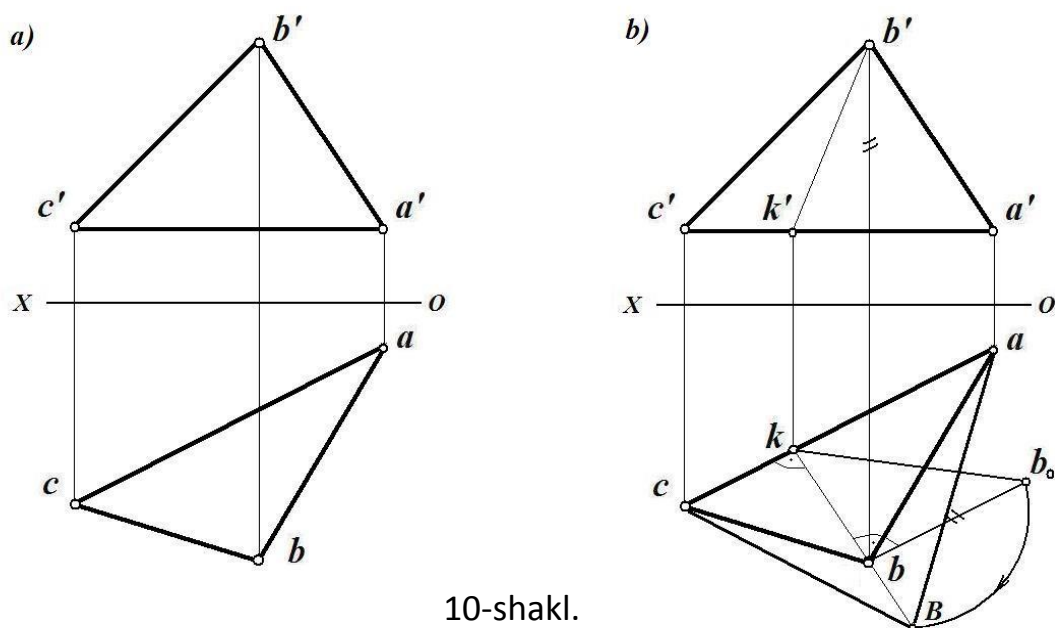
perpendikulyar o`q atrofida aylantirib H ga parallel vaziyatga keltirilsin ya`ni uchburchakning haqiqiy kattaligi topilsin (9-shakl, a).

Yechish. $ABC(abc, a'b'c')$ uchburchakni frontal proeksiyalovchi vaziyatga keltirish uchun uning birorta $C(c, c')$ uchi orqali aylanish o`qi o`tkaziladi (9-shakl, b). Chizmada aylanish o`qi ko`rsatilmagan, faqat faraz qilingan. Keyingi masalalarda ham aylanish o`qi harakat tekisligi aylanish markazi va shunga tanlab olinadigan shartlar faraz qilinadi, xolos. Demak, $C(c, c')$ nuqta orqali tekislikning gorizontaal chizig`i o`tkaziladi va uni $C1(c1, c'1')$ deb belgilanadi.

$C1$ chiziqni OX o`qiga nisbatan perpendikulyar vaziyatga kelgunga qadar aylantiramiz va $c1_1$ chiziqni hosil qilamiz. a_1, b_1 nuqtalarni topish uchun yoylarni kesishtirish usulidan foydalanamiz. $a_1c = ac$, $a_11_1 = a1$ radiuslarni kesishtirib, a_1 nuqta topiladi. Buning uchun c nuqta orqali ac radius bilan yoy chiziladi. 1_1 nuqta orqali $a1$ radius bilan yoy chiziladi. Yoylar o`zaro kesishib, a_1 nuqtani hosil qiladi. b_1 nuqta ham xuddi shu usulda topiladi. Topilgan a_1 va b_1 nuqtalarni o`zaro tutashtirsak,



9-shakl.



10-shakl.

ABC ($abc, a'b'c'$) uchburchakning yangi gorizontali a, b, c proeksiyasi hosil bo`ladi. Bog`lovchi chiziqlar yordamida $a_1b_1c_1$ nuqtalarni hosil qilib ularni o`zaro tutashtirsak, tekislikning to`g`ri chiziq kesmasi ko`rinishidagi frontal proeksiyasi hosil bo`ladi. Bu frontal proeksiyalovchi yangi tekislikdir.

Shu **ABC** ($abc, a'b'c'$) uchburchakning haqiqiy kattaligini topish uchun $B_1(b_1, b'_1)$ nuqta orqali V tekislikka nisbatan perpendikulyar bo`lgan aylantirish o`qi o`tkaziladi. $B(b, b')$ markaz orqali to`g`ri chiziq kesmasini OX o`qiga parallel vaziyatga kelgunga qadar aylantiriladi va $a_2b_2c_2$ chiziq hosil qilinadi. a', b_2, c_2 nuqtalarni o`zaro tutashtirsak, **ABC** ($abc, a'b'c'$) uchburchakning haqiqiy kattaligi hosil bo`ladi.

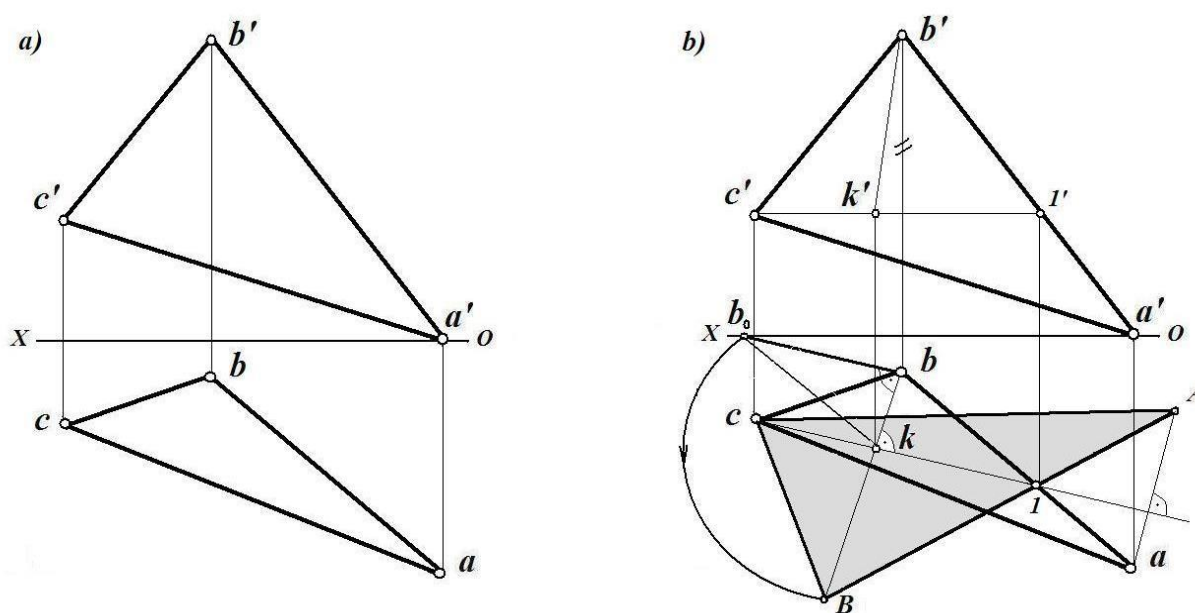
10-11-masala. Proeksiyalari bilan berilgan **ABC** uchburchakning xaqiqiy kattaligini gorizontali yoki frongali atrofida aylantirib topilsin (10-11-shakl, a).

Yechish. **ABC** uchburchakning xaqiqiy kattaligini topish uchun aylantirish o`qini tanlaymiz (10-shakl, b). ΔABC ning **AC** tomoni gorizontali chiziq bo`lgani uchun uni aylantirish o`qi deb qabul qilsak, misolni yechish osonlashadi. Bunday holda uchburchakning **B** uchini aylantirganda **H** bilan parallel bo`ladagan vaziyati ($\Delta ABC \parallel H$) ni aniqlash qoladi xolos. Buning uchun uchburchakning **B** uchidan **AC** ga perpendikulyar tushirib, aylantirish radiusi (**BK**) ning proeksiyalari ($bk, b'k'$) ni yasaymiz. So`ngra **BK** ning

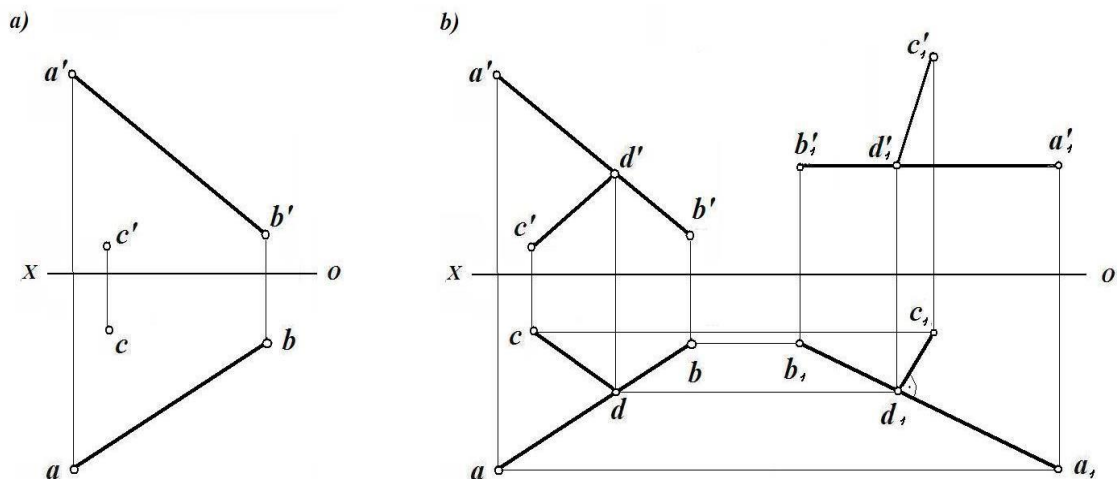
haqiqiy uzunligi to'g'ri burchakli uchburchak usuli bilan topiladi va kb ning davomidan o'lchab qo'yiladi ($KB=kb$). Bu B nuqtaning biz izlayotgan vaziyati bo'lada. Topilgan B nuqta va a, c o'zaro to'g'ri chiziqlar bilan tutashtiriladi. Hosil bo'lgan Bac uchburchak ABC uchburchakning haqiqiy kattaligi bo'lada ($\Delta Bac = \Delta ABC$).

Yechish. 11-shakl, b da berilgan ABC uchburchak proeksiya tekisliklariga nisbatan umumiy vaziyatda joylashgan. Shu sababli bunday holda uchburchakning biror uchidan o'tadagan gorizontali yoki frontali aylanganirish o'qi deb qabul qilinadi. Bu misolda C orqali o'tgan $C1(c1, c'1')$ gorizontali aylantirish o'qi deb qabul qilindi. Uchburchakning $C(c, c')$ uchi va $1(1, 1')$ nuqta aylantirish o'qida yotganidan qo'zg'almasdir.

Endi uchburchakning A va B uchini aylangirganda H tekiclik bilan parallel bo'ladigan vaziyati ($\Delta ABC \parallel H$) ni aniqlaymiz. Buning uchun



11-shakl.



12-shakl. uchburchakning **B** uchidan **C1** ga perpendikulyar tushirib, aylantirish radiusi (**BK**) ning proeksiyalari (**bk**, **b'k'**) ni yasaymiz. So`ngra **BK** ning haqiqiy uzunligi to`g`ri burchakli uchburchak usuli bilan topiladi va **bk** davomidan o`lchab qo`yiladi (**kb₀=kB**). Bu **B** nuqtaning biz izlayotgan vaziyatidir. Xuddi shu yo`l bilan **A** nuqtaning vaziyatini ham topish mumkin. Lekin **B** nuqta **B₁** ning davomida bo`lganidan foydalanib, uni boshqacha yo`l bilan topish oson bo`ladi, ya`ni **a** dan **c₁** o`qqa tushiriladigan perpendikulyar bilan **B₁** ning kesishadigan nuqtasi **A** bo`ladi. Hosil bo`lgan **cBA** uchburchak **ABC** uchburchakning haqiqiy kattaligi bo`ladi (**ΔcBA=ΔABC**).

12-masala. Umumiy vaziyatda joylashgan **AB(ab,a'b')** to`g`ri chiziq kesmasi va **C(c,c')** nuqta berilgan. **C(c,c')** nuqtadan **AB(ab,a'b')** to`g`ri chiziqqa perpendikulyar tushirilsin (12-shakl, a)

Yechish: epyurda **C(c,c')** nuqtadan **AB(ab,a'b')** to`g`ri chiziqqa perpendikulyar tushirish uchun shu to`g`ri chiziqni proeksiya tekisliklaridan

birortasiga parallel vaziyatga keltirish kerak. Shu maqsadda: $AB(ab, a'b')$ to'g'ri chiziqning frontal $a'b'$ proeksiyasini OX o'qiga nisbatan parallel vaziyatga kelguncha aylantirib, istalgan joyga ko'chirib qo'yiladi, U $a'1b'1$ deb belgilanadi.

$C(c, c')$ nuqtani topish uchun $a'1$ ni markaz deb faraz qilib, shu markaz orqali $a'c' = a'1c'1$ radius bilan yoy chiziladi. $b'1$ nuqtadan $b'1c'1 = b'c'$ radius bilan yoy chiziladi. Yoylar o'zaro kesishib $c'1$ nuqtani beradi.

abc nuqtalardan OX o'qiga parallel chiziqlar o'tkazib, $a'1 b'1c'1$ nuqtalardan tushirilgan bog'lovchi chiziqlar bilan kesishtiriladi va $a1, b1, c1$ nuqtalar hosil qilinadi. $a1, b1$ nuqtalarni o'zaro tutashtirsak, to'g'ri chiziqning yangi gorizontal proeksiyasi hosil bo'ladi.

$c1$ nuqtadan $a1b1$ proeksiyaga perpendikulyar tushiriladi va bu perpendikulyar bilan $a1b1$ proeksiyasi $d1$ nuqtada kesishadi. $d1$ nuqta $c1$ nuqtadan $a1 d1$ chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning asosi bo'ladi.

Bog'lovchi chiziqlar yordamida d, d' nuqtalar aniqlanadi. $CD(cd, c'd')$ chiziq $C(c, c')$ nuqtadan $AB(ab, a'b')$ to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarni ifodalaydi.

13-masala. $P(P_H, P_V)$ tekislikda yotgan AB kesmaning haqiqiy uzunligi $A_0 B_0$ berilgan. AB ning gorizontal va frontal proeksiyalari topilsin (13-shakl, a).

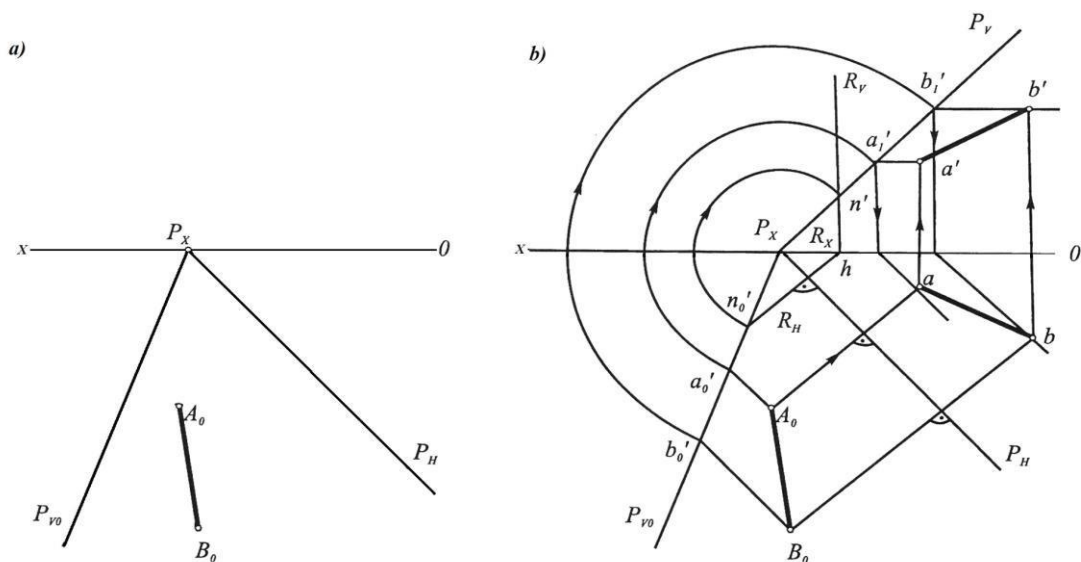
Yechish. Bu masalani tekislikning gorizontallaridan foydalanib echamiz. Buning uchun oldin P_{v0} izning frontal tekislikdagi vaziyatini aniqlaymiz. Bu uchun P_{v0} izning istalgan, masalan, n_0' nuqtasidan aylantirish o'qi P_H ga perpendikulyar $R(R_H, R_V)$ tekislik o'tkazamiz (13shakl, b). Keyin P_x nuqtani markaz qilib $P_x n_0'$ radiusli yoyni R_V iz bilan kesishgan n' nuqtasini topamiz va bu nuqta orqali P tekislikning frontal P_V izi o'tkaziladi. A nuqta P tekislikda yotgani uchun A_0 nuqtadan o'tgan gorizontalning mos proeksiyalarida yotadi.

Shaklda A_0 dan P_H ga perpendikulyar o'tkazib A_0 dan o'tgan gorizontalning gorizontal proeksiyasida a va uning frontal proeksiyasida a' nuqta topilgan. B nuqtaning b va b' proeksiyalari ham shu usulda topiladi.

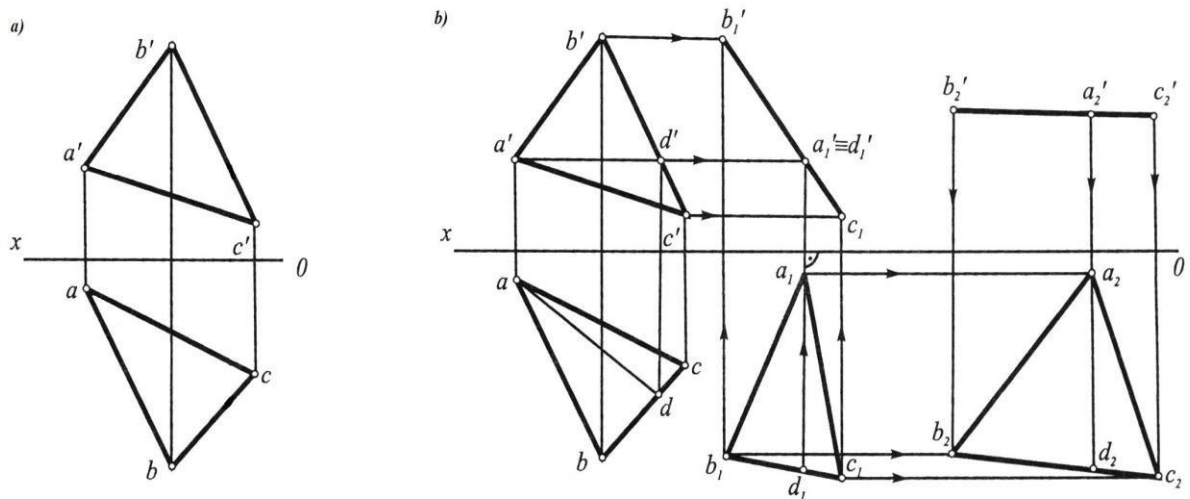
Topilgan ab va $a'b'$ lar AB to'g'ri chiziq kesmasining gorizont va frontal proeksiyalari bo'ladi.

14-masala. Umumiy vaziyatda berilgan ABC (abc , $a'b'c'$) uchburchakning haqiqiy kattaligi topilsin (14-shakl, a).

Yechish. Buning uchun uchburchak ikki marta tekis-parallel ko'chirish natijasida H tekislikka parallel vaziyatga keltirilgan (14-shakl, b). Bu ishni epyurda bajarish uchun, avvalo, uchburchakning AD gorizontali o'tkazilgan va gorizontning gorizont proyeksiyasi OX o'qiga perpendikulyar vaziyatga keltirilib, uchburchakning gorizont proyeksiyasi boshqa joyga ko'chirilib chizilgan ($a_1d_1 \perp OX$ va $\Delta a_1b_1c_1 = \Delta abc$). Natijada uchburchakning yangi vaziyatidagi frontal proyeksiyasi ($a'_1b'_1c'_1$) to'g'ri chiziq kesmasi ko'rinishida bo'ladi. Shundan keyin, uchburchakning frontal proyeksiya ($a'_1b'_1c'_1$)ni chizmaning bo'sh joyiga OX proyeksiya o'qiga parallel ($a'_2b'_2c'_2 \parallel OX$) vaziyatga kelguncha tekis-parallel ko'chirilgan ($a'_1b'_1c'_1 = a'_2b'_2c'_2$). Bu harakat natijasida uchburchak fazoda H tekislikka parallel bo'lib qoladi; Shuning uchun uning yangi gorizont proyeksiyasi $a_2b_2c_2$ asliga teng bo'ladi ($\Delta a_2b_2c_2 = \Delta ABC$).



13-shakl.



14-shakl. 15-misol. Proeksiyalari bilan berilgan **AB** va **CD** ayqash to'g'ri chiziqlar orasidagi eng qisqa masofani topilsin va uning proeksiyalari ko'rsatilsin (15-shakl, a).

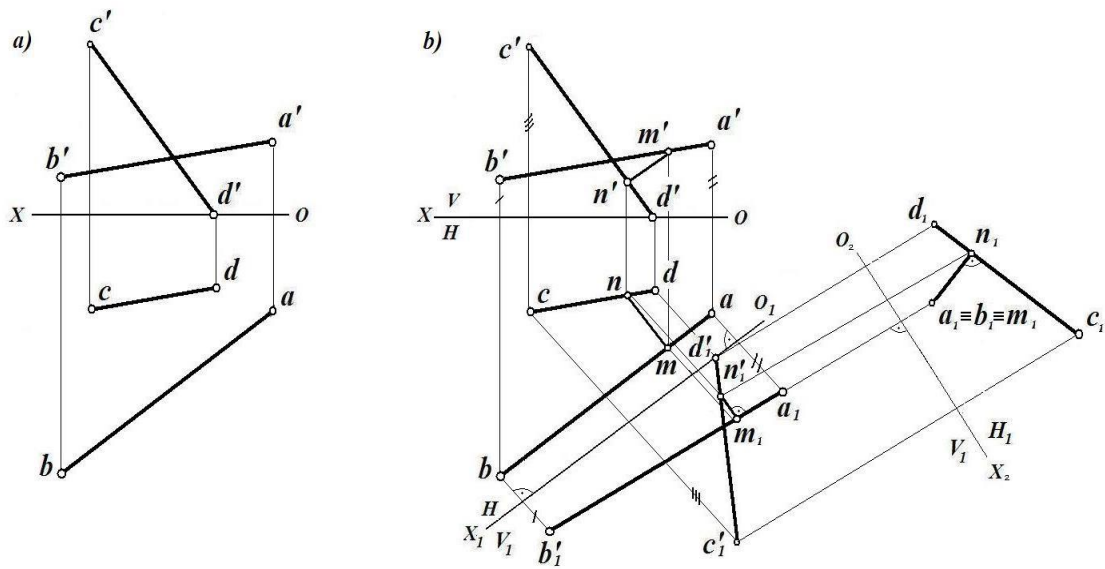
Yechish. Ayqash ikki to'g'ri chiziq orasidagi masofa ular uchun umumiy bo'lgan perpendikulyarning uzunligi bilan o'lchanadi. Bu masalani yechishda proeksiyalar tekisligini almashtirish usulidan foydalanamiz. eng qisqa masofani aniqlash uchun berilgan to'g'ri chiziqlarning birortasiga, masalan **AB** ga parallel qilib yangi V_1 proeksiya tekisligi o'tkazamiz ($V_1 \perp H$; $ab \parallel O_1X_1$). Berilgan to'g'ri chiziqlarni V_1 tekislikka proeksiyalaymiz, hosil bo'lgan $a'_1b'_1$ va $c'_1d'_1$ kesmalar **AB** va **CD** ning yangi frontal proeksiyasidir. $a'_1b'_1$ proeksiya **AB** ning haqiqiy uzunligiga teng bo'ladi (chunki $ab \parallel V_1$).

Endi H tekislikni V_1 va **AB** ga perpendikulyar bo'lgan yangi H_1 tekislikka almashtiramiz. Buning uchun yangi O_2X_2 o'qni $a'_1b'_1$ ga perpendikulyar qilib chizmaning istalgan qulay joyidan o'tkazamiz va ayqash chiziqlarning yangi gorizonttal proeksiyalari (a_1b_1, c_1d_1) ni topamiz. **AB** to'g'ri chiziq H_1 ga perpendikulyar bo'lgani uchun uning bu tekislikdagi proeksiya nuqta ($a_1 \equiv b_1$) bo'ladi. Ana shu nuqtadan c_1d_1 ga perpendikulyar tushirib m_1n_1 kesmani hosil qilamiz, bu kesma izlanayotgan eng qisqa masofa bo'ladi. Bu masofaning gorizonttal va frontal proeksiyalarini topish uchun m_1, n_1 nuqtalarni $a'_1b'_1, c'_1d'_1$ chiziqlarga proeksiyalab m'_1, n'_1 nuqtalarni topamiz.

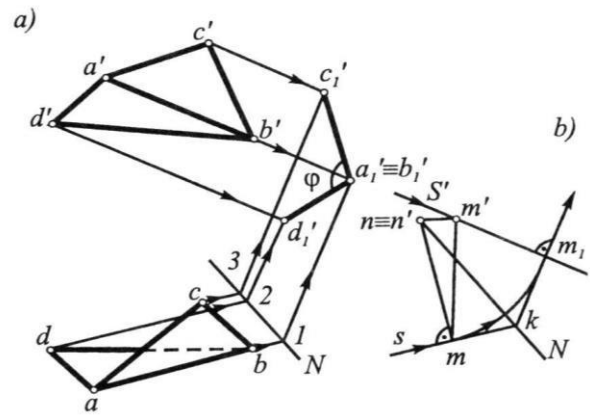
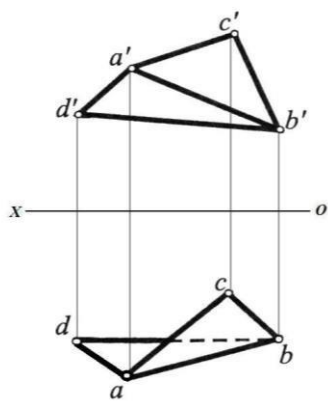
So`ngra m' va n' ni ab va cd chiziqlarga proeksiyalab m va n ni, undan keyin m va n orqali vertikal bog`lovchi chiziqlar o`tkazib $a'b'$ va $c'd'$ da m',n' nuqtalarni topamiz. Bu nuqtalarning bir xil nomli proeksiyalarini tutashtirsak, eng qisqa masofaning gorizontaal (mn) va frontal ($m'n'$) proeksiyalari hosil bo`ladi.

16-masala. Berilgan $ABC(abc, a'b'c')$ va $ABD(abd, a'b'd')$ uchburchak tekisliklari orasidagi ikkiyoqli burchakning haqiqiy kattaligi topilsin (16shakl, a).

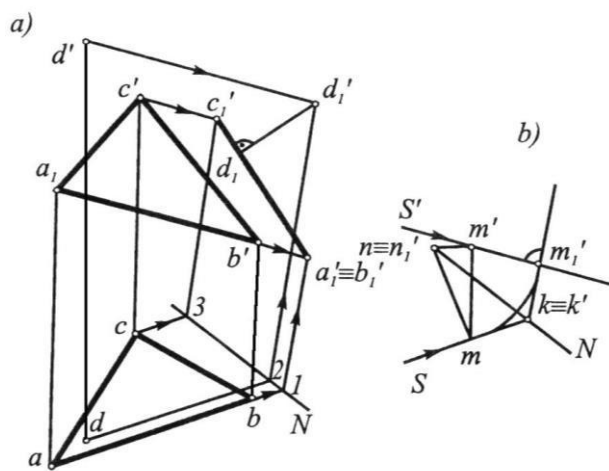
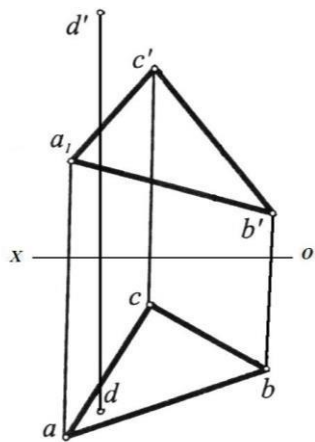
Yechish. Bu masalani yechish uchun yordamchi proeksiyalash usulidan foydalanamiz. Buning uchun yordamchi proyeksiyalash yo`nalishi deb ikki yoqlining AB qirrasini tanlaymiz. Shunday qilganda AB qirraning proyeksiyasi nuqta ko`rinishida va uchburchaklarning proyeksiyalari



15-shakl.



16-shakl.



17-shakl.

o`zaro kesishuvchi ikki kesma ko`rinishida proyeksiyalanadi va ular orasidagi burchak ikkiyoqli burchakning chiziqli burchagi bo`ladi.

Endi asosiy chizmadan o`ng tomondagi bo`sh joyda diagramma yasaymiz (16-shakl, b). So`ngra moslik o`qi N ni asosiy chizmaga yaqin joyga parallel ko`chiramiz. Gorizontal proyeksiyada uchburchaklarning uchlaridan proyeksiya yo`nalishi ab ga parallel bog`lovchi chiziqlar o`tkazib moslik o`qi N da $1, 2, 3$ nuqtalarni belgilaymiz. Frontal proyeksiyada ham uchburchaklarning uchlaridan proyeksiya yo`nalishi $a'b'$ ga parallel bog`lovchi chiziqlar o`tkazamiz. Bu o`tkazilgan bog`lovchi chiziqlar bilan $1, 2, 3$ nuqtalardan tashuvchi chiziqqa parallel o`tkazilgan chiziqlar o`zaro, mos ravishda kesishib chiziqli burchakni hosil qiladi. Hosil bo`lgan φ burchak $AB(ab, a'b')$ qirradagi ikkiyoqli burchakning haqiqiy kattaligi bo`ladi.

17-masala. Proyeksiyalari bilan $ABC(abc, a'b'c')$ uchburchak va $D(d, d')$ nuqta berilgan. D nuqtadan ABC uchburchakka bo`lgan eng qisqa masofa topilsin (17-shakl, a).

Yechish. Bu masalani ham yordamchi proeksiyalash usulidan foydalanib yechishda berilgan uchburchakni unga perpendikulyar bo`lgan tekislikka proyeksiyalab to`g`ri chiziq kesmasi ko`rinishiga keltiramiz. So`ngra hosil bo`lgan yangi proyeksiyada d_1' nuqtadan $a_1'b_1'c_1'$ ga tushirilgan perpendikulyar izlangan masofa, ya`ni $d_1' d_1$ kesma hosil bo`ladi.

Adabiyot

1. R. Xorunov. Chizma geometriya kursi. "O`qituvchi", Toshkent, 1997.
2. J. Yodgorov. Chizma geometriya . "Turon-Iqbol", Toshkent, 2007.
3. J. Yodgorov. Chizma geometriya, «Buxoro», Buxoro, 2000.
4. J. Yodgorov va b. Chizma geometriya. "O`qituvchi", Toshkent, 1989.
5. R. Xorunov, A. Akbarov. Chizma geometriyadan masalalar va ularni yechish metodikasi. "O`qituvchi", Toshkent, 1987.
6. K. Jo`raboyev, Z. Mamajonova. Chizma geometriyadan masalalar yechishga doir metodik ko`rsatmalar. "O`qituvchi", Toshkent, 1987.

7. Y.Qirg'zboyev. Chizma geometriyadan masalalar to'plami. "O'qituvchi", Toshkent,1976.

Buxoro Davlat Universiteti "Ziyo-Rizograf"
Ishlab chiqarish korxonasida chop etildi. Buyurtma №203
Adadi 100 nusxa. Buxoro shahri M.Iqbol ko'chasi, 11-uy

Mundarija

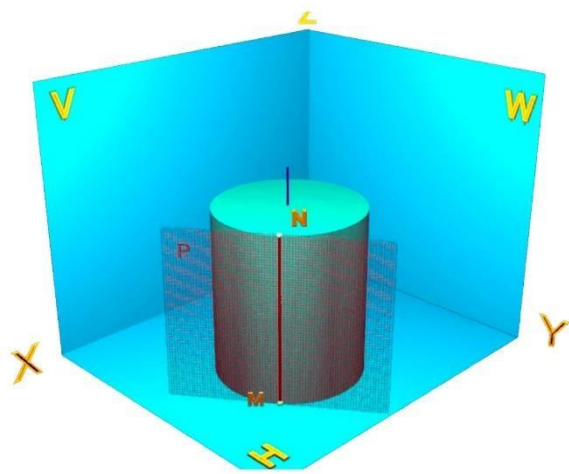
I bob. NUQTA, TO`G`RI CHIZIQ VA TEKISLIK

1.1-§. Nuqta va to`g`ri chiziqqa oid masalalar.....	3
1.1-§ masalalarini yechishga metodik ko`rsatmalar.....	11
1.2-§. Tekislik bilan nuqta va to`g`ri chiziq hamda tekislikning o`zaro vaziyatiga oid masalalar.....	19
1.2-§ masalalarini yechishga metodik ko`rsatmalar.....	40

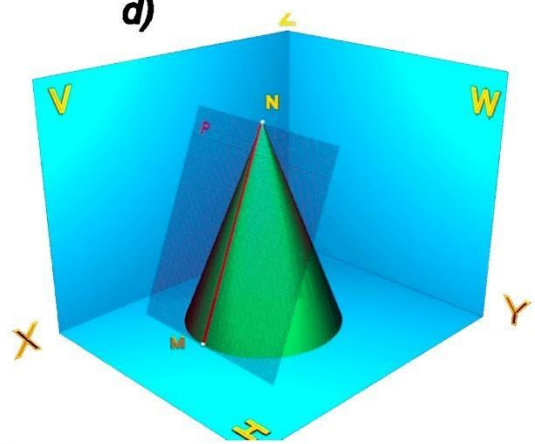
II bob. TASVIRNI ALMASHTIRISH USULLARI

2.1-§. Tasvirni almashtirish usuli bilan echiladigan masalalar.....	57
2.1-§ masalalarini yechishga metodik ko`rsatmalar.....	69
Adabiyot.....	89

b)



d)



f)

