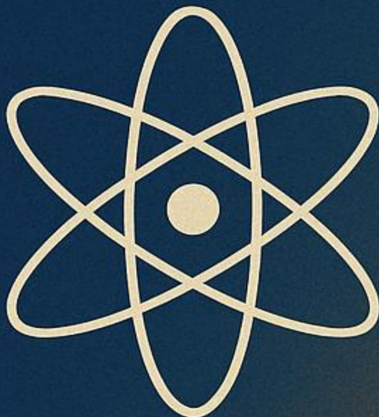
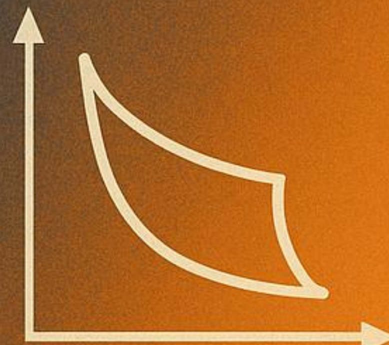
С.О. САИДОВ

ПРАКТИКУМ ПО ТЕРМОДИНАМИКЕ И СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ

Учебное пособие





$$S = k \ln \Omega$$

ISBN 978-991076369-4

С.О. Саидов

ПРАКТИКУМ ПО ТЕРМОДИНАМИКЕ И СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ

(Учебное пособие для студентов и преподавателей профильных вузов)

Издательство «КАМОЛОТ»
Бухара-2025

УДК: 536(075.8)
ББК: 22.317
С14

С.О. Саидов. Практикум по термодинамике и статистической физике [текст]: Учебное пособие / С.О. Саидов - БУХАРА:. ООО “БУХОРО ДЕТЕРМИНАНТИ” издательство КАМОЛОТ, 2025 г. 120 ст

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

А.Х. Рамазонов - к.ф.-м.н., доцент кафедры «Фотоника» Физического факультета Национального университета Узбекистана имени Мирзо Улугбека

К.С. Саидов - к.ф. -м.н., доцент кафедры Физики Бухарского государственного университета

ISBN: 978-9910-763-69-4

Данное учебное пособие разрешено к публикации в соответствии с приказом Министерства высшего образования, науки и инноваций от 9 июля 2025 года № 258.

© Издательство «КАМОЛОТ»
© С.О. Саидов

Аннотация

Термодинамика и статистическая физика являются основополагающими дисциплинами в области физики, которые помогают понять поведение макроскопических систем и их микроскопическую природу. В нашем пособии мы стремились охватить 18 тем, соответствующие рабочей программе курса, что позволит вам получить целостное представление о предмете и его приложениях.

Учебное пособие включает в себя разнообразные элементы, такие как вопросы для самопроверки, тестовые задания, некоторые задачи с подробными решениями и задачи для самостоятельного решения. Это разнообразие форматов позволит вам не только закрепить теоретические знания, но и развить навыки практического применения полученных знаний. Мы уверены, что работа с данным пособием поможет вам лучше подготовиться к экзаменам и углубить понимание термодинамических процессов и статистических методов.

Практикум (учебное пособие) предназначен для студентов, обучающихся по направлениям подготовки бакалавров 60530900 - «Физика» и магистрантов, 70530901-«Физика», а также преподавателей профильных вузов.

Annotatsiya

Termodinamika va statistik fizika fizika sohasidagi asosiy fanlardan boʻlib, ular makroskopik tizimlarning hatti-harakatlarini va ularning mikroskopik tabiatini tushunishga yordam beradi. Bizning qoʻllanmamizda biz kursning ishchi dasturiga mos keladigan 18 ta mavzuni qamrab olishga harakat qildik, bu sizga mavzu va uning ilovalari haqida yaxlit tasavvurga ega boʻlishga imkon beradi.

Oʻquv qoʻllanma oʻz-oʻzini tekshirish savollari, test topshiriqlari, ayrim namunaviy masalalarning batafsil echimlari va mustaqil yechish uchun masalalar kabi turli xil elementlarni oʻz ichiga oladi. Ushbu turli xil formatlar nafaqat nazariy bilimlarni mustahkamlashga, balki olingan nazariy bilimlarni amaliy qoʻllash koʻnikmalarini rivojlantirishga imkon beradi. Ishonchimiz komilki, ushbu qoʻllanma bilan ishlash imtihonlar (nazoratlar)ga yaxshiroq tayyorgarlik koʻrishga va termodinamik jarayonlar va statistik usullarni tushunishni chuqurlashtirishga yordam beradi. professor-oʻqituvchilari uchun moʻljallangan.

Annotation

Thermodynamics and statistical physics are fundamental branches of physics that provide insight into the behavior of macroscopic systems and their microscopic foundations. This manual covers 18 keys topics aligned with the course curriculum, offering a comprehensive understanding of the subject and its applications.

The tutorial includes a variety of learning materials, such as self-test questions, test assignments, detailed problem solutions, and self-study exercises. This diverse format not only reinforces theoretical knowledge but also helps develop practical problem-solving skills. We are confident that working with this manual will enhance your exam preparation and deepen your understanding of thermodynamic processes and statistical methods.

This practicum (textbook) is designed for undergraduate students in the 60530900 - "Physics" program, graduate students in the 70530901 - "Physics" program, as well as instructors at specialized universities.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Дорогие студенты и преподаватели!

С радостью представляем вашему вниманию учебное пособие-практикум по курсу "Термодинамика и статистическая физика", разработанное специально для студентов специальности "Физика" университетов Республики Узбекистан. Этот практикум создан с целью углубленного изучения ключевых концепций термодинамики и статистической физики, а также для подготовки к текущим, промежуточным и итоговым контролям знаний.

Термодинамика и статистическая физика являются основополагающими дисциплинами в области физики, которые помогают понять поведение макроскопических систем и их микроскопическую природу. В нашем пособии мы стремились охватить 18 тем, соответствующие рабочей программе курса, что позволит вам получить целостное представление о предмете и его приложениях.

Учебное пособие включает в себя разнообразные элементы, такие как вопросы для самопроверки, тестовые задания, задачи с подробными решениями и задачи для самостоятельного решения. Это разнообразие форматов позволит вам не только закрепить теоретические знания, но и развить навыки практического применения полученных знаний. Мы уверены, что работа с данным пособием поможет вам лучше подготовиться к экзаменам и углубить понимание термодинамических процессов и статистических методов.

Мы надеемся, что это учебное пособие станет для вас надежным помощником в изучении термодинамики и статистической физики, а также вдохновит вас на дальнейшие исследования в этой увлекательной области науки.

Автор с благодарностью принимает все замечания и предложения по улучшению содержания данного учебного пособия. Ваши отзывы помогут сделать материал более полезным и актуальным для читателей.

Желаем вам успехов в учебе и научных изысканиях!

С уважением, автор учебного пособия.

ТЕМА № 1. ТЕОРЕМА ЛИУВИЛЛЯ. ЧИСЛО КВАНТОВЫХ СОСТОЯНИЙ И ОБЪЕМ ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА.

Вопросы:

1. Как следует интерпретировать обратимость уравнения Лиувилля? Какие парадоксальные аспекты скрываются за концепцией обратимости в этом контексте?
2. Какие системы называют эргодическими и какие характеристики этого класса систем определяют их поведение?
3. Каким образом можно наглядно и качественно представить процесс эволюции фазовой капли, имеющей изначально форму окружности, в контексте одномерного свободного движения материальной частицы?
4. Как выглядит энергетический спектр системы, включающей пять невзаимодействующих спинов с квантовым числом S=1/2? Какие выводы можно сделать относительно спектра трёх гармонических осцилляторов с одинаковой частотой ω?
5. Что означает статистический вес для макроскопического состояния физической системы и как он определяется?
6. Какие примеры могут быть приведены для иллюстрации случаев неполного термодинамического равновесия в различных физических системах?
7. Что представляют собой μ-пространство и Г-пространство? В чем заключаются основные различия между этими фазовыми пространствами?
8. Возможно ли диагонализовать матрицу плотности для системы, находящейся вне равновесия? При каких условиях это осуществимо?
9. Может ли фазовая траектория в консервативной механической системе пересекать саму себя? Как подобное поведение сказывается на динамике системы?
10. Определите фазовую траекторию в следующих ситуациях:
a) для свободной материальной частицы;
b) для частицы, падающей с заданной высоты hhh.

Как изменится траектория в случае (a), если учитывать сопротивление среды? И каким образом изменится поведение траектории в случае (b) при наличии неупругого удара о поверхность Земли?

11. Что такое фазовая ячейка, фазовое пространство и фазовый объем? Какова их взаимосвязь?

12. Каково физическое содержание понятия фазового пространства как пространства координат и импульсов (или скоростей)?

13. В чем заключается эргодическая гипотеза в статистической физике? Как она используется для обоснования статистических методов?

14. Как можно записать условие стационарности функции распределения в терминах физической системы?

15. Какие основные отличия существуют между статистическим и термодинамическим методами описания систем, содержащих большое количество частиц?

16. Какие параметры системы принято относить к макроскопическим или термодинамическим?

17. Как определить фазовое пространство системы, а также функцию статистического распределения в этом контексте?

18. В чем состоит сущность динамического метода описания систем, состоящих из множества частиц?

19. Какое определение дается равновесному состоянию системы в термодинамике?

20. Каковы основные характеристики статистического веса макроскопического состояния?

21. Сформулируйте нулевой закон термодинамики, уточнив его роль в построении термодинамических теорий.

22. Какие типы термодинамических контактов существуют, и чем они характеризуются?

Тестовые задания:

1) Докажите, что траектории, описывающие эволюцию систем в фазовом пространстве, не пересекаются.

Ответ: Пересечение траекторий в фазовом пространстве в какой-либо момент времени $t = t_o$ в точке $\{q_{io}; p_{io}\}$, где $i = 1;2;3;...N$, означало бы, что система гамильтоновых уравнений

$$\dot{q}_i(t) = \frac{\partial H(q_j, p_j)}{\partial p_i}; \quad \dot{p}_i(t) = -\frac{\partial H(q_j, p_j)}{\partial q_i}$$

для $t > t_o$ имеет многозначные решения $q_i = q_i(t)$ и $p_i = p_i(t)$.

2) Запишите определение классических скобок Пуассона.

Ответ: Пусть $F = F(q_i, p_i, t)$ и $G = G(q_i, p_i, t)$-функции, заданные на точках фазового пространства. Классическими скобками Пуассона называется величина

$$\{F, G\}_{кл.} = \sum_{i=1}^{i=N} \left(\frac{\partial F}{\partial q_i}\frac{\partial G}{\partial p_i} - \frac{\partial F}{\partial p_i}\frac{\partial G}{\partial q_i}\right).$$

3) Пусть $F=F(q_i,p_i,t)$-функция, заданная на точках фазового пространства, $H=H(q_i,p_i)$-гамильтониан системы. Запишите для этой функции уравнение движения в форме скобок Пуассона.

Ответ:

$$\frac{dF}{dt}=\frac{\partial F}{\partial t}+\{F,H\}_{кл.}.$$

4) Докажите теорему. Пусть $F=F(q_i,p_i)$-функция, заданная на точках фазового пространства и $H=H(q_i,p_i)$- гамильтониан системы. Покажите, что если $\{F,H\}_{кл.}=0$, то $F=F(q_i,p_i)$-интеграл движения, то есть $\frac{d}{dt}F=0$.

Ответ: По условию теоремы $\{F,H\}_{кл.}=0$ и $\frac{\partial F}{\partial t}=0$, тогда из утверждения

$$\frac{dF}{dt}=\frac{\partial F}{\partial t}+\{F,H\}_{кл.}$$

следует $\frac{d}{dt}F=0$.

5) Если функция $F=F(q_i,p_i)$, заданная на точках фазового пространства, зависит только от интегралов движения C_j ($F=F(C_j)$), то чему равна классическая скобка Пуассона $\{F,H\}_{кл.}$?

Ответ: В этом случае $\frac{dF}{dt}=0$, $\frac{\partial F}{\partial t}=0$, и из $\frac{dF}{dt}=\frac{\partial F}{\partial t}+\{F,H\}_{кл.}$ следует, что $\{F,H\}_{кл.}=0$.

6) Дайте определение ансамбля механических систем.

Ответ: Совокупность идентичных механических систем, характеризующихся одинаковым гамильтонианом и одинаковым числом степеней свободы, называется **ансамблем**, при условии, что их начальные состояния различаются.

7) Дайте определение **фазовой плотности точек** для ансамбля механических систем, распределённых в фазовом пространстве. Как данная характеристика описывает распределение состояний в ансамбле?

Ответ: Плотностью точек $\rho(q_i,p_i,t)$ называется величина $\rho(q_i,p_i,t)=\frac{dN'}{d\Gamma}$, где dN'-число элементов ансамбля, находящихся в элементе объёма фазового пространства $d\Gamma=dq_1dq_2...dq_Ndp_1dp_2...dp_N$.

8) Запишите для плотности точек $\rho = \rho(q_i, p_i, t)$ уравнение движения в форме скобок Пуассона.

Ответ:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \{\rho, H\}_{кл.}.$$

9) Сформулируйте теорему Лиувилля.

Ответ: Скорость изменения плотности точек ансамбля в фазовом пространстве в окрестности одной из точек, соответствующей какому-либо элементу ансамбля равна нулю.

$$\frac{d\rho}{dt} = 0,$$

или

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \{\rho, H\}_{кл.} = 0.$$

Задачи с подробными решениями:

1. Необходимо проверить выполнение **теоремы Лиувилля** для материальной точки, совершающей инерциальное движение, а также построить её фазовую траекторию.

Решение: Поскольку на частицу не действуют внешние силы, её импульс остаётся постоянным. Таким образом, в фазовом пространстве (q,p) её траектория представляет собой прямую линию, параллельную оси координаты qqq. Это означает, что плотность точек в фазовом пространстве сохраняется вдоль этой траектории, что соответствует утверждению теоремы Лиувилля.

2. Проверить справедливость **теоремы Лиувилля** для системы, состоящей из трёх материальных частиц массой mmm, движущихся под действием силы тяжести. Начальные координаты каждой из частиц в фазовом пространстве заданы: A_1 (p_0 , z_0) , A_2 ($p_0 + b$, z_0) , $A3$ (p_0 , $z_0 + a$) .

Решение: За время t вершины $\Delta A_1 A_2 A_3$ переместятся в точки фазового пространства $A_1'(p_1, z_1)$, $A_2'(p_2, z_2)$, $A_3'(p_3, z_3)$, где $p_1 = p_0 - mgt,\ z_1 = z_0 + \frac{p_0 t}{m} - \frac{gt^2}{2},\ p_2 = p_1,\ z_2 = z_1 + a,\ p_3 = p_1 + b, z_3 = z_1 + bt/m.$

3. Из того, что площади треугольников, построенных в фазовом пространстве по начальным и конечным положениям трёх частиц, равны:

Δ(A1,A2,A3)=Δ(A1′,A2′,A3′), следует, что объем фазового пространства сохраняется, что подтверждает выполнение **теоремы Лиувилля** для данной системы.

4. Проверим теорему Лиувилля в случае абсолютно неупругого столкновения двух шаров.

Решение: После удара тела начинают двигаться совместно, образуя единую систему. В результате этого наблюдается уменьшение размерности фазового пространства, так как число независимых степеней свободы сокращается. Якобиан перехода к новому состоянию оказывается равным нулю, поскольку строки становятся линейно зависимыми. Это означает, что теорема Лиувилля в стандартном виде не выполняется — происходит "сжатие" фазового объема.

5. Определить фазовую траекторию для частицы, движущейся с постоянной скоростью внутри прямоугольного ящика с идеально отражающими стенками. Длина ящика вдоль направления движения — lll. Построить фазовую траекторию в координатах (p,q). **Решение:** Частица движется с неизменной по модулю скоростью, то есть импульс сохраняется между столкновениями: p0=const. При контакте со стенкой координата q достигает значений ±l, а импульс меняет знак. Это отражение можно смоделировать как действие упругой силы со стороны стенки вида F=−kq, при этом кинетическая энергия (p^2 /2m) преобразуется в потенциальную ($kq^2/2$). Таким образом, фазовая траектория будет представлять собой дугообразные участки эллипса.

6. Найти уравнение фазовой траектории частицы с массой m и зарядом e, движущейся в поле кулоновского притяжения к неподвижному заряду e_1. Начальное расстояние между частицами — r_0, начальная скорость — $v_0 = 0$.

Решение: Из закона сохранения энергии $\int_{r_0}^{r}\left(\frac{ee_1}{r^2}\right)dr = (p_0^2 - p^2)/2m$ и $p_0 = mv_0 = 0$ следует $p = \sqrt{2mee_1\left[{}^1/_r - 1/r_0\right]}$.

Задачи для самостоятельного решения:

1. Определить форму фазовой траектории для частицы с массой m, движущейся вдоль оси x равномерно, с постоянной скоростью υ_0.

2. Задана частица массы m, движущаяся по оси x с начальной скоростью υ_0при наличии силы сопротивления, линейно зависящей от скорости. Требуется определить её фазовую траекторию.

3. Изобразить графически в фазовом пространстве траектории материальных точек массой m, двигающихся вдоль оси z с ускорением g и проиллюстрировать справедливость теоремы Лиувилля.

4. Точка массой m движется на отрезке $0 \le x \le l$ и абсолютно упруго отражается от стенок при $x=0$ и $x=l$. Требуется: а) изобразить фазовую траекторию; б) определить объем фазовою пространства; в) найти число квантовых состояний с энергиями меньшими или равными E.

5. Для одномерного гармонического осциллятора изобразить фазовую траекторию, отвечающую энергии ε.

6. Система может находиться в любом из N различных состояний. Вероятность каждого состояния равна W_i, причем $\sum_{i=1}^{N} W_i = 1$.

Используя понятие энтропия, метод неопределенных множителей Лагранжа, показать, что максимуму энтропии соответствует равновероятное распределение $W_1 = W_2 = \cdots = W_N = \frac{1}{N}$, при котором $S = lnN$.

7. Определить вид фазовой траектории для одномерного гармонического осциллятора с учетом слабого линейного трения.

8. Проверить выполнение теоремы Лиувилля для системы материальных точек, движущихся по инерции вдоль выбранного направления.

9. Координаты трех одномерных гармонических осцилляторов зависят от времени по заданному закону:

$$x_1 = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m\omega^2}} sin\omega t, \quad x_2 = \sqrt{\frac{2(\varepsilon + \Delta\varepsilon)}{m\omega^2}} sin\omega t, \quad x_3 = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m\omega^2}} \sin(\omega t + \delta).$$

Убедиться в справедливости теоремы Лиувилля.

10. Используя результаты задачи 4 убедиться в том, что величина фазового объема при заданной энергии не меняется при медленном движении стенки $x = l(t)$, (адиабатическая инвариантность).

11. Система характеризуется переменной $x_i \ge 0$, которая может принимать только дискретные значения. Определить вероятность W_i, если известно, что $\overline{x_i} = \sum x_i W_i = x_0$, а энтропия максимальна.

12. Найти фазовую траекторию частицы с массой m и зарядом -e, движущейся под воздействием кулоновского взаимодействия с неподвижным зарядом +e. Начальное расстояние между частицами составляет r_0, а начальная скорость равна нулю.

13. Подтвердить выполнение теоремы Лиувилля для абсолютно неупругого столкновения двух частиц.

14. Проверить выполнение теоремы Лиувилля для упругого центрального столкновения двух частиц с различными массами.

15. Определить и начертить фазовую траекторию для физического маятника массой m, момент инерции которого равен *I*, а приведенная длина *L*. Рассмотреть случаи:

1) $\varepsilon_0 > 2mgl$; 2) $\varepsilon_0 = 2mgl$; 3) $\varepsilon_0 < 2mgl$, где ε_0 - начальная энергия маятника.

16. Найти площадь, заключенную внутри фазовой траектории осциллятора, отвечающую энергиям меньшим или равным ε. Определить число квантовых состояний Γ(ε).

17. Найти число состояний $\Omega(E)$ частиц газа, энергия которых связана с импульсом соотношением $\varepsilon = pc$, где c − константа.

Ответы:

1. Движение частицы вдоль оси *x* - движение одномерное, для которого соответствующее фазовое пространство является двухмерным (в нем есть оси *x* и p_x). Так как движение вдоль оси *x* происходит с постоянной скоростью v_0, импульс частицы так же постоянен и равен $p_x = mv_0$. Фазовой траекторией оказывается прямая, параллельная оси *x* (рис. 1).

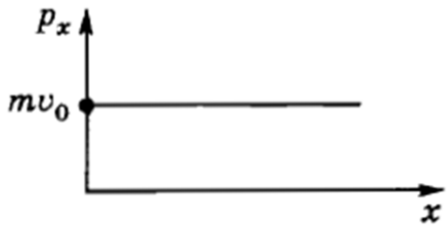


Рисунок 1

2. В рассматриваемой задаче движение происходит вдоль оси *x* — движение является одномерным, и следовательно, соответствующее фазовое пространство является двухмерным. Для изображения в этом фазовом пространстве фазовой траектории частицы, двигающейся с трением, найдем сначала импульс и координату частицы как функцию времени. Для этого запишем уравнение движения $m\frac{dv_x}{dt} = -\gamma v_x$, где γ — коэффициент трения.

Интегрирование уравнения движения приводит к $v_x(t) = v_0 e^{-\frac{\gamma}{m}t}$, где v_0 - начальная скорость. Импульс частицы при этом равен $p_x(t) = mv_0 e^{-\frac{\gamma}{m}t}$. Интегрируя далее по времени выражение $u_x(t)$, получим $x(t) = \frac{mv_0}{\gamma}(1 - e^{-\frac{\gamma}{m}t})$.

Наконец, выражая отсюда экспоненту $e^{-\frac{\gamma}{m}t} = 1 - \frac{\gamma x}{mv_0}$ и подставляя ее в выражение для импульса, будем иметь уравнение фазовой траектории $p_x = mv_0 - \gamma x$. Эта фазовая траектория есть прямая линия с угловым коэффициентом $-\gamma$. Расстояние l определяется условием $p_x = 0$ и равно $l = \frac{mv_0}{\gamma}$ (рис. 2).

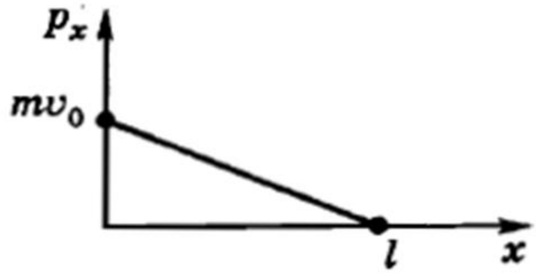


Рисунок 2

3. Рассмотрим сначала одномерное движение одной материальной точки массой m вдоль оси z в поле тяжести с ускорением $g = const$. Соответствующее фазовое пространство является двухмерным. Для изображения фазовой траектории частицы в таком фазовом пространстве найдем сначала зависимость импульса и координаты частицы от времени. Для ггопо запишем уравнение движения частицы (ось z направлена по ускорению g): $\frac{dp_z}{dt} = mg$. Так как $p_z = mv_z$, то из уравнения движения следует $v_z(t) = gt + v_0$, где v_0 — постоянная интегрирования. Временно положим $v_0=0$. Далее, интегрируя по времени выражение $v_z(t)$, получим $z = \frac{gt^2}{2} + z_0$ Полагая временно $z_q = 0$, будем иметь $p_z(t) = mgt$ и $z = \frac{gt^2}{2}$. Выражая t через z, подставляя в p_z, получим окончательно $p_z = \sqrt{2gm^2}\sqrt{z}$. Последнее равенство означает, что фазовой траекторией в рассматриваемом случае является парабола с вершиной на оси z.

Теперь проиллюстрируем справедливость теоремы Лиувилля, используя полученный выше результат. Теорема Лиувилля гласит: для механической системы, подчиняющейся уравнению Гамильтона, фазовый объем остается постоянным при движении системы.

Чтобы выполнить поставленную задачу, рассмотрим совокупность материальных точек с одинаковыми массами m, но с различными начальными импульсами $p_0=mv_0$ и координатами z_0, двигающимися вдоль оси z с ускорением g. Пусть эти различные p_0 и z_0 таковы, что соответствующие фазовые точки в начальный момент времени $t = 0$ плотно заполняют прямоугольник $ABCD$ на фазовой плоскости $p_z z$. Координаты вершин прямоугольника $ABCD$ указаны на рис. 3.

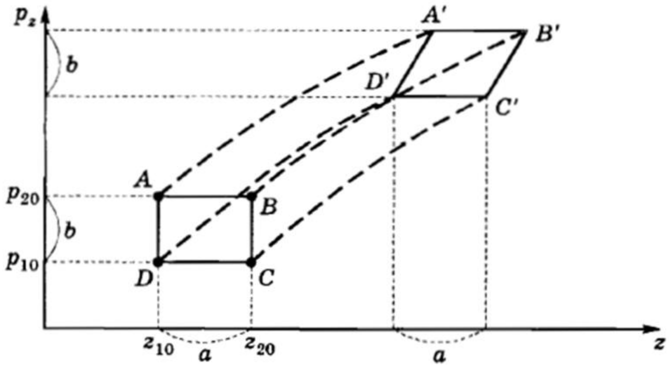


Рисунок 3

За время $t>0$ вершины A, B, C, D сместятся из своего начальною положения и перейдут в положение A', B', C', D', координаты которых имеют вид:

$$z_{A'} = z_A + \frac{p_{20}}{m}t + \frac{gt^2}{2}; \quad p_{A'} = p_{20} + mgt;$$
$$z_{B'} = z_B + \frac{p_{20}}{m}t + \frac{gt^2}{2} ; \quad p_{B'} = p_{20} + mgt;$$
$$z_{C'} = z_C + \frac{p_{10}}{m}t + \frac{gt^2}{2}; \quad p_{C'} = p_{10} + mgt;$$
$$z_{D'} = z_D + \frac{p_{10}}{m}t + \frac{gt^2}{2}; \quad p_{D'} = p_{10} + mgt;$$

Из этих выражений следует, что отрезок $A'B'$ перемещается но фазовой плоскости все время параллельно отрезку AB, а отрезок $D'C'$ - параллельно отрезку DC, причем "скорости" движения $A'B'$ и $D'C'$ вдоль вертикальной оси p_z одинаковы, так что за время $t>0$ эти отрезки проходят одинаковые пути в направлении p_z. В самом деле, $p_{A'} - p_{D'} = p_A + p_D = b$; и $p_{B'} - p_{C'} = p_B + p_C = b$.

Однако "скорости" смещения отрезков $A'B'$ и $D'C'$ вдоль оси z различны. Действительно, если в момент $t=0$; $z_A = z_D$ и $z_B=z_C$, то в момент $t>0$ $z_A>z_D$ и $z_B>z_C$, что следует из явного вида $z_{A'}$, $z_{B'}$, $z_{C'}$, и $z_{D'}$, приведенных выше, поскольку по условию $P_{20}>P_{10}$ При этом выполняются равенства $z_{B'}$-$z_{A'}$= = z_B-z_A=a и $z_{C\prime} - z_{D\prime} = z_A + z_D = a$. Таким образом, при рассматриваемом смещении фазовых точек отрезки $A'B'$ и $D'C'$ смещаются параллельно оси z, но отрезок $A'B'$ смещается быстрее вдоль оси z, чем отрезок $D'C'$. В результате в момент времени $t>0$ на фазовой плоскости имеет место параллелограмм $A'B'C'D'$. И если в начальный момент времени $t=0$ фазовые точки располагались в прямоугольнике $ABCD$, площадь которого есть S ($t > 0$) = ab, то в моменты времени $t>0$ все фазовые точки перейдут в новые положения (каждая фазовая точка по своей параболической фазовой траектории), и займут свои места в параллелограмме $A'B'C'D'$, площадь которого есть $S(t>0)$=ab. Равенство S ($t > 0$) = S (t = 0) и означает справедливость теоремы Лиувилля. В общем случае можно утверждать, что с течением времени фазовый объем механической системы может менять лишь форму при неизменной величине объема.

4. а) Движение точечной массы m на отрезке $0 \le x \le l$ между стенками, от которых она абсолютно упруго отражается, есть одномерное движение. Поэтому соответствующее фазовое пространство будет иметь два измерения. Так как движение между стенками является свободным, кинетическая энергия материальной точки сохраняется и равна $\varepsilon_0 = \frac{p_0^2}{2m}$. При этом движение вдоль оси x происходит с импульсом p_x=p_0, а движение против оси x, после абсолютно упругого удара о стенку в точке x = l, происходит с импульсом p_x=-p_0. Аналогичная ситуация имеет место при соударении со стенкой в точке x = 0. Имея это в виду, изобразим графически фазовую траекторию частицы в рассматриваемой задаче (рис. 4).

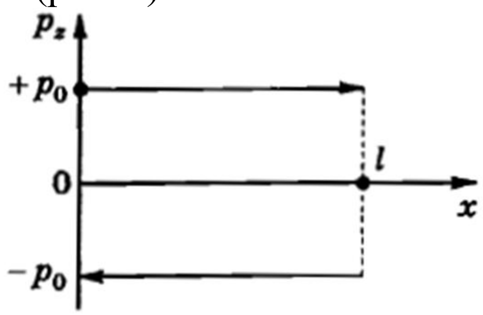


Рисунок 4

б) Элемент объема двухмерного фазового пространства (в данном случае — элемент площади) есть $d\gamma = dp_x dx$. Объем же γ (p_0), отвечающий импульсам p_x частицы в интервале $-p_0 \leq p_x \leq +p_0$ и координате x в интервале $0 \leq x \leq l$ равен $\gamma(p_0) = \int_{-p_0}^{+p_0} \int_0^l dp_x dx = 2p_0 l$.

Величину γ (p_0) можно выразить через кинетическую энергию $\varepsilon_0 = \frac{p_0^2}{2m}$.

В результате будем иметь $\gamma(\varepsilon_0) = 2\sqrt{2m\varepsilon_0}l$. Фазовый объем γ (ε_0) отвечает кинетической энергии частицы ε в интервале $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_0$, и координате x в интервале $0 \leq x \leq l$.

в) Согласно квантовой механике одномерное движение частицы массой m между двумя бесконечно высокими стенками (абсолютно упругий удар), отстоящими друг от друга на расстоянии l, характеризуется энергией $E_n = \frac{\pi^2 h^2 n^2}{2ml^2}$, где n=1,2,3,…. Каждому номеру n отвечает одно состояние (одна волновая функция). Поэтому число состояний, отвечающих энергиям частицы от E_1 до E_n равно n. Обозначая рассматриваемое число состояний буквой Г и выражая это число состояний через E_n, будем иметь $\text{г}(E_n) = n = \sqrt{\frac{2ml^2 E_n}{\pi^2 h^2}}$

Для $n >> 1$ энергия E_n плавно зависит от n, и потому можно число состояний Г записать так:Г(E)= $\sqrt{\frac{2ml^2 E}{\pi^2 h^2}} = \sqrt{\frac{8ml^2 E}{(2\pi h)^2}} = \frac{2\sqrt{2mE}l}{2\pi h} = \frac{\gamma(E)}{2\pi h}$.

Это последнее равенство и устанавливает связь между числом состояний Г(E) частицы, двигающейся между двумя бесконечно высокими стенками (одномерное движение) и соответствующим фазовым объемом γ (E).

5. Поскольку гармонический осциллятор является одномерным, его фазовое пространство двухмерно. Пусть масса колеблющейся частицы есть m, частота колебаний есть ω и колебания происходят вдоль оси x. Тогда зависимость координаты x частицы от времени t может быть записана в виде $x(t)$=a $\sin(\omega t + \alpha)$, где a — амплитуда колебаний, α — постоянная фаза. Скорость колеблющейся частицы есть $\dot{x}(t) = a\,\omega \cos(\omega\, t + \alpha)$, а импульс частицы равен $p(t) = m\,\omega\, a \cos(\omega t + \alpha)$. Имея это в виду, запишем полную энергию осциллятора:

$$\frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \frac{m\omega^2 a^2 \cos^2(\omega t + \alpha)}{2} + \frac{m\omega^2 a^2 \sin^2(\omega t + \alpha)}{2} = \frac{m\omega^2 a^2}{2}$$

Если далее переписать полученное равенство так $\frac{p^2}{(m\omega a)^2}+\frac{x^2}{a^2}=1$, то легко видеть, что это выражение представляет собой уравнение эллипса с полуосями $m\omega a$ и α. Таким образом, фазовая траектория одномерного гармоническою осциллятора представляет собой эллипс.

6. Согласно методу неопределенных множителей Лагранжа, искомое распределение вероятностей отыскивается из требования экстремума комбинации $f=-\sum_{i=1}^{N} W_i ln\, W_i+\alpha\sum_{i=1}^{N} W_i$, где - $\sum_{i=1}^{N} W_i ln\, W_i=S$ – есть энтропия системы, α - неопределенный множитель

Лагранжа. Экстремум величины f означает обращение в нуль производной $\frac{\partial f}{\partial W_j}$ для любого номера j. Таким

образом, $\frac{\partial f}{\partial W_j}=\frac{\partial}{\partial W_j}\{-\sum_{i=1}^{N} W_i ln\, W_i+\alpha\sum_{i=1}^{N} W_i\}=0$.

Выполним процедуру дифференцирования, принимая во внимание, что $\frac{\partial W_i}{\partial W_j}=0$ для $i\neq j$ и что $\frac{\partial W_i}{\partial W_j}=1$ для $i=j$:

$$\frac{\partial}{W_j}\left\{-\sum_{i=1}^{N} W_i ln\, W_i+\alpha\sum_{i=1}^{N} W_i\right\}$$

$$=\sum_{i=1}^{N}\left\{-\frac{\partial W_i}{\partial W_j}lnW_i-W_i\frac{\partial}{\partial W_j}ln+\alpha\frac{\partial W_i}{\partial W_j}\right\}=$$

$=\{-lnW_j-1+\alpha\}=0$, откуда $ln\ Wj=\alpha\text{-}1$. Последнее равенство означает независимость вероятности W_j от номера j, так что $W_l=W_2=...=W_N$. Используя далее условие нормировки $\sum_{i=1}^{N} W_i=1$, найдем, что $W_1=W_2=\cdots=W_N=\frac{1}{N}$. Наконец, $S_{max}=-\sum_{i=1}^{N} W_i ln\, W_i=-\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{N}ln\frac{1}{N}=\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{N}lnN=lnN$, так как в этой сумме по i есть N одинаковых слагаемых. Отметим, наконец, что зная $W_j=\frac{1}{N}$ — легко найти множитель α, который оказывается равным $\alpha=1-lnN$.

7. Фазовая траектория представляет собой эллиптическую спираль, навивающуюся на начало координат. Указание: воспользоваться уравнением движения линейного гармонического осциллятора с учетом малого трения.

8. Указание: см. задачу 3.

11. $W_i=e^{-1+\alpha+\beta x_t}$, где α и β-неопределенные множители

Лагранжа, определяемые из условий $\sum_{i=1}^{N} W_i = 1$ $\sum_{i=1}^{N} x_i W_i = x_0$.

12. $p = -\sqrt{2mee_1(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0})}$

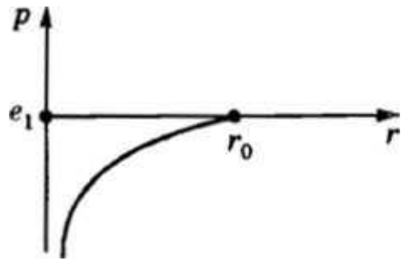


Рисунок 5

13. Фазовый объем не сохраняется.

14. Фазовый объем сохраняется.

16. Площадь, заключенная внутри фазовой траектории, есть площадь эллипса, равная $\gamma(\varepsilon) = \pi m\omega a\alpha = \frac{2\pi}{\omega}\varepsilon(\omega)$, где ε —полная энергия осциллятора. Число состояний осциллятора с энергиями, меньшими или равными ε (для больших ε) равно $\Gamma(\omega) = \frac{\gamma(\varepsilon)}{2\pi h}$.

17. $\Omega(\varepsilon)d\varepsilon = \left(\frac{1}{h^3}\right)\left(\frac{\partial\Gamma}{\partial\varepsilon}\right)d\varepsilon,\ \ \Gamma = \frac{4\pi\varepsilon^3 V}{3c^3},\ \Omega(\varepsilon)d\varepsilon = \left(\frac{4\pi\varepsilon^3 V}{c^3 h^3}\right)d\varepsilon$.

ТЕМА №2. ЭЛЕМЕНТАРНЫЙ ОБЪЕМ

Вопросы:

1. Что представляет собой элементарный объем? Каково определение полного объема системы в термодинамике?
2. Каким образом для неидеального газа получается уравнение состояния, и какие факторы следует учитывать при его выводе?
3. Как определяется квантовый объем? Как он связан с условием классичности для идеального газа?
4. Что понимается под элементарной ячейкой в контексте статистической физики?
5. Что такое статистический вес макроскопического состояния системы, и как он отражает её микроскопическую структуру?
6. Какие примеры можно привести для описания неполного термодинамического равновесия? Как их анализ позволяет улучшить понимание процессов в реальных системах?
7. Каково общее выражение для дифференциального сечения рассеяния частиц? Как это выражение применяется в статистической физике?
8. Что такое спиновые сети и как они связаны с квантовой теорией поля?
9. Как описываются квантовые состояния в статистической физике? Какие основные характеристики их описания?
10. Завершите следующее утверждение: "Статистический вес G идеального газа, содержащего N частиц при фиксированном объеме, имеет вид..."
11. Какова вероятность W нахождения частиц в объеме $\Delta\tau$, если общий объем равен V, при условии их равномерного распределения?
12. Как вычисляется среднее число частиц, находящихся в объеме $\Delta\tau$, если общее число частиц распределено равномерно по объему V?

Тестовые задания:

1. Какие задачи обычно рассматриваются в рамках статистической физики, и какие математические методы при этом используются?

Ответ: Задачи, решаемые в статистической физике, в основном касаются описания явлений, которые зависят от поведения большого числа частиц. Для их анализа применяются методы теории вероятностей и математической статистики, что позволяет учитывать случайные процессы и статистические закономерности.

2. Какая теория является более общей: классическая статистическая механика или квантовая механика?

Ответ: Более общей теорией является **классическая статистическая механика**, поскольку она описывает системы, как с большими, так и с малыми квантовыми числами, в то время как квантовая механика применяется к более специфическим ситуациям, где явления на микроскопическом уровне играют ключевую роль.

3. Какова вероятность W нахождения частиц в объеме Δτ, если общий объем равен V, при условии равномерного распределения частиц?

Ответ: Вероятность W нахождения частицы в объеме Δτ, если частицы равномерно распределены по объему V, вычисляется как отношение объема Δτ к общему объему V.

Ответ: Вычисляется согласно формуле

$W = \Delta\tau / V.$

4. Среднее число частиц в объеме $\Delta\tau$ из их общего числа N, находящихся в объеме V, при равномерном распределении.

Ответ: Находится из соотношения

$\bar{n} = N\Delta\tau / V$

Задачи с подробными решениями:

Пример1.

Задача: Построить траектории на фазовой плоскости (q, v), где v = q — скорость, и определить изменение фазового объема dv dq в следующих случаях:

а) Для свободной частицы, движущейся в среде с сопротивлением, пропорциональным скорости, то есть при силе сопротивления f=–γq˙;

б) Для линейного гармонического осциллятора с малым коэффициентом трения.

Решение: а) Решая уравнение движения $m\ddot{q} = -\gamma\dot{q}$ с начальными условиями $[\dot{q}(t=0) = v_0, \quad q(t=0) = q_0]$,

найдем $q = q_0 + \frac{mv_0}{\gamma} - \frac{mv_0 e^{-\frac{\gamma t}{m}}}{\gamma}$, $v = v_0 e^{-\gamma t/m}$ и фазовую траекторию $q = q_0 + m(v_0 - v)/\gamma$. При движении системы по фазовой траектории из точки (q_0, v_0) в точку (q, v) ее элементарный фазовый объем становится равным $dvdq = |D(v,q)/D(v_0,q_0)|dv_0dq_0 = e^{-\gamma t/m}dv_0dq_0$.

а) Со временем фазовый объём системы экспоненциально уменьшается. Следует отметить, что теорема Лиувилля справедлива лишь в случае отсутствия диссипативных сил, то есть при нулевом коэффициенте трения (γ = 0).

б) Уравнение движения $m\ddot{q} + m\omega_0^2 q = -\gamma\dot{q}$ (см. Пример 2). Решение его с учетом малости $\gamma(4\omega_0^2 m^2 \gg \gamma^2)$ и начальных условий $[v(t=0) = -q_0\omega_0] q = q_0 e^{-\gamma t/m} cos\omega_0 t,\ \dot{q} = v = q_0 e^{-\gamma t/m}\omega_0 sin\omega_0 t$

Изменение фазового объема равно $e^{-\gamma t/m}$.

Пример 2. Найти фазовый объем *Г* частицы массы m , свободно движущейся в объеме *V*.

Решение. Частица имеет три степени свободы, поэтому фазовый объем

$$\Gamma = \int_{\left\{H=\frac{p_x^2+p_y^2+p_z^2}{2m}\le E\right\}} dp_x dp_y dp_z \int_V dxdydz.$$

Интегрируя вначале по координатам, а потом по импульсам, получаем

$$\Gamma = \frac{4\pi V}{3}(2mE)^{3/2}.$$

Пример 3. Найти фазовый объем *Г* и число микросостояний для двухатомной молекулы,

свободно движущейся в объеме *V* с энергией *E*.

Решение. Функция Гамильтона

$H = \frac{p_x^2+p_y^2+p_z^2}{2(m_1+m_2)} + \frac{p_\theta^2}{2I} + \frac{p_\varphi^2}{2Isin^2\theta}$. Здесь $\mu = m_1 m_1/(m_1+m_2)$ – приведенная масса молекулы, p_θ, p_φ –обобщенные импульсы, $I = \mu r^2$ –момент инерции, r – расстояние между атомами в молекуле. Вычисляя фазовый объем

$$\Gamma = \int_{H\le E} dxdydzd\varphi d\theta dp_x dp_y dp_z dp_\varphi dp_\theta$$

делаем замену переменных

$$\frac{p_x^2}{2mE} = P_1^2, \qquad \frac{p_y^2}{2mE} = P_2^2, \qquad \frac{p_z^2}{2mE} = P_3^2,$$
$$\frac{p_\theta^2}{2IE} = P_4^2, \frac{p_\varphi^2}{2Isin^2\theta E} = P_5^2$$

В результате получаем

$$\Gamma = 2\pi V(2mE)^{3/2} 2IE \int_0^\pi sin\theta d\theta \int_{\sum_i P_i^2 \le 1} \prod_{i=1}^{5} dP_i$$

Учитывая, что объем гиперсферы единичного радиуса размерности 5 равен $V_5 = \pi^{\frac{5}{2}}/\gamma(\frac{7}{2})$, окончательно получаем выражения для фазового объема Г и статистического веса $g = \Gamma(2\pi\hbar)^{-S}$ (s – число степеней свободы) $g = \frac{8\pi V(2m)^{\frac{3}{2}} I(\pi E)^{5/2}}{\gamma\left(\frac{7}{2}\right)(2\pi\hbar)^5}$

Здесь *γ(7/2)* – гамма-функция.

Пример 4. Найти фазовый объем *Г* и статистический вес идеального одноатомного газа,
занимающего объем V, если его энергия не превышает *E.*

Решение. Функция Гамильтона

$$H = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^{N} \left(p_{x_i}^2 + p_{y_i}^2 + p_{z_i}^2\right) + \sum_{i=1}^{N} U(x_i, y_i, z_i)$$

где

$$U(x, y) = \begin{cases} 0, если\ (x_i, y_i, z_i) \in V, \\ \infty, если\ (x_i, y_i, z_i) \notin V. \end{cases}$$

Фазовый объем:

$$\Gamma = \int_{\{H(q,p,a) \le E\}} \prod_i^N dx_i dy_i dz_i dp_{x_i} dp_{y_i} dp_{z_i}$$

Интегрирование по координатам всех частиц дает множитель V^N. Объем в пространстве импульсов ограничен поверхностью

$$\frac{1}{2m}\sum_{i=1}^{N}(p_{x_i}^2 + p_{y_i}^2 + p_{z_i}^2) = E$$

Это гиперсфера размерности $3N$ и радиуса $R=(2mE)^{1/2}$, объем которой равен

$$V_{3N} = \frac{(2\pi mE)^{\frac{3N}{2}}}{\gamma(\frac{3N}{2}+1)}V^N$$

Следовательно фазовый объем и статистический вес равны

$$\Gamma = \frac{(2\pi mE)^{\frac{3N}{2}}}{\gamma(\frac{3N}{2}+1)}V^N, \qquad g = \frac{(2\pi mE)^{\frac{3N}{2}}}{\gamma\left(\frac{3N}{2}+1\right)N!\,(2\pi\hbar)^{3N}}V^N$$

Задачи для самостоятельного изучения и решения

1. **Расчет фазового объема, ограниченного траекторией движения тела.**

Определите фазовый объем, заключённый между фазовой траекторией тела массой mm, свободно движущегося в однородном гравитационном поле, и осью импульсов p. Начальные условия: движение начинается из положения $z_0 = 0$ с вертикально направленной вверх скоростью v_0 .

Фазовый объём в случае пространственного ротатора Найдите объем фазового пространства, заключённого внутри гиперповерхности постоянной энергии для пространственного ротатора. Обобщённые координаты — φ и θ, соответствующие им импульсы — pφ и pθ.

Подсказка: гамильтониан ротатора имеет вид: $H = (p_\theta^2 + \frac{\frac{p_\varphi^2}{sin^2\varphi}}{2mr^2})$.

2. **Функция состояний релятивистской частицы** Вычислите статистическую сумму (функцию состояний) частицы при температуре T, если её энергия связана с импульсом релятивистским соотношением ε=pc, то есть частица движется с близкой к световой скоростью c.

3. **Объем фазового пространства с энергией ниже заданного уровня** Запишите выражение для объема области фазового пространства Г, содержащей все возможные состояния микроканонического ансамбля, в которых энергия частиц меньше заданного значения E.

4. **Фазовый объём микроканонического ансамбля** Сформулируйте выражение, описывающее объем фазового пространства, в котором находятся точки, соответствующие допустимым состояниям элементов микроканонического ансамбля с фиксированной энергией.

5. **Объем фазового пространства системы частиц** Для совокупности из N частиц массы m, находящихся в кубе с длиной ребра L, вычислите объем фазового пространства, соответствующий энергиям, не превышающим значение E. Частицы совершают упругие столкновения как со стенками, так и между собой.

6. **Время возврата в рамках теоремы Пуанкаре** Оцените характерное время возврата макроскопической системы к начальному состоянию (цикл Пуанкаре) на примере идеального газа при обычных условиях. Пусть: $(N \approx 10^{19}\,см^{-3}, M_{am} \approx 10^{-22}\,г,\ v \approx 2{,}10^4\,см/сек\ \approx [Mv^2 \sim kT])$ (см. Ландсберг, 1974, задача 27.10, 11).

8. В однородном газе с плотностью n найти вероятность $W(r)$ нахождения ближайшей частицы на расстоянии r от данной точки, средние $<r>$ и $<\Delta r^2>$.

9. Молекулы водорода при нормальных условиях находятся в объеме 1см^3 . Оценить наименьшее расстояние между квантовыми уровнями в этой системе.

Ответы:

1. $\Gamma = \int_{-p_0}^{p_0} zdp = 2p_0^3/3m^2g$

2. Задача сводится к вычислению интеграла

$\Gamma = \int_{(\varphi)}\int_{(\theta)}\int_{(p_\varphi)}\int_{(p_\theta)} d\varphi d\theta dp_\varphi dp_\theta$ по области, ограниченной поверхностью

H = const . Пределы интегрирования

$$\varphi \in [0{,}2\pi],\ \ \theta \in [0,\pi],$$

$$p_\varphi \in \left[-sin\theta\sqrt{2mr^2H - p_0^2};\ sin\theta\sqrt{2mr^2H - p_0^2}\ \right]$$

После замены переменной $p_\theta = sinu\sqrt{2mr^2H}$ имеем $\Gamma = 4\pi mr^2H$.

3. Элемент фазового объема

$$d\Gamma = \frac{4\pi V\varepsilon^2 d\varepsilon}{c^3}, \qquad a\ \ z = 8\pi V(\frac{kT}{hc})^3$$

4. $\Gamma(E,V,N) = \int\limits_{H(q_i,p_i)<E} dq_1dq_2...dq_N dp_1dp_2...dp_N$.

5. $\Delta\Gamma(E,V,N) = \int\limits_{E<H(q_i,p_i)<E+\Delta E} dq_1dq_2...dq_N dp_1dp_2...dp_N$, где $\Delta E << E$.

6. $\Gamma(E) = V^N(2\pi mE)^{\frac{3N}{2}}/\Gamma(\frac{3N}{2}+1)$ коэффициент при V^N представляет собой объем $3N$-мерной сферы радиуса $\sqrt{2mE}$.

7. Размеры ячейки $\delta\Gamma = (\Delta_x \cdot \Delta_p)^{3N}$, время нахождения фазовой точки внутри ячейки $\delta t \approx \frac{\Delta x}{v} = 0.5 \times 10^{-11}$сек. При движении вдоль фазовой траектории $\delta\Gamma$ не меняется,

$\delta\Gamma' = \delta\Gamma$, среднее время пребывания фазовой точки в пределах $\delta\Gamma$' тоже сохраняется, $\delta t' = \delta t$. Полагая, что фазовая траектория достаточно плотно покрывает всю область допустимых состояний (изоэнергетический слой очень малой толщины δE , то есть эта поверхность не расщепляется на несвязанные части, получаем оценку времени возврата:

$T \approx \delta t \cdot \Delta\Gamma(E)/\delta\Gamma$, где $\Gamma(E)$ получено в 6. Для 1 см^3 газа с учетом V = 1, $\Gamma\left(\frac{3N}{2}+1\right) = \left(\frac{3N}{2}\right)!$, получаем $T \sim$ 10 в степени 10^{20}. Величина эта практически не зависит от выбора толщины слоя $\delta\Gamma$, единиц измерения времени, размеров ячейки. Даже с учетом уменьшения объема фазового пространства для системы тождественных частиц (фактор $N!$ в классическом статистическом интеграле) оценка меняется не очень сильно.

8. Вероятность отсутствия частиц в шаре радиуса r (с объемом v) и наличия хотя бы одной частицы в слое $(r,\ r\ +\ dr)$ равна $W(r)dr = N(1-\frac{v}{V})^{N-1}\frac{dv}{V} + O(dv^2)$ где V – объем системы, N – полное число частиц. Учитывая, что $(1-\frac{\alpha}{V})^N \approx e^{-\alpha}$ получаем $W(r) = 4\pi n r^2 \exp\left(-\frac{4}{3}\pi n r^3\right)$; $\langle r\rangle = (\frac{4}{3}\pi n)^{-\frac{1}{3}}\Gamma\left(\frac{4}{3}\right), \langle r^2\rangle = (\frac{4}{3}\pi n)^{-\frac{2}{3}}\Gamma\left(\frac{5}{3}\right)$.

9. $(\Delta E)_{qu} \sim \hbar^2/2ma^2 \sim 10^{-18}$ эВ при $a \sim 1$ см.

ТЕМА №3. БИНОМИАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПУАССОНА.

Вопросы:

1. Каковы основные различия между биномиальным распределением и распределением Пуассона? В каких случаях одно распределение приближается к другому?
2. Что представляет собой биномиальное распределение? Каковы его основные характеристики и принципы?
3. Какие основные свойства характеризуют биномиальное распределение?
4. Приведите примеры реальных ситуаций, в которых может быть использовано биномиальное распределение.
5. Что такое распределение Пуассона? Каковы его особенности и условия применения?
6. Какие ключевые свойства распределения Пуассона отличают его от других статистических распределений?
7. Приведите примеры использования распределения Пуассона в различных областях науки и техники.
8. Какие сходства и различия существуют между биномиальным распределением и распределением Пуассона?
9. Каковы ключевые параметры биномиального распределения, и как они влияют на его форму?
10. Какой параметр является основным в распределении Пуассона, и как он определяет поведение распределения?
11. Можно ли применять распределение Пуассона для описания изменений скоростей частиц? Обоснуйте свой ответ.
12. Примените первое начало термодинамики к различным типам термодинамическихпроцессов: a) изохорическому; b) изобарическому; c) изотермическому; d) адиабатическому процессам. Также изобразите графически эти процессы.
13. От каких факторов зависит значение показателя адиабаты для идеального газа, и как это значение связано с молекулярной природой газа?
14. Перечислите основные положения законов Бойля-Мариотта, Гей-Люссака и Шарля. При каких условиях эти законы действуют? Запишите их математические выражения.
15. Что такое теплоемкость? В чем отличие удельной теплоемкости от молярной теплоемкости? Каковы их взаимосвязи?

16. Выведете уравнение Майера. Какова физическая интерпретация универсальной газовой постоянной?

17. Почему молярная теплоемкость при постоянном давлении больше молярной теплоемкости при постоянном объеме? Объясните это явление с точки зрения термодинамики.

18. Что означает число степеней свободы молекулы? Как изменяется теплоемкость при изменении числа степеней свободы молекул?

19. Каковы основные характеристики биномиального распределения и в каких ситуациях оно используется?

20. Какие два параметра полностью определяют биномиальное распределение?

21. Что представляет собой распределение Пуассона и в каких случаях оно применяется для моделирования событий?

22. В чем состоит сходство и различие между биномиальным распределением и распределением Пуассона?

23. Какие статистические характеристики (математическое ожидание, дисперсия) присущи биномиальному распределению?

24. Чем биномиальное распределение отличается от нормального распределения?

25. Каким образом вычисляется вероятность успеха в контексте биномиального распределения?

26. Каковы формулы для вычисления математического ожидания и дисперсии для распределения Пуассона?

27. Когда можно использовать распределение Пуассона в качестве приближенной модели для биномиального распределения?

28. Как параметры распределения (n и p) влияют на форму и характеристики биномиального распределения?

Тестовые задания:

1. Как называется форма распределения вероятностей для биномиального распределения?

- a) Гауссовое
- b) Биномиальное
- c) Экспоненциальное
- d) Логнормальное

2. Что обозначает параметр nn в биномиальном распределении?

- a) Количество испытаний
- b) Вероятность успеха
- c) Среднее количество событий
- d) Ожидаемое количество ошибок

3. Какое распределение описывает вероятность наступления определённого числа событий за фиксированный промежуток времени или в заданной области пространства?

- a) Биномиальное
- b) Нормальное
- c) Пуассона
- d) Геометрическое

4. В биномиальном распределении с $n=20$ и $p = 0.4$, каково математическое ожидание?

- a) 8
- b) 12
- c) 6
- d) 16

5. Какой параметр характеризует среднее количество событий в распределении Пуассона?

- a) λ (лямбда)
- b) μ (мю)
- c) p
- d) n

6. При каком значении параметра λ распределение Пуассона становится приближением к биномиальному распределению?

- a) При n большом, а p малом
- b) При n малом
- c) Когда p близко к 1
- d) Когда $\lambda=1$

7. Какое из утверждений о распределении Пуассона верно?

- a) Используется для моделирования количества событий, происходящих при очень высокой вероятности
- b) Применяется для редких событий, происходящих в фиксированное время или объём пространства
- c) Оно симметрично
- d) Оно описывает продолжительность событий

8. Какая формула используется для нахождения дисперсии в биномиальном распределении?

- a) np
- b) $np(1-p)$
- c) $p(1-p)$
- d) λ

9. Как меняется форма распределения Пуассона при увеличении значения λ?

- a) Оно становится более симметричным
- b) Оно превращается в биномиальное распределение
- c) Оно становится более крутым
- d) Оно превращается в равномерное

10. Что происходит с биномиальным распределением, если nn становится большим, а pp маленьким?

- a) Оно аппроксимируется нормальным распределением
- b) Оно превращается в распределение Пуассона
- c) Оно аппроксимируется геометрическим распределением
- d) Оно становится равномерным

Задачи:

1. В группе из 50 человек 20% пользуются смартфонами. Определите вероятность того, что ровно 10 человек из группы будут использовать смартфоны.
2. В ресторане за день приходит в среднем 8 посетителей. Найдите вероятность того, что за день придёт ровно 6 посетителей.
3. На складе имеется 100 товаров, из которых 2% дефектных. Какова вероятность того, что из 100 товаров будет найдено ровно 3 дефектных?
4. В исследуемой области в среднем происходит 4 аварии в месяц. Определите вероятность того, что за месяц произойдут не больше 2 аварий.
5. В большой партии товаров из 1000 единиц вероятность того, что товар окажется поврежденным, составляет 0.05. Найдите вероятность того, что в партии будет меньше 10 поврежденных товаров.
6. В магазине ежедневно продается 3 книги. Найдите вероятность того, что за день будет продано не больше 1 книги.
7. В компании работает 50 сотрудников, и 10% из них использует для работы ноутбуки. Какова вероятность того, что из 50 сотрудников, выбранных случайным образом, будут использовать ноутбуки ровно 5 человек?
8. В больнице в среднем поступает 5 пациентов с определенным заболеванием в день. Какова вероятность того, что в день поступит более 7 пациентов?
9. В классе из 30 учеников вероятность того, что ученик сдал экзамен, составляет 0.75. Найдите вероятность того, что ровно 25 учеников сдадут экзамен.
10. На почте ежедневно поступает 10 посылок. Определите вероятность того, что в течение часа поступит не более 3 посылок.

ТЕМА №4, 5. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ГАУССА И МЕТОД ДЕТЕРМИНАНТОВ.

Вопросы:

1. Что представляет собой функциональный определитель и как он используется в математических и физических задачах?
2. Как выглядит общий вид распределения Гаусса и в чем заключается его важность в статистике и теории вероятностей?
3. Что понимается под функцией Гаусса? Как связаны вероятность ошибок и функция Гаусса в контексте статистических распределений?
4. Как вычисляется абсолютное значение якобиана преобразования в некоторой точке? Как это влияет на изменение объема в пространстве координат?
5. Какие основные свойства якобиана преобразования и как они связаны с изменением переменных в многомерных интегралах?
6. Каковы выражения для дифференциала второго порядка функции двух переменных f(x,y)? Как они используются для изучения локальных свойств функции?

Задачи с подробными решениями:

Задача 1. Как изменится площадь при переходе от переменных (x, y) к (u,v) ,

если преобразование осуществляется по формулам: а) $u = axe^y$, $v = bxy$; б)$u = \sqrt{x^2 + y^2}, v = 2xy$

Решение: а) $abe^y\left|x(1-y)\right|$; б) $2\left|x^2 - y^2\right| / \sqrt{x^2 + y^2}$.

Задача 2. Определить точки экстремумов и их характер для следующих функций:

а) $f(x,y) = x^3 + y^3 - 3xy + 1$, б) $f(x,y) = (x^3 + y^3)/3 + x^2y - y^2x - x$.

Решение: а) Необходимым условиям экстремума $(f'_x = 0, \quad f'_y = 0)$ соответствуют точки M 1 (0, 0) и M2 (1, 1) . Достаточное условие $f''_{xx} \cdot f''_{yy} - [f''_{xy}]^2 > 0$ выполняется только для M 2 (1, 1) . Поскольку $f''_{xx}(1,1) > 0$, то в $M_2(1,1)$ функция минимальна.

Задача 3. Доказать, что $\int_0^{\infty}\left(x^3/(e^x-1)\right)\ dx=\pi^4/15$.

Решение: Функцию $\left(e^x-1\right)^{-1}$ − представить суммой бесконечно убывающей геометрической прогрессии со знаменателем e^{-x} для $x>0$: $\int_0^{\infty}x^3e^{-x}\sum_{n=0}^{\infty}e^{-nx}dx=\sum_{j=1}^{\infty}\int_0^{\infty}x^3e^{-jx}dx$. . Замена jx = y и использование соотношения предыдущей задачи дает требуемое доказательство.

Задачи для самостоятельного решения:

1. Вычислить интеграл $\int_0^{\infty}\exp(-\varepsilon/kT)g(\varepsilon)d\varepsilon$, где $g(\varepsilon)=\varepsilon^{\alpha}$, а α принимает значения: 0,5; 1,5; 2.

2. Вычислить интеграл $\int_0^{\infty}\left(p^3-2p+1\right)\exp\left(-p^2/2m\theta\right)dp$.

3. Вычислить интеграл $\int_{-a}^{\infty}\left[\exp\left(-(x^2+2ax)/b\right)\right]xdx$.

4. Оценить с точностью до 0,01 интеграл вида, когда а) α = /2 ; б) α = −1/2; в) α =1.

5. Исходя из определения erf x , доказать, что

$$\text{а) } \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\pm x}^{\infty}e^{-t^2}dt=1\mp\operatorname{erf}x, \qquad \text{б) } \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\pm x}^{\infty}e^{-t^2}t^2dt=\frac{1}{2}\pm\left\{\frac{xe^{-x^2}}{\sqrt{\pi}}-\frac{\operatorname{erf}x}{2}\right\}.$$

6. Каждая из трех переменных A, B , C является дифференцируемой

функцией двух других, рассматриваемых как независимые. Доказать равенство

$$\left(\partial A/\partial B\right)_C\cdot\left(\partial B/\partial C\right)_A\cdot\left(\partial C/\partial A\right)_B=-1.$$

7. Проинтегрировать дифференцируемые формы $du = dx + dy$,

$dv = x(dx + dy)$ по следующим двум траекториям на плоскости: I. − прямые линии $(x_1, y_1) \to (x_2, y_1) \to (x_2, y_2)$; II.− прямые линии $(x_1, y_1) \to (x_1, y_2) \to (x_2, y_2)$.

$P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ – две точки, для которых $x_1 \neq x_2$, $y_1 \neq y_2$. Считая, что $u = x + y$, показать:

$$\int_{\mathrm{I}} du = \int_{\mathrm{II}} du = u(Q) - u(P), \qquad \int_{\mathrm{I}} dv \neq \int_{\mathrm{II}} dv .$$

8. Найти якобиан преобразования от декартовых к полярным координатам.

9. Найти якобиан преобразования от декартовых координат к сферическим.

10. Найти функциональный определитель по переменным $\{x_j\}_{j=1}^{3}$ от следующих функций

а) $f_1 = x_1^2 + x_2^2$, $f_2 = 2x_1x_2 + x_3$, $f_3 = 2x_1x_3$; б) $f_1 = x_1x_2e^{x_3}$, $f_2 = 4x_1^2$, $f_3 = x_1x_3e^{x_2}$.

11. Определить, являются ли зависимыми следующие пары функций:

а) $f_1 = \sin(xya)$, $f_2 = \cos(xyb)$; б) $f_1 = x^2 + y^2 + a$, $f_2 = bx^2 + y^2$;

в) $f_1 = e^x \sin y$, $f_2 = e^y \sin x$.

12. Определить, является ли приращение $\Delta F(x, y) = P(x, y)\Delta x + Q(x, y)\Delta y$ полным дифференциалом относительно переменных x , y , если

а) $Q(x,y) = 3x^2y$, $P(x,y) = 3y^2x$; б) $Q(x,y) = y\sin ax$, $P(x,y) = x\sin ay$;

в) $Q(x,y) = e^{ax}xy$, $P(x,y) = e^{ay}xy$; г) $Q(x,y) = b\sin(axy)$, $P(x,y) = a\sin(bxy)$.

13. Представить рядом Маклорена до второго порядка малости функции:

а) $F(x,y) = (1+x)\ln(x+y+1)$; б) $F(x,y) = (y^2+1)e^{-xy}$.

14. Доказать, что

$$\text{а) } \sum_{j=1}^{\infty}(-1)^{j-1}j^{-2} = \pi^2/12; \qquad \text{б) } \sum_{j=1}^{\infty} j^{-2} = \pi^2/6.$$

15. Доказать, что

$$\sum_{j=1}^{\infty} j^{-4} = \pi^4/90.$$

Ответы:

1. Интегралы сводятся к Г -функциям.

2. Используйте формулы для интеграла Пуассона.

3. Выполните замену переменной y=x+ay = x + ay=x+a.

4. Разложите экспоненциальную функцию в ряд и выполните почленное интегрирование.

5. Примените свойства якобиана при преобразовании.

6. $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$, $\left|D(x, y)/D(r, \varphi)\right| = r$.

7. $r^2 \sin\varphi$.

8. а) да; б) нет, кроме y =1;в) нет.

9. а) да; б) нет; в) нет; г) нет.

10. а) $F(x, y) \approx (x + y)[1+ (x - y)/2]$.

11. Представить функцию x^2 рядом Фурье на интервале $[-\pi; \pi]$.

$$a_n = (1/\pi)\int_{-\pi}^{\pi} x^2 \cos nx\, dx$$

После вычисления подставить в полученное представление значения $x = 0$ и $x = \pi$.

12. Представить функцию x^4 рядом Фурье на интервале $[-\pi; \pi]$ и следовать указаниям к 16.

ТЕМА №6. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ

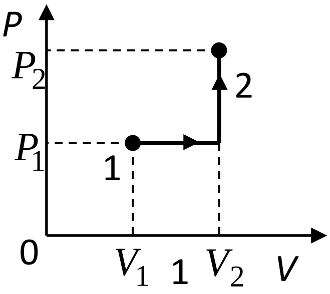
Вопросы:

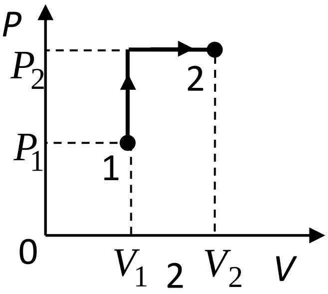
1. Почему молярная и удельная теплоемкости идеального газа зависят от условий процесса, протекающего в газе? Как различные процессы (постоянное давление, постоянный объем и т. д.) влияют на эти величины?
2. При высоких температурах наблюдается расхождение между экспериментальными данными и теоретическими значениями молярной (и удельной) теплоемкости. Каковы возможные причины такого расхождения и какие физические факторы могут его объяснить?
3. Почему в рамках данной работы можно считать давление воздуха постоянным? Какие условия или предположения позволяют делать такое упрощение?
4. Каковы недостатки методики определения удельной теплоемкости воздуха при постоянном давлении? Какие возможные погрешности могут возникнуть в экспериментальных данных?
5. Как определяется разница температур на выходе и входе калориметра? Какие факторы необходимо учитывать при измерении этой разницы в реальных условиях?
6. В каком диапазоне температур и давлений воздух можно считать идеальным газом? Какие критерии используются для такого предположения в термодинамике?
7. Запишите выражение для первого начала термодинамики в контексте изопроцессов. Как оно изменяется для различных типов процессов (изохорный, изобарный и т. д.)?
8. Дайте определения следующим термодинамическим процессам: адиабатному процессу, изохорному процессу, изобарному процессу и изотермическому процессу. Какие основные характеристики этих процессов?
9. Выведите формулу Майера для идеального газа. Как она связана с другими термодинамическими уравнениями?
10. Каковы положения третьего закона термодинамики? Почему абсолютный ноль температуры недостижим в теории и на практике?
11. Какие свойства имеет энтропия как термодинамическая величина? Как она описывает необратимые процессы в системе?
12. Какие условия термодинамического равновесия и устойчивости вещества существуют? Как эти условия влияют на поведение системы в разных состояниях?

13. Что выражает принцип минимума энергии и максимума энтропии? Как эти принципы могут быть использованы для анализа равновесных и неравновесных процессов в термодинамике?

Тестовые задания:

1. На диаграммах 1 и 2 представлены возможные процессы изменения состояния идеального газа. Если внутренняя энергия в точках 1 и 2 U_1 и U_2 , то … (ответ поясните).





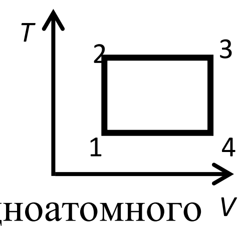
1. $U_1 > U_2$ **2. $U_1 = U_2$** 3. $U_1 < U_2$

2. Идеальный газ расширяясь, переходит из одного состояния в другое тремя способами: 1) изобарически; 2) изотермически; 3) адиабатически. Совершаемые в этих процессах работы соотносятся между собой следующим образом …

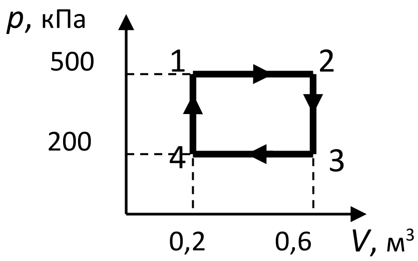
1. $A_1 < A_2 < A_3$ 2. $A_1 > A_2 < A_3$ **3. $A_1 > A_2 > A_3$**
4. $A_1 = A_2 = A_3$ 5. $A_1 < A_2 > A_3$

3. С газом проводят циклический процесс, изображенный на рисунке. На каком из участков работа газа имеет наибольшее по модулю числовое значение?

1. 1-2 **2. 2-3** 3. 3-4 4. 4-1
5. нельзя дать однозначный ответ

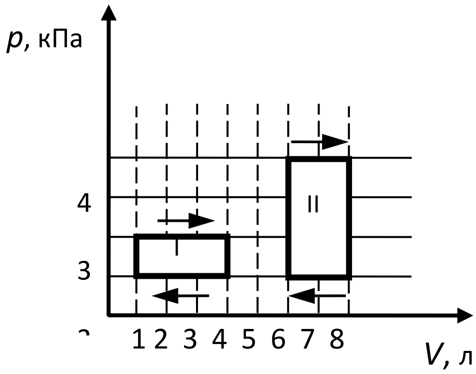


4. Диаграмма циклического процесса идеального одноатомного газа представлена на рисунке. Отношение работы при нагревании газа к работе при охлаждении равно …



1. 3
2. 5
3. **2,5**
4. 1,5
5. 0,67

5. На (P, V)-диаграмме изображены два циклических процесса. Отношение работ $A_{\mathrm{I}}/A_{\mathrm{II}}$, совершенных в этих циклах, равно …



1. –1/2
2. 2
3. –2
4. **<u>1/2</u>**

6. В процессе изменения состояния газа его давление и объем были связаны соотношением $p = \alpha V$ ($\alpha = \text{const}$). При уменьшении объема газа от V_1 до V_2 над ним была совершена работа …

1. $\frac{\alpha}{2}(V_1 - V_2)^2$ 2. $\frac{\alpha}{2}(V_1^2 - V_2^2)$ **<u>3. $\alpha(V_1 - V_2)^2$</u>**
4. $\alpha(V_1 - V_2)$ 5. $\alpha(V_1^2 - V_2^2)$

7. Изменение внутренней энергии газа произошло только за счет работы сжатия газа в процессе …

<u>1. изотермическом</u> **<u>2. изохорном</u>** **<u>3. адиабатном</u>**
<u>4. изобарическом</u> **<u>5. при любом процессе</u>**

8. В изобарном процессе одноатомному идеальному газу передано 100 Дж теплоты. Газ совершил работу … кДж.

1. 20 **<u>2. 40</u>** 3. 68 4. 80 5. 92

9. При изобарном расширении неону передано 80 Дж теплоты. Изменение внутренней энергии равно …

1. 80 **<u>2. 48</u>** 3. 60 4. 32 5. 38

10. Идеальному газу передано количество теплоты 5 Дж и внешние силы совершили над ним работу 8 Дж. Внутренняя энергия газа при этом…

1. увеличилась на 3 Дж **<u>2. увеличилась на 13 Дж</u>**
3. уменьшилась на 3 Дж
4. уменьшилась на 13 Дж 5. нужна информация о числе степеней свободы молекулы

11. Идеальному газу сообщили количество теплоты dQ и над ним совершена работа dA'. Работа, совершенная самим газом dA и приращение его внутренней энергии dU равны …

1. $dA=0$, $dU=dQ+dA'$ 2. $dA=0$, $dU=dQ-dA$

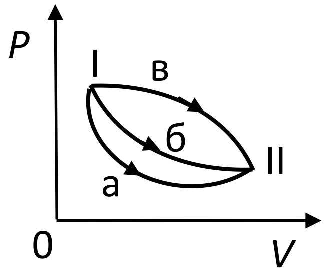
3. $dA=-dA'$, $dU=dQ+dA'$

4. $dA=-dA'$, $dU=dQ-dA'$ 5. $dA=0$, $dU=dQ$

12. Многоатомному идеальному газу в результате изобарического процесса подведено количество теплоты Q. На работу, совершаемую при расширении газа, расходуется часть теплоты $\frac{A}{Q}$ равная …

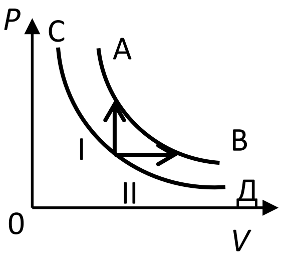
1. 0,25 2. 0,4 3. 0,5 4. 0,6 5. 0,75

13. На *P*-*V* диаграмме представлены три пути (а, б, в) перехода газа из состояния I в состояние II. Правильное соотношение количества теплоты, полученных газом при переходе следующее …



1. $Q_а > Q_б > Q_в$
2. $Q_а = Q_б = Q_в$
3. $Q_а = Q_б < Q_в$
4. $Q_в > Q_б > Q_а$

14. На рисунке изображены изотермы АВ и СД. Соотношение количества теплоты, поглощаемое газом в процессах I и II и приращение внутренней энергии следующее …



1. $Q_1 > Q_2 \quad \Delta U_1 = \Delta U_2$
2. $Q_1 = Q_2 \quad \Delta U_1 < \Delta U_2$
3. $Q_1 < Q_2 \quad \Delta U_1 = \Delta U_2$

15. Удельная теплоемкость гелия (μ= 0,004 кг/моль) при постоянном объеме равна … Дж/(кг·К).

1. 1,5 2. 1,7 3. 12,5 4. 20,8 **5. 3117**

16. Молярная теплоемкость гелия (μ= 0,004 кг/моль) при постоянном объеме равна … Дж/(моль·К).

1. 1,5 2. 1,7 **<u>3. 12,5</u>** 4. 20,8 5. 3117

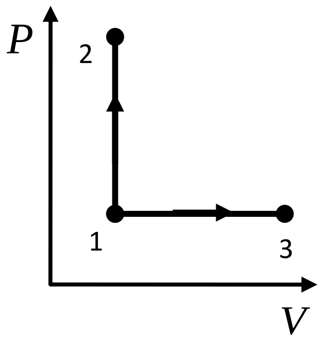
17. Разность молярных теплоемкостей $c_P - c_V$ газа с молярной массой μ, имеющего i степеней свободы равна …

1. $\frac{R}{\mu}$ 2. $\frac{i+2}{i}$ 3. $\mu \cdot R$ 4. $\frac{\mu}{R}$ **<u>5. *R*</u>**

18. Разность удельных теплоемкостей $c_P - c_V$ газа с молярной массой μ, имеющего i степеней свободы равна …

1. R 2. $\frac{i+2}{i}$ 3. $\mu \cdot R$ 4. $\frac{\mu}{R}$ **<u>5. $\frac{R}{\mu}$</u>**

19. Молярные теплоемкости гелия (*He*) в процессах 1–2 и 1–3 равны c_1 и c_2 соответственно. Тогда $\frac{c_1}{c_2}$ составляет …



1. $\frac{7}{5}$ **<u>2. $\frac{3}{5}$</u>** 3. $\frac{5}{7}$ 4. $\frac{5}{3}$ 5. $\frac{2}{5}$

Задачи

1. **Задача 1**

В идеальном газе с постоянным давлением происходит изотермический процесс. Найдите работу газа, если начальный объем равен $V_1 = 2$ м^3, а

2. **Задача 2**

Для идеального газа с постоянной температурой происходит сжижение. Найдите изменение внутренней энергии газа.

3. **Задача 3**

Какое количество теплоты необходимо для того, чтобы нагреть 1 кг воды на 10°C при постоянном давлении? Удельная теплоемкость воды c=4200 Дж/кг·°C.

4. **Задача 4**

Найдите работу газа в адиабатическом процессе для идеального газа, если его начальный объем $V_1 = 5$ м^3 , конечный объем $V_2 = 2$ м^3 , температура в начальный момент времени $T_1 = 300$ K .

5. **Задача 5**

В изохорном процессе количество теплоты, передаваемое газу, равно 500 Дж. Какое изменение внутренней энергии газа при этом процессе?

6. **Задача 6**

В газе происходит адиабатический процесс с увеличением объема. Если отношение начального и конечного объемов равно $V_2 / V_1 = 2$, то на сколько изменится температура газа?

7. **Задача 7**

Для идеального газа проводится изохорный процесс. Количество теплоты, которое передается газу, равно 150 Дж. Найдите изменение температуры газа, если масса газа $m = 0.2$ кг , а удельная теплоемкость при постоянном объеме $C_v = 720$ Дж/кг·К.

8. **Задача 8**

В адиабатическом процессе газ сжимается, при этом его температура увеличивается с $T_1 = 280$ K до $T_2 = 350$ K. Как изменяется его объем при этом процессе?

9. **Задача 9**

В идеальном газе происходит изотермическое расширение. Если объем газа увеличивается в два раза, как изменяется давление газа?

10. **Задача 10**

В адиабатическом процессе газ расширяется. Определите работу, если объем увеличивается с $V_1 = 1$ м^3 до $V_2 = 3$ м^3 , а температура при этом увеличивается с $T_1 = 300$ K до $T_2 = 400$ K.

11. **Задача 11**

Газ с объемом $V_1 = 2$ м^3 и температурой $T_1 = 400$ K подвергается изотермическому сжатию. Найдите конечную температуру газа при $V_2 = 1$ м^3 .

12. **Задача 12**

В адиабатическом процессе температура газа изменяется с $T_1 = 350$ K до $T_2 = 250$ K, а объем с $V_1 = 1.5$ м^3 до $V_2 = 2.5$ м^3 . Найдите работу газа.

13. **Задача 13**

В теплообменнике происходит процесс, при котором горячее тело передает 5000 Дж тепла холодному телу. Найдите изменение энтропии, если температура горячего тела $T_1 = 400$ K, а холодного $T_2 = 300$ K.

14. **Задача 14**

Какое количество работы выполняет идеальный газ в адиабатическом процессе, если его объем увеличивается с 5 $м^3$ до 10 $м^3$, а температура меняется с 300 K до 400 K?

15. **Задача 15**

В изотермическом процессе идеальный газ расширяется с V_1 =1.5 $м^3$ до V_2 =2.5 $м^3$. Если температура газа равна 300 K, как изменится внутренняя энергия газа?

16. **Задача 16**

Газ сжимается при постоянной температуре в два раза. Как изменится энтропия этого процесса?

17. **Задача 17**

При изохорном процессе количество теплоты, переданное газу, составляет 200 Дж. Найдите изменение температуры, если масса газа m=0.1 кг и удельная теплоемкость при постоянном объеме C_v =500 Дж/кг·K.

18. **Задача 18**

В процессе адиабатического сжатия идеального газа его температура увеличивается с 300 K до 350 K. Как изменится его внутреняя энергия?

19. **Задача 19**

Определите работу газа в процессе, если начальный объем газа равен 2 $м^3$, конечный объем — 5 $м^3$, а температура газа неизменна.

20. **Задача 20**

Идеальный газ поддается адиабатическому процессу, его объем изменяется с V_1 =1 $м^3$ до V_2 =4 $м^3$, а температура — с T_1 =300 K до T_2 =500 K. Какую работу совершит газ?

ТЕМА №7. НЕРАВЕНСТВО КЛАУЗИУСА. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ.

Вопросы:

1. Что понимается под термодинамически неравновесными системами? Какие признаки указывают на отклонение системы от равновесного состояния?
2. Что такое необратимые процессы с точки зрения термодинамики? Приведите их классификацию и особенности.
3. Что представляют собой явления переноса? Перечислите основные виды транспортных явлений в термодинамике.
4. Какие виды теплообмена различают в природе? Дайте характеристику каждого из них (теплопроводность, конвекция, излучение).
5. Приведите примеры теплопроводности, наблюдаемые как в природных условиях, так и в повседневной жизни.
6. Сформулируйте закон Фурье для теплопроводности. Как он выражается математически?
7. Дайте определение градиента температуры. Как эта величина интерпретируется физически?
8. От каких макроскопических параметров среды зависит значение коэффициента теплопроводности? Какова роль плотности, теплоемкости и вязкости?
9. Объясните физический смысл коэффициента теплопроводности. Как он характеризует способность среды передавать тепловую энергию?
10. Охарактеризуйте температурную зависимость теплопроводности $\lambda(T)$. Как она соотносится с теоретическими представлениями о поведении разреженных газов при изменении температуры?
11. Какие физические факторы и явления вносят погрешности в экспериментальное определение коэффициента теплопроводности?
12. Используя положения молекулярно-кинетической теории идеального газа, выведите выражение для коэффициента теплопроводности. Какие предположения при этом принимаются?
13. Перечислите основные термодинамические переменные. Чем отличаются экстенсивные и интенсивные параметры?
14. Сформулируйте основные законы термодинамики. В чем заключается физическое содержание каждого из них?

15. В чем суть нулевого закона термодинамики? Как он связан с введением понятия температуры как эмпирической величины?

16. Сформулируйте первый закон термодинамики. Как он связывает изменение внутренней энергии с теплоподводом и совершённой системой работой?

17. Сформулируйте второй закон термодинамики. Как он отражает принципиальную направленность термодинамических процессов?

18. Каковы формулировки второго закона термодинамики в интерпретации Клаузиуса и Кельвина? В чем заключается их эквивалентность?

19. Сформулируйте теорему Карно. Как она позволяет ввести понятие абсолютной температурной шкалы?

20. В чем заключается теорема Клаузиуса? Как она обосновывает понятие энтропии и принцип неубывания энтропии в замкнутых системах?

Тестовые задания:

1. Приведённые термодинамические параметры определяются отношением вида: а) X / Yкр; б) Xкр / X; в) Xкр / Y; г) X / Xкр; д) Xкр / Yкр.

2. Укажите, какие из приведённых ниже параметров являются экстенсивными термодинамическими величинами:

а) температура, химический потенциал, энтальпия
б) давление, свободная энергия, объём
в) химический потенциал, число молей, длина стержня
г) энтропия, объём, внутренняя энергия
д) энтальпия, энтропия, температура

✅ **Правильный ответ: г)** *энтропия, объём и внутренняя энергия* (Все эти величины пропорциональны количеству вещества в системе.)

3. У каких из следующих термодинамических параметров дифференциалы являются полными?

а) внутренняя энергия
б) работа
в) количество теплоты
г) энтропия
д) теплоёмкость

✅ **Правильный ответ: а) и г)**

- *Внутренняя энергия* и *энтропия* — это функции состояния, следовательно, их дифференциалы являются полными.

- Работа и количество теплоты — это **не** функции состояния (зависят от процесса), их дифференциалы **неполные** (иногда обозначаются δ, а не d).
- Теплоёмкость — это вообще не функция состояния, а характеристика процесса (например, C_v, C_p).

4. Таблица термодинамических коэффициентов состоит из:

а) 6 компонентов; б) 9 компонентов; в) 10 компонентов; г) 12 компонентов; д) 24 компонентов.

5. Цикл Карно состоит из:

а) одной адиабаты и двух изотерм; б) одной изотермы и двух изобар; в) двух изотерм и двух изохор; г) двух адиабат и двух изотерм; д) двух изохор и двух изобар.

6. Как по-другому называется принцип Нернста?

а) Первое начало термодинамики
б) Второе начало термодинамики
в) Третье начало термодинамики
г) Принцип температуры
д) Принцип энтропии

7. Второе начало термодинамика запрещает: а) превращать в работу всё тепло, полученное от нагревателя; б) превращать в работу всё тепло, отданное холодильнику; в) иметь КПД цикла равный 1; г) возможность построения холодильной машины; д) циклические процессы.

8. Термодинамический коэффициент вида ($\partial E/_{\partial V}$)$_P$ для идеального газа равен: а) R/P; б) P/R; в) V/P; г) R/V; д) T/P.

9. Приведённые термодинамические параметры определяются отношением вида:

а) X / Yкр; б) Xкр / X; в) Xкр / Y; г) X / Xкр; д) Xкр / Yкр.

10. Экстенсивными термодинамическими параметрами являются:

а) температура, химический потенциал и энтальпия; б) давление, свободная энергия и объём; в) химический потенциал, число молей и длина стержня; г) энтропия, объём и внутренняя энергия; д) энтальпия, энтропия и температура.

Задачи

1. Газ находится в замкнутом сосуде при температуре T_1 . Как изменится энтропия газа, если его температура изменится до T_2 в процессе, в котором объем остается постоянным?
2. В закрытой системе происходит теплообмен между горячим и холодным телом. Температура горячего тела T_1 составляет 400 K, а

температура холодного тела T_2 равна 300 K. Определите, выполняется ли неравенство Клаузиуса для этого процесса?

3. При нагреве идеального газа его внутренняя энергия увеличивается на 600 Дж. Какое изменение энтропии системы произойдет, если температура газа изменится с T_1 =250 K до T_2 =300 K?

4. В системе происходит процесс теплообмена, при котором теплота передается от горячего тела к холодному. Температура горячего тела составляет T_1 = 350 K, а температура окружающей среды — T_0 =290 K. Определите изменение энтропии для системы в процессе теплообмена.

5. Газ в идеальном состоянии подвергается изотермическому расширению. Если температура газа остаётся постоянной, как будет изменяться его энтропия при увеличении объема?

6. В процессе сжатия газа его температура увеличивается с T_1 =300 K до T_2 =350 K. Найдите изменение энтропии газа, если количество переданной теплоты равно 500 Дж.

7. В замкнутой системе происходит изохорное повышение температуры газа. При этом температура изменяется с T_1 =290 K до T_2 =350 K, а система поглощает 400 Дж тепла. Какой будет прирост энтропии системы?

8. В процессе сжатия идеального газа температура изменяется от T_1 =270 K до T_2 =320 K, а объем остается постоянным. Рассчитайте изменение энтропии газа.

9. В ходе изотермического процесса идеальный газ расширяется. Температура системы T=300 K, а объем увеличивается с V_1 =1.5 м^3 до V_2 =3 м^3 . Рассчитайте изменение энтропии в процессе.

10. В замкнутой системе происходит теплообмен, при котором температура тела изменяется с T_1 =350 K до T_2 =300 K, а температура окружающей среды постоянна и равна T_0 =290 K. Рассчитайте, нарушается ли второй закон термодинамики в этом процессе.

11. В изотермическом процессе идеальный газ расширяется. Температура газа остаётся постоянной, а объем увеличивается с V_1 =2 м^3 до V_2 =4 м^3 . Рассчитайте изменение энтропии для этого процесса.

12. В замкнутой системе происходит увеличение объема газа при постоянной температуре. Каким образом изменится энтропия газа при увеличении объема в два раза?

13. В системе с идеальным газом проводится адиабатический процесс с изменением объема с V_1 =3 м^3 до V_2 =1 м^3 . Как изменится энтропия системы в этом процессе?

14. В какой ситуации температура газа должна быть ниже температуры окружающей среды, чтобы процесс передачи теплоты нарушал второй закон термодинамики и не выполнялось неравенство Клаузиуса?

15. В процессе теплообмена теплота передается от тела с температурой T_1 = 400 K к телу с температурой T_2 =250 K. Какое изменение энтропии происходит в системе в целом?

16. В закрытой системе происходит теплообмен, при котором температура тела изменяется с T_1 =350 K до T_2 =300 K, а температура окружающей среды постоянна и равна T_0 =290 K. Рассчитайте, нарушается ли второй закон термодинамики в этом процессе.

17. Процесс нагрева газа в замкнутом сосуде при постоянном объеме привел к увеличению температуры с T_1 =290 K до T_2 =340 K. Сколько теплоты поглотила система, если её масса составляет 0.5 кг, а удельная теплоемкость газа при постоянном объеме C_v =1000 Дж/(кг·K)?

18. Газ с постоянной температурой расширяется из объема V_1 =1 м^3 до V_2 =2 м^3 . Как изменится его энтропия, если его температура остаётся постоянной на уровне T=300 K?

19. При адиабатическом процессе газ изменяет свой объем с V_1 =2 м^3 до V_2 = 4 м^3 , а температура изменяется с T_1 =350 K до T_2 =300 K. Найдите изменение энтропии этого процесса.

20. Идеальный газ подвергается изохорному нагреву, и его температура увеличивается с T_1 =250 K до T_2 =300 K. Рассчитайте изменение энтропии системы, если количество переданной теплоты равно 1000 Дж.

ТЕМА №8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ГИББСА

Вопросы:

1. Каков аналитический вид распределения Гиббса для классической системы? Какие параметры входят в его выражение?
2. Как рассчитываются полная энергия и свободная энергия одноатомного идеального газа в термодинамическом равновесии?
3. Сформулируйте теорему о равномерном распределении энергии по степеням свободы в классической статистической механике. Какие условия необходимы для ее применения?
4. От чего зависит чувствительность приемно-усилительных устройств? Как она определяется физически и технически?
5. Чем принципиально отличается модель идеального газа от модели реального газа? Какие параметры вводятся для учета межмолекулярного взаимодействия?
6. Как определяется полная энергия реального газа? Какие поправки вносятся по сравнению с идеальным случаем?
7. Что называется уравнением состояния термодинамической системы? Какова его роль в описании макроскопических свойств?
8. Запишите уравнение состояния одноатомного идеального газа. Как оно выводится из кинетической теории?
9. Каким образом получают уравнение состояния для неидеального газа? Какие модели и приближения при этом используются (например, уравнение Ван-дер-Ваальса)?
10. В чем состоит физический смысл свободной энергии? Как она связана с работой, совершаемой системой при изотермических процессах?
11. Запишите уравнение Гиббса–Гельмгольца. Каков его термодинамический смысл?
12. Дайте определение энтропии как термодинамической функции состояния.
13. В чем заключается термодинамическая интерпретация энтропии? Как она отражает направление спонтанных процессов?
14. В чем состоит статистическая интерпретация энтропии? Как она выражается через количество микросостояний?
15. Каково выражение канонического распределения в квантовой статистике? Какие особенности оно имеет по сравнению с классическим случаем?

16. Как определяется энтропия квантовой системы с дискретным спектром уровней? Как выражается через матрицу плотности?

17. Сформулируйте третье начало термодинамики. Как оно связано с поведением энтропии при стремлении температуры к абсолютному нулю?

18. В чем состоит принцип максимума энтропии? Как он используется при построении равновесных распределений?

19. Что представляет собой большое каноническое распределение? В чем его отличие от обычного (малого) канонического ансамбля?

Тестовые задания:

1) Дайте определение микроканонического ансамбля Гиббса классических систем.

Ответ: Микроканоническим ансамблем Гиббса классических систем называется совокупность атомных (молекулярных) систем имеющих одинаковый гамильтониан $H(q_i, p_i); i = 1;2;3;...N$, где N-число степеней свободы каждого элемента ансамбля. Все атомные системы находятся в одинаковых сосудах. Теплообмен между стенками каждого сосуда и атомной системой отсутствует. Энергии E_j элементов ансамбля находятся в очень узкой полосе $E < E_j < E + \Delta E$, где $\Delta E \ll E$. Плотность точек, описывающих микроканонический ансамбль в фазовом пространстве не зависит от времени t ($\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$).

2) Чему равна классическая скобка Пуассона $\{\rho, H\}_{кл.}$ для микроканонического ансамбля Гиббса?

Ответ: Поскольку теорема Лиувилля для микроканонического ансамбля Гиббса выполняется $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \{\rho, H\}_{кл.} = 0$, а $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, то $\{\rho, H\}_{кл.} = 0$.

3) От каких параметров зависит плотность точек микроканонического ансамбля Гиббса в фазовом пространстве $\rho = \rho(q_i, p_i, t)$?

Ответ: Так как для микроканонического ансамбля Гиббса $\{\rho, H\}_{кл.} = 0$, $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ и $\frac{d\rho}{dt} = 0$, то плотность точек в фазовом пространстве $\rho = \rho(q_i, p_i, t)$ зависит только от интегралов движения $\rho = \rho(E, \vec{L}, \vec{P})$, где $E-$

энергия, $\vec{P}-$импульс, $\vec{L}-$момент импульса. Если для каждого элемента ансамбля $\vec{P}=0$ и $\vec{L}=0$, то $\rho=\rho(E)$, то есть плотность точек в фазовом пространстве зависит только от энергии элемента ансамбля. Поскольку энергии E_j элементов ансамбля сохраняются (теплообмена нет) и все E_j лежат в очень узкой области $E<E_j<E+\Delta E$ ($\Delta E \ll E$), то плотность $\rho=\rho(E)$ точек микроканонического ансамбля Гиббса в этой области есть константа ($\rho(E)=\rho_o$).

4) Запишите выражение для энтропии микроканонического ансамбля.

<u>Ответ</u>:

$S(E,V,N)=k_B\ln(\Delta\Gamma(E,V,N))$ или $S(E,V,N)=k_B\ln(\Gamma(E,V,N))$ или $S(E,V,N)=k_B\ln(g(E,V,N))$,

где $g(E,V,N)=\dfrac{\Delta\Gamma(E,V,N)}{\Delta E}$.

5) Запишите выражение для температуры микроканонического ансамбля.

<u>Ответ</u>:

$\dfrac{1}{T}=\dfrac{\partial S(E,V,N)}{\partial E}$ при $V-const;\;\; N-const$.

6) Дайте определение канонического ансамбля Гиббса классических систем.

<u>Ответ</u>: Это совокупность атомных (молекулярных) систем, расположенных в термостатах. Все термостаты имеют одинаковую температуру T, число атомов в полости каждого термостата одинаково во всех элементах ансамбля $N-const$, число атомов в стенках каждого термостата $N_T-const$ одинаково во всех элементах ансамбля ($N \ll N_T$). Теплообмен и обмен веществом между каждым термостатом и внешней средой отсутствует. Сумма полной энергии атомов E_j в полости j термостата и энергии атомов E_{Tj} в стенках j термостата $E_{oj}=E_j+E_{Tj}$ лежит в очень узкой полосе $E<E_{oj}<E+\Delta E$, где

$\Delta E \ll E$. Существует гамильтониан для системы атомов в полости каждого термостата:

$$H(\vec{q}_i, \vec{p}_i) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\vec{p}_i^{\,2}}{2m_i} + U(\vec{q}_1, \vec{q}_2, ... \vec{q}_N).$$

7) Запишите выражение для статистического интеграла канонического ансамбля Гиббса классических систем.

Ответ:

$$Z_N = \frac{1}{h^{3N} N!} \int \exp[-\frac{H(\vec{q}_1...\vec{q}_N, \vec{p}_1...\vec{p}_N)}{k_B T}] d^3\vec{q}_1 d^3\vec{p}_1 ... d^3\vec{q}_N d^3\vec{p}_N.$$

8) Запишите выражение для свободной энергии F, энтропии S и внутренней энергии U канонического ансамбля Гиббса классических систем.

Ответ:

$$F = -k_B T \ln(Z_N), \quad S = -\frac{\partial F}{\partial T}, \quad U = F + TS.$$

9) Дайте определение большого канонического ансамбля Гиббса классических систем.

Ответ: Это совокупность атомных (молекулярных) систем, расположенных в термостатах. Все термостаты имеют одинаковую температуру T, число атомов N в полости каждого термостата может изменяться, число атомов в стенках каждого термостата N_T может изменяться ($N \ll N_T$). Число атомов в полости каждого термостата и в стенках каждого термостата одно и тоже во всех элементах большого канонического $N + N_T = N_o - const$ ансамбля Гиббса. Сумма полной энергии атомов E_j в полости j термостата и энергии атомов E_{Tj} в стенках j термостата $E_{oj} = E_j + E_{Tj}$ лежит в очень узкой полосе $E < E_{oj} < E + \Delta E$, где $\Delta E \ll E$. Теплообмен и обмен веществом между каждым термостатом и внешней средой отсутствует. Существует гамильтониан для системы атомов в полости каждого термостата:

$$H_N(\vec{q}_i, \vec{p}_i) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\vec{p}_i^{\,2}}{2m_i} + U(\vec{q}_1, \vec{q}_2, ... \vec{q}_N).$$

10) Запишите выражение для вероятности $P_{n_1;n_2;n_3...}$ обнаружить квантовую систему с энергией $E_{n_1;n_2;n_3...}=\sum_{все\ i} n_i(\varepsilon_i-\mu)$, если квантовая система помещена в термостат (большой квантовый ансамбль Гиббса для невзаимодействующих частиц) , температура термостата равна T.

Ответ:

$P_{n_1;n_2;n_3...}=\frac{1}{Z}\exp-[\frac{E_{n_1;n_2;n_3...}}{k_B T}]$, где Z-большая статистическая сумма.

11) Запишите выражения для Ω-потенциала, энтропии S, среднего числа частиц $\bar{N}$ и средней внутренней энергии частиц U в полости термостата большого канонического квантового ансамбля Гиббса невзаимодействующих частиц.

Ответ:

$$\Omega=-k_B T\ln(Z);\quad S=-\frac{\partial\Omega}{\partial T};\quad \bar{N}=-\frac{\partial\Omega}{\partial\mu};\quad U=\Omega-\mu\frac{\partial\Omega}{\partial\mu}-T\frac{\partial\Omega}{\partial T};$$

ТЕМА №9. СТАТИСТИЧЕСКАЯ СУММА И СТАТИСТИЧЕСКИЙ ИНТЕГРАЛ (ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ).

Вопросы:

1. Каков аналитический вид статистического интеграла (статистической суммы) для идеального газа? Какие переменные и параметры входят в его выражение?
2. Как поступательные степени свободы влияют на термодинамические функции и уравнение состояния идеального газа? Приведите соответствующие выражения.
3. Какие вклады вносят поступательные и внутренние (вращательные, колебательные, электронные) степени свободы в термодинамические функции одного моля идеального газа?
4. От каких физических параметров зависят термодинамические величины, обусловленные внутренними степенями свободы молекул (такими как вращательные и колебательные уровни)?
5. Каким образом полная статистическая сумма может быть представлена в виде произведения статистических сумм, соответствующих различным типам внутренних движений (вращательным, колебательным и электронным)?

Задачи с подробными решениями:

Задача 1. Найти выражение для энтропии S через интеграл состояния системы Z.

Найти	$S(Z)$
Дано	$Z = \exp\left(-\frac{\varphi}{\Theta}\right)$ $S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V$

Решение. Данная задача имеет аналитический (математический) характер, поэтому выбирать СО не следует (СО “работает” только в физике).

В статистической физике функция φ является аналогом термодинамической функции состояния F - свободной энергии. Поэтому выражение для статистического интеграла можно переписать в следующем виде:

$$Z = \exp\left(-\frac{F}{\Theta}\right).$$

Тогда, составляя натуральный логарифм , получаем: $F = -\Theta \ln Z.$

Используя термодинамическое соотношение $S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V$, получаем искомый результат:

$$S = k\left(\ln Z + \frac{\partial \ln Z}{\partial T}\right).$$

Это соотношение устанавливает связь термодинамической функции состояния – энтропии- со статистическими свойствами статистической системы, выражаемыми статистическим интегралом. Продолжением задачи может быть расчет энтропии для идеального газа, статистический интеграл для

которого нам известен $Z = V^N (2\pi mkT)^{\frac{3}{2}N}$.

Задача 2. Выразить термодинамический потенциал Гиббса F через ста-

тистический интеграл Z.

Найти	$\Phi = \Phi(Z)$
Дано	$Z = \exp\left(-\frac{\varphi}{\Theta}\right)$

Решение. Задача является аналитической, формально применимой к любой статистической системе. Поэтому и СО назовем “Статистическая система”.

В курсе “Термодинамика” мы определили термодинамический потенциал Гиббса следующим образом:

$$\Phi = U - TS + pV = F + pV = \varphi + pV,$$

где мы учли, что у термодинамического потенциала F аналогом является

функция φ.

Воспользуемся выражением для статистического интеграла любой статистической системы:

$$Z = \exp\left(-\frac{\varphi}{\Theta}\right),$$

откуда выразим аналог статистической свободной энергии: $\varphi = -\Theta \ln Z$.

С другой стороны, в курсе “Термодинамика” было получено уравнение состояния в следующем виде:

$$p = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T, \quad \text{или} \quad p = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial V}\right)_T.$$

Составим произведение *pV*:

$$pV = -V\left(\frac{\partial \varphi}{\partial V}\right)_T = -\left(\frac{\partial \varphi}{\frac{\partial V}{V}}\right)_T = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \ln V}\right)_T = \Theta\left(\frac{\partial \ln Z}{\partial \ln V}\right)_T.$$

Таким образом, искомое выражение принимает вид:

$$\Phi = -\Theta \ln Z + \Theta\left(\frac{\partial \ln Z}{\partial \ln V}\right)_T = \Theta\left[\left(\frac{\partial \ln Z}{\partial \ln V}\right)_T - \ln Z\right].$$

В качестве примера, рассчитаем термодинамический потенциал Гиббса, зная что для идеального газа $Z = V^N (2\pi mkT)^{\frac{3}{2}N}$ (сделать самостоятельно).

ТЕМА №10. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БОЛЬЦМАНА

Вопросы:

1. Каков аналитический вид распределения Больцмана для системы частиц? Какие параметры в него входят?
2. Как выглядит барометрическая формула? Как она описывает зависимость давления от высоты в атмосфере?
3. Что представляет собой контактная разность потенциалов? Как она возникает в физике твердого тела?
4. В чем заключается закон Вольта? Как он описывает связь между электрическим потенциалом и электрическим полем?
5. В чем состоит сущность эффекта поля? Как его можно описать на уровне взаимодействий между частицами?
6. Каким уравнением можно описать эффект поля в рамках термодинамики и статистической физики?
7. Какова форма функции распределения Максвелла-Больцмана? Какие физические параметры она описывает?
8. Что такое фазовое пространство? Какова его роль в статистической механике?
9. Что характеризует распределение Максвелла-Больцмана? Как оно связано с поведением идеального газа?
10. Как определяется полное фазовое пространство системы? Чем оно отличается от фазового пространства отдельной частицы?
11. Каковы связь омега-потенциала и химического потенциала с распределением Бозе - Эйнштейна?
12. Запишите кинетическое уравнение Больцмана. Какие предположения заложены в его выводе?
13. Как выглядит кинетическое уравнение Больцмана в приближении времени релаксации? Какие упрощения делают его применимым в ряде случаев?
14. Почему кинетическое уравнение Больцмана нельзя использовать строго для квантовых систем? Какие проблемы возникают при попытке применить его к квантовым системам?
15. Как выглядит функция статистического микроканонического распределения? Что она описывает в контексте статистической механики?
16. Сформулируйте основные постулаты статистической физики. Как они связывают микроскопические и макроскопические свойства систем?

17. Что понимается под статистическим весом макросостояния? Как он связан с вероятностью состояния системы?

18. Напишите формулу Больцмана для энтропии и объясните физический смысл энтропии в термодинамике и статистической механике.

19. Какие свойства присущи энтропии как термодинамической функции? Как она изменяется в различных процессах?

20. Дайте статистическое определение температуры. Как она связывает макроскопические свойства системы с микроскопическими состояниями?

21. Сформулируйте принцип возрастания энтропии. Как он отражает направленность процессов в замкнутых системах?

Тестовые задания:

1. Газ, в котором потенциальная энергия парного межмолекулярного взаимодействия пренебрежимо мала по сравнению с кинетической энергией отдельной молекулы, называется:

а) больцмановским; б) ван-дер-ваальсовским; в) идеальным; г) квантовым; д) бозе-газом.

2. Уровень Ферми соответствует

1) максимальной энергии, которой может обладать электрон при абсолютном нуле;

2) минимальной энергии, которой может обладать электрон при абсолютном нуле;

3) максимальной энергии, которой может обладать электрон при любой температуре;

4) минимальной энергии, которой может обладать электрон при любой температуре;

5) максимальной энергии, которой может обладать электрон при температуре, большей нуля.

3. Если газ является идеальным, но не является больцмановским, то его называют:

а) невырожденным; б) вырожденным; в) перенасыщенным; г) максвелловским; д) угарным.

4. Написать выражение, определяющее относительную долю молекул газа, обладающих скоростями, превышающими наиболее вероятную скорость.

1) $\frac{4}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^{\infty} e^{-u^2}u^2du$;

2) $\frac{4}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^{1} e^{-u^2}u^2du$;

3) $\frac{4}{\sqrt{\pi}}\int\limits_1^{\infty} e^{-u^2}du$;

4) $\frac{4}{\sqrt{\pi}}\int\limits_1^{\infty} u^2du$;

5) $\frac{4}{\sqrt{\pi}}\int\limits_1^{\infty} e^{-u^2}u^2du$.

5. Определить функцию распределения Ферми-Дирака при *ТФ* 0 для электрона, находящегося на уровне Ферми.

1) 1;

2**)** 1/2**;**

3) 1/4;

4) 1/6;

5) 1/8.

6. Энергетическая температура Т и безразмерная энтропия S связаны с помощью постоянной Больцмана k с термодинамическими температурой Т и энтропией S соотношениями:

а) Т = k·T и S = k·S; б) Т = k·T и S = S/k; в) Т = T/k и S = S/k; г) Т = T/k и S = k·S; д) Т = k2 ·T и S = k2 ·S.

Задачи

1. Газ молекул в объеме V находится при температуре Т. Найдите распределение молекул по энергиям в зависимости от температуры.

2. В системе из идеальных газов температура равна T=300 K. Какова вероятность того, что молекула газа имеет энергию, большую чем E_0 =1.5 eV?

3. При температуре Т = 500 K молекулы газа имеют максимальную скорость υ_{max} =400 м/с. Найдите среднюю кинетическую энергию молекулы.

4. Известно, что молекулы газа имеют массу $m=3\times10^{-26}$ кг, а температура газа T=298 K. Рассчитайте скорость молекул, соответствующую среднему значению кинетической энергии.

5. Для газа с молекулярной массой M=28 г/моль в системе температура T=400 K. Используя распределение Больцмана, найдите вероятность того, что молекула будет иметь скорость больше чем υ = 500 м/с.

6. Газ состоит из молекул с массой $m=2\times10^{-26}$ кг и температура системы составляет T=350 K. Найдите скорость молекул, соответствующую максимальной плотности распределения.

7. В идеальном газе молекулы имеют скорость, соответствующую υ_{max} =300 м/с. Определите температуру газа, если молекулы имеют массу $m=4\times10^{-26}$ кг.

8. В распределении Больцмана для газа с массой молекулы $m=3.2\times10^{-26}$ кг и температурой T=250 K найдите среднюю энергию молекулы.

9. В идеальном газе молекулы имеют массу $m=5\times10^{-26}$ кг, а температура газа равна T=600 K. Рассчитайте вероятность того, что молекула будет иметь кинетическую энергию менее E=2 eV.

10. Молекулы газа с массой $m=2\times10^{-26}$ кг движутся с температурой T=350 K. Найдите скорость, при которой молекулы будут иметь среднюю кинетическую энергию.

11. Газ находится при температуре T=298 K. Если средняя кинетическая энергия молекулы равна $E_{ср}=3.5\times10^{-21}$ Дж, найдите молекулярную массу газа.

12. Молекулы газа имеют скорость v_1 =500 м/с и температуру T=300 K. Используя распределение Больцмана, найдите вероятность того, что молекула будет иметь скорость в интервале от v_1 до v_2 =550 м/с.

13. В системе газа с массой молекулы $m=4\times10^{-26}$ кг и температурой T=300 K рассчитайте плотность вероятности для энергии молекул в интервале от E_1 =0.1 eV до E_2 =0.5 eV.

14. Если для газа с молекулами массой $m=2.5\times10^{-26}$ кг температура T=400 K, найдите температуру, при которой максимальная энергия молекулы будет E_{max}=3.2 eV.

15. Газ состоит из молекул с массой $m=5\times10^{-26}$ кг. Температура системы T=270 K. Рассчитайте среднюю скорость молекул.

16. В какой температурный диапазон должно измениться значение температуры газа, чтобы средняя энергия молекул изменилась в два раза?

17. Для молекул газа с массой $m=2.6\times10^{-26}$ кг и температурой $T=500$ K рассчитайте вероятность того, что молекулы будут иметь кинетическую энергию больше чем $E=1.5$ eV.

18. Молекулы газа имеют массу $m=3.1\times10^{-26}$ кг. Для какого диапазона температур температура системы должна изменяться, чтобы вероятность того, что молекулы будут иметь скорость выше v_0 $=400$ м/с, была равна 0.5?

19. В идеальном газе молекулы с температурой $T=400$ K и массой $m=3.6\times10^{-26}$ кг испускают излучение. Рассчитайте максимальную энергию фотонов, которые могут быть испущены молекулой.

20. Газ молекул с массой $m=4.2\times10^{-26}$ кг и температурой $T=350$ K находится в объеме $V=0.5$ м^3 . Рассчитайте распределение молекул по скоростям.

ТЕМА №11. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСВЕЛЛА

Вопросы:

1. Каково выражение распределения Максвелла для импульса частицы? Как оно связано с кинетической теорией газа?
2. Какие физические предположения лежат в основе распределения Максвелла? Как эти предположения влияют на его форму и применение?
3. Как выглядит распределение Максвелла для частиц в одномерном случае? Чем оно отличается от трехмерного распределения?
4. Какова функция плотности вероятности распределения Максвелла для скоростей частиц в идеальном газе? Какие параметры влияют на эту функцию?
5. Какова функция плотности вероятности распределения Максвелла по энергиям частиц в системе? Какие факторы оказывают влияние на форму этого распределения?
6. В чем заключается сущность явления термоэлектронной эмиссии? Какие физические принципы лежат в его основе?
7. Напишите формулу Ричардсона. Как она описывает термоэлектронную эмиссию и в чем заключается ее физический смысл?
8. В чем заключается принцип детального равновесия? Как он используется для анализа термодинамических систем в равновесии?
9. Дайте определение химического потенциала. Какие основные свойства и физические интерпретации связаны с этим понятием?
10. Что такое большой канонический ансамбль? Как он используется для описания систем, находящихся в термодинамическом равновесии с теплообменом?
11. Запишите выражение большого канонического распределения и большую каноническую статистическую сумму. Как они связаны с вероятностным описанием системы?
12. Что представляет собой большой канонический потенциал? Как его можно выразить через статистическую сумму и другие термодинамические функции?
13. Как записывается распределение Максвелла для идеального газа? Какие его основные характеристики и как оно связано с тепловыми процессами в газе?

Тестовые задания:

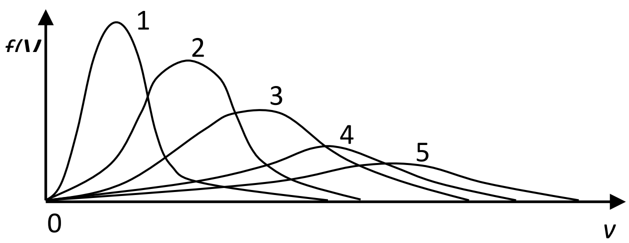
1. Газ называется идеальным, если можно игнорировать:
А. взаимодействие молекул на расстоянии
Б. скорость молекул
В. массу молекул
Г. размер молекул
Д. столкновения молекул

Ответы:

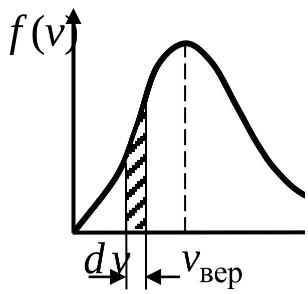
1. А, Б
2. Б, В
3. А, Г
4. Б, Д
5. В, Г.

2. Из кривых зависимости функции распределения Максвелла от скорости, наименьшей температуре соответствует кривая …

<u>1. 1</u> 2. 2 3. 3 4. 4 5. 5

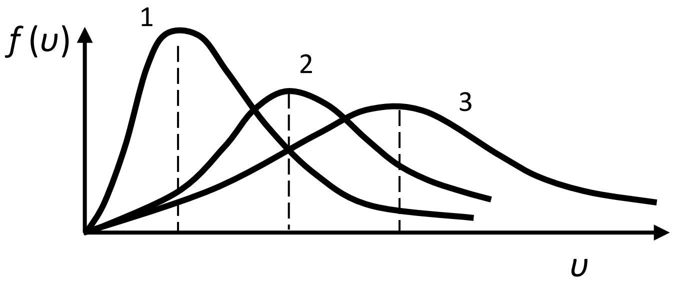


3. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где $f(v) = \frac{dN}{N\,dv}$ – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от v до $v + dv$ в расчете на единицу этого интервала. Для этой функции верным утверждением является …



1. при понижении температуры площадь под кривой уменьшается
2. при понижении температуры величина максимума уменьшается
3. **<u>при понижении температуры максимум смещается влево</u>**

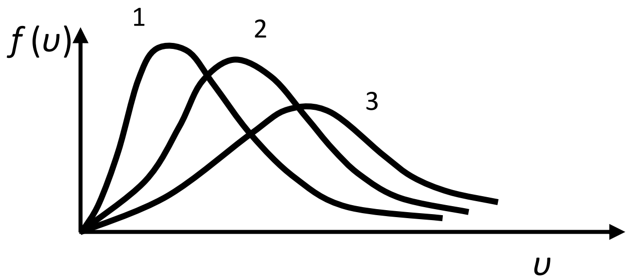
4. На рисунке представлены графики функций распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), для различных газов (H_2, He, N_2) при данной температуре. Какому газу какой график соответствует?



1. $H_2 - 1$, He– 2, $N_2 - 3$
2. $H_2 - 2$, He– 1, $N_2 - 3$
3. **H_2 – 3, He– 2, N_2 – 1**

H_2 N_2

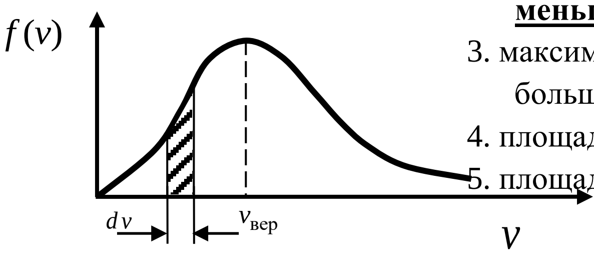
5. В трех одинаковых сосудах при равных условиях находится одинаковое количество водорода, гелия и азота. Распределение молекул гелия по скоростям будет описывать кривая … (ответ поясните).



1. 1
2. **2**
3. 3

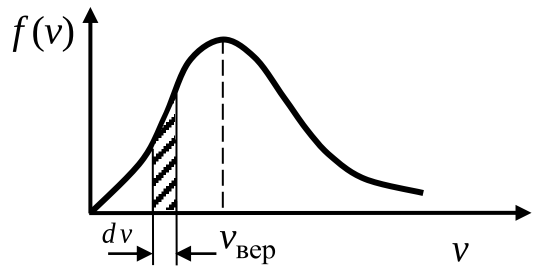
6. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где $f(v) = \frac{dN}{N\,dv}$ – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от v до $v+dv$ в расчете на единицу этого интервала. Если, не меняя температуры, взять другой газ с **большей** молярной массой и таким же числом молекул, то …

1. величина максимума уменьшится
2. **максимум кривой сместится влево в сторону меньших скоростей**
3. максимум кривой сместится вправо в сторону больших скоростей
4. площадь под кривой увеличится
5. площадь под кривой уменьшится



7. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где $f(v) = \frac{dN}{N\,dv}$ – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от v до $v+dv$ в расчете на единицу этого интервала. Если, не меняя температуры, взять другой газ с **меньшей** молярной массой и таким же числом молекул, то …

1. **величина максимума уменьшится**
2. максимум кривой сместится влево в сторону меньших скоростей

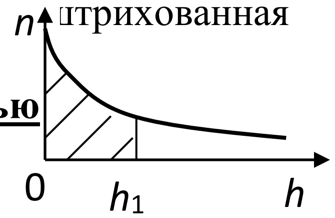


8. Распределение молекул в поле силы тяжести определяется соотношением (m – масса одной молекулы, n – концентрация молекул, μ – молярная масса, υ – скорость)

1. $dn(\upsilon)=Ae^{-\frac{mV^2}{2kT}}\upsilon^2 d\upsilon$ 2. $p=p_0 e^{-\frac{\mu gh}{kT}}$ **3.** $n=n_0 e^{-\frac{mgh}{kT}}$

4. $n=n_0 e^{\frac{mgh}{kT}}$ 5. $n=n_0 e^{-\frac{mgh}{RT}}$

9. На рисунке дан график зависимости концентрации n молекул воздуха от высоты h над поверхностью Земли. Заштрихованная площадь определяет …



1. **число молекул в столбе высотой h_1 с площадью основания 1 м^2**
2. число молекул в кубе с ребром h_1
3. число молекул в 1 м^3
4. концентрацию молекул на высоте h_1
5. среднюю концентрацию молекул на высотах от 0 до h_1

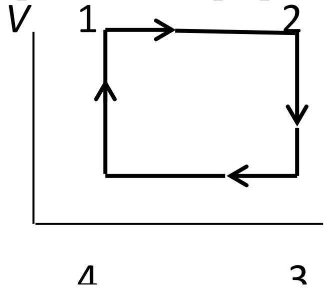
10. Если считать температуру воздуха (молярная масса воздуха 0,029 кг/моль) везде одинаковой и равной 283 К, то давление воздуха составляет 60% от давления на уровне моря на высоте примерно … км.

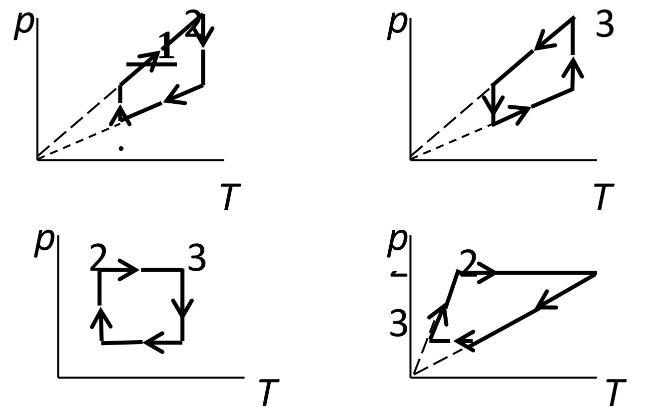
1. 1 2. 2 3. 3 **4. 4** 5. 5

11. Если температура воздуха (молярная масса воздуха 0,029 кг/моль) одинаковая на всей высоте и составляет 283 К, то давление воздуха будет составлять 10% от давления на уровне моря на высоте примерно … км.

1. 1
2. 9
3. 19
4. 25
5. 31

12. На рисунке приведен график процесса, происходящего с некоторой массой идеального газа. В координатах *p*, *T* этот график выглядит …





Задачи

1. В системе идеального газа молекулы имеют массу $m=3.2\times10^{-26}$ кг. Температура газа T=300 K. Определите среднюю скорость молекул газа.

2. В идеальном газе молекулы имеют массу $m=5\times10^{-26}$ кг и температуру T=350 K. Найдите скорость, которая соответствует максимальной плотности распределения по скоростям.

3. Газ молекул с массой $m=2.4\times10^{-26}$ кг находится при температуре T=400 K. Какова вероятность того, что молекула будет двигаться со скоростью больше v=500 м/с?

4. Температура газа равна T=273 K, а масса молекул $m=4.8\times10^{-26}$ кг. Найдите среднюю кинетическую энергию молекул газа.

5. Газ состоит из молекул с массой $m=3.6\times10^{-26}$ кг, а температура системы составляет T=350 K. Рассчитайте вероятность того, что молекула будет иметь скорость в интервале от v_1 =200 м/с до v_2 =400 м/с.

6. Газ с молекулярной массой $m=6.3\times10^{-26}$ кг находится при температуре T=500 K. Определите скорость молекул, соответствующую 90%-ному процентилю распределения Максвелла.

7. Молекулы газа имеют массу $m=4.1\times10^{-26}$ кг, а температура равна T=280 K. Используя распределение Максвелла, найдите скорость молекул, соответствующую 10%-ному процентилю.

8. В идеальном газе молекулы имеют массу $m=5.2\times10^{-26}$ кг, а температура T=300 K. Рассчитайте вероятность того, что молекулы будут двигаться с кинетической энергией менее E=1.5 eV.

9. Газ состоит из молекул с массой $m=2.9\times10^{-26}$ кг и температурой $T=400$ K. Рассчитайте среднюю скорость молекул.

10. Газ с молекулярной массой $m=3.5\times10^{-26}$ кг и температурой $T=350$ K подвергается изотермическому расширению. Как изменится плотность вероятности по скоростям?

11. В газе молекулы с массой $m=2.7\times10^{-26}$ кг имеют температуру $T=320$ K. Рассчитайте среднюю кинетическую энергию молекул этого газа.

12. Для газа с молекулярной массой $m=4.3\times10^{-26}$ кг и температурой $T=250$ K найдите вероятность того, что молекула будет двигаться со скоростью $v\geq300$ м/с.

13. Молекулы газа с массой $m=3.0\times10^{-26}$ кг движутся при температуре $T=350$ K. Рассчитайте скорость молекул, которая соответствует 99%-ному процентилю распределения Максвелла.

14. Газ с молекулами массой $m=4.6\times10^{-26}$ кг и температурой $T=280$ K находится в объеме $V=1$ м^3 . Рассчитайте среднюю скорость молекул.

15. Для газа с молекулярной массой $m=3.7\times10^{-26}$ кг и температурой $T=290$ K рассчитайте вероятность того, что молекула будет иметь кинетическую энергию менее $E=2.0$ eV.

16. Газ молекул с массой $m=5.0\times10^{-26}$ кг и температурой $T=300$ K подвергается сжатию. Рассчитайте изменение плотности вероятности по скоростям при изменении температуры.

17. В идеальном газе молекулы с массой $m=6.0\times10^{-26}$ кг имеют температуру $T=350$ K. Рассчитайте максимальную кинетическую энергию молекулы, которая будет встречаться чаще всего.

18. Газ состоит из молекул с молекулярной массой $m=4.2\times10^{-26}$ кг при температуре $T=360$ K. Найдите вероятность того, что молекула будет иметь кинетическую энергию меньше чем $E=1.8$ eV.

19. Молекулы газа с массой $m=3.3\times10^{-26}$ кг и температурой $T=400$ K рассеиваются в вакууме. Рассчитайте вероятность того, что молекула будет двигаться со скоростью между v_1 =100 м/с и v_2 =300 м/с.

20. В идеальном газе молекулы с массой $m=2.6\times10^{-26}$ кг и температурой $T=320$ K испытывают столкновения. Рассчитайте среднее время свободного пробега молекулы.

ТЕМА №12. СОВЕРШЕННАЯ РАБОТА В ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

Вопросы:

1. Что такое равновесные термодинамические процессы? Каковы их основные характеристики, и чем определяется обратимость таких процессов?
2. В чем заключается сущность изотермического процесса? Как происходит изменение состояния системы при постоянной температуре?
3. Каковы основные особенности изохорного процесса? Что происходит с системой при постоянном объеме?

4. Что представляет собой изобарный процесс? Каковы его особенности при постоянном давлении?
5. В чем заключается сущность адиабатного процесса? Какие характерные особенности присущи процессу, который протекает без теплообмена с окружающей средой?
6. Как вычисляются работа, внутренняя энергия и теплота для изотермического, изобарного, изохорного и адиабатного процессов?
7. Что такое политропный процесс? Какую зависимость можно установить между параметрами газа в политропном процессе?
8. Как можно выразить работу, внутреннюю энергию и теплоту для политропного процесса? Каковы основные особенности термодинамических величин в таком процессе?
9. Какие методы и подходы используются для исследования политропного процесса? Как можно анализировать изменения в системе при таком типе процесса?
10. Запишите уравнения первого закона термодинамики для закрытой термомеханической системы. Как эти уравнения отражают закон сохранения энергии в различных термодинамических процессах?
11. Как вычисляется коэффициент полезного действия (КПД) тепловой машины? Какие параметры и особенности системы влияют на КПД?
12. Дополните: при адиабатическом расширении температура газа ______, а при адиабатическом сжатии температура ______.

Тестовые задания:

Вопрос 1. Если ΔU – изменение внутренней энергии идеального газа, A – работа газа, Q – количество теплоты, сообщаемое газу, то для изобарного охлаждения газа справедливы соотношения...

#$Q < 0$; $A = 0$; $\Delta U < 0$ #$Q < 0$; $A < 0$; $\Delta U = 0$ #$Q < 0$; $A < 0$; $\Delta U < 0$ #$Q = 0$; $A > 0$; $\Delta U < 0$

Ответ: 3.

Вопрос 2. Если ΔU – изменение внутренней энергии идеального газа, A – работа газа, Q – количество теплоты, сообщаемое газу, то для изотермического сжатия газа справедливы соотношения...

#$Q = 0$; $A > 0$; $\Delta U < 0$ #$Q = 0$; $A < 0$; $\Delta U > 0$ #$Q < 0$; $A < 0$; $\Delta U = 0$ #$Q > 0$; $A > 0$; $\Delta U = 0$

Ответ: 3.

Вопрос 3. Состояние идеального газа определяется значениями параметров: T_0, p_0, V_0, где T – термодинамическая температура, p – давление, V – объем газа. Определенное количество газа перевели из состояния (p_0,V_0) в состояние ($2p_0, \frac{1}{2}V_0$). При этом его внутренняя энергия...

#увеличилась #не изменилась #уменьшилась

Ответ: 2.

Вопрос 4. Состояние идеального газа определяется значениями параметров: T_0, p_0, V_0, где T – термодинамическая температура, p – давление, V – объем газа. Определенное количество газа перевели из состояния ($2p_0$,V_0) в состояние (p_0,V_0). При этом его внутренняя энергия…

#увеличилась #уменьшилась #не изменилась

Ответ: 2.

Вопрос 5. Газ находится в состоянии с параметрами p_1, V_1. Необходимо расширить газ, затратив при этом минимум энергии. Для этого подходит процесс …

изотермический # изохорический # изобарический # ни один процесс не подходит # адиабатический

Ответ: 5.

Вопрос 6. Среди приведенных формул к изотермическому процессу имеют отношение …

#$A = P(V_2 - V_1)$ #$A = \nu RT\, ln\frac{V_2}{V_1}$ #$Q=A$ #$PV^{\gamma} = const$ #$0 = \Delta U + A$

Вопрос 7.

Правильный ответ:

Максимум кривой распределения Максвелла по скоростям при увеличении температуры смещается вправо и наиболее вероятная скорость увеличивается.

Объяснение: При увеличении температуры в идеальном газе молекулы начинают двигаться быстрее, что вызывает сдвиг кривой распределения Максвелла вправо. Наиболее вероятная скорость также увеличивается, поскольку более высокая температура увеличивает кинетическую энергию молекул.

Вопрос 8.

Правильный ответ: 3) (3/2) кТ.

Объяснение: Средняя энергия поступательного движения молекулы идеального газа равна (3/2) kT, где k — постоянная Больцмана, T — температура в Кельвинах.

Вопрос 9.

Правильный ответ: 2) прямо пропорционально концентрации его молекул.

Объяснение: Давление идеального газа пропорционально концентрации молекул и температуре. Это связано с уравнением состояния идеального газа $pV=NkT$, где p — давление, N — количество молекул, V — объем, T — температура, k — постоянная Больцмана.

Вопрос 10.

Правильный ответ: 4) 3 поступательные и 2 вращательные.

Объяснение: Для одноатомной молекулы (например, атомарного газа) есть только 3 степени свободы поступательного движения. Вращательные степени свободы отсутствуют, так как молекула не имеет формы, способной вращаться вокруг оси (в отличие от молекул, состоящих из нескольких атомов). В целом, у одноатомной молекулы 3 поступательные степени свободы.

Вопрос 11.

Правильный ответ: 2) p = Po * exp(-Mgh/RT).

Объяснение: Барометрическая формула описывает изменение давления с высотой в атмосфере и выражается как $p=p0\cdot\exp(-MghRT)$, где p0 — давление на уровне моря, M — молярная масса газа, g — ускорение свободного падения, h— высота, R — универсальная газовая постоянная, T — температура.

Задачи

1. Идеальный газ с температурой $T=350$ K и начальным объёмом $V_1=12$ л сжимается в изотермическом процессе до объёма $V_2=6$ л. Найдите работу, совершённую газом.

2. Газ с объёмом $V_1=5$ л и температурой $T_1=300$ K расширяется адиабатически до объёма $V_2=10$ л. Определите работу, которую совершает газ, если коэффициент адиабаты равен $\gamma=1.4$.

3. В идеальном газе, температура которого остаётся постоянной, начальный объём составляет $V_1=3$ л, а конечный объём $V_2=1$ л. Расчитайте работу, совершаемую газом при изотермическом сжатии.

4. Газ в процессе адиабатического сжатия совершает работу $W=-150$ Дж. Начальный объём газа $V_1=10$ л, а конечный объём $V_2=4$ л. Рассчитайте изменения температуры в процессе.

5. Идеальный газ сжимаются в процессе с постоянной температурой. Начальный объём газа $V_1=15$ л, температура $T=250$ K, а конечный объём $V_2=7$ л. Определите работу, совершённую газом.

6. Идеальный газ с молекулярной массой $M=32$ г/моль и температурой $T=400$ K расширяется в адиабатическом процессе. Начальный объём $V_1=4$ л, конечный объём $V_2=8$ л. Рассчитайте работу, совершённую газом.

7. Газ в процессе изотермического расширения выполняет работу $W=200$ Дж, при этом начальный объём $V_1=2$ л и температура $T=310$ K. Найдите конечный объём газа.

8. В процессе изотермического сжатия идеального газа объём газа уменьшается с $V_1=4$ л до $V_2=1$ л. Температура остаётся постоянной и равна $T=300$ K. Рассчитайте работу, совершённую газом.

9. Газ, находящийся в цилиндре с подвижным поршнем, выполняет адиабатическое расширение с объёма $V_1=5$ л до $V_2=15$ л. Начальная температура газа составляет $T_1=350$ K, а коэффициент адиабаты $\gamma=1.3$. Найдите работу, совершённую газом.

10. В адиабатическом процессе объём идеального газа изменяется с $V_1=6$ л до $V_2=12$ л, при этом температура меняется с $T_1=400$ K до $T_2=250$ K. Рассчитайте работу, совершённую газом.

11. Газ с температурой $T=300$ K и объёмом $V_1=4$ л расширяется при постоянной температуре. Определите работу, совершённую газом, если конечный объём $V_2=10$ л.

12. Идеальный газ расширяется в адиабатическом процессе с объёма $V_1=3$ л до объёма $V_2=9$ л. Начальная температура газа $T_1=400$ K. Рассчитайте работу, совершённую газом.

13. Газ с температурой T_1 =500 K и объёмом V_1 =7 л сжимается адиабатически до объёма V_2 =4 л. Определите работу, совершаемую газом, если γ=1.4.

14. Идеальный газ с температурой T=350 K и объёмом V_1 =5 л выполняет изотермическое сжатие до объёма V_2 =2 л. Рассчитайте работу, совершённую газом в процессе.

15. Газ в адиабатическом процессе расширяется с начального объёма V_1 =2 л до конечного объёма V_2 =6 л. Начальная температура газа T_1 =400 K. Рассчитайте работу, совершённую газом, если коэффициент адиабаты γ=1.3.

16. Идеальный газ с молекулярной массой M=28 г/моль и температурой T=350 K проходит изохорный процесс. Найдите изменение внутренней энергии газа, если температура газа увеличилась с T_1 =300 K до T_2 =350 K.

17. В процессе изотермического расширения идеальный газ совершает работу W=150 Дж. Начальный объём газа составляет V_1 =5 л, а температура остаётся постоянной и равна T=320 K. Рассчитайте конечный объём газа.

18. Газ сжимается в изотермическом процессе. Начальный объём газа V_1 =12 л, конечный объём V_2 =8 л, температура газа T=290 K. Рассчитайте работу, совершённую газом.

19. Газ с температурой T=400 K и объёмом V_1 =10 л расширяется адиабатически до объёма V_2 =20 л. Определите работу, совершённую газом, если коэффициент адиабаты равен γ=1.4.

20. Газ в процессе адиабатического сжатия изменяет объём с V_1 =7 л до V_2 =3 л, при этом температура меняется с T_1 =500 K до T_2 =350 K. Рассчитайте работу, совершённую газом.

ТЕМА №13. ТЕПЛОЕМКОСТЬ ДВУХ- И ТРЕХАТОМНЫХ ГАЗОВ.

Вопросы:

1. **Теплоемкость и удельная теплоемкость системы частиц.** Каковы определения и взаимосвязи между теплоемкостью и удельной теплоемкостью системы, состоящей из частиц? Как эти величины характеризуют термодинамическое поведение системы?
2. **Теоретическое значение показателя адиабаты для различных газов.** Рассчитайте теоретическое значение показателя адиабаты для одноатомных, двухатомных и трехатомных идеальных газов. Как эти показатели зависят от типа газа и его молекулярной структуры?
3. **Квазистатические термодинамические процессы.** Что подразумевается под понятием «квазистатический термодинамический процесс»? Какие условия и особенности определяют его протекание в термодинамических системах?
4. **Графическое изображение термодинамических процессов.** Как можно графически изобразить адиабатный, изохорный, изобарный и строго изотермический процессы? Что характеризует каждый из этих процессов и как меняются термодинамические параметры на соответствующих графиках?
5. **Невозможность графического изображения быстро протекающих процессов.**

Почему невозможно корректно изобразить на графиках процессы, происходящие с высокой скоростью? Какие физические ограничения связаны с быстрым протеканием этих процессов, что делает их графическое представление неосуществимым?

Тестовые задания:

Вопрос 1:

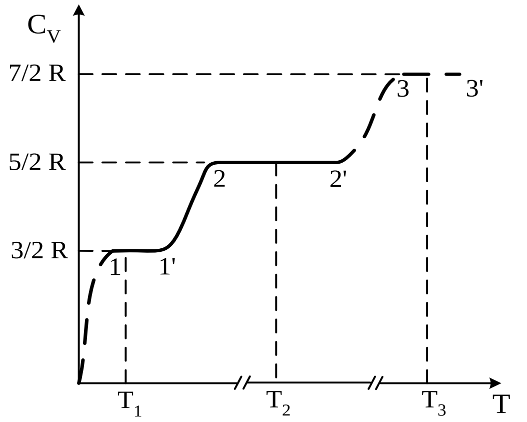
В комнате в течение времени τ был включен нагреватель мощностью P. При этом температура повысилась от t_1 °C до t_2 °C. Считая воздух идеальным двухатомным газом, рассчитайте, на сколько изменилась его внутренняя энергия.

#Не изменилась. #Увеличилась на $P\tau$. #Увеличилась на величину $cm(t_2 - t_1)$, где c и m удельная теплоемкость и масса воздуха. #Увеличилась на $5mR(t_2 - t_1)/(2\mu)$.

Ответ: 1.

Вопрос 2:

На рисунке схематически представлена температурная зависимость молярной теплоемкости при постоянном объеме C_V от температуры T для двухатомного газа. На участке 2-2’ молекула ведет себя как система, обладающая …



тремя поступательными и двумя вращательными степенями свободы

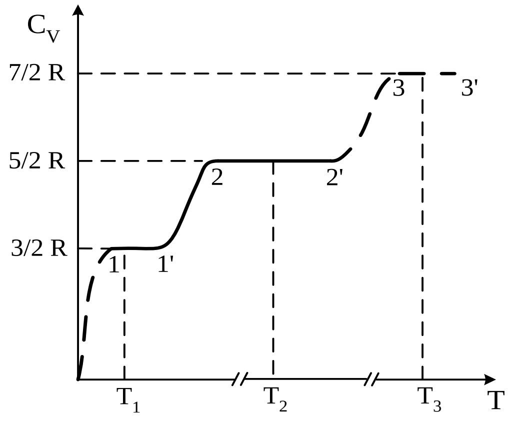
только тремя поступательными степенями свободы

тремя поступательными, двумя вращательными и колебательной степенями свободы

Ответ: 1.

Вопрос 3:

На рисунке схематически представлена температурная зависимость молярной теплоемкости при постоянном объеме C_V от температуры T для двухатомного газа. На участке 1-1’ молекула ведет себя как система, обладающая …



только тремя поступательными степенями свободы

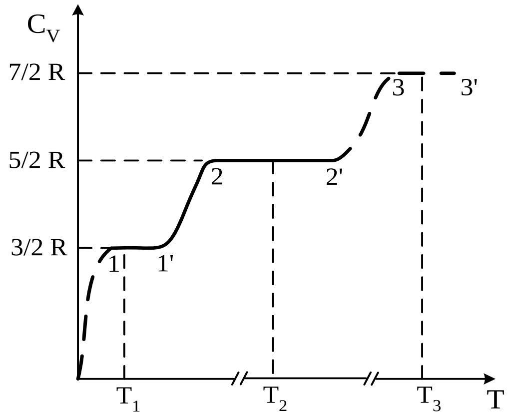
тремя поступательными и двумя вращательными степенями свободы

тремя поступательными, двумя вращательными и колебательной степенями свободы

Ответ: 1.

Вопрос 4:

На рисунке представлена схематически температурная зависимость молярной теплоемкости при постоянном объеме C_V от температуры T для двухатомного газа. На участке 3-3’ молекула ведет себя как система, обладающая …



тремя поступательными, двумя вращательными и колебательной степенями свободы

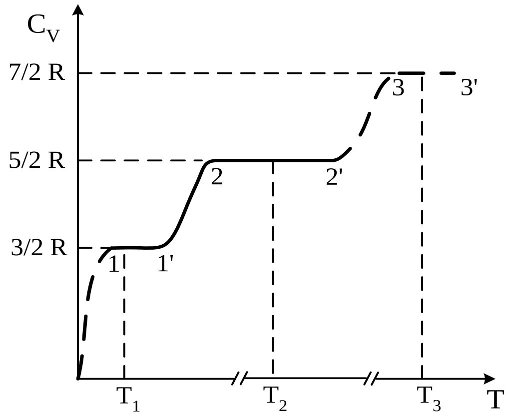
тремя поступательными и двумя вращательными степенями свободы

только тремя поступательными степенями свободы

Ответ: 1.

Вопрос 5

На рисунке схематически представлена температурная зависимость молярной теплоемкости C_V от температуры T для двухатомного газа. Молекула газа ведет себя как система, обладающая только тремя поступательными степенями свободы, на участке …

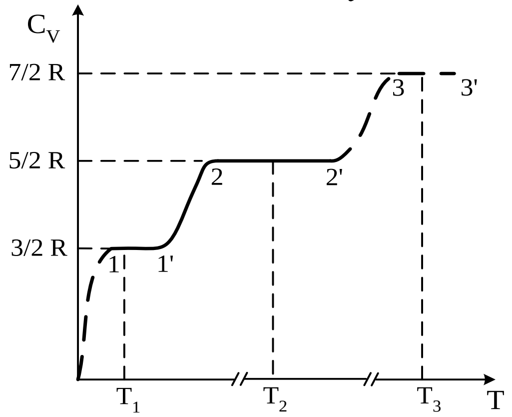


#1 – 1’ # 2 – 2’ # 3 – 3’

Ответ: 1.

Вопрос 6

На рисунке схематически представлена температурная зависимость молярной теплоемкости C_V от температуры T для двухатомного газа. Молекула газа ведет себя как система, обладающая тремя поступательными и двумя вращательными степенями свободы, на участке …

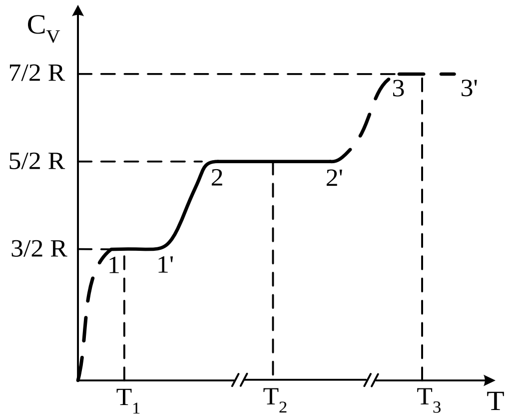


\# 2 – 2’ # 1 – 1’ # 3 – 3’

Ответ: 1.

Вопрос 7

На рисунке схематически представлена температурная зависимость молярной теплоемкости C_V от температуры T для двухатомного газа. Молекула газа ведет себя как система, обладающая тремя поступательными, двумя вращательными и колебательной степенями свободы, на участке …



\# 3 – 3’ # 1 – 1’ # 2 – 2’

Ответ: 1.

Вопрос 8

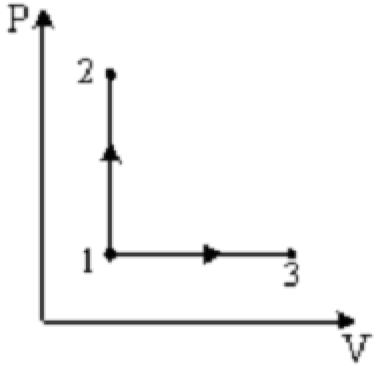
Каково отношение молярных теплоемкостей C_p/C_v для двухатомного идеального газа при высокой температуре, когда возбуждаются колебательные степени свободы?

A) 7/9; B) 7/5; C) 5/7; D) 9/7.

Ответ: 4.

Вопрос 9 Молярные теплоемкости молекулярного водорода (при условии, что связь атомов в молекуле -жесткая) в процессах 1-2 и 1-3 равны C_1 и C_2 соответственно.

Тогда отношение C_1/C_2 составляет . . .

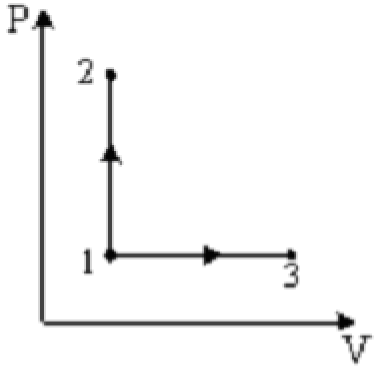


3/5; #5/3; # 5/7; # 7/5.

Ответ: 3.

Вопрос 10. Молярные теплоемкости двухатомного идеального газа при высокой температуре (когда возбуждаются колебательные степени свободы) в процессах 1-2 и 1-3 равны C_1 и C_2 соответственно.

Тогда отношение C_1/C_2 составляет . . .



a)7/9; b)7/5; c) 5/7; d) 9/7.

Ответ: 1.

Задачи

1. Для двухатомного газа, молекулы которого находятся в идеальном состоянии, найдите теплоемкость при постоянном объеме C_V при температуре 300 K, если предположить, что участвуют только трансляционные и вращательные степени свободы.
2. Рассчитайте молекулярную теплоемкость при постоянном объеме для трехатомного газа с температурой T=400 K, если все

степени свободы (трансляционные, вращательные и колебательные) начинают влиять на теплоемкость.

3. Газ с молекулой, состоящей из двух атомов, находится при температуре T=350 K. Рассчитайте его теплоемкость при постоянном объеме, если в этом температурном диапазоне молекулы газа не активируют колебательные степени свободы.

4. Для трехатомного идеального газа с температурой T=200 K определите его теплоемкость при постоянном объёме C_V , учитывая, что только трансляционные и вращательные степени свободы вносят вклад в теплоемкость.

5. Рассчитайте теплоемкость при постоянном давлении для двухатомного идеального газа, если температура составляет 500 K, и к этому моменту все возможные степени свободы (включая колебания) становятся активными.

6. При температуре T=800 K для двухатомного идеального газа учтите, что молекулы начинают активировать колебания. Рассчитайте изменение теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении.

7. Для трехатомного газа, находящегося при температуре T=600 K, рассчитайте его теплоемкость при постоянном объёме C_V , если учтены все три вида степеней свободы — трансляционные, вращательные и колебательные.

8. Идеальный трехатомный газ находится при температуре T=1200 K. Определите теплоемкость при постоянном объёме, если в этом диапазоне активируются все степени свободы, включая колебания атомов.

9. Газ с двумя атомами в молекуле расширяется в изохорном процессе. Если его температура составляет T=400 K, рассчитайте теплоемкость при постоянном объёме для этого газа, учитывая, что молекулы не могут активировать колебания при такой температуре.

10. Для трехатомного газа, молекулы которого начинают активировать колебания при температуре T=600 K, рассчитайте теплоемкость при постоянном давлении.

11. Рассчитайте теплоемкость при постоянном объеме для двухатомного газа, если температура T=250 K, и молекулы газа начинают активировать только вращательные степени свободы.

12. Идеальный газ с молекулами, состоящими из трёх атомов, находится при температуре T=200 K. Определите его теплоемкость при постоянном объеме, если в этом диапазоне температуры активно только вращение молекул.

13. Для двухатомного газа при температуре T=1000 K определите теплоемкость при постоянном объёме, если предполагается, что в процессе начинают участвовать все степени свободы газа (трансляционные, вращательные и колебательные).

14. Газ с двумя атомами в молекуле находится при температуре T=350 K. Рассчитайте его теплоемкость при постоянном давлении, если участие колебательных степеней свободы газа пока минимально.

15. Рассчитайте теплоемкость трехатомного идеального газа при постоянном объёме для температуры T=1500 K, если при такой температуре все возможные степени свободы начинают вносить вклад.

16. Для двухатомного газа с температурой T=400 K, в котором молекулы начинают активировать колебания, рассчитайте изменение теплоемкости при постоянном объеме и при постоянном давлении.

17. Рассчитайте теплоемкость при постоянном объёме для двухатомного газа, если температура равна T=800 K, и молекулы начинают активировать вращательные и колебательные степени свободы.

18. Для трехатомного газа при температуре T=300 K рассчитайте его теплоемкость, учитывая только трансляционные и вращательные степени свободы.

19. Газ с молекулой, состоящей из трёх атомов, расширяется в изохорном процессе при температуре T=500 K. Рассчитайте изменение внутренней энергии и работу, совершённую газом, используя теплоемкость при постоянном объеме.

20. Для идеального газа с тремя атомами в молекуле, находящегося при температуре T=1200 K, рассчитайте теплоемкость при постоянном объёме и при постоянном давлении, если все степени свободы молекул активированы.

ТЕМА 14. ТЕПЛОВОЕ (ЧЁРНОЕ) ИЗЛУЧЕНИЕ.

Контрольные вопросы и задания для самопроверки:

1. **Дайте определение понятию «абсолютно чёрное тело» и охарактеризуйте свойства его излучения.** В каких физических условиях модель абсолютно чёрного тела наиболее адекватно описывает поведение реальных объектов?
2. **Что понимается под энергетической светимостью тела?** Укажите единицы измерения и физический смысл этой величины. Как она связана с интегральными характеристиками излучения?
3. **Охарактеризуйте спектральную плотность энергетической светимости.**
Дайте определение этой величины и укажите, как она изменяется в зависимости от длины волны и температуры.
4. **Установите связь между спектральной плотностью энергетической светимости и полной энергетической светимостью.**
Запишите соответствующее интегральное выражение и поясните его физическое содержание.
5. **Что обозначают коэффициенты поглощения, отражения и пропускания?**
Приведите определения и объясните, каким образом эти характеристики определяют поведение тела при взаимодействии с падающим электромагнитным излучением.
6. **Опишите зависимость излучательной способности тела от температуры и длины волны.**
Как изменяется спектр теплового излучения при росте температуры? Приведите качественные графические иллюстрации (по возможности).
7. **Запишите формулу Планка для спектральной плотности излучения абсолютно чёрного тела.**
На основании этой формулы выведите выражение, позволяющее получить постоянную Стефана–Больцмана.
8. **Сформулируйте закон смещения Вина.** Каков физический смысл этого закона и какие следствия он имеет для спектра излучения?
9. **Приведите формулировку закона Стефана–Больцмана и запишите его аналитическое выражение.**
В каких пределах применим данный закон и что он описывает?

10. **Объясните физический смысл и укажите размерности постоянных Вина и Стефана–Больцмана.**
Как эти постоянные входят в основные уравнения теплового излучения?

11. **В чём заключается закон Кирхгофа для излучения?** Объясните, как этот закон используется при расчётах и теоретическом описании процессов теплового излучения. Уточните, каким образом он применяется в данной теме.

Контрольные тестовые задания по теме «Чёрное излучение»

1. Что представляет собой тепловое излучение как форма передачи энергии?

A) Передача тепла посредством соприкосновения тел
B) Передача тепла с помощью потоков жидкости
C) Передача энергии посредством электромагнитных волн
D) Передача тепла в результате вращательного движения молекул

✅ **Правильный ответ:** C) Передача энергии посредством электромагнитных волн.
Комментарий: Тепловое излучение — это излучение электромагнитных волн телом вследствие его температуры.

2. В чём заключается физический смысл закона Стефана–Больцмана?

A) Интенсивность теплового излучения зависит от частоты
B) Полное энергетическое излучение абсолютно чёрного тела пропорционально его площади и четвёртой степени абсолютной температуры
C) Закон определяет связь между температурой тела и его спектральным составом
D) При повышении температуры интенсивность излучения уменьшается

✅ **Правильный ответ:** B) Полное энергетическое излучение абсолютно чёрного тела пропорционально его площади и четвёртой степени абсолютной температуры.
Комментарий: Закон описывает полную энергетическую светимость абсолютно чёрного тела:
$E=\sigma T^4$

3. Что представляет собой абсолютно чёрное тело в контексте теплового излучения?

A) Тело с максимальной отражательной способностью
B) Идеализированное тело, полностью поглощающее всё падающее на него излучение

C) Тело, излучающее электромагнитные волны на всех частотах
D) Тело, не испускающее тепловое излучение

✅ **Правильный ответ:** B) Идеализированное тело, полностью поглощающее всё падающее на него излучение
Комментарий: Абсолютно чёрное тело не отражает и не пропускает излучение — всё поглощается.

4. Что демонстрирует закон обратной квадратичной зависимости в контексте теплового излучения?
A) Интенсивность теплового излучения зависит от площади излучающей поверхности
B) Интенсивность излучения убывает пропорционально квадрату расстояния от источника
C) Излучение усиливается с ростом температуры
D) Интенсивность излучения зависит от длины волны

✅ **Правильный ответ:** B) Интенсивность излучения убывает пропорционально квадрату расстояния от источника
Комментарий: Данный закон отражает пространственное затухание электромагнитного излучения в вакууме.

5. Кто из учёных впервые предложил теоретическую модель теплового излучения, основанную на квантовании энергии?
A) Исаак Ньютон
B) Альберт Эйнштейн
C) Хендрик Лоренц
D) Макс Планк

✅ **Правильный ответ:** D) Макс Планк
Комментарий: Именно Планк впервые объяснил спектр теплового излучения, введя понятие квантов энергии и положив начало квантовой физике.

Задачи с подробными решениями:

Задача 1. Длина волны, соответствующая максимуму энергии в спектре абсолютно черного тела, равна 700 нм. Площадь излучающей поверхности равна 5 см^2. Определить мощность излучения.

Дано:
$\lambda = 700*10^{-9}$ м $S = 5*10^{-4}$ м^2
$P - ?$

Решение:

Мощность излучения абсолютно чёрного тела (интегральная мощность по всему спектру), приходящаяся на единицу площади поверхности, прямо пропорциональна четвёртой степени температуры тела:

$$J = \sigma T^4$$

	Соответственно вся мощность: $P = J * S = \sigma * T^4 * S$ (1) $\sigma = 5{,}67 * 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) Длина волны, при которой энергия излучения абсолютно чёрного тела максимальна, определяется законом смещения Вина: $\lambda_{\max} = \frac{0{,}0028999}{T}$ Отсюда для нашего случая с учетом (1) $P = \sigma * (\frac{0{,}0028999}{\lambda})^4 * S$ $P = 5{,}67 * 10^{-8} * (\frac{0{,}0028999}{700 * 10^{-9}})^4 * 5 * 10^{-4} = 8350$ (Дж). Ответ: 8350 Дж.

Задача 2.

Исследования спектра излучения Солнца показывают, что максимум спектральной плотности энергетической светимости соответствует длине волны λmax = 5×10^7 м. Принимая Солнце за абсолютно черное тело, необходимо определить:

а) энергетическую светимость Солнца;

б) поток энергии, излучаемый Солнцем;

в) массу электромагнитных волн, излучаемых Солнцем за одну секунду.

Дано:	**Решение**
	а) Энергетическая светимость $R_э$ абсолютно черного тела по закону Стефана - Больцмана равна

$\lambda_m \approx 5 \cdot 10^{-7}$ м

$t = 1$

$R_э$ - ? Ф - ?

m - ?

где $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\ \text{К}^4}$ - постоянная Стефана - Больцмана, T – абсолютная температура излучающей поверхности.

Температура определяется из закона смещения Вина

$$\lambda_m = \frac{c_1}{T},$$

где c_1 = 2,9 · 10^{-3} м К – постоянная Вина, λ_m – длина волны, заданная в задаче. Выразив температуру из закона Вина и подставив ее в (1), получим

$$R_э = \sigma\left(\frac{c_1}{T}\right)^4.$$

Вычислим $R_э$:

$$R_э = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\left(\frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-7}}\right)^4 = 6{,}4 \cdot 10^7\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

б) Поток энергии Ф, излучаемый Солнцем, равен произведению энергетической светимости Солнца на площадь S его поверхности:

$$\Phi = R_э\,S = R_э\,4\pi R^2,$$

где R = 7 · 10^8 м – радиус Солнца.

Вычислим Ф:

$$\Phi = 6{,}4 \cdot 10^7 \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot \left(7 \cdot 10^8\right)^2 = 3{,}9 \cdot 10^{26}\ \text{Вт}.$$

в) Массу электромагнитных волн за 1 с определим из закона пропорциональности массы и энергии

$$E = m\,c^2,$$

где c – скорость света в вакууме.

Энергия электромагнитных волн равна произведению потока энергии (мощности излучения) на время t

$$E = \Phi\,t.$$

Следовательно, $\Phi\,t = m\,c^2$, откуда

$$m = \frac{\Phi\,t}{c^2}.$$

Вычислим *m:*

$$m = \frac{3{,}9 \cdot 10^{26} \cdot 1}{\left(3 \cdot 10^{8}\right)^{2}} = 4 \cdot 10^{9} \text{ кг.}$$

Ответ: $R_э = 6{,}4 \cdot 10^7 \ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$, $\Phi = 3{,}9 \cdot 10^{26}$ Вт, $m = 4 \cdot 10^9$ кг.

Задача 3. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения абсолютно черного тела λ_m = 0,58 мкм. Определить спектральную плотность e_λ энергетической светимости, рассчитанную на интервале длин волн 1) $\Delta\lambda$ = 1 м; 2) $\Delta\lambda$ = 1 нм, вблизи λ_m.

Дано:

λ_m = 0,58 мкм = 5,8 · 10^{-7} м

$\Delta\lambda_1 = 1$ м

$\Delta\lambda_2 = 1 \text{ нм} = 1 \cdot 10^{-9}$ м

e_λ - ?

Решение

Максимум спектральной плотности энергетической светимости пропорционален пятой степени абсолютной температуры

$$e_\lambda = c_2\, T^5,$$

где $c_2 = 1{,}3 \cdot 10^{-5} \ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \ \text{К}^5}$

для единичного интервала длин волн 1 м.

Абсолютную температуру *T* вычисляем по закону смещения Вина:

$$\lambda_m = \frac{c_1}{T} \ \Rightarrow \ T = \frac{c_1}{\lambda_m},$$

где $c_1 = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м К.

Тогда

$$e_\lambda = c_2 \left(\frac{c_1}{\lambda_m} \right)^5.$$

Вычислим e_λ:

$$e_\lambda = 1{,}3 \cdot 10^{-5} \left(\frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{5{,}8 \cdot 10^{-7}} \right)^5 = 4{,}1 \cdot 10^{13} \ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}.$$

Полученное значение спектральной плотности энергетической светимости соответствует интервалу длин волн $\Delta\lambda$ = 1 м, для интервала длин волн $\Delta\lambda = 10^{-9}$ м получим $e_\lambda = 4{,}1\cdot 10^{13}\cdot 10^{-9} = 4{,}1\cdot 10^{4}\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$.

Ответ: $e_\lambda = 4{,}1\cdot 10^{4}\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$.

Задача 4. Определить температуру Солнца, если на 1 см^2 поверхности Земли поступает за 1 мин 8 Дж энергии.

Дано:
$S = 1\,\text{см}^2 = 10^{-4}\ \text{м}^2$
t = 1 мин = 60 сек
W_1 = 8 Дж

T - ?

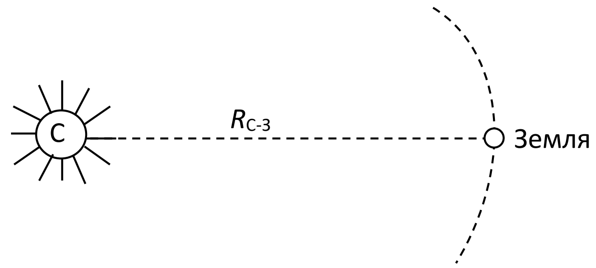


Рис.1

Выписываем из таблицы

$$R_C = 6{,}96\cdot 10^{8}\ \text{м};$$
$$R_{\text{С-З}} = 1{,}49\cdot 10^{11}\ \text{м}.$$

Решение

По закону Стефана – Больцмана

$$R_э = \sigma T^4 \quad \Rightarrow \quad T = \sqrt[4]{\frac{R_э}{\sigma}},$$

где $\sigma = 5{,}67\cdot 10^{-8}\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\ \text{К}^4}$.

По определению энергетическая светимость $R_э$ – это энергия, испускаемая единицей поверхности излучающего тела по всем направлениям в единицу времени. Тогда

$$R_э = \frac{W}{S_C\ t},$$

где W – полная энергия, излучаемая Солнцем; $S = 4\pi R_C^2$ - площадь поверхности Солнца; t – время излучения; $\frac{W_1}{S}$ - энергия, приходящаяся на 1 м^2 поверхности Земли; $4\pi R_{З-C}^2$ - поверхность сферы, в которую излучается энергия Солнца.

Тогда $W = \frac{W_1}{S} 4\pi R_{З-C}^2$ и $R_э = \frac{W_1 4\pi R_{З-C}^2}{S t 4\pi R_C^2}$,

$$R_э = \frac{W_1 R_{З-C}^2}{S t R_C^2}, \quad \text{тогда} \quad T = \sqrt[4]{\frac{W_1 R_{З-C}^2}{S t R_C^2 \sigma}}.$$

Вычислим *T:*

$$T = \sqrt[4]{\frac{8\left(1{,}49\cdot 10^{11}\right)^2}{10^{-4}\cdot 60\cdot\left(6{,}96\cdot 10^8\right)^2\cdot 5{,}67\cdot 10^{-8}}} = 5750 \text{ К}.$$

Ответ: $T = 5750$ К.

Задача 5. Поток энергии, излучаемой из смотрового окошка плавильной печи, Ф = 34 Вт. Определить температуру печи, если площадь отверстия $S = 6$ см^2.

Дано:	Решение
Ф = 34 Вт	По закону Стефана - Больцмана
$S = 6\cdot 10^{-4}$ м^2	
T - ?	

$$R_э = \sigma T^4,$$

откуда

$$T = \sqrt[4]{\frac{R_э}{\sigma}}.$$

По определению

$$R_э = \frac{Ф}{S}, \quad \text{тогда} \quad T = \sqrt{\frac{Ф}{S\sigma}}; \quad T = \sqrt{\frac{34}{6\cdot 10^{-4}\cdot 5{,}67\cdot 10^{-8}}} = 1000 \text{ К}.$$

Ответ: $T = 1000$ К.

Задача 6. Какова должна быть температура абсолютно черного тела, чтобы максимум спектральной плотности энергетической светимости приходился на красную границу видимого спектра (7,6 · 10^{-7})? На фиолетовую (3,8 · 10^{-7} м)?

Дано:

$\lambda_{m_1} = 7{,}6 \cdot 10^{-7}$ м

$\lambda_{m_2} = 3{,}8 \cdot 10^{-7}$ м

$T_1 - ?\ T_2 - ?$

Решение

Температуру определим из закона Вина:

$\lambda_m = \dfrac{c_1}{T}$, откуда $T = \dfrac{c_1}{\lambda_m}$, $c_1 = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м К.

Вычислим

$$T_1 = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{7{,}6 \cdot 10^{-7}} = 3810 \text{ К}; \quad T_2 = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{3{,}8 \cdot 10^{-7}} = 7620 \text{ К}.$$

Ответ: $T_1 = 3810$ К; $T_2 = 7620$ К.

Задача 7. Какое количество энергии излучает 1 см^2 затвердевающего свинца в 1 сек. Отношение энергетических светимостей поверхностей свинца и абсолютно черного тела для этой температуры считать равным 0,6. Температура поверхности t = 327 ^{0}С.

Дано:

$S = 10^{-4}$ м^2

t = 1 с

α = 0,6

T = 600 К

W - ?

Решение

По закону Стефана - Больцмана для абсолютно черного тела

$$R_э = \sigma T^4,$$

для любого тела

$$R'_э = \alpha R_э = \alpha \sigma T^4,$$

где $R'_э$ - энергетическая светимость тела.

По определению $R'_э = \frac{W}{S\,t}$ откуда $W = R'_э\, S\, t$, тогда $W = \alpha\,\sigma\, T^4\, S\, t$.

Вычислим энергию *W:*

$$W = 0{,}6 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 600^4 \cdot 10^{-4} \cdot 1 = 0{,}46 \text{ Дж.}$$

Ответ: W = 0,46 Дж.

Задачи для самостоятельного решения:

Задача 1*. Определить температуру абсолютно черной теплопроводящей пластинки, расположенной за пределами земной атмосферы перпендикулярно лучам Солнца, если при этом на каждый 1 см^2 ежеминутно падает 8,2 Дж энергии. Излучение считать равновесным.

Задача 2. Какую температуру должно иметь тело, чтобы оно при температуре окружающей среды $t_0 = 17$ ^{0}С излучало в 100 раз больше энергии, чем поглощало?

Задача 3*. Какую долю энергии, ежесекундно получаемой от Солнца, излучал бы Земной шар, если бы температура поверхности везде равнялась бы 0 ^{0}С и коэффициент поглощения равен единице. Солнечная постоянная $W_0 = 1{,}39 \cdot 10^3\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

Задача 4. Какое количество энергии излучает Солнце за 1 мин? Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела. Температуру поверхности Солнца принять равной 5800 К.

Задача 5. Раскаленная металлическая поверхность площадью в 10 см^2 излучает в одну минуту $4 \cdot 10^4$ Дж. Температура поверхности 2500 К. Найти: а) каково было бы излучение этой поверхности, если бы она была абсолютно черной; б) каково отношение энергетических светимостей этой поверхности и абсолютно черного тела при данной температуре.

Задача 6*. По пластинке длиной 3 см и шириной 1 см проходит электрический ток напряжением U = 2 В. После установления теплового равновесия температура пластинки стала T = 1050 К. Определить силу тока, если коэффициент поглощения пластинки α = 0,8.

Задача 7. Определить установившуюся температуру зачерненной металлической пластинки, расположенной перпендикулярно к солнечным лучам вне земной атмосферы на среднем расстоянии Земли от Солнца.

Задача 8*. Диаметр вольфрамовой спирали в электрической лампочке равен 0,3 мм, длина спирали 5 см. При включении лампочки в сеть напряжением в 127 В через нее течет ток 0,3 А. Найти температуру лампочки. Считать, что при установлении равновесия все выделяющееся в нити тепло теряется в результате лучеиспускания. Отношение энергетических светимостей вольфрама и абсолютно черного тела для этой температуры равно 0,31.

Задача 9. Температура вольфрамовой спирали в 25-ваттной электрической лампочке равна 2450 К. Отношение ее энергетической светимости к светимости абсолютно черного тела при данной температуре равно 0,31. Найти величину излучающей поверхности спирали.

Задача 10. Найти величину солнечной постоянной, т.е. количество лучистой энергии, посылаемой Солнцем ежеминутно через площадку в 1 см^2, перпендикулярную к солнечным лучам и находящуюся на таком же расстоянии от него, что и Земля. Температуру поверхности Солнца принять равной 5800 К. Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютного черного тела.

Задача 11. Мощность излучения абсолютно черного тела 10 кВт. Найти величину излучающей поверхности тела, если длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности его энергетической светимости, равна $7 \cdot 10^{-7}$ м.

Задача 12*. а) Найти, на сколько уменьшится масса Солнца за год вследствие излучения; б) считая излучение Солнца постоянным, найти, за какое время масса Солнца уменьшится вдвое. Температуру поверхности Солнца принять равной 5800 К.

Задача 13. Абсолютно черное тело находится при температуре T_1 = 2900 К. В результате остывания этого тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на $\Delta\lambda$ = 9 мкм. До какой температуры T_2 охладилось тело?

Задача 14. Зачерненный шарик остывает от температуры 27 ^{0}С до 20 ^{0}С. На сколько изменилась длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности его энергетической светимости?

Задача 15. При нагревании абсолютно черного тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась в пределах 0,69…0,5 мкм. Во сколько раз увеличилась при этом энергетическая светимость тела?

Задача 16. Температура абсолютно черного тела изменилась в пределах 1000…3000 К. а) Во сколько раз увеличилась при этом его энергетическая светимость? б) На сколько изменилась при этом длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости? в) Во сколько раз увеличилась его максимальная спектральная плотность энергетической светимости?

Задача 17. Принимая Солнце за черное тело и учитывая, что его максимальной спектральной плотности энергетической светимости соответствует длина волны 500 нм, определите: 1) температуру поверхности Солнца; 2) энергию, излучаемую Солнцем в идее электромагнитных волн за 10 мин; 3) массу, теряемую Солнцем за это время за счет излучения.

Задача 18. Площадь, ограниченная графиком спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda,T}$ черного тела, при переходе от термодинамической температуры T_1 к температуре T_2 увеличилась в 5 раз. Определите, как изменится при этом длина волны λ_{max}, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости черного тела.

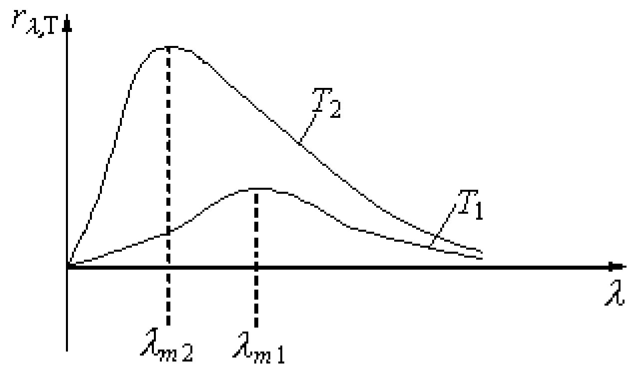


Рис. 28.5

Задача 19. В результате нагревания черного тела длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости, сместилась с $\lambda_1 = 2{,}7$ мкм до $\lambda_2 = 0{,}9$ мкм. Определите, во сколько раз увеличилась: 1) энергетическая светимость тела; 2) максимальная спектральная плотность энергетической светимости тела. Максимальная спектральная плотность энергетической светимости черного тела возрастает по закону $(r_{\lambda,T})_{\max} = CT^5$, где $C = 1{,}3 \cdot 10^{-5}\ \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}^5}$.

Задача 20. Считая никель черным телом, определите мощность, необходимую для поддержания температуры расплавленного никеля 1453 °С неизменной, если площадь его поверхности равна 0,5 см^2. Потерями энергии пренебречь.

Ответы:

1. T = 332 К.

2. $T = T_0 \sqrt[4]{\dfrac{W}{W_0}} = 916$ К.

3. n = 0,9.

4. $W = 6{,}5 \cdot 10^{21}$ кВт·ч.

5. а) $W = 1{,}33 \cdot 10^{5}$ Дж; б) $\alpha = 0{,}3$.

6. I = 16,6 А.

7. T = 470 К.

8. T = 2500 К.

9. $S = 4 \cdot 10^{-5}$ м^2.

10. $W_0 = 1{,}39 \cdot 10^{3}\ \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$.

11. S = 6 см^2.

12. а) $1{,}4 \cdot 10^{17}$ кг; б) $t = 7 \cdot 10^{12}$ лет.

13. T_2 = 290 К.

14. $\Delta\lambda$ = 0,2 мкм.

15. в 3,6 раза.

16. а) в 81 раз; б) от λ_1 = 2,9 мкм до λ_2 = 0,97 мкм; в) в 243 раза.

17. 1) T = 5,8 кК; 2) $W = 2{,}34 \cdot 10^{29}$ кДж; 3) $m = 2{,}6 \cdot 10^{12}$ кг.

18. $\dfrac{\lambda_{\max 1}}{\lambda_{\max 2}} = 1{,}49$, уменьшится в 1,49 раза.

19. 1) $\dfrac{R_{e1}}{R_{e2}} = 81$; 2) $\left(\dfrac{r_{\lambda_2, T_2}}{r_{\lambda_1 T_1}}\right)_{\max} = 243$.

20. P = 25,2 Вт.

ТЕМА №15. ВЫРОЖДЕННЫЙ ЭЛЕКТРОННЫЙ ГАЗ. СТАТИСТИКА ФЕРМИ – ДИРАКА.

1. **Какова природа статистического описания электронного газа в рамках квантовой теории?**
→ Укажите, к какому виду статистики относится описание электронного газа, и поясните, почему именно эта модель применяется.

2. **Какая статистическая модель применима к электронному газу в невырожденной области?**
→ Определите, при каких условиях электронный газ может быть описан классической (максвелловской) или другой приближённой статистикой.

3. **Как формализуется критерий применимости невырожденного приближения для электронного газа?**
→ Сформулируйте условие, при котором квантовые эффекты становятся пренебрежимо малыми и возможен переход к классическому описанию электронного газа.

4. **При каких условиях электронный газ рассматривается как вырожденный?**
→ Уточните физико-математические критерии, определяющие переход электронного газа в вырожденное состояние.

5. **Как выражается условие вырождения электронного газа на основе термодинамических параметров?**
→ Приведите математическое неравенство, характеризующее вырожденный электронный газ, и поясните его физическую интерпретацию.

6. **Опишите аналитическую форму распределения Ферми – Дирака и прокомментируйте физическое значение химического потенциала.**
→ Представьте функцию распределения Ферми – Дирака, укажите входящие в неё параметры и поясните роль химического потенциала как термодинамической функции.

7. **Как соотносится функция распределения с вероятностью нахождения частицы в элементарной области фазового пространства?**
→ Установите связь между функцией распределения и дифференциальной вероятностью обнаружения частицы в элементе объема фазового пространства.

8. **Какова основная задача описания идеального электронного газа в условиях отклонения от равновесия?** → *Сформулируйте основную цель и задачи статистического анализа для идеального газа в неравновесных условиях.*

9. **Запишите уравнение непрерывности для электронного газа и объясните его физическое содержание.** → *Приведите дифференциальную форму уравнения непрерывности и прокомментируйте его значение для описания потоков частиц в квантовом газе.*

Задачи

1. Рассчитайте среднюю энергию вырожденного электронного газа при температуре T=0 K в кубическом объёме $V=1$ м^3 . Энергетический уровень, соответствующий максимальной энергии Ферми E_F , равен E_F =1 эВ.

2. Для вырожденного электронного газа с плотностью частиц $n=10^{28}$ м$^{-3}$, определите температуру Ферми T_F , если известно, что энергия Ферми составляет E_F =10 эВ.

3. Рассчитайте химический потенциал для вырожденного электронного газа при температуре T=0 K, если энергия Ферми E_F = 5 эВ и концентрация электронов в системе $n=2\times10^{28}$ м$^{-3}$.

4. Для вырожденного электронного газа в металлическом состоянии с температурой T=0 K и плотностью $n=5\times10^{28}$ м$^{-3}$ рассчитайте давление газа, если энергия Ферми равна E_F =8 эВ.

5. Вырожденный электронный газ с плотностью электронов $n=2\times10^{28}$ м$^{-3}$ находится при температуре T=0 K. Рассчитайте внутреннюю энергию на единицу объёма.

6. Рассчитайте теплоёмкость вырожденного электронного газа при температуре T=0.01 K, если энергия Ферми E_F =1 эВ, и плотность частиц $n=10^{28}$ м$^{-3}$.

7. Рассчитайте вероятность нахождения электрона в состоянии с энергией E=1.5 эВ для вырожденного электронного газа, если температура системы составляет T=50 K, а энергия Ферми E_F =3 эВ.

8. Определите теплоту, которую необходимо подвести к вырожденному электронному газу с температурой T=103 K, чтобы изменить его внутреннюю энергию на ΔU=1010 Дж, если плотность электронов $n=5\times10^{28}$ м$^{-3}$.

9. Для вырожденного электронного газа с температурой T=10 K и энергией Ферми E_F =10 эВ рассчитайте число электронов в области энергии от E_F до 1.2 E_F для данной системы.

10. Рассчитайте скорость среднюю электронов в вырожденном электронном газе, если температура системы составляет T=0 K, а энергия Ферми равна E_F =2 эВ.

11. Рассчитайте плотность энергии для вырожденного электронного газа при температуре T=0 K, если энергия Ферми E_F =3 эВ и плотность электронов n=10^{28} $м^{-3}$.

12. Определите химический потенциал для вырожденного электронного газа с плотностью электронов n=4×10^{28} $м^{-3}$ и температурой T=50 K, если энергия Ферми составляет E_F =1 эВ.

13. Рассчитайте внутреннюю энергию вырожденного электронного газа в области температур $T \ll T_F$, если плотность электронов n=8×10^{28} $м^{-3}$, а энергия Ферми E_F =3 эВ.

14. Для системы, содержащей вырожденный электронный газ с температурой T=5 K и плотностью частиц n=10^{29} $м^{-3}$, рассчитайте изменение внутренней энергии при изменении температуры на ΔT=0.1 K.

15. Рассчитайте концентрацию состояния для вырожденного электронного газа с энергией Ферми E_F =2 эВ и плотностью электронов n=10^{28} $м^{-3}$.

16. Рассчитайте температуру Ферми для вырожденного электронного газа в металле с плотностью n=10^{28} $м^{-3}$, если известно, что энергия Ферми составляет E_F =4 эВ.

17. Для вырожденного электронного газа с плотностью n=5×10^{27} $м^{-3}$, при температуре T=0 K, рассчитайте давление газа, если энергия Ферми E_F =3 эВ.

18. Рассчитайте скорость электрона в вырожденном электронном газе, если температура T=0 K и энергия Ферми E_F =2 эВ.

19. Для вырожденного электронного газа с температурой T=0.1 K и плотностью электронов n=1×10^{28} $м^{-3}$, рассчитайте число состояний с энергией между E_F и E_F +0.1 эВ.

20. Вырожденный электронный газ в металлическом проводнике находится при температуре T=50 K. Рассчитайте изменение химического потенциала и энергии Ферми, если температура увеличивается с T=50 K до T=100 K.

ТЕМА № 16. ТЕПЛОЕМКОСТЬ ТВЕРДОГО ТЕЛА.

1. **Каково статистическое распределение фотонов в контексте тепловых процессов?** → *Опишите, каким образом распределение фотонов применяется для описания процессов теплового излучения и его связь с температурой тела.*

2. **Какое распределение используется для оценки поведения фононов в твердых телах?** → *Укажите тип распределения, которое описывает фононное состояние в твердом теле при различных температурах, и объясните его связь с энергией и температурой.*

3. **Каким образом омега-потенциал и химический потенциал связаны с распределением Ферми – Дирака?** → *Рассмотрите зависимость химического потенциала и омега-потенциала от статистической функции распределения Ферми – Дирака, и как эти параметры влияют на поведение частицы в квантовых системах.*

4. **Каковы основные характеристики систем, называемых термостатами или тепловыми резервуарами?** → *Определите, что понимается под термостатами или тепловыми резервуарами в термодинамике, и как эти системы помогают поддерживать стабильность температуры в процессе теплопередачи.*

5. **Каковы различные формулировки первого закона термодинамики и их физический смысл?** → *Приведите несколько эквивалентных формул первого закона термодинамики и объясните их значение для учета энергии в различных термодинамических процессах.*

6. **Запишите и проанализируйте каноническое распределение и соответствующую статистическую сумму.** → *Представьте математическую форму канонического распределения и объясните его роль в описании вероятности состояний системы в термодинамическом равновесии.*

7. **Какие альтернативные формулировки второго закона термодинамики существуют и как они дополняют друг друга?** → *Перечислите различные интерпретации второго закона термодинамики, такие как принцип максимума энтропии и концепция необратимости процессов, и обсудите их значение в термодинамике.*

8. **Что гласит третье начало термодинамики и какие ключевые следствия из него можно извлечь?**
→ *Сформулируйте третий закон термодинамики, укажите его последствия для поведения вещества при температурах, близких к абсолютному нулю.*

9. **Как определяется спиновая система и какие физические характеристики ей присущи?**
→ *Опишите спиновую систему как объект термодинамического анализа, а также основные параметры, такие как спин, которые влияют на ее поведение.*

10. **Что такое аномальные статистические свойства спиновых систем и в чем заключается концепция отрицательных температур?**
→ *Объясните, что представляют собой аномальные статистические свойства спиновых систем и как возможно существование отрицательных температур в таких системах.*

11. **Каково физическое значение отрицательной температуры и какая из них является "наиболее горячей"?**
→ *Разъясните, в чем заключается физический смысл отрицательных температур в контексте статистической механики, и какой температурный предел следует считать максимально возможным.*

Задачи

1. Рассчитайте изменение внутренней энергии кристаллического вещества массой 0.5 кг при нагревании от 100 K до 300 K, если его теплоёмкость описывается зависимостью $C_V(T)=\alpha T^3$, где $\alpha=2{,}5\times10^{-4}$ $(Дж/(кг\cdot K)^4$.

2. Для идеального кристалла при низких температурах получено, что его молярная теплоёмкость следует закону $C_V \propto T^3$. Определите, при какой температуре T эта модель даст 10% от значения, предсказанного классической теорией Дюлонга и Пти.

3. Монокристалл массой 100 г при температуре 500 K имеет удельную теплоёмкость 440 Дж/(кг·K). Рассчитайте количество теплоты, необходимое для его нагрева на 50 K, предполагая теплоёмкость постоянной.

4. В рамках модели Эйнштейна оцените теплоёмкость одного моля твёрдого тела при температуре $T=T_E/2$, где T_E — характерная эйнштейновская температура. Постройте качественный график зависимости $C_V(T)$.

5. Для кристаллической решётки с числом атомов $N=10^{23}$ определите полную энергию колебаний при $T=300$ K , если $C_V=3k_B$ на атом (высокотемпературный предел).

6. Аморфное твёрдое тело массой 0.2 кг имеет теплоёмкость, описываемую уравнением $C(T)=a+bT^2$. Найдите изменение внутренней энергии при нагревании от 10 K до 50 K, если $a=20$ Дж/(кг·K), $b=0{,}02$ (Дж/(кг·K)^3.

7. Докажите, что при $T\to 0$ молярная теплоёмкость кристаллического твёрдого тела стремится к нулю, и поясните, как это согласуется с третьим началом термодинамики.

8. У кристаллического алюминия температура Дебая составляет 428 K. Найдите температуру, при которой его теплоёмкость достигает 95 % от классического значения.

9. Рассчитайте энтропию твёрдого тела при температуре 50 K, если известно, что его теплоёмкость при этих температурах описывается уравнением $C_V=\beta T^3$, где $\beta=1{,}8\times10^{-3}$ (Дж/(моль·K)^4 .

10. Постройте аналитическое выражение для внутренней энергии твёрдого тела при низких температурах в модели Дебая и покажите, что оно пропорционально T^4 в пределах температур $T\ll\Theta_D$.

11. У кристалла известна экспериментальная зависимость $C_V(T)=C_0\,(1-A/T^2)$ при $T>300$ K. Объясните возможную физическую причину такой температурной коррекции к теплоёмкости.

12. Оцените количество теплоты, необходимое для плавного нагрева диэлектрического кристалла массой 300 г от 0 до 300 K, если на интервале $T<50$ K применима модель $C_V\propto T^3$, а при $T>200$ K — $C_V=\text{const}$.

13. Для модели, в которой теплоёмкость кристалла описывается как $C_V=\gamma T+\delta T^3$, найдите температуру, при которой оба вклада равны. Примите $\gamma=1$ (Дж/(кг·K)^2, $\delta=0{,}01$ (Дж/(кг·K)^4 .

14. У твёрдого тела наблюдается аномальный рост теплоёмкости при температурах выше 800 K. Предложите возможные физические механизмы, объясняющие это явление с точки зрения структуры и дефектов.

15. У металлического образца известно, что при низких температурах теплоёмкость приближённо равна $C=\gamma T+\beta T^3$. Найдите полную энергию в диапазоне от 0 до T, интегрируя по температуре.

16. Доказать, что при высокой температуре молярная теплоёмкость кристалла с N атомами стремится к 3NR, где R — универсальная газовая постоянная.

17. Определите вклад электронов в теплоёмкость металла при температуре 10 K, если известна электронная плотность состояний на уровне Ферми. Как этот вклад соотносится с фононной составляющей?

18. В образце из полупроводника измерена теплоёмкость, заметно превышающая модель Дебая при высоких температурах. Какие внутренние процессы в материале могут объяснять это наблюдение?

19. Для металла с температурой Дебая Θ_D =380 K найдите температуру, при которой теплоёмкость составляет ровно половину от предельного значения по Дюлонгу-Пти.

20. Приведите вывод закона $C_V \sim T^3$ для твёрдого тела в модели Дебая, используя интеграл по плотности фононных состояний. Опишите границы применимости этого закона.

ТЕМА №17. ГАЗ ВАН-ДЕР-ВААЛЬСА. ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ.

1. **Каково физическое содержание и математическое выражение первого закона термодинамики?** *→ Объясните суть первого закона термодинамики, его роль в описании процессов изменения энергии в замкнутых системах, и приведите его математическое выражение.*

2. **Как формулируется второй закон термодинамики и какие его основные следствия?** *→ Рассмотрите второе начало термодинамики, его различные формулировки (например, через энтропию и необратимость процессов), и обсудите его значение для направленности процессов в природе.*

3. **Возможно ли существование вечного двигателя второго рода, с учетом второго закона термодинамики?** *→ Проанализируйте теоретическую невозможность существования вечного двигателя второго рода на основе второго закона термодинамики, и объясните, почему этот закон исключает такие устройства.*

4. **Какие различия в энтропийных характеристиках наблюдаются между реальными и идеальными газами?** *→ Сравните энтропию реального газа и идеального газа, укажите на физические и статистические отличия в их поведении, а также на роль взаимодействий между молекулами в реальном газе.*

5. **Какие основные предположения лежат в основе уравнения состояния газа Ван-дер-Ваальса?**
→ *Опишите основные гипотезы и коррекции, которые вводит уравнение Ван-дер-Ваальса для реальных газов, в отличие от идеального газа. Объясните значение коэффициентов a и b в уравнении состояния.*

6. **Как можно интерпретировать фазы вещества на основе диаграммы состояния газа Ван-дер-Ваальса?**
→ *Рассмотрите фазовую диаграмму газа Ван-дер-Ваальса, опишите области газовой, жидкой и критической фаз, а также фазовые переходы между ними.*

7. **Как газ Ван-дер-Ваальса демонстрирует фазовые переходы и критическое поведение при изменении давления и температуры?**
→ *Исследуйте особенности фазовых переходов для газа Ван-дер-Ваальса, включая переходы между газом и жидкостью, а также объясните критическую точку и поведение газа вблизи неё.*

8. **Какие физические и термодинамические характеристики изменяются при переходе идеального газа в реальный, с учетом взаимодействий между молекулами?**
→ *Опишите, как взаимодействия между молекулами влияют на термодинамические свойства газа, такие как давление, объем, температура и энтропия, и какие изменения происходят при переходе от идеального газа к реальному.*

9. **Какие практические применения уравнение состояния Ван-дер-Ваальса имеет в физике и инженерных науках?**
→ *Перечислите области, где уравнение состояния Ван-дер-Ваальса применяется для моделирования поведения реальных газов, например, в химической инженерии, термодинамике и физике конденсированных фаз.*

10. **Как вычисляется работа и теплота при изотермическом и адиабатном процессе для газа Ван-дер-Ваальса?**
→ *Опишите, как можно рассчитать работу и тепло, переданное в процессе сжатия или расширения газа Ван-дер-Ваальса при постоянной температуре (изотермический процесс) или без теплопередачи (адиабатный процесс).*

11. **Какова роль критической температуры в контексте уравнения состояния Ван-дер-Ваальса?**
→ *Объясните значение критической температуры для реальных газов, включая то, как она связана с поведением газа Ван-дер-Ваальса*

и определяет границу, за которой газ не может быть сжижен при увеличении давления.

12. **Каким образом можно объяснить термодинамическую нестабильность и метастабильность в реальных системах, используя фазовые переходы?**
→ Рассмотрите механизмы возникновения метастабильных состояний в реальных системах и объясните, как они могут быть связаны с фазовыми переходами, например, с переходом жидкости в газ или наоборот.

13. **Как можно использовать фазовые диаграммы для анализа поведения жидкостей при различных внешних условиях (температура, давление)?**
→ Опишите, как фазовые диаграммы (например, давление-объем или температура-объем) помогают анализировать состояния и фазовые переходы в жидкостях и газах, и как эти диаграммы можно использовать для прогнозирования поведения вещества.

14. **Какие параметры уравнения Ван-дер-Ваальса можно экспериментально определить для реальных газов?**
→ Объясните, какие термодинамические измерения (например, давления, объемы, температуры) необходимы для эмпирического определения коэффициентов уравнения состояния Ван-дер-Ваальса для различных веществ.

15. **Каковы особенности фазовых переходов в системах с сильными межмолекулярными взаимодействиями, например, в водородных связях или в воде?**
→ Проанализируйте, как фазовые переходы в системах с сильными межмолекулярными взаимодействиями (например, водородные связи) могут отличаться от обычных фазовых переходов в идеальных или слабовзаимодействующих системах.

16.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ:

1/ На изотермах газа Ван-дер-Ваальса нефизической является область, где:

а) $(\partial P/\partial V$	$> 0\ )_T$	;	
б) $(\partial P/\partial V$	$< 0\ )_T$	;	
в) $(\partial P/\partial V$	$= 0\ )_T$	;	
г) $(\partial V/\partial P$	$> 0\ )_T$	;	
д) $(\partial V/\partial P$	$<\ )_T$	0 .	

2. Адиабатическая теплоемкость термодинамической системы c_s равна:

а) $c_s = \infty$; б) $c_s = 0$; в) $c_s = R$; г) $c_s = c_p$; д) $c_s = c_v$.

3.Метастабильное состояние растянутой жидкости возникает при условии:

а) $P < 0$, $T < 0$, $V < 0$

б) $P > 0$, $T < 0$, $V < 0$

в) $P > 0$, $T > 0$, $V < 0$

г) $P < 0$, $T > 0$, $V < 0$

д) $P < 0$, $T > 0$, $V > 0$

4. Малым параметром в термодинамике стержней является: а) изобарный коэффициент объёмного расширения;

б) адиабатический термический коэффициент давления; в) коэффициент линейного температурного расширения; г) изотермическая сжимаемость;

д) изохорная теплоемкость.

5. К окончательному фазовому равновесию приводит выравнивание: а) температур; б) химических потенциалов; в) давлений;

г) энтропий; д) внутренних энергий.

6. В теплоизолированных системах энтропия обязательно возрастает в процессах:

а) выравнивания; б) равновесных адиабатических; в) неравновесных изохорных; г) равновесных изотермических; д) равновесных изобарных.

Компоненты и фазы характеризуют соответственно:

а) физическую и химическую неоднородность системы; б) только химическую неоднородность системы;

в) только физическую неоднородность системы;

г) химическую и физическую неоднородность системы; д) неоднородность системы по концентрации.

8. О температуре можно сказать, что она:

а) изотермична; б) поливариантна; в) бинарна; г) интенсивна; д) экстенсивна.

9. Первое начало термодинамики в теории стержней имеет вид:

а) $dU = -TdS - fdl$;

б) $dU = TdS - fdl$;

в) $dU = -TdS + fdl$; г) $dU = TdS + fdl$;

д) $dU = TdS - PdV$.

10. Обобщённой силой и обобщённой координатой в теории реальных газов соответственно являются:

а) P и (-V);

б) V и P;

в) P и V;

г) V и (-P);

д) (-P) и V.

11. Энтальпия W в системе СИ имеет размерность:

а) кг·м^2/с^2; б) кг·м^2/с; в) кг·м/с^2; г) кг·с^2/м^2; д) кг·м/с.

Задачи

1. Для одного моля газа, подчиняющегося уравнению Ван-дер-Ваальса, рассчитайте давление при температуре T=300 K и объёме V=0.01 м^3, если a=0.9 (Па·м)^6/моль^2, b=4×10^{-5} м^3/моль.

2. Докажите, что в критической точке производные $(\partial P/\partial V)_T$ и $(\partial^2 P/\partial V^2)_T$ обращаются в ноль, и выведите выражения для критических параметров Ткр, Ркр, Vкр через a и b.

3. Рассчитайте температуру, при которой давление газа Ван-дер-Ваальса в объёме 2Vкр составляет половину от критического. Постройте соответствующую изотерму.

4. Постройте качественную схему изотермы Ван-дер-Ваальса при $T<T_{кр}$ и укажите участки, соответствующие стабильному, метастабильному и нестабильному состояниям.

5. При температуре T=280 K в сосуде объёмом 0.02 $м^3$ находится 1 моль газа с параметрами a=1.36 $(Па·м)^6/моль^2$, b=$3.2×10^{-5}$ $м^3/моль$. Рассчитайте давление газа.

6. На основе уравнения Ван-дер-Ваальса определите изменение давления при изотермическом сжатии газа от $V=3V_{кр}$ до $V=V_{кр}$ при $T=0.9\ T_{кр}$.

7. В одномольной системе наблюдается фазовый переход жидкость–пар. Используя правило равновесия площадей (правило Максвелла), опишите, как определить давления насыщенного пара при заданной температуре.

8. Определите критическую температуру газа, если критическое давление равно 4.6 Мпа, а критический объём составляет 0.09 $м^3$ /моль. Найдите параметры a и b.

9. Для газа, подчиняющегося уравнению Ван-дер-Ваальса, определите, при каких условиях фазовый переход первого рода невозможен. Объясните физический смысл.

10. Определите работу, совершаемую газом при обратимом изотермическом расширении от V_1 =0.01 $м^3$ до V_2 =0.03 $м^3$ при T=300 K, используя уравнение Ван-дер-Ваальса.

11. Для газа с параметрами a и b найдите выражение для внутренней энергии как функции объёма и температуры, если известно, что $(\partial U/\partial V)_T = T(\partial P/\partial T)_V - P$.

12. В изотермическом процессе при температуре ниже критической наблюдается скачкообразное изменение объёма. Объясните природу такого фазового перехода и условия его протекания.

13. Рассчитайте изменение энтропии при изотермическом испарении одного моля газа, используя данные о температуре, давлении и скрытой теплоты фазового перехода.

14. Покажите, что при $T \to 0$ уравнение Ван-дер-Ваальса предсказывает поведение, аналогичное жидкости, и объясните, почему модель теряет применимость в этом пределе.

15. Рассчитайте величину скачка объёма при фазовом переходе для газа при температуре T=0.95 Tкр, используя численный метод решения уравнения Ван-дер-Ваальса.

16. В цилиндре под поршнем находится газ, подчиняющийся уравнению Ван-дер-Ваальса. Определите условия, при которых при медленном нагреве произойдёт внезапное расширение объёма — эффект кипения.

17. Для газа с $a=1.2\ (\text{Па}\cdot\text{м})^6/\text{моль}^2$, $b=4\times10^{-5}\ \text{м}^3/\text{моль}$ найдите, при каком объёме на изотерме T=0.8 Tкр давление достигает локального минимума.

18. Рассчитайте, на сколько процентов давление реального газа при T=300 K и $V=10^{-2}\ \text{м}^3$ отличается от идеального газа при тех же условиях.

19. Обоснуйте необходимость использования уравнения Ван-дер-Ваальса для описания фазовых переходов и укажите ограничения модели.

20. Опишите, как можно экспериментально определить параметры a и b для конкретного газа, используя данные изотерм и фазовых переходов.

ТЕМА №18. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ФЛУКТУАЦИИ.

1. **Как определяется флуктуация числа частиц в системе?** *Опишите, что понимается под флуктуациями числа частиц в термодинамических системах и как это понятие связано с статистическими изменениями числа частиц в заданном объеме.*

2. **В чем заключается различие между статистическим и термодинамическим подходами к описанию тепловых процессов?** *Сравните два подхода: статистический, который использует вероятностные методы для описания микроскопических процессов, и термодинамический, который ориентирован на макроскопические свойства системы. Укажите, как они могут дополнять друг друга при исследовании тепловых явлений.*

3. **Какие особенности флуктуаций наблюдаются в замкнутой системе?** *Объясните, как термодинамические флуктуации проявляются в замкнутой системе, где количество вещества и энергия сохраняются, и какие ограничения накладываются на флуктуации в таких системах.*

4. **Что такое статистические флуктуации и как они связаны с термодинамическими величинами?** *Дайте определение статистическим флуктуациям, опишите, как они влияют на термодинамические величины, такие как давление, температура и объем, и как их можно анализировать с точки зрения статистической механики.*

5. **Какие физические характеристики системы являются мерой термодинамических флуктуаций?** *Перечислите и объясните основные физические параметры, такие как энергия, число частиц, объем и температура, которые служат мерой флуктуаций в термодинамических системах. Опишите методы их вычисления.*

6. **Почему вероятность значительных флуктуаций в термодинамических системах крайне мала?** *Объясните, почему вероятность возникновения больших флуктуаций в макроскопических системах обычно невелика, учитывая статистические законы распределения и термодинамическое равновесие.*

7. **Как можно оценить флуктуации числа частиц в ограниченном объеме?** *Предложите подходы и методы для количественной оценки*

флуктуаций числа частиц в определенном объеме, используя основные принципы статистической механики и термодинамики.

8. **Какие методы можно применить для оценки флуктуаций объема в термодинамической системе?**
Объясните, как флуктуации объема могут быть оценены в различных системах и как они связаны с изменениями других термодинамических переменных, таких как давление и температура.

9. **Каким образом можно оценить флуктуации температуры в определенном объеме системы?**
Опишите, как флуктуации температуры могут возникать в термодинамических системах, и предложите методы их количественного анализа, учитывая влияние температуры на другие макроскопические параметры системы.

Тестовые задания

1. **Какое из следующих утверждений является правильным?**
A) Чем больше количество молекул в системе, тем точнее можно предсказать статистические закономерности.
B) Чем меньше количество молекул в системе, тем точнее можно предсказать статистические закономерности.
C) Чем больше количество молекул в системе, тем менее точны статистические предсказания.
D) Статистические закономерности теряют свою актуальность при переходе к большим системам с множеством частиц.
E) Точность статистических предсказаний не зависит от числа молекул в системе.

2. **Какое из следующих определений соответствует флуктуации?**
A) Отклонение от среднего квадратичного значения величины называется флуктуацией.
B) Отклонение от наиболее вероятного значения величины называется флуктуацией.
C) Отклонение от среднего значения величины называется флуктуацией.
D) Отклонение от максимального значения величины называется флуктуацией.
E) Отклонение от минимального значения величины называется флуктуацией.

3. **Как правильно трактовать понятие статистического веса или термодинамической вероятности?**

A) Это количество микросостояний, соответствующих конкретному макросостоянию системы.
B) Это количество макросостояний, которые могут быть обусловлены определенным микросостоянием системы.
C) Это общее число различных микросостояний, которые могут быть ассоциированы с разными макросостояниями.
D) Это общее количество макросостояний, которые могут быть представлены различными микросостояниями.
E) Это идентично понятию математической вероятности.

4. **Каково определение равновесного состояния системы?**
A) Макросостояние системы, которое не изменяется со временем и не имеет тенденции к изменению.
B) Макросостояние системы, которое постоянно изменяется со временем.
C) Микросостояние системы, которое стабильно и не изменяется со временем.
D) Микросостояние системы, которое изменяется со временем.
E) Любое макросостояние системы.

5. **Каков математический связь между энтропией и статистическим весом?**
A) Энтропия пропорциональна статистическому весу.
B) Энтропия пропорциональна логарифму статистического веса.
C) Энтропия обратно пропорциональна логарифму статистического веса.
D) Энтропия пропорциональна квадрату статистического веса.
E) Энтропия пропорциональна кубу статистического веса.

6. **Из приведённых ниже формул выбрать соотношение для наиболее вероятной скорости (здесь m_0 -масса молекулы):**

1) $\sqrt{8kT/\pi m_0}$;

2) $\sqrt{3kT/m_0}$; 4) $\sqrt{7kT/m_0}$;

3) $\sqrt{2kT/m_0}$; 5) $\sqrt{10kT/m_0}$.

7. Какая из трёх характерных скоростей больше:
1) средняя;
2) средняя квадратичная;
3) наиболее вероятная;
4) они все равны;

5) их нельзя сравнивать.

8. Определение флуктуаций числа частиц.

Ответ: Флуктуации - отклонение числа частиц от их среднего значения.

Задачи с подробным решением:

Задача 1. Выразить относительную флуктуацию энергии системы, подчиняющейся каноническому распределению Гиббса, через среднее значение энергии и модуль канонического распределения Q.

Найти	δ_E
Дано	$\overline{E} = \int E\rho\, d\Gamma$

Задача имеет расчетный (математический) характер, поэтому СО выбирать не будем.

Воспользуемся формулами, определяющими как абсолютную, так и относительную флуктуации:

$$\overline{(\Delta x)^2} = \overline{(x-\overline{x})^2} = \overline{x^2 - 2x\cdot\overline{x} + \overline{x}^2} = \overline{x^2} - 2\overline{x}\cdot\overline{x} + \overline{x}^2 = \overline{x^2} - \overline{x}^2.$$

Соответственно:

$$\delta_E = \frac{\sqrt{\overline{E^2} - \overline{E}^2}}{\overline{E}},$$

где расчет величин, входящих в эти формулы, производится по стандартным формулам:

$$\overline{x} = \int x\rho\, d\Gamma \quad и \quad \overline{x^2} = \int x^2 \rho\, d\Gamma.$$

Функция канонического распределения Гиббса имеет следующий вид:

$$\rho = C\cdot \exp\left(-\frac{E}{\Theta}\right).$$

Постоянную C находим из условия нормировки:

$$\int \rho\, d\Gamma = 1,$$

откуда

$$C = \frac{1}{\int \exp\left(-\frac{E}{\Theta}\right) d\Gamma}.$$

Введем новую переменную $\alpha = -\frac{1}{\Theta}$, тогда выражение для средней энергии можно представить следующим выражением:

$$\overline{E} = \frac{\int E \cdot \exp\left(-\frac{E}{\Theta}\right) d\Gamma}{\int \exp\left(-\frac{E}{\Theta}\right) d\Gamma} = \frac{\frac{\partial}{\partial\alpha}\int \exp(\alpha E) d\Gamma}{\int \exp(\alpha E) d\Gamma} = \frac{\partial}{\partial\alpha} \ln \int \exp(\alpha E) d\Gamma =$$

$$= \frac{\partial}{\partial\alpha} \ln Z = \Theta^2 \frac{\partial}{\partial\Theta} \ln Z.$$

Аналогично:

$$\overline{E^2} = \int E^2 \rho \, d\Gamma = \frac{\int E^2 \exp(\alpha E) d\Gamma}{\int \exp(\alpha E) d\Gamma} = \frac{\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2}\int \exp(\alpha E) d\Gamma}{\int \exp(\alpha E) d\Gamma} = \frac{\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2} Z}{Z}.$$

Далее можно составить и выражение для относительной флуктуации.

Однако, по условию задачи последнее выражение нужно представить как функцию средней энергии и модуля канонического распределения. Поэтому проведем расчет иначе.

Составим производную от средней энергии по модулю канонического распределения как по параметру:

$$\frac{\partial}{\partial\Theta}\overline{E} = \frac{\partial}{\partial\Theta} \frac{\int E \exp\left(-\frac{E}{\Theta}\right) d\Gamma}{\int \exp\left(-\frac{E}{\Theta}\right) d\Gamma} =$$

$$= \frac{\int \exp\left(-\frac{E}{\Theta}\right) d\Gamma \cdot \frac{\partial}{\partial\Theta}\int E \exp\left(-\frac{E}{\Theta}\right) d\Gamma - \int E \exp\left(-\frac{E}{\Theta}\right) d\Gamma \frac{\partial}{\partial\Theta}\int \exp\left(-\frac{E}{\Theta}\right) d\Gamma}{\left(\int \exp\left(-\frac{E}{\Theta}\right) d\Gamma\right)^2} =$$

$$= \frac{\frac{1}{\Theta^2}\int E^2 \exp\left(-\frac{E}{\Theta}\right) d\Gamma}{Z} - \frac{1}{\Theta^2}\left(\frac{\int E \exp\left(-\frac{E}{\Theta}\right) d\Gamma}{Z}\right) = \frac{1}{\Theta^2}\left(\overline{E^2 - \overline{E}^2}\right).$$

Следовательно,

$$\delta_E = \frac{\Theta}{\overline{E}}\sqrt{\frac{\partial \overline{E}}{\partial \Theta}},$$

, что и требовалось получить.

Задача 2. Пользуясь тем, что микроскопический механизм броуновского
движения представляет собой диффузию, обусловленную флуктуациями плотности, найти средне квадратичное смещение броуновской частицы за время t.

Найти	$\sqrt{\overline{\Delta x^2}}$
Дано	$\frac{\partial n}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$

Будем рассматривать некоторую статистическую систему, поэтому и СО назовем “Статистическая система”.

Пусть в момент времени t_0 в слое с координатой x_0 имеется n_0 частиц и процесс диффузии происходит в направлении оси Ox . Тогда дифференциальное уравнение такой одномерной диффузии имеет вид:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 n}{\partial x^2},$$

где *n* - число частиц в слое с координатой *x* в момент времени *t* , *D* -коэффициент диффузии.

Частным решением этого уравнения является функция :

$$n(t) = \frac{n_0}{2\sqrt{\pi D t}} \exp\left(-\frac{(x - x_0)^2}{4Dt} \right).$$

Упростим решение, приняв x0 = 0 :

$$n(t) = \frac{n_0}{2\sqrt{\pi D t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt} \right).$$

По определению, с учетом сделанного упрощения,

$$\sqrt{\overline{\Delta x^2}} = \sqrt{\overline{(x - x_0)^2}} = \sqrt{\overline{x^2}}$$

Среднеквадратичное смещение найдем по общему правилу:

$$\overline{x^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 dW,$$

где вероятность смещения частицы в интервале от *x* до *x*+*dx* есть функция *x* и пропорциональна ширине интервала *dx* :

$$dW(x) = f(x)dx = \frac{n(x)}{n_0} dx.$$

Тогда выражение для среднеквадратичного смещения принимает расчетный вид:

$$\overline{x^2(t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \frac{n(t)}{n_0} dx = \frac{1}{2\sqrt{\pi D t}} \int x^2 \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right) dx.$$

Воспользуемся значением несобственного интеграла Пуассона:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \exp\left(-\alpha x^2\right) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \alpha^{-\frac{3}{2}}.$$

Для искомой величины получаем:

$$\overline{x^2} = 2D\,t.$$

Задачи

Общие флуктуации в термодинамике

1. **Флуктуации энергии в каноническом ансамбле**

Покажите, что дисперсия флуктуаций энергии системы в каноническом ансамбле выражается через теплоёмкость при постоянном объёме. Оцените порядок относительных флуктуаций энергии для моля идеального газа при температуре 300 К.

2. **Флуктуации числа частиц**

Выведите выражение для дисперсии числа частиц в большом каноническом ансамбле. Рассчитайте относительные флуктуации числа молекул в объёме $V=10^{-6}$ м^3 при стандартных условиях.

3. **Связь между флуктуациями и откликом**

Покажите, что флуктуации температуры в термодинамически замкнутой системе связаны с теплоёмкостью системы. Обсудите, почему температурные флуктуации обычно малы в макроскопических системах.

4. **Флуктуации давления**

Выведите выражение для флуктуаций давления в изотермически-изобарном ансамбле. Укажите, как флуктуации давления зависят от объёма системы.

5. **Флуктуации объема в изотермическо-изобарном ансамбле**

Найдите дисперсию флуктуаций объема и выразите её через сжимаемость вещества. Обсудите физический смысл полученного результата.

Статистическое описание флуктуаций

6. **Гауссовский характер флуктуаций**

Докажите, что для макроскопических систем вероятность отклонения параметра состояния от среднего значения подчиняется гауссовскому распределению. Приведите пример для флуктуаций энергии.

7. **Флуктуации энтропии**

На основе распределения Больцмана оцените флуктуации энтропии в изолированной системе. Как связаны флуктуации энтропии и энергии?

8. **Флуктуации энтальпии**

Выведите выражение для дисперсии флуктуаций энтальпии в изобарном ансамбле. Рассчитайте порядок величины флуктуаций для идеального газа.

9. **Кросс-корреляции флуктуаций**

Для канонического ансамбля найдите кросс-дисперсию между флуктуациями давления и объема. Какие физические выводы можно сделать на основе знака этой величины?

10. **Микроскопическая интерпретация флуктуаций**

Объясните, как микроскопические взаимодействия приводят к возникновению макроскопических флуктуаций. Приведите примеры для систем с короткодействующим и дальнодействующим взаимодействием.

Специальные случаи и приближения

11. **Флуктуации вблизи фазового перехода второго рода**

Объясните, почему флуктуации становятся особенно выраженными вблизи критической точки. Как изменяется корреляционная длина?

12. **Флуктуации в малых системах**

Рассмотрите термодинамическую систему, содержащую ~100 частиц. Оцените относительные флуктуации энергии и числа частиц. Почему в таких системах классическая термодинамика неприменима напрямую?

13. **Флуктуации в ансамбле Гранд-Каноническом**

Для гранд-канонического ансамбля выведите выражение для флуктуаций энергии и числа частиц. Сравните с каноническим ансамблем.

14. **Флуктуации температуры при тепловом контакте**

Две системы находятся в тепловом контакте. Определите распределение температурных флуктуаций одной из них при условии, что вторая система значительно больше.

15. **Принцип наименьшего действия для флуктуаций**

Покажите, как из принципа наименьшего действия можно получить наиболее вероятную траекторию флуктуационного процесса. Приведите пример флуктуации давления.

Приложения и интерпретации

16. **Флуктуации плотности в идеальном газе**

Рассчитайте дисперсию флуктуаций плотности в маленьком объеме идеального газа. Используйте распределение Пуассона.

17. **Связь флуктуаций и шумов**
Объясните связь между термодинамическими флуктуациями и шумом (например, шумом Джонсона–Найквиста в резисторе).

18. **Флуктуации в биомолекулярных системах**
Рассмотрите флуктуации энергии в белке, находящемся в водной среде при температуре 310 K. Как они влияют на его стабильность?

19. **Флуктуации и теорема о возвращении Пуанкаре**
Обсудите, как флуктуации в изолированной системе связаны с возвратом системы в начальное состояние. Укажите ограничения этого утверждения.

20. **Оценка флуктуаций с помощью метода Лапласа**
Используя метод Лапласа, оцените вероятность больших флуктуаций энергии в системе с известной плотностью состояний. Приведите пример численного расчета.

Дополнительные вопросы для самостоятельного решения студентов к итоговому контролю

1. Что такое термодинамическая система? Каковы основные виды термодинамических систем?
2. Объясните концепцию термодинамического равновесия. Какие виды равновесия существуют в термодинамике?
3. Чем характеризуются термодинамические процессы? Приведите примеры различных типов процессов.
4. Каковы основные постулаты статистической механики?
5. В чем заключается принцип сохранения энергии в термодинамике?
6. Какова физическая интерпретация работы в термодинамике? Приведите примеры работы в различных процессах.
7. Сформулируйте первый закон термодинамики и объясните его значение.
8. Объясните понятие энтропии. Как она определяется в термодинамике?
9. Каковы формулировки второго закона термодинамики?
10. Что такое обратимость и необратимость термодинамических процессов?
11. Каковы основные особенности термодинамических флуктуаций?
12. Что такое теплоемкость? Как она связана с теплотой и температурой?

13. Каков физический смысл коэффициента теплопроводности? Как он зависит от температуры и других факторов?
14. Что такое статистическое распределение? Какие виды распределений существуют в статистической механике?
15. Чем отличается идеальный газ от реального газа? Приведите примеры.
16. В чем заключается закон Бойля-Мариотта для идеального газа?
17. Что такое закон Авогадро? Как он объясняет молекулярную структуру веществ?
18. Каковы свойства квантовых газов? Чем они отличаются от классических?
19. Что такое фазовые переходы? Приведите примеры фазовых переходов.
20. Каковы основные теоретические принципы, стоящие за уравнением состояния идеального газа?
21. Объясните принцип канонического ансамбля в статистической механике.
22. Что такое распределение Ферми-Дирака и для чего оно используется?
23. Какова роль химического потенциала в термодинамике?
24. Чем отличается равновесное состояние системы от неравновесного?
25. Сформулируйте закон Стефана-Больцмана. Что он описывает?
26. Что такое закон Вина для черного тела? Как он соотносится с температурой?
27. Каково значение коэффициента теплопроводности для различных материалов?
28. Что такое идеальный газ? Как его поведение описывается уравнением состояния?
29. В чем заключается принцип максимума энтропии?
30. Как флуктуации влияют на термодинамическое поведение системы?

Задачи для самостоятельного решения студентов к итоговому контролю

1. Рассчитайте энтропию 1 моль идеального газа при заданной температуре и объеме.
2. Выведите уравнение состояния идеального газа и объясните физический смысл его параметров.
3. Найдите изменение внутренней энергии одноатомного идеального газа при изохорном процессе.
4. Рассчитайте работу, выполненную газом при изобарном процессе.
5. Оцените изменение температуры газа в ходе адиабатного расширения.
6. Рассчитайте изменение энтропии при плавлении вещества при постоянной температуре.
7. Найдите теплоемкость вещества при постоянном давлении и объясните ее физическое значение.
8. Рассчитайте работу и теплоту для процесса, в котором газ расширяется политропно.
9. Определите теплоту, необходимую для нагрева тела от одной температуры до другой с использованием удельной теплоемкости.
10. Рассчитайте изменение энтропии при испарении жидкости.
11. Найдите изменение объема газа при адиабатном процессе.
12. Оцените количество работы, совершенное при изотермическом расширении идеального газа.
13. Вычислите коэффициент теплопроводности для материала при заданных условиях.
14. Рассчитайте максимальную вероятность флуктуации молекул газа, занимающих 0,1 объема.
15. Найдите температуру черного тела, которое излучает мощность, равную 100 Вт.
16. Определите количество теплоты, необходимое для повышения температуры тела при изохорном процессе.
17. Рассчитайте давление идеального газа при заданных условиях температуры и объема.

18. Определите энтропию газа, если его температура и давление изменяются в процессе.

19. Выведите уравнение для статистического распределения Максвелла.

20. Рассчитайте вероятность нахождения молекулы в заданном энергетическом состоянии при температуре Т.

21. Оцените флуктуации давления в газе при заданных условиях.

22. Рассчитайте работу, выполненную газом при изобарном расширении.

23. Найдите отношение термодинамических вероятностей состояний газа при его изотермическом расширении.

24. Рассчитайте полное изменение энтропии при сжигании топлива с заданными теплотами сгорания.

25. Оцените изменение температуры газа при изохорном нагреве.

26. Рассчитайте изменение внутренней энергии двухатомного идеального газа при адиабатном процессе.

27. Найдите энтропию и температуру системы с учётом её микросостояний.

28. Рассчитайте количество теплоты, необходимое для изменения температуры тела при известной теплоемкости.

29. Вычислите изменение давления и температуры для газа в ходе изотермического сжатия.

30. Определите максимальную температуру черного тела, которое излучает максимальное количество энергии при заданной мощности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Левич В.Г. и др. Курс теоретической физики. Т. 1,2. М.: Наука, 1967-1971 г.
2. Ландау Л.Д. Лифщиц Е.М. Статистическая физика. М.: Наука, 1976 г.
3. Базаров И.П. Термодинамика. М. 1991 г.
4. Румер Ю.Б., Рывкин М.С. Термодинамика, статистическая физика и кинетика. М. 1976.
5. Бабаджан Е. И. и др. Сборник качественных вопросов и задач по общей физике. – М.: Наука, 1990. – 400 с.
6. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики. изд. доп. и переб. – СПб.: СпецЛит, 2002. – 327 с.
7. Гурьев Л. Г. и др. Сборник задач по общему курсу физики.– М.: Высшая школа, 1966, – 408 с.
8. Д. А. Заикин, В. А. Овчинкин, Э. В. Прут. Сборник задач по общему курсу физики: Учеб. пособие для вузов. В 3 ч. Ч.1 Механика. Термодинамика и молекулярная физика. – М: Изд-во МФТИ, 1998. – 416 с.
9. Савельев И. В. Курс общей физики. Т.3. – М.: Наука, 1982. – 1984.
10. Савельев И. В. Сборник вопросов и задач по общей физике. – М.: Наука, 1988. – 288 с.
11. Сборник задач по физике для вузов / Д. И. Сахаров – 13-е изд., испр. и доп. – М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»: ООО «Издательство «Мир и образование», 2003. – 400 с.
12. Смородин Ю. А., Ромишевский Е. А., Стасенко А. Л. Введение в физику колебаний и волн. Т.2. – Долгопрудный: МФТИ, 1975.
13. Фирганг Е. В. Руководство к решению задач по курсу общей физики. – М.: Высшая школа, 1977. – 347 с.
14. Фриш С. Э., Тиморева Э. В. Курс общей физики. Т.1-2. – М., Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1962.
15. Чертов А. Г., Воробьев А. А. Задачник по физике. – М.: Высшая школа, 1988. – 527с.
16. Иродов И. Е. Задачи по общей физике. Учеб. пособие для вузов. – 5-е изд., испр. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2003. – 432 с.: ил.
17. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3т. Т.2. Электричество и магнетизм. Волны, оптика. 3-е изд., испр. – М.: Наука, 1988. – 496с.
18. Новодворская Е.М., Дмитриев Э.М. Методика проведений упражнений по физике во ВТУЗе. – М.: Высшая школа, 1981. – 416с.

НЕКОТОРЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ

Постоянная Больцмана $k = 1.38\times10^{-16}$ эрг/К = $.38\times10^{-23}$Дж/К
Постоянная Планка $\hbar = 1.055\times10^{-27}$ эрг·с = 1.055×10^{-34}
Дж·с
Элементарный заряд $e = 4.8\times10^{-10}$ CGSE = 1.6×10^{-19} Кл
Число Авогадро $N_A = 6.022\times10^{23}$ моль$^{-1}$
Масса покоя электрона $m_e = 9.1\times10^{-28}$ г = 9.1×10^{-31} кг
Атомная единица массы а.е.м. ($\approx m_p$) = 1.66×10^{-24} г Радиус
Бора $a_B = 0.53\times10^{-8}$ см
Магнетон Бора $\mu_B = e\hbar/2m_ec = 9.27\times10^{-21}$ эрг/гаусс =
= 9.27×10^{-24} Дж/Т
Ядерный магнетон $\mu_N = 5.05\times10^{-24}$ эрг/гаусс
Постоянная Стефана – $\sigma_{SB} = \pi^2k^4/60\hbar^3c^2$ =
Больцмана = 0.57×10^{-4} эрг·см$^{-2}$·К$^{-4}$·сек$^{-1}$
Газовая постоянная $R = 8.31\times10^{7}$ эрг·К$^{-1}$·моль$^{-1}$
Объем идеального газа
при 0 °С и 1 атм $V_0 = 2.24\times10^{4}$ см^3/моль
Гравитационная постоянная $G = 6.673\times10^{-8}$ см^3·г$^{-1}$·сек$^{-2}$
Ускорение свободного
падения на экваторе $g = 978$ см/сек^2
Масса Солнца 2×10^{33} г
Радиус Солнца 7×10^{10} см Расстояние Земли от
Солнца 1.5×10^{13} см
Радиус Земли 6.37×10^{8} см
Энергия ионизации атома Н 13.6 эВ
1 эВ = 1.6×10^{-12} эрг = 1.16×10^{4} К = 0.8×10^{4} см$^{-1}$
1 атм = 1.01×10^{6} дин/см^2
ln 10 = 2.30 ln 2 = 0.693 log e = 0.4343

ДЛЯ ЗАМЕТОК

С.О. Саидов

ПРАКТИКУМ ПО ТЕРМОДИНАМИКЕ И СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ

(Учебное пособие для студентов и преподавателей профильных вузов)

Редактор:	**Э. Эшов**
Технический редактор:	**Д. Абдурахмонова**
Корректор:	**М. Шодиева**
Художественный руководитель:	**М. Сатторов**

Издательская лицензия № 022853. 04.03.2022.
Разрешение на печать с оригинального макета: 31.07.2025.
Формат 60x84. Гарнитура Times New Roman 1/16.
Электрографический печать.
Печатная форма 7,5. Тираж 100 экз. Заказ №_.

KAMOLOT

ООО “БУХОРО ДЕТЕРМИНАНТИ” отпечатано в типографии, город Бухара ул. Намозгох 24
+998 91 310 27 22