O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI

OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI

F.Qosimov M.Qosimova

BOSHLANG'ICH MATEMATIKA KURSI NAZARIYASI

(1-qism)

5111700-boshlang'ich ta'lim yo'nalishi talabalari uchun
o'quv qo'llanma

Buxoro-2021 y.

Boshlang'ich matematika kursi nazariyasi.

F.M.Qosimov M.M.Qosimova

"Boshlang'ich matematika kursi nazariyasi" fanidan o'quv qo'llanma oliy ta'limning boshlang'ich ta'lim asoslari yo'nalishida belgilangan DTS talablari va "Boshlang'ich matematika kursi nazariyasi" o'quv fani dasturi asosida tuzilgan. O'quv qo'llanmada Boshlang'ich matematika kursi nazariyasi fanidan mavzular to'plami va har bir mavzuga oid mustaqil topshiriqlar o'z ifodasini topgan. Mavzuga oid mustaqil ishlarning 0- variant yechimlsri keltirilgan. Ushbu qo'llanma oliygohning 5111700-boshlang'ich ta'lim va sport, tarbiyaviy ish yo'nalishi kunduzgi, sirtqi va maxsus sirtqi bo'lim talabalari, shuningdek, 5A111701-ta'lim va tarbiya nazariyasi va metodikasi (boshlang'ich ta'lim) yo'nalishi magistrlari va o'rta umumta'lim maktablari boshlang'ich sinf o'qituvchilari foydalanishlari uchun mo'ljallangan bo'lib, yoshlarning bilim va iqtidorini rivojlantirish, kelgusida ularning malakali kadrlar bo'lib etishishi uchun xizmat qiladi.

Mas'ul muharrir: **pedagogika fanlari doktori**
professor Qahhorov. S.Q

Taqrizchilar: fizika- matematika fanlari nomzodi
dotsent Rasulov H.H

Pedagogika fanlari nomzodi
dotsent R. Muhitdinov
Pedagogika fanlari nomzodi
dotsent A. Hamroyev

So’z boshi

O’zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevraldagi PF-4947 son”O’zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo’yicha Harakatlar starategiyasi to’g’risida”gi, 2019 yil 29 apreldagi ” O’zbekiston Respublikasi xalq ta’limi tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to’g’risida” gi PF-5712- son farmonlari, 2017 yil 20 apreldagi PQ-2909 son ”Oliy ta’lim tizimini yanada rivojlantirish chora-tadbirlari to’g’risida” gi, 2017yil 27 iyuldagi PQ-3151 son ”Oliy ma’lumotli mutaxassislar tayyorlash sifatini oshirishda iqtisodiyot sohalari va tarmoqlarining ishtirokini yanada kengaytirish chora-tadbirlari to’g’risidagi, 2017 yil 6-apreldagi 187 –son ” Umumiy o’rta va o’rta maxsus, kasb-hunar ta’limining Davlat ta’lim standartlarini tasdiqlash to’g’risida”gi, 2019 yil 8 oktabrdagi PQ- 5847-sonli Farmoni, Oliy va o’rta-maxsus ta’lim vazirining 2018 yil 9 avgustdagi 19-2018-sonli buyrug’i bilan tasdiqlangan ” Oliy ta’lim muassasalarida talabalar bilimini nazorat qilish va baholash tizimi to’g’risidagi Nizom” hamda sohaga oid boshqa me’yoriy- huquqiy hujjatlarda belgilangan vazifalarni amalga oshirishda ushbu qo’llanma muayyan darajada xizmat qiladi.

O’zbekiston Respublikasining ravnaqi, kelajagi ijodkor yoshlarga bog’liq. Bunday yoshalarni tarbiyalash boshlang’ich sinf o’qituvchisi oldida turgan muhim vazifalardan biridir. Bu borada boshlang’ich o’qituvchisi fan asoslari bilan chuqur qurollangan bo’lib, nazariy hamda amaliy bilim va malakalarga ega mohir pedagog bo’lishini, ta’limda yangi pedagogik va axborot texnologiyalardan unumli foydalana oladigan kasb egasi bo’lmog’i zarur.

Ta’limda yangi pedagogik texnologiyani qo’llashning talablaridan biri o’quvchi va talabalarga bilim va ko’nikmalar berishni reproduktiv tarzda emas, balki produktiv(mahsuldor) usullar orqali berish, ya’ni ularga tayyor bilim bermasdan, ularni mustaqil bilim olishga undash yo’llarini o’rgatishdan iborat. Shu bilan birga o’zlashtirilgan bilimlarni o’z vaqtida nazorat qilish, uni baholash ham o’ta zarur hisoblanadi. Bu ishda reyting tizimi, test usuli asosida o’quvchi talabalar bilimlarini tekshirib, xolisona baholash nazarda tutiladi.

Boshlang’ich ta’lim umumta’lim bir bo’g’ini bo'lib, unda faoliyat ko’rsatadigan o’qituvchi aynan bir fan mutaxassisigina bo’lib qolmay, bir necha fandan o’quvchilrga bilim beradi. Boshlang’ich sinf o’qituvchisi ona tili, o’qish, matematika, texnologiya, atrofimizdagi olam kabi fanlardan dars berar ekan bu fanlarning nazariy asoslarini chuqur o’rganishi kerak. Darhaqiqat, o’qituvchi o’quvchilarga matematika fanidan bilim berish jarayonida uning nazariy asosi bo’lgan ”Boshlang’ich matematika kursi nazariyasi” fanidan etarli ma’lumotga ega bo’lmogi zarur.

”Boshlang’ich matematika kursi nazariyasi” fani 5111700- ” Boshlang’ich ta’lim va sport, tarbiyaviy ish” ta’lim yo’nalishi o’quv rejasida kiritilgan. Bo’lajak boshlang’ich sinf o’qituvchilarining mazkur fan yuzasidan chuqur bilim, malakaga ega bo’lishi bilan birga o’z ustida murtaqil ishlashga o’rgatish luchun ushbu o’quv qo’llanma muhim ahamiyat kasb etadi.

“Boshlang’ich matematika kursi nazariyasi” fanidan o’quv qo’llanma ikki qismdan iborat bo’lib, 1-qismda boshlang’ich matematika kursini nazariy asoslash uchun zarur bo’lgan asosiy tushunchalar va mustaqil ta’lim topshiriqlari berilgan.

Qollanmada to’plamlar va ular ustida amallar. To’plamlarning berilish usulari, Eyler- Venn diagrammalari, moslik va munosabatlar, to’plamdagi munosabat va uning xossalari, ekvivalentlik munosabati va uning xossalari, kombinatorika elementlari.Matematik mantiq elementlari. Matematik tushuncha. Tushunchaning hajmi va mazmuni. Algebraik sistemalar.Binar algebraic operatsiyalar. Neytral va yutuvchi elementlar Elementar graflar nazariyasi. Nomanfiy butun sonlar to’plami..Sanoq sistemalari haqidagi nazariy ma’lumotlar va shu mavzularga oid mustaqil ta’lim topshiriqlari kiritilgan.

Muallif qo’llanma sifatini yaxshilash uchun bildirilgan barcha taklif va mulohazalarni qabul qiladi.

To'plamlar va ular ustida amallar.

To‘plam deganda narsalar, buyumlar, ob’ektlarni biror xossasiga ko‘ra birgalikda (bitta butun deb) qarashga tushuniladi.

Masalan, hamma natural sonlarni birgalikda qarasak, natural sonlar to‘plami hosil bo‘ladi. Bir talabalar uyida yashovchi talablarni birgalikda qarash bilan shu talabalar uyidagi talabalar to‘plamini hosil qilamiz. To‘g‘ri chiziqda yotuvchi hamma nuqtalarni bitta butun deb qarash shu to‘g‘ri chiziqdagi nuqtalar to‘plamini, maktabdagi o‘quvchilarni birgalikda qarash o‘quvchilar to‘plamini beradi va h.k.

1-ta'rif: To‘plamni tashkil etuvchi narsalar, buyumlar, ob’ektlar – bu to‘plamning elementlari deb ataladi. Masalan, yuqoridagi misollardagi o‘quvchilar, talabalar, natural sonlar mos to‘plamlarining elementlari hisoblanadi. To‘plamlar odatda, lotin yoki grek alfavitining katta harflari bilan, ularning elementlari esa alfavitning kichik harflari bilan belgilanadi. A to‘plam $a,b,s,d,...,\alpha,\beta$ elementlaridan tuzilganligi $A=\{a,b,s,d,...,\alpha,\beta\}$ ko‘rinishda yoziladi.

2-ta'rif: Bitta ham elementga ega bo‘lmagan to‘plam bo‘sh to‘plam deb ataladi va $\varnothing$ bilan belgilanadi.

a element A to‘plamning elementi ekanligi $a\in A$ ko‘rinishda belgilanadi va «a element A to‘plamning elementi», «a element A to‘plamga tegishli», «a element A to‘plamda mavjud» yoki «a element A to‘plamga kiradi» deb aytiladi.

a element A to‘plamning elementi emasligi $a\notin A$ belgi bilan ko‘rsatiladi. Masalan, $A=\{a,b,s\}$ to‘plam uchun $a\in A$ $b,s,\in A$ lekin $l\notin A$.

To‘plamni tashkil etuvchi elementlar soni chekli yoki cheksiz bo‘lishi mumkin. Birinchi holda chekli to‘plamga, ikkinchi holda esa cheksiz to‘plamga ega bo‘lamiz. Masalan: $A=\{a\}$, $B=\{a,b\}$, $C=\{a,b,s\}$ to‘plamlar chekli bo‘lib, ular mos ravishda bitta, ikkita va uchta elementlardan tuzilgan. Quyidagi $A=\{1,23,...,n,...\}$, $B=\{2,4,6,...,2n,...\}$ to‘plamlar cheksiz to‘plam.

3-ta'rif: A to‘plamning har bir elementi B to‘plamda ham mavjud bo‘lsa, A va B to‘plamlarni teng (bir xil) deb atab buni $A=B$ yoki $B=A$ ko‘rinishda belgilaymiz.

4-ta'rif: B to‘plamning har bir elementi A to‘plamda ham mavjud bo‘lsa B ni A to‘plamning to‘plam osti, (qismi, qism to‘plami) deymiz, buni quyidagicha belgilaymiz:

$$B\subset A \text{ yoki } A\supset B$$

Izoh: Bu ta’rifdan ko‘rinadiki, B to‘plamning hamma elementlari A da mavjud bo‘lgan holda, A da Bga kirmagan boshqa elementlar bo‘lmasa, $A=B$, $B=A$ tenglikka kelamiz.

Shuning bilan birga 4-ta’rifdan bo‘sh to‘plam va har bir to‘plam o‘zining to‘plam osti (qism-to‘plami) ekanligi ko‘rinadi.

Masalan, $A=\{a,b,s,d,e,f,g\}$ to‘plam uchun $B=\{a\}$, $C=\{b,d,f\}$, $D=\{a,g\}$ to‘plamlarning har qaysisi to‘plam osti (qism to‘plam)dir.

Agar A to‘plamning har bir elementiga B to‘plamning yagona bir elementi mos kelsa, A va B to‘plamlar orasida o‘zaro bir qiymatli moslik o‘rnatiladi deyiladi. Agar A va B to‘plamlar orasida o‘zaro bir qiymatli moslik o‘rnatilgan bo‘lsa, ular ekvivalent deyiladi va $A \sim B$ ko‘rinishda belgilanadi. Masalan, natural sonlar to‘plami N, barcha juft sonlar to‘plami M bilan ekvivalent.

Haqiqatan ham natural sonlar to‘plami N bilan barcha juft sonlar to‘plami M orasida o‘zaro bir qiymatli moslikni o‘rnatish mumkin, chunki har bir natural son $n \in N$ ga $2n \in N$ juft soni mos keladi va aksincha.

Ikkita chekli to‘plam orasida ekvivalentlikni o‘rnatishni ikkita yo‘li bor:

1. To‘plamlar elementlari orasida bevosita o‘zaro bir qiymatli moslik o‘rnatish orqali;
2. To‘plamlar elementlarini sanash va ularni har biridagi elementlar sonini taqqoslash yo‘li bilan.

Masalan, Agar $A = \{1,2,3\}$ va $B = \{stol,\ stul,\ parta\}$ bo‘lsa, u holda bu to‘plamlar chekli ekvivvalent bo‘lib, har bir to‘plam uchta elementga ega. Agar n elementdan tashkil topgan chekli to‘plamning elementlarini biror tarzda $1,2,3,...,p$ natural sonlar bilan nomerlash mumkin bo‘lsa, u tartiblangan deyiladi.

Masalan, guruhdagi talabalar to‘plami tartiblangan, chunki ularni otasining ismlarini guruh jurnalida natural sonlar yordamida tartiblash mumkin.

5-Ta’rif. B to‘plamning barcha elementlari A to‘plamda mavjud bo‘lib, shu bilan birga A da B ga tegishli bo‘lmagan elementlar ham mavjud bo‘lsa B to‘plam A to‘plamning xos qism to‘plami deyiladi.

6-Ta’rif. A to‘plamning o‘zi va $\varnothing$ to‘plam shu A to‘plamning xosmas qism to‘plami deyiladi.

7-Ta’rif. Har qanday to‘plamning xos qism to‘plami deb qaralmagan to‘plam universal to‘plam deyiladi va u U bilan belgilanadi. U universal to‘plamning barcha qism to‘plamlari orasida ikkita xosmas qism to‘plam mavjud bo‘lib, ulardan biri U ning o‘zi, ikkinchisi esa bo‘sh to‘plam, qolganlari esa xos qism to‘plamlar bo‘ladi.

1-ta’rif: To‘plamni tashkil etuvchi narsalar, buyumlar, ob’ektlar – bu to‘plamning elementlari deb ataladi. Masalan, yuqoridagi misollardagi o‘quvchilar, talabalar, natural sonlar mos to‘plamlarining elementlari hisoblanadi. To‘plamlar odatda, lotin yoki grek alfavitining katta harflari bilan, ularning elementlari esa alfavitning kichik harflari bilan belgilanadi. A to‘plam $a,b,s,d,...,\alpha,\beta$ elementlaridan tuzilganligi $A = \{a,b,s,d,...,\alpha,\beta\}$ ko‘rinishda yoziladi.

2-ta’rif: Bitta ham elementga ega bo‘lmagan to‘plam bo‘sh to‘plam deb ataladi va $\varnothing$ bilan belgilanadi.

a element A to‘plamning elementi ekanligi $a \in A$ ko‘rinishda belgilanadi va «a element A to‘plamning elementi», «a element A to‘plamga tegishli», «a element A to‘plamda mavjud» yoki «a element A to‘plamga kiradi» deb aytiladi.

a element A to‘plamning elementi emasligi $a \notin A$ belgi bilan ko‘rsatiladi. Masalan, $A = \{a,b,s\}$ to‘plam uchun $a \in A$ $b,s,\in A$ lekin $l \notin A$.

To‘plamni tashkil etuvchi elementlar soni chekli yoki cheksiz bo‘lishi mumkin. Birinchi holda chekli to‘plamga, ikkinchi holda esa cheksiz to‘plamga ega bo‘lamiz. Masalan: $A=\{a\}$, $B=\{a,b\}$, $C=\{a,b,s\}$ to‘plamlar chekli bo‘lib, ular mos ravishda bitta, ikkita va uchta elementlardan tuzilgan. Quyidagi $A=\{1,23,...,n,...\}$, $B=\{2,4,6,...,2n,...\}$ to‘plamlar cheksiz to‘plam.

To`plamlarning kesishmasi, birlashmasi

Ta’rif. $a,b,s,d,...$ elementlar A va B to‘plamlarning har birida mavjud bo‘lsa, ular bu to‘plamlarning umumiy elementlari deyiladi. Masalan: $A=\{a,b,s,d,e,f\}$, $B=\{a,b,d\}$ to‘plamlar uchun a,b,d – umumiy elementlar.

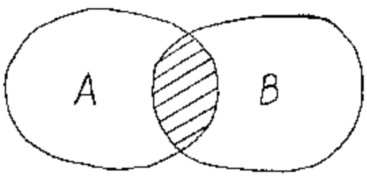
1) To‘plamlar kesishmasi. A va B to‘plamlarning hamma umumiy elementlaridangina tuzilgan C to‘plam A va B to‘plamlarning kesishmasi (ko‘paytmasi) deyiladi va quyidagicha belgilanadi:

$C=A*B$ yoki $C=A\bigcap B$ bu yerda $\bigcap$ belgi to‘plamlarning kesishmasini bildiradi. Bitta ham umumiy elementga ega bo‘lmagan to‘plamlarning kesishmasi $\varnothing$ bo‘sh to‘plamga teng.

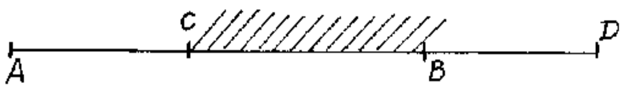
Masalan,

1. $A=\{a,b,s,d,e\}$ va $B=\{a,s,d,e,f\}$ to‘plamlar uchun: $A\bigcap B=\{a,s,d,e\}$ ga teng.
2. $A=\{1,2,3,4,5,6\}$, $B=\{5,6,7,8\}$ va $C=\{5,6,9,10,11\}$ to‘plamlarning kesishmasi ushbuga teng: $A\bigcap B\bigcap C=\{5,6\}$
3. $A=\{2,3,4\}$ va $B=\{7,8,9\}$ to‘plamlarning kesishmasi ushbuga teng: $A\bigcap B\neq\varnothing$

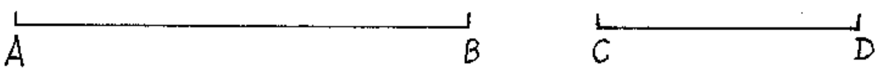
To‘plamlarning kesishmasi geometrik nuqtai nazardan figuralarning kesishmasiga mos keladi.



2-chizma



3-chizma



4-chizma

2-chizmada shtrixlangan qism A va B to‘plamlar kesishmasini, 3-chizmada $[CB]$ kesma $[AB]$ va $[CD]$ kesmalar kesishmasini ifodalaydi.

4-chizmada $[AB]$ va $[CD]$ kesmalar kesishmaydi, demak kesishma bo‘sh to‘plam.

To‘plamlar kesishmasi uchun quyidagilar o`rinli:

$A\bigcap A\bigcap A...=A$

$A\bigcap\varnothing=\varnothing$

$\varnothing\bigcap\varnothing=\varnothing$

Agar $B\subset A$ bo‘lsa, u holda $A\bigcap B=B$

Yuqoridagi xulosalar to‘plamlar soni ikkitadan ortiq bo‘lgan hol uchun ham to‘g‘ri.

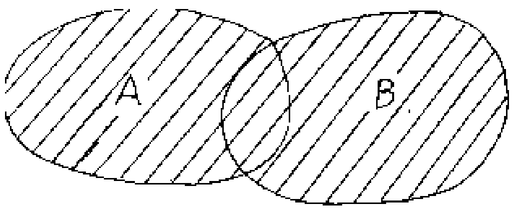
2) To‘plam birlashmasi (yig’indisi) Berilgan A va B to‘plamlarning birlashmasi (yig‘indisi) deb shu A va B to‘plamlarning har biridagi barcha elementlardan tuzilgan C to‘plamga aytamiz. Birlashma $C = A + B$ yoki $C = A \bigcup B$ ko‘rinishda belgilanadi.

To‘plamlar birlashmasida har bir element bir martagina olinishi lozim bo‘lgani uchun, to‘plamlardan har ikkalasining umumiy elementlari C yig‘indida bir martagina olinadi.

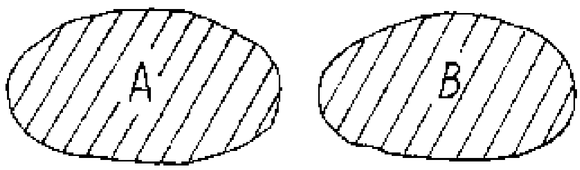
Misollar:

1. $A = \{a, b, s, d\}$, $B = \{a, b, s, d, e, f\}$ to‘plamlarning birlashmasi: $A \bigcup B = \{a, b, s, d, e, f\}$ ga teng
2. $A = \{3,4,5,6\}$ va $B = \{6,7,8,9,10\}$ to‘plamlar uchun $A \bigcup B = \{3,4,5,6,7,8,9,10\}$ ga teng.

To‘plamlarning birlashmasi geometrik nuqtai nazardan figuralarning barcha nuqtalaridan tashkil topgan to‘plamni bildiradi.



5-chizma



6-chizma

5,6-chizmalarda shtrixlangan yuza A va B to‘plamlarning birlashmasini bildiradi.

To‘plamlar birlashmasi uchun quyidagilar o‘rinli:

$A \bigcup A \bigcup A \ldots = A$

$A \bigcup \varnothing = A$

$\varnothing \bigcup \varnothing = \varnothing$

Agar $B \subset A$ bo‘lsa, u holda $A \bigcup B = A$ bo‘ladi.

To‘plamlar soni ikkitadan ortiq bo‘lganda ham yig‘indi uchun chiqarilgan xulosalar o’rinli bo’ladi.

Ikki to`plamning ayirmasi, universal to`plamgacha to`ldiruvchi to`plam.

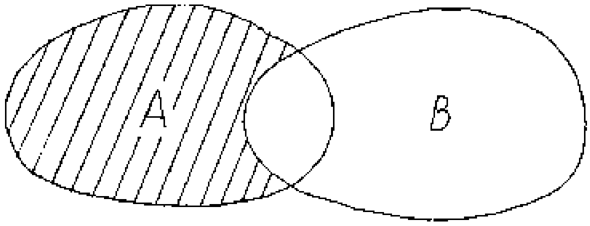
3) To‘plamlar ayirmasi. A va B to‘plamlarning ayirmasi deb shunday to‘plamga aytiladiki, u A ning B da mavjud bo‘lmagan hamma elementlaridangina tuziladi va quyidagicha belgilanadi:

$$C = A - B \text{ yoki } C = A \setminus B$$

Misollar:

1. $A = \{1,2,3,4\}$ va $B = \{3,4,5,6,7,8\}$ uchun $R = A \setminus B = \{1,2\}$

2. $A=\{1,2,3,4,5\}$ va $B=\{6,7,8\}$ uchun $R=A\setminus B=\{1,2,3,4,5\}$
3. $A=\{1,2,3\}$ va $B=\{1,2,3,4,5\}$ uchun $R=A\setminus B=\varnothing$



7-chizma

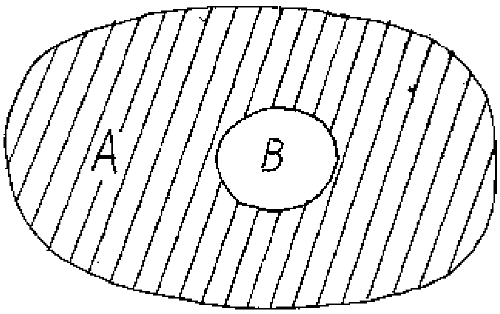
To'plamlarning ayirmasi geometrik nuqtai nazardan yuqoridagi 7-chizmada ko'rsatilgan shtrixlangan yuzani bildiradi.
To'plamlar ayirmasi uchun quyidagilar o'rinli:

$$A\setminus A=\varnothing$$

$$A\setminus\varnothing=A$$

$$\varnothing\setminus A=\varnothing$$

4) To'plamga to'ldiruvchi: A to'plam va uning B qismi berilgan bo'lsin. A dagi B ga kirmay qolgan hamma elementlardangina tuzilgan qism, B ning to'ldiruvchisi deb ataladi va $\overline{B}$ ko'rinishda belgilanadi. Bunda $\overline{B}$ qism to'plam B ni A gacha to'ldiradi, ya'ni B va $\overline{B}$ ning birlashmasi xuddi $\overline{B}$ ga teng bo'ladi.
Masalan, $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ va $B=\{2,5,6,9\}$ bo'lsa, $B=\{1,3,4,7,8\}$ bo'ladi.
Agar A to'plam biror boshqa to'plamning qismi deb qaralmasa, u holda A to'plamning to'ldiruvchisi $\varnothing$ bo'sh to'plam bo'lib, $\varnothing$ ning to'ldiruvchisi esa A bo'ladi, ya'ni: $\overline{A}=\varnothing$ va $\overline{\varnothing}=A$.
Agar $A\supset B$ bo'lsa, u holda $A\setminus B$ ayirma, B to'plamni B to'plamga to'ldiruvchisi deyiladi.
Bu 8.1-chizmada quyidagicha ifodalanadi.



8.1-chizma

Ushbu tengliklarga egamiz:

$$B\bigcap\overline{B}=\varnothing$$
$$B\bigcup\overline{B}=A$$
$$B\setminus\overline{B}=B$$
$$\overline{B}\setminus B=\overline{B}$$

1-Eslatma. A va B to'plamlarning aqalli bittasida ikkinchisiga kirmaydigan elementlar mavjud bo'lsa, A va B ni tengmas to'plamlar deymiz, uni quyidagicha belgilaymiz: $A\neq B$

To`plamlarning dekart ko'paytmasi. To`plamlar ustidagi amallarning xossalari.

5) To'plamlarning dekart (to'g'ri) ko'paytmasi. A va B to'plamlarning to'g'ri ko'paytmasi deb shunday to'plamga aytiladiki, u to'plam elementlari tartiblangan (x, y) juftliklardan iborat bo'lib, bu juftni birinchisi A to'plamdan, ikkinchisi esa B to'plamdan olinadi. To'g'ri ko'paytma $A*B$ ko'rinishda belgilanadi.

Misol: $A=\{4,5,7\}$ va $B=\{-1,2,3,4\}$ to'plamlar berilgan bo'lsin. U holda A va B to'plamlarning to'g'ri ko'paytmasi quyidagicha bo'ladi:

$$A*B=\{(4;-1),(4;2),(4;3),(4;4),(5;-1),(5;2),(5;3),(5;4),(7;-1),(7;2),(7;3),(7;4)\}$$

Agar biz to'g'ri ko'paytma elementi (x, y) dagi x ni biror nuqtani abssissasi, y ni esa ordinatasi desak, u holda bu to'g'ri ko'paytma tekislikdagi nuqtalar to'plamini ifodalaydi.

Boshqacha aytganda haqiqiy sonlar to'plami R ni R ga to'g'ri ko'paytmasi $R\times R$ ni tasvirlaydi.

6) To'plamlar ustida amallar xossalari.

To'plamlar ustidagi amallar quyidagi xossalarga ega:

To'plamlar kesishmasi uchun

1) $A\cap B=B\cap A$ (kommutativlik xossasi)
2) $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$ (assotsiativlik xossasi)

To'plamlar birlashmasi uchun:

1) $A\cup B=B\cup A$ (kommutativlik xossasi)
2) $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$ (assotsiativlik xossasi)

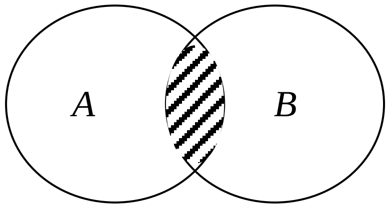
Ixtiyoriy A,B,C to'plamlar uchun quyidagi munosabatlar o'rinli:

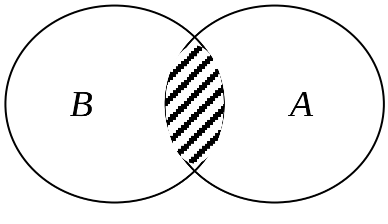
1) $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$ (kesishmaning birlashmaga nisbatan distributivligi)
2) $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$ (birlashmaning kesishmaga nisbatan distributivligi)
3) $A\setminus(B\cap C)=(A\setminus B)\cup(A\setminus C)$
4) $A\setminus(B\cup C)=(A\setminus B)\cap(A\setminus C)$

Bu xossalarni (munosabatlarni) to'g'riligi Eyler-Venn diagrammalari orqali ko'zga tashlanadi.

Komutativlik va kesishmaning birlashmaga nisbatan distributivlik xossalarini to`g`riligini ko`rsatamiz

1) $A\cap B=B\cap A$ (komutativlik xossasi)



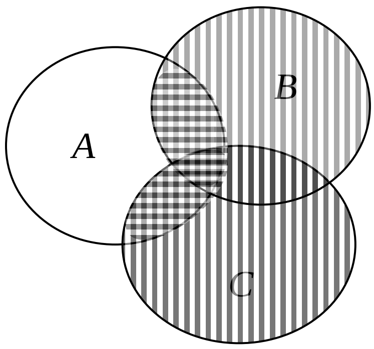


a) b)

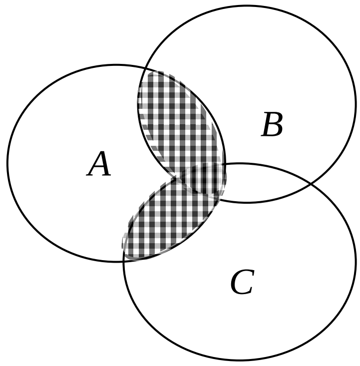
8.2 – chizma

8.2- a) b) chizmalardagi shtrixlangan sohalar bir xil bo`lgani uchun $A\bigcap B = B\bigcap A$ lar teng.

2) $A\bigcap(B\bigcup C) = (A\bigcap B)\bigcup(A\bigcap C)$ (kesishmaning birlashmaga nisbatan distributivlik xossasi)



8.3 – chizma



8.4 – chizma

8.3-chizmada tenglikning chap qismi $(B\bigcup C)$ birlashma vertical va $A\bigcap(B\bigcup C)$ garizantal shtrixlangan.

8.4-chizmada $A\bigcap B$ va $A\bigcap C$ kesishma gorizantal shtrizlangan. $(A\bigcap B)\bigcup(A\bigcap C)$ esa vertikal shtrixlangan. 8.3 va 8.4 chizmalardagi ikki marta shtrixlangan soxalar bir xil bo`lganligidan $A\bigcap(B\bigcup C) = (A\bigcap B)\bigcup(A\bigcap C)$ tenglikning to`g`riligi ko`rinadi.

Qolgan xossalarni tengligini ko`rsatish talabalarga mustaqil ish sifatida beriladi.

To‘plamlarni sinflarga ajratish.

Ta’rif: A to‘plam quyidagi 2 shartni qanoatlantirsa u $A_1, A_2, ..., A_n, ...$ sinflarga ajratilgan deyiladi.

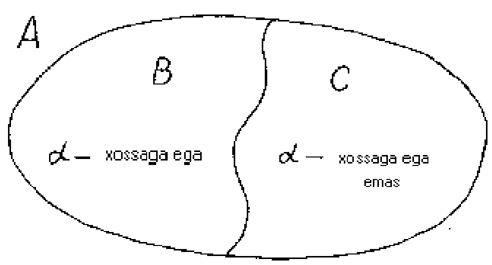
1) $A_1, A_2, ..., A_n, ...$ qism to‘plamlar jufti-jufti bilan o‘zaro kesishmasa, ya’ni $A_i \cap A_j = \varnothing$, bu yerda $i, j = 1, 2, ..., n, ...$ va $i \neq j$;

2) $A_1, A_2, ..., A_n, ...$qism to‘plamlarning birlashmasi A to‘plam bilan mos tushsa ya’ni $A = A_1 \bigcup A_2 \bigcup ... \bigcup A_n \bigcap ...$

To‘plamlarni sinflarga ajratish masalasi klassifikatsiya deyiladi. Klassifikatsiya – bu sinf ichida ob’ektlarning o‘xshashligi va ularning boshqa sinflardagi ob’ektlardan farq qilishi asosida sinflar bo‘yicha ob’ektlarni ajratish amalidir.

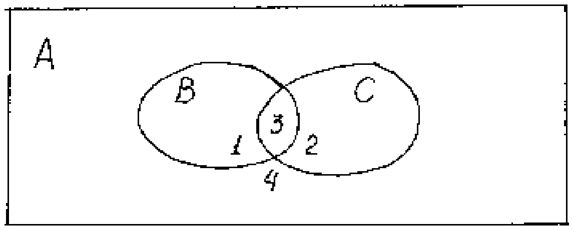
Agar yuqoridagi shartlardan aqalli bittasi bajarilmasa, klassifikatsiya noto‘g‘ri hisoblanadi.
Masalan: uchburchaklarning A to‘plamini uchta sinfga ajratish mumkin: o‘tkir burchakli, to‘g‘ri burchakli, o‘tmas burchakli uchburchaklar. Haqiqatan ham, ajratilgan to‘plam ostilari jufti-jufti bilan kesishmaydi. Boshqacha aytganda, birinchidan, o‘tkir burchakli uchburchaklar ichida o‘tmas va to‘g‘ri burchakli uchburchaklar yo‘q, to‘g‘ri burchakli uchburchaklar ichida o‘tkir va o‘tmas burchakli uchburchaklar yo‘q, shuningdek o‘tmas burchakli uchburchaklar ichida o‘tkir va to‘g‘ri burchakli uchburchaklar yo‘q.
Ikkinchidan, o‘tkir, to‘g‘ri va o‘tmas burchakli uchburchaklar birlashmasi uchburchaklar to‘plami A to‘plam bilan mos tushadi.
To‘plamlarni sinflarga ajratishda sinflar soni chekli yoki cheksiz bo‘lishi mumkin.
Masalan: Natural sonlar to‘plamini bir necha usul bilan sinflarga ajratish mumkin.
1. toq va juft sonlar sinfi;
2. tub va murakkab sonlar sinfi;
3. bir xonali, ikki xonali, uch xonali,…,xonali sonlar sinfi:

Bunda 1. va 2. holda sinflar soni chekli; 3.- holda sinflar soni cheksiz.
Shuning bilan birga berilgan to‘plamning har qanday qism to‘plamlari sistemasi ham to‘plamni sinflarga ajratishni ifodalayvermasligini qayd qilish kerak.
Masalan: A uchburchaklar to‘plamidan, teng yonli, teng tomonli, turli tomonli uchburchaklar to‘plam ostilarini olsak, u holda u A to‘plamni sinflarga ajrata olmaydi, chunki birinchi shart bajarilmaydi. Chunki teng yonli va teng tomonli uchburchaklar to‘plami ostilari kesishadi, ya’ni hamma teng tomonli uchburchaklar teng yonli uchburchaklardir.
To‘plamlarni qism to‘plamlarga ajratish uchun, qism to‘plam elementlarini xarakteristik xossalarini ko‘rsatish kerak. To‘plamlarni bitta, ikkita, uchta xossasiga ko‘ra sinflarga ajratishni qaraymiz.
Aytaylik, A to‘plam va biror α xossa berilgan bo‘lsin. A to‘plam elementlari α xossaga ega bo‘lishi ham, bo‘lmasligi ham mumkin. Bu holda A to‘plam o‘zaro kesishmaydigan ikkita B va C to‘plam ostilarga ajraladi.
B to‘plam A to‘plamning α xossasiga ega bo‘lgan elementlari to‘plami, C to‘plam A to‘plamning α xossasiga ega bo‘lmagan elementlari to‘plami $B \bigcup C = A$ va $B \bigcap C \neq \varnothing$
Agar A to‘plamning hamma elementlari α xossaga ega bo‘lsa, u holda $C = \varnothing$ bo‘ladi, agar A to‘plamning hamma elementlari α xossaga ega bo‘lmasa $B = \varnothing$ bo‘ladi.
Agar B va C to‘plamlar bo‘sh bo‘lmasa, u holda A to‘plamni Eyler Venn diagrammasi yordamida quyidagicha tasvirlash mumkin. (9-chizma)



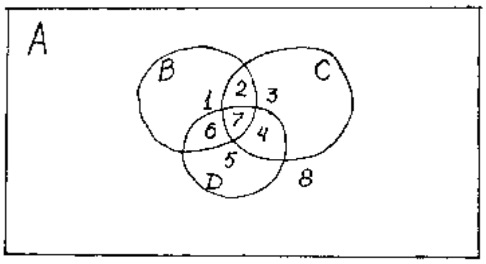
9-chizma

Masalan: A – auditoriyadagi talabalar to‘plami, α-sinovlarni topshirganlik xossasi bo‘lsa, B-sinovlarni topshirgan, C esa sinovlarni topshirmagan talabalar to‘plami bo‘ladi.
Endi to‘plamni ikkita xossaga ko‘ra sinflarga ajratishni qaraymiz.
A to‘plam va α,β xossalar berilgan bo‘lsin. A to‘plam elementlari α,β xossalarga ega bo‘lishi, bo‘lmasligi ham mumkin.
a) α xossaga ega bo‘lgan va β xossaga ega bo‘lmagan elementlar to‘plami – 1 sinf;
b) α xossaga ega bo‘lmagan va β xossaga ega bo‘lgan elementlar to‘plami – 2 sinf;
v) α va β xossalarga ega bo‘lgan elementlar to‘plami – 3 sinf;
g) α va β xossalarga ega bo‘lmagan elementlar to‘plami – 4 sinf.
Bu sinflardan ayrimlari bo‘sh to‘plam ham bo‘lishi mumkin. Bu 4 ta sinf Eyler-Venn diagrammasi yordamida quyidagicha tasvirlanadi. (10-chizma)



10-chizma

To‘plamni 3 ta xossaga ko‘ra sinflarga ajratishni qaraymiz.
A to‘plam va α,β,γ xossalar berilgan bo‘lsin. A to‘plam α,β,γ xossalarga ega bo‘lishi ham bo‘lmasligi ham mumkin. Bu uchta xossa A to‘plamni sakkizta sinfga ajratishi mumkin.
a) α xossaga ega bo‘lgan va β,γ xossalarga ega bo‘lmagan to‘plam – 1 sinf;
b) α va β xossalarga ega bo‘lgan va γ xossaga ega bo‘lmagan to‘plam – 2 sinf;
v) β xossaga ega bo‘lgan va α,γ xossalarga ega bo‘lmagan to‘plam – 3 sinf;
g) β,γ xossalarga ega bo‘lgan va α xossaga ega bo‘lmagan to‘plam – 4 sinf;
d) γ xossaga ega bo‘lgan va α,β xossalarga ega bo‘lmagan to‘plam – 5 sinf;
e) α,γ xossalarga ega bo‘lgan va β xossaga ega bo‘lmagan to‘plam – 6 sinf;
j) α, β va γ xossalarga ega bo‘lgan to‘plam – 7 sinf;
z) a, β va γ xossalarga ega bo‘lmagan to‘plam – 8 sinf.



11-chizma

Bu sinflardan ayrimlari bo‘sh to‘plam ham bo‘lishi mumkin. Bu 8 ta sinf 11-chizmada tasvirlangan.

Mustaqil nazorat topshiriqlari

1. To'plamlar kesishmasi, birlashmasi va ayirmasini toping.

1. a) $A=\{x|x\in R, \quad 0<x\leq 9\}$
$B=\{x|x\in R, \quad 5<x\leq 12\}$

б) A-raqamlar to'plami
B-yigirmadan kichik juft sonlar to'plami.

2. a) $C=\{x|x\in R, \quad x>5\}$
$D=\{x|x\in R, \quad x\leq 3\}$

б) D={a,b,c,d,e}
E={d,e,n,m}

3. a) $A=\{x|x\in R, \ 0<x\leq 7\}$
$B=\{x|x\in R, \ 6\leq x\leq 9\}$

б) C={0,1,2,3,4,5}
D={3,4,5,6,7}

4. a) $E=\{x|x\in R, \quad x\leq 9\}$
$F=\{x|x\in R, \quad 0\leq x\leq 8\}$

б) K-bir xonali sonlar
L-3 raqami bilan tugallanadigan sonlar.

5. a) $A=\{x|x\in R, \quad 5<x\leq 12\}$
$B=\{x|x\in R, \quad -5\leq x\leq 7\}$

б) C-sinfdagi o'g'il bolalar to'plami
D-sinfdagi a'lochi o'quvchilar to'plami.

6. a) $A=\{x|x\in N, \quad x\leq 12\}$
$B=\{x|x\in N, \quad 6\leq x\leq 15\}$

б) C-sinfdagi shaxmat to'garagiga ishtirok etuvchi o'quvchilar to'plami
D-sinfdagi matematika to'garagiga ishtirok etuvchi o'quvchilar to'plami

7. a) $A=\{x|x\in N, \quad -2\leq x\leq 12\}$
$B=\{x|x\in N, \quad 5<x\leq 12\}$

б) C-uchburchaklar to'plami
D-teng tomonli uchburchaklar to'plami

8. a) $C=\{x|x\in Z, \quad -6<x<6\}$
$D=\{x|x\in Z, \quad 0<x\leq 8\}$

б) A-ikki xonali juft sonlar to'plami
B-6ga karrali 100dan kichik natural sonlar to'plami

9. a) $A=\{x|x\in N, \quad x\leq 10\}$

$B=\{x|x\in N, \quad x\geq 4\}$

б) C-to'g'ri to'rtburchaklar to'plami

D-kvadratlar to'plami

10. a) $A=\{x|x\in R, \quad 1\leq x\leq 9\}$

$B=\{x|x\in R, \quad 5< x\leq 12\}$

б) C-3ga karrali sonlar to'plami

D-5ga karrali sonlar to'plami

11. a) $A=\{x|x\in R, \quad -2< x\leq 0\}$

$B=\{x|x\in R, \quad -1\leq x\leq 5\}$

б) A-oxiri nol bilan tugallanadigan sonlar to'plami

B-5 ga karrali sonlar to'plami

12. a) $K=\{x|x\in N, \quad 1< x< 5\}$

$L=\{x|x\in R, \quad x>3\}$

б) D-uchburchak va to'rtburchaklar to'plami

E-trapetsiyalar to'plami

13. a) $A=\{x|x\in R, \quad x\leq 7\}$

$B=\{x|x\in R, \quad x\geq 9\}$

б) A-daraxtlar to'plami

B-olma va o'rik daraxtlari to'plami

14. a) $T=\{x|x\in Z, \quad x<1\}$

$S=\{x|x\in Z, \quad 0\leq 7<11\}$

б) K-O'zbekistondagi viloyatlar to'plami

L={Buxoro, Toshkent, Xorazm, Samarqand}

15. a) $A=\{x|x\in R, \quad x\geq 0\}$

$B=\{x|x\in R, \quad -1\leq x\leq 1\}$

б) C-sinfdagi o'g'il bolalar to'plami

D-sinfdagi qiz bolalar to'plami.

16. a) $A=\{x|x\in R, \quad x\leq -12\}$

$B=\{x|x\in R, \quad -9< x\leq -1\}$

б) C-qish oylari to'plami

D={Yanvar, Mart, Noyabr, Dekabr}

17. a) $A=\{x|x\in N, \quad x\leq 1\}$

$B=\{x|x\in N, \quad x>5\}$

б) C-aylanalar to'plami

D-tekislikdagi figuralar to'plami

18. a) $C=\{x|x\in Z, \quad x<0\}$
$D=\{x|x\in Z, \quad x\geq 0\}$

б) A-{l,m,n,o,p}
B-{o,x,y,z}

19. a) $A=\{x|x\in N, \quad x\leq 4\}$
$B=\{x|x\in N, \quad 2<x<4\}$

б) C-6ga bo'linadigan sonlar to'plami
D-2ga va 3ga bo'linmaydigan sonlar to'plami

20. a) $A=\{x|x\in R, \quad 18\leq x\leq 25\}$
$B=\{x|x\in R, \quad -25<x<-18\}$

б) C-20gacha bo'lgan natural sonlar to'plami
D-20dan kichik bo'lmagan natural sonlar to'plami.

21. a) $A=\{x|x\in N, \quad x\leq 8\}$
$B=\{x|x\in N, \quad x\geq 3\}$

б) A-manfiy sonlar to'plami
B-ratsional sonlar to'plami.

22. a) $C=\{x|x\in R, \quad x\leq 23\}$
$D=\{x|x\in R, \quad x\leq 13\}$

б) D-butun sonlar to'plami
E={0; 9; 13; -5; -7; 55}

23. a) $A=\{x|x\in Z, \ 2.5<x\leq 3.8\}$
$B=\{x|x\in Z, \ -11\leq x\leq 10\}$

б) C-11ga bo'linuvchi sonlar to'plami
D-{111, 121, 131, 141, …, 291}

24. a) $E=\{x|x\in R, \ x>9\}$
$F=\{x|x\in R, \ 10\leq x\leq 68\}$

б) K-ikki xonali sonlar to'plami
L-5 raqami bilan tugallanuvchi sonlar to'plami.

25. a) $A=\{x|x\in N, \quad 3<x\leq 4\}$
$B=\{x|x\in N, \quad 6\leq x\leq 7\}$

б) C-qiz bolalar to'plami
D={Dilnoza, Sherali, Nozima, Fayoz, Zarif}

26. a) $A=\{x|x\in N, \quad 1\leq x\leq 12\}$
$B=\{x|x\in N, \quad x\leq -8\}$

б) C-transport vositalari to'plami
D-velosiped va yengil mashinalar to'plami.

27. a) $A=\{x|x\in R, \quad 81\le x\le 91\}$
$B=\{x|x\in R, \quad 5<x\le 15\}$

б) C-parallelogrammlar to'plami
D-romblar to'plami

28. a) $C=\{x|x\in Z, \quad x>-1\}$
$D=\{x|x\in Z, \quad x\le 0\}$

б) A-{18, 21, 24,…,48}
B-3ga karrali 50dan kichik va 20dan katta natural sonlar to'plami

29. a) $A=\{x|x\in N, \quad x\le 22\}$
$B=\{x|x\in N, \quad x\ge -22\}$

б) C-romblar to'plami
D-kvadratlar to'plami.

30. a) $A=\{x|x\in R, \quad -8\le x\le 48\}$
$B=\{x|x\in R, \quad -2<x\le 42\}$

б) C-36ning bo'luvchilaridan tashkil topgan sonlar to'plami
D-3ga karrali sonlar to'plami

2. «To'plamlar ustida amallar» mavzusi bo'yicha.

1. К-biror sinfdagi o'g'il bolalar to'plami
L-rasm to'garagiga qatnashuvchi o'quvchilar to'plami. Quyidagi shartni izohlang.
a) $K\cap L=\varnothing$ б) $K\cap L=K$

2. A-biror sinfdagi tashkilotchi o'quvchilar to'plami.
B-shu sinfdagi a'lochi o'quvchilar to'plami. Quyidagi shartni izohlang.
a) $B\subset A$ б) $B\cap A\ne\varnothing$

3. A-vazadagi sariq gullar to'plami.
B-vazadagi atirgullar to'plami. Quyidagi shartlarni izohlang.
a) $A\cap B=\varnothing$ б) $A\cup B=A$

4. A-BuxDU ni tamomlagan talabalar to'plami
B-a'lochi talabalar to'plami. Quyidagi shartlarni izohlang.
a) $A\cap B\ne\varnothing$ б) $B\subset A$

5. D-sinfdagi qizlar to'plami
E-birinchi partada o'tiradigan o'quvchilar to'plami. Quyidagi shartlarni izohlang.
a) $D\cap E=\varnothing$ б) $D\cap E=E$

6. Eyler-Venn diagrammalaridan foydalanib, quyidagi jumlalarni diagrammalarda tasvirlang.
a) Ba'zi juft sonlar yettiga karrali
b) 4 soniga bo'linuvchi barcha sonlar 2 ga bo'linadi.

7. Eyler-Venn diagrammalaridan foydalanib, quyidagi jumlalarni diagrammalarda tasvirlang.
a) hech bir parallelogram trapetsiya bo’la olmaydi.
b) Istalgan kvadrat romb bo’ladi.

8. Eyler-Venn diagrammalaridan foydalanib, quyidagi jumlalarni diagrammalarda tasvirlang.
a) 0 raqami bilan tugagan har qanday son 5 ga bo’linadi.
b) 3 raqami bilan tugagan hech bir son 6 ga bo’linmaydi.

9. Eyler-Venn diagrammalaridan foydalanib, quyidagi jumlalarni diagrammalarda tasvirlang.
1) Ma'ruzaga guruhimizning ba'zi talabalari ishtirok etishdi.
2) Ma'ruzaga guruhimizning barcha talabalari, faqat ular ishtirok etishdi.

10. Eyler-Venn diagrammalaridan foydalanib, quyidagi jumlalarni diagrammalarda tasvirlang.
a) Ma'ruzada bizning barcha guruh talabalarimiz ishtirok etishdi.
b) Ma'ruzaga ishtirok etuvchilarning barchasi bizning kursdoshlar hisoblanadi.

11. A-3ga karrali natural sonlar to’plami
B-Juft natural sonlar to’plami
C-5ga karrali natural sonlar to’plami
a) $30 \in A \cup (B \cap C)_N^1$ va $25 \in A \cup (B \cap C)_N^1$ rostmi? Javobingizni izohlang.
б) $A \cup (B \cap C)_N^1$ ni Eyler-Venn diagrammasida ko’rsating.
в) Eyler doiralarida a) punktni tekshiring.

12. K-tekislikdagi uchburchaklar to’plami.
F-tekislikdagi teng tomonli uchburchaklar to’plami
D-tekislikdagi teng yonli uchburchaklar to’plami
M-tekislikdagi to’g’ri burchakli uchburchaklar to’plami bo’lsin.
a) Quyidagi chizmada tasvirlangan figuralar $X = (F \cup M) \setminus (D \cap K)$ to’plamga tegishlimi?
b) X to’plamni Eyler diagrammalarida tasvirlang.
v) Eyler doiralarida a) punkt to’g’riligini tekshiring.

13.B-uch xonali natural sonlar to’plami
C-3ga karrali sonlar to’plami
D-4ga karrali sonlar to’plami. Quyidagi mulohaza to’g’rimi?

а) $324 \in (N \cap B) \setminus (C \cup D)$

б) $B \cup (C \cap D)$ to’plamni Eyler diagrammalarida ko’rsating.

в) Javobingiz to’g’riligini Eyler-Venn doiralarida tekshiring.

14. L-hech bo’lmaganda bitta to’g’ri burchagi bo’lgan ko’pburchaklar to’plami.
M-kvadratlar to’plami
Q-tekislikdagi geometrik figuralar to’plami
P-uchburchaklar to’plami.

a) Chizmada tasvirlangan figuralar quyidagi to’plamga tegishlimi?

$$Y \in Q \cap M \cup (P \setminus L)$$

b) bu to’lamni Eyler doiralarida ko’rsating

v) a) punkt to’g’riligini Eyler doirasida tekshiring.

15. D-juft sonlar to’plami
E-ikki xonali sonlar to’plami
F-8 raqami bilan tugallanuvchi butun sonlar to’plami.

а) 5; 18 sonlari $X = (Z \cap D)_Z^1 \cup (E \cap F)$ to’plamiga tegishlimi?

б) Eyler-Venn diagrammasida X to’plamni ko’rsating.

в) Javobingiz to’g’riligini Eyler doirasida tekshiring..

16. A-tekislikning ko’pburchaklar to’plami.
B-muntazam ko’pburchaklar to’plami
C-uchburchaklar to’plami
D-to’rtburchaklar to’plami

a) «k»-muntazam bo’lmagan ko’pburchak

b)«n»-muntazam ko’pburchak bo’lsa, ular Xga tegishlimi? $X \in A \cap D \cup (C \setminus B)$ to’plamini Eyler diagrammalarida tasvirlang.

v) Javobingiz to’g’riligini Eyler doirasida tasvirlang.

17. E-4ga karrali natural sonlar to’plami
F-8 ga karrali natural sonlar to’plami
K-3 ga karrali natural sonlar to’plami

Agar c-5 ga karrali natural son. d-8 ga karrali natural son bo’lsa, bular Y to’plamiga tegishli bo’ladimi?

$$Y \in (F \cup K)_N^1 \cup E$$

б) Y to’plamni Eyler-Venn diagrammasida tasvirlang.

в) Javobingizni Eyler doirasida tasvirlang .

18. S-to’rtburchaklar to’plami
A-trapetsiyalar to’plami

B-parallellogrammlar to’plami

C-to’g’ri burchagi bo’lgan to’rtburchaklar to’plami.

a) agar «l»-to’g’ri burchakka ega bo’lgan trapetsiya

«f»-parallelogramm bo’lsa, bular $Y \in (S \cap A) \cup (B \cap C)$ to’plamga tegishlimi?

b) Y to’plamni Eyler-Venn diagrammalarida tasvirlang.

v) a) punktdagi javoblarni Eyler doiralarida ko’rsating.

19. D-7dan katta butun sonlar to’plami

M-2 ga karrali natural sonlar to’plami

P-3 ga karrali natural sonlar to’plami

a) agar c-3ga ham, 2ga ham karrali bo’lmagan butun son,

b-10dan katta va 3ga karrali butun son bo’lsa, bular $X = D \cup (M \cup P)_Z^1$ to’plamga tegishlimi?

b) X to’plamni Eyler-Venn diagrammalarida tasvirlang.

v) a) punktdagi javobingiz to’g’riligini Eyler doiralarida tekshiring.

20. A-sinfdagi barcha o’quvchilar to’plami

S-sinfdagi sportchilar to’plami

Q-a’lochilar to’plami

K-sinfdagi tashkilotchi o’quvchilar to’plami bo’lsin.

$$X = S_A^1 \cap A \cup Q \cap K$$

S, Q, K lar o’zaro juft-juft kesishadi.

a) agar “p”-sinfdagi tashkilotchi va “d”sportchi o’quvchi bo’lsa, $p \in X, d \in X$ mulohaza to’g’rimi?

b) X to’plamni Eyler doiralarida ko’rsating. Javobingiz to’g’riligini Eyler doiralarida asoslab bering.

v) a) punktdagi javoblarni Eyler doirasida ko’rsating.

21. Istalgan A, B, C to’plamlar uchun $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B$ ekanligini isbotlang va Eyler doiralarida ko’rsating.

22. Istalgan A, B to’plamlar uchun $(A \setminus B)' = A' \cup A \cap B$ o’rinli ekanligini isbotlang va Eyler doiralarida ko’rsating.

23. Istalgan A, B, C to’plamlar uchun $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ tenglik to’g’ri ekanligini isbotlang va Eyler doiralarida ko’rsating.

24. Istalgan A, B, C to’plam uchun $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ ekanligini isbotlang va Eyler doiralarida ko’rsating.

25. A, B, C istalgan to’plamlar bo’lsin. $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$ ekanligini isbotlang va Eyler doiralarida ko’rsating.

26. Istalgan A va B to’plamlar uchun $A'\cap B'=(A\cup B)'$ ekanligini isbotlang va Eyler doiralarida ko’rsating.

27. Istalgan A, B, C to’plam uchun $(A\cap B)\setminus C=A\cap(B\setminus C)$ ekanligini isbotlang va Eyler doiralarida ko’rsating.

28. Har qanday A, B, C to’plam uchun $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$ ekanligini isbotlang va Eyler doiralarida ko’rsating.

29. Istalgan A va B to’plamlar uchun $A'\cup B'=(A\cap B)'$ ekanligini isbotlang va Eyler doiralarida ko’rsating.

30. Agar $A\subset B$ bo’lsa, $B'\subset A'$ ekanligini isbotlang va Eyler doiralarida ko’rsating.

3. To’plamlarni sinflarga ajratish.

1. Quyidagi mulohazalar rostmi? "Uchburchaklar to’plami to’g’ri burchakli, teng tomonli va o’tmas burchakli uchburchaklar sinfiga ajratilgan".
2. "3ga karrali" va "5ga karrali" munosabatlarga ko’ra butun sonlar to’plami qanday sinflarga ajratiladi?
3. Uchburchaklar to’plamida quyidagi 2 xossa berilgan bo’lsin. 1) "Teng yonli uchburchak", 2) "To’g’ri burchakli uchburchak". Bu xossalarga ko’ra to’plam qanday sinflarga ajratiladi?
4. To’rtburchaklar to’plamida quyidagi to’plam ostilari ajratilgan.
   a) Romb bo’lmagan to’g’ri turtburchaklar.
   b) To’g’ri turtburchak bo’lmagan romblar.
   c) Kvadratlar.
   d) Romb hamda to’g’ri to’rtburchak bo’lmagan to’rtburchaklar.
   To’rtburchaklar sinflarga to’g’ri ajratilganmi?
5. Parallelogrammlar to’plamini to’g’ri to’rtburchaklar, romblar, kvadratlar to’plamlariga ajratish mumkinmi?
6. Tekislikdagi geometrik figuralar quyidagi to’plam ostilarga ajratilgan.
   a) Markaziy simmetriyaga ega bo’lgan figuralar sinfi.
   b) O’q simmetriyasiga ega bo’lgan figuralar sinfi.
   c) Markaziy simmetriya va o’q simmetriyasiga ega bo’lgan figuralar sinfi.
   Geometrik figuralar sinflarga to’g’ri ajratilganmi?
7. "Bir xonali son" va "ikki xonali son" bo’lish xossasiga ko’ra butun sonlar to’plamini sinflarga ajrating.
8. Quyidagi 2 ta: "to’g’ri burchakli" va "o’tmas burchakli" xossaga ko’ra uchburchaklar to’plami qanday sinflarga bo’linadi?
9. Uchburchaklar to’plami qanday ikki xossaga ko’ra teng tomonli uchburchaklar, to’g’ri burchakli uchburchaklar, teng tomonli bo’lmagan, hamda to’g’ri burchakli bo’lmagan uchburchaklar sinfiga ajratiladi?

10. Natural sonlar to'plamini quyidagi sinflarga bo'lish mumkinmi: "3ga karrali sonlar" va "3ga bo'lganda 1 qoldiq qoladigan sonlar".
11. "Uchburchaklar to'plami teng tomonli, turli tomonli va teng yonli uchburchaklari sinfiga ajraladi". Yuqoridagi mulohaza rostmi? Izohlab bering.
12. "Oxirgi rakami 0 bilan tugallanadigan" va "3ga karrali" munosabatlarga ko'ra natural sonlar to'plami qanday sinflarga ajraladi?
13. O'quvchilar to'plamida quyidagi ikki xossa berilgan: "a'lochi o'quvchilar" va "tashkilotchi o'quvchilar". Bu xossalarga ko'ra o'quvchilar to'plami qanday sinflarga ajratiladi?
14. Tekislikda chiziqlar to'plami berilgan. Ular quyidagi sinflarga ajratilgan. 1) to'g'ri chiziqlar, 2) siniq chiziqlar, 3) egri chiziqlar. Chiziqlar sinflarga to'g'ri ajratilganmi?
15. Romblar to'plamini "kvadratlar" va "parallelogramlar" to'plamiga ajratish mumkinmi?
16. Haqiqiy sonlar to'plaminini qanday sinflarga ajratish mumkin? Asoslab bering.
17. Natural sonlar to'plamini "toq" va "6ga karrali" sinflarga ajratilgan. Natural sonlar to'g'ri sinflarga ajratilganmi?
18. 100 gacha bo'lgan natural sonlar to'plamini necha xonali ekanligiga qarab sinflarga ajrating.
19. Burchaklar to'plami "to'g'ri burchakli" va "o'tkir burchakli" xossalariga ko'ra qanday sinflarga ajraladi?
20. Ko'pburchaklar to'plami quyidagi sinflarga ajratilgan. 1) uchburchaklar; 2) to'g'ri to'rtburchaklar; 3) to'g'ri burchagi bo'lmagan to'rtburchaklar; 4) burchagi 4tadan ortiq bo'lgan ko'pburchaklar. Ko'pburchaklar to'g'ri sinflarga ajratilganmi?
21. "Ratsional" va "irratsional" sinflarga ajralgan to'plamni aniqlang va javobingizni asoslab bering.
22. Natural sonlar to'plami 2ta: "tub" va "2ga karrali" xossaga ko'ra sinflarga ajratilgan. Bu to'plam to'liq sinflarga ajratilishi uchun yana qaysi xossasini qo'llash kerak?
23. Geometriyaning planimetriya bo'limidagi boshlang'ich tushunchalar to'plamini qanday sinflarga ajratish mumkin.
24. Butun sonlar to'plamini "manfiy sonlar" va "musbat sonlar" sinfiga ajratish mumkinmi?
25. Stereometriyadagi aylanma jismlar to'plami "kesikligi" va "balandlikka egaligi" xossalariga ko'ra qanday sinflarga ajraladi?
26. Natural sonlar to'plamini "murakkab" va "tub" sinflariga ajratish mumkinmi?
27. Quyidagi mulohaza to'g'rimi? "Fazodagi jismlar to'plami aylanma jismlar, asosi ko'pburchakli va asosi ko'pburchak bo'lmagan jismlar sinfiga ajratilgan".
28. "2ga karrali" va "4ga karrali" munosabatlarga ko'ra natural sonlar to'plami qanday sinflarga ajraladi?
29. To'rtburchaklar to'plami quyidagi to'plam ostilarga ajratilgan. 1) Yuzlari teng bo'lgan to'rtburchaklar; 2) Perimetrlari teng bo'lgan to'rtburchaklar; 3)

to’rttala burchagi o’zaro teng bo’lgan to’rtburchaklar. To’rtburchaklar sinfi to’g’ri ajratilganmi?

30. Trapetsiyalar to’plamini iloji boricha ko’proq sinflarga ajrating.

4. To’plamlarning dekart ko’paytmasi.

1. Quyidagi to’plamlarning dekart ko’paytmasini to’g’ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $X = \{x | x \in R, \quad 0 \le x \le 7\}$

б) $Y = \{y | y \in Z, \quad -3 < y < 2\}$

2. Quyidagi to’plamlarning dekart ko’paytmasini to’g’ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $X = \{x | x \in R, \quad |x| = 2\}$

б) $Y = \{y | y \in R, \quad |y| \le 2\}$

3. Quyidagi to’plamlarning dekart ko’paytmasini to’g’ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $X = \{x | x \in R, \quad -3 < x \le 4\}$

б) $Y = \{y | y \in Z, \quad 3 < y < 2\}$

4. Quyidagi to’plamlarning dekart ko’paytmasini to’g’ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $A = R$

б) $B = [-2; +\infty]$

5. Quyidagi to’plamlarning dekart ko’paytmasini to’g’ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $A = [-4; 5]$

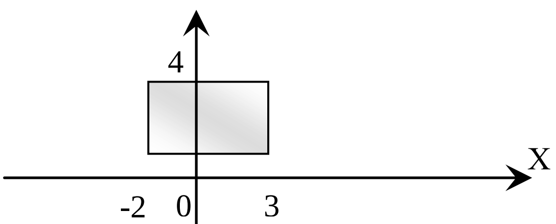
б) $B = [-\infty; 4]$

6. Quyidagi to’plamlarning dekart ko’paytmasini to’g’ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

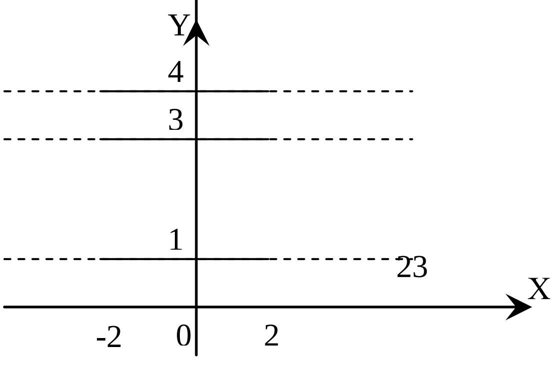
а) $A = [0; 5]$

б) $B = [-1; 9]$

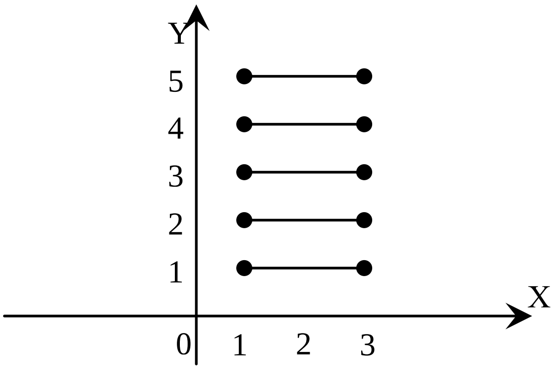
7. To’plamlar dekart ko’paytmasining tasviriga qarab, to’plamlarni yozing.



8. To’plamlar dekart ko’paytmasining tasviriga qarab, to’plamlarni yozing.



9. To'plamlar dekart ko'paytmasining tasviriga qarab, to'plamlarni yozing.



10. To'g'ri burchakli koordinata sistemasida A(5;1) va B(-2;-3) nuqtalrdan o'tuvchi OX o'qiga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlarni yasang. Bu 2 to'g'ri chiziq orasidagi soha qaysi to'plamlarning dekart ko'paytmasiga taaluqli ekanligini aniqlang.

11. Quyidagi to'plamlarning dekart ko'paytmasini to'g'ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $X=\{x|x\in R, \quad 4\le x\le 10\}$

б) $Y=\{y|y\in Z, \quad 9\le y<10\}$

12. Quyidagi to'plamlarning dekart ko'paytmasini to'g'ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $X=\{x|x\in N, \quad 0<x<2\}$

б) $Y=\{y|y\in Z, \quad 3<y<12\}$

13. Quyidagi to'plamlarning dekart ko'paytmasini to'g'ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $X=\{x|x\in R, \quad 2\le x\le 6\}$

б) $Y=\{y|y\in R, \quad -5<y<5\}$

14. Quyidagi to'plamlarning dekart ko'paytmasini to'g'ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $X=\{x|x\in R, \quad 0\le x\le 7\}$

б) $Y=\{y|y\in Z, \quad -3<y<2\}$

15. Quyidagi to'plamlarning dekart ko'paytmasini to'g'ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $X=\{x|x\in N, \quad x\le 7\}$

б) $Y=\{y|y\in N, \quad y>2\}$

16.Quyidagi to'plamlarning dekart ko'paytmasini to'g'ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $X=\{x|x\in Z, \quad 4\le x<8\}$

б) $Y=\{y|y\in Z, \quad 6\le y\le 9\}$

17. Quyidagi to'plamlarning dekart ko'paytmasini to'g'ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $X=\{x|x\in N, \quad x\le 1\}$

б) $Y=\{y|y\in N, \quad -3<y<2\}$

18. Quyidagi to'plamlarning dekart ko'paytmasini to'g'ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $X=\{x|x\in R, \quad x\ge 0\}$

б) $Y=\{y|y\in R, \quad y\le 0\}$

19. Quyidagi to'plamlarning dekart ko'paytmasini to'g'ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $X=\{x|x\in R, \quad 1\le x\le 5\}$

б) $\boldsymbol{Y=\{y|y\in N,} \quad -5<y<4\}$

20. Quyidagi to'plamlarning dekart ko'paytmasini to'g'ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $X=\{x|x\in R, \quad -7\le x\le 7\}$

б) $Y=\{y|y\in Z, \quad -3<y<3\}$

21. Quyidagi to'plamlarning dekart ko'paytmasini to'g'ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $A=[4;5]$

б) $B=[-\infty;-2]$

22. Quyidagi to'plamlarning dekart ko'paytmasini to'g'ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $A=[-\infty;9]$

б) $B=[-\infty;9]$

23. Quyidagi to'plamlarning dekart ko'paytmasini to'g'ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $A=N$

б) $B=[6;10]$

24. Quyidagi to'plamlarning dekart ko'paytmasini to'g'ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $A=[1;+\infty]$

б) $B=R$

25. Quyidagi to'plamlarning dekart ko'paytmasini to'g'ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $A=R$

б) $B=[-\infty;+\infty]$

26. Quyidagi to’plamlarning dekart ko’paytmasini to’g’ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

а) $A = [1;4]$

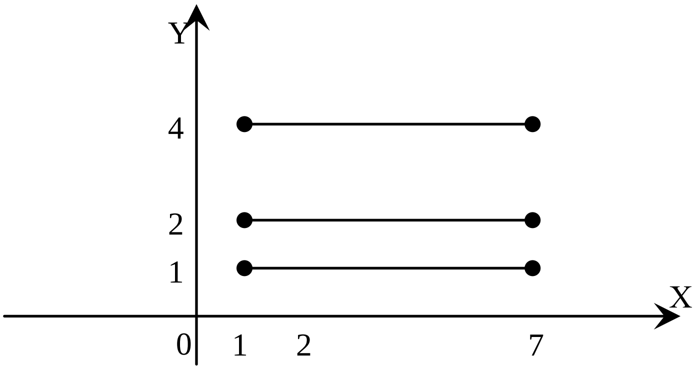
б) $B = [2;3]$

27 Quyidagi to’plamlarning dekart ko’paytmasini to’g’ri burchakli koordinata sistemasida tasvirlang.

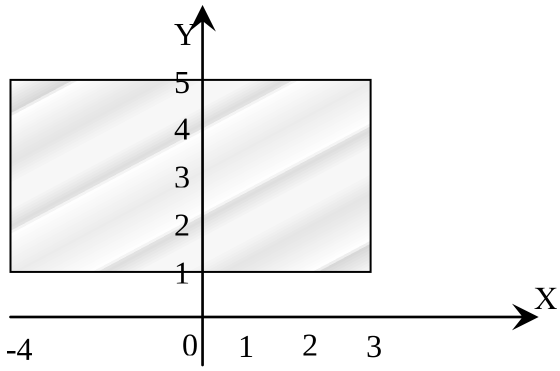
а) $A = [4;11]$

б) $B = [-11;4]$

28. To’plamlar dekart ko’paytmasining tasviriga qarab, to’plamlarni yozing.



29. To’plamlar dekart ko’paytmasining tasviriga qarab, to’plamlarni yozing.



30. To’g’ri burchakli koordinata sistemasida A(-4;3) va B(12;-5) nuqtalrdan o’tuvchi OY o’qiga parallel bo’lgan to’g’ri chiziqlarni yasang. Bu 2 to’g’ri chiziq orasidagi soha qaysi to’plamlarning dekart ko’paytmasiga taaluqli ekanligini aniklang.

Moslik va munosabatlar.
Ikki to‘plam elementlari orasidagi moslik.

Ikki to‘plam elementlari orasidagi moslikni ko‘rishdan oldin, ikki to‘plam dekart ko‘paytmasi va uning qism to‘plamlarini misollar yordamida eslaylik. Aytaylik bizga $X=\{a,b,c\}$ va $Y=\{m,n\}$ to‘plamlari berilgan bo‘lsin. Y holda

$$X\times Y=\{(a;m),(a;n),(b;m),(b;n),(c;m),(c;n)\}$$

ga ega bo‘lamiz.

Bu dekart ko‘paytma 64 ta qism to‘plamga ega.

1-Ta’rif $X\times Y$ dekart ko‘paytmaning istalgan G_f qism to‘plami X va Y to‘plamlar orasidagi binar moslik deyiladi. Binar so‘zi lotincha **bis** so‘zidan olingan bo‘lib, ikki to‘plam elementlari orasida so‘z borishini bildiradi.

Moslik lotin alifbosining f,d,t,s kabi harflari bilan belgilanadi.

Bizga ma’lum bo‘lgan funksiyalarning hammasi moslik tushunchasiga misol bo‘la oladi.

X to‘plam moslikning birinchi to‘plami deyiladi. X to‘plamning moslikda ishtirok etuvchi elementlari to‘plami moslikning aniqlanish sohasi deyiladi.

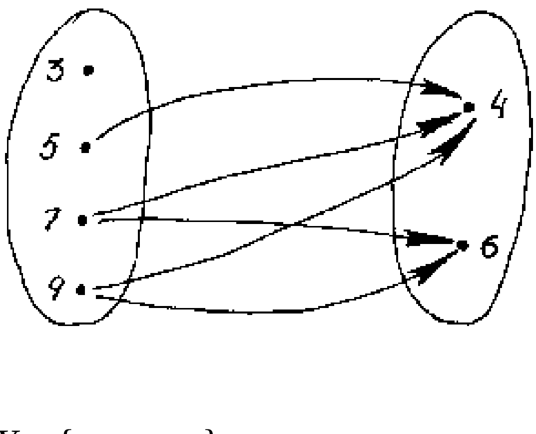
Y to‘plam moslikning ikkinchi to‘plami deyiladi. Y to‘plamning moslikda qatnashgan elementlari to‘plami moslikning qiymatlar to‘plami deyiladi.

$G_f\subset X\times Y$ to‘plam moslikning grafigi deyiladi. G_f grafik biror R moslikdagi (x,y) juftliklar to‘plami ya’ni xRy, bu yerda $x\in X,\ y\in Y$

Ikki to‘plam orasidagi moslikni nuqtalar va yo‘nalishli kesmalar (strelkalar) yordamida tasvirlovchi rasmlar moslikning grafi deyiladi.

Chekli to‘plamlar orasidagi moslik graflar yordamida ko‘rgazmali tasvirlanadi.

Misollar: 1. $X=\{3,5,7,9\}$ va $Y=\{4,6\}$ to‘plamlar orasidagi «katta» mosligining grafigini yasaymiz. Buning uchun berilgan to‘plamlar elementlarini nuqtalar bilan belgilaymiz va X to‘plam elementlarini tasvirlovchi nuqtalardan Y to‘plam elementlarini tasvirlovchi nuqtalarga strelkalar o‘tkazamiz (12-chizma)

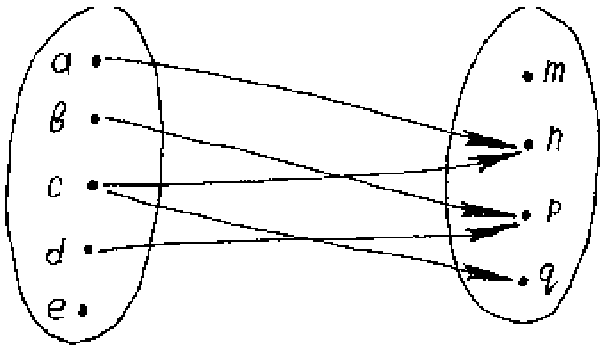


12-chizma

Natijada biz X va Y to‘plamlar elementlari orasidagi «katta» mosligiga ega bo‘lamiz .

2. $X=\{a,b,c,d,e\}$, $Y=\{m,n,p,q\}$

Gf= $G_f=\{(a;n),(b;p),(c;n),(c;q),(d;p)\}$ grafini chizaylik (13-chizma)



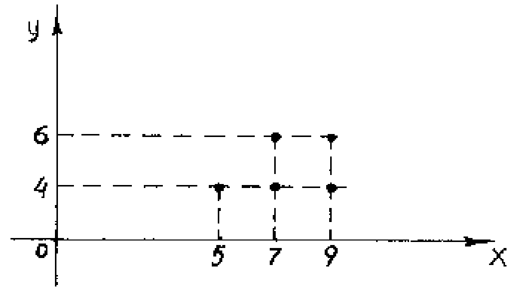
13-chizma

Bunda aniqlanish sohasi $\{a,b,c,d\}$

Qiymatlar to‘plami $\{n,p,q\}$

X va Y sonli to‘plamlar elementlari orasidagi moslik koordinata tekisligidagi grafik yordamida tasvirlanadi.

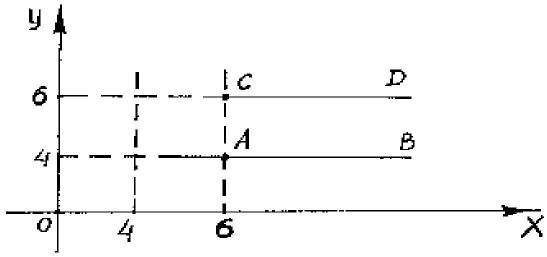
Buning uchun R moslikda bo‘lgan barcha sonlar jufti koordinata tekisligida nuqtalar bilan tasvirlanadi. Buning natijasida hosil bo‘lgan figura R moslikning grafigi bo‘ladi. Yuqoridagi misolni grafigini chizamiz. (14-chizma)



14-chizma

Moslikni bunday tasvirlash ularni berilgan moslikda cheksiz ko‘p sonlar jufti bo‘lganda ko‘rgazmali tasvirlash imkonini beradi.

Masalan: $X = R$ va $Y = \{4,6\}$ to‘plamlar orasidagi «katta» mosligini qaraylik va grafigini yasaylik moslikni [AB) va [CD) nurlar ifodalaydi. (15-chizma)



15-chizma

2-Ta’rif: Agar f moslikning aniqlanish sohasi birinchi to‘plam bilan ustma-ust tushsa, f moslik hamma yerda aniqlangan deyiladi.

3-Ta’rif: Agar f-moslikning qiymatlar to‘plami ikkinchi to‘plam bilan ustma-ust tushsa, f moslik syur’ektiv deyiladi.

4-Ta'rif: Agar f moslikda birinchi to'plamning har bir elementiga ikkinchi to'plamning bittadan ortiq bo'lmagan elementi mos kelsa, f moslik funksional deyiladi.
5-Ta'rif: Agar f moslikda ikkinchi to'plamning har bir elementiga birinchi to'plamning 1 tadan ortiq bo'lmagan elementi mos qo'yilgan bo'lsa, f moslik in'ektiv deyiladi.
6-Ta'rif: Syur'ektiv va in'ektiv moslik bir so'z bilan biektiv deyiladi.
7-Ta'rif: Hamma yerda aniqlangan funksional moslik akslantirish deyiladi.
8-Ta'rif: X va Y to'plamlar orasidagi f moslik biektiv akslantirish bo'lsa, X va Y to'plamlar orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatilgan deyiladi.
Moslik turlariga misollar keltiramiz.
Misol: Aytaylik X - kiyim iladigan (veshalka) garderobdagi paltolar to'plami, Y esa shu garderobdagi ilgaklar to'plami bo'lsin.
Agar har bir palto ilgakga ilinib turgan bo'lsa (polda yotmasdan) u holda X to'plam Y to'plamga akslantirish bo'ladi.
Agar bu akslantirishda har bir ilgakga bittadan ortiq palto ilinmagan bo'lsa(bo'sh ilgaklar ham bo'lishi mumkin) bu akslantirish in'ektiv bo'ladi.
Agar hamma ilgaklar band bo'lsa (bunda ayrim ilgaklarda bittadan ortiq paltolar ilingan ham bo'lishi mumkin) bu akslantirish syur'ektiv bo'ladi.
Agar har bir ilgakda bittadan palto ilingan bo'lsa (o'zaro bir qiymatli) bu akslantirish biektiv bo'ladi.
9-Ta'rif: X va Y to'plamlar orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatilgan bo'lsa, bu to'plamlar teng quvvatli deyiladi va qisqacha $X \sim Y$ ko'rinishda yoziladi.
Masalan: Agar $X\{a,b,c,d,e\}$, $Y\{x,y,z,t,p\}$ bo'lsa, u holda $X \sim Y$ bo'ladi, chunki, X va Y to'plamlar orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatish mumkin.
10-Ta'rif: Barcha natural sonlar to'plami N ga teng quvvatli to'plamlar sanoqli to'plam deyiladi.
Agar ikkita X va Y to'plamlar orasidagi mosliklarning G_f grafigi $X \times Y$ dekart ko'paytmasi bilan ustma-ust tushsa, bu moslik to'la moslik deyiladi. Agar moslik grafigi G_f, bo'sh bo'lsa $(G_f = \varnothing)$ moslik bo'sh moslik deyiladi.
Ixtiyoriy ikkita X va Y to'plamlar orasida bo'sh va to'la mosliklar mavjud bo'lishi mumkin.
X va Y dekart ko'paytma to'plam ostilari ustida turli xil amallarni bajarish mumkin.
Masalan, X va Y to'plamlar orasida $x\mathrm{R}y$ va $x\mathrm{K}y$ mosliklar grafiklari bolashmasidan iborat bo'ladi, boshqacha aytganda $x\mathrm{S}y$ moslik faqat va faqat $x\mathrm{R}y$ yoki $x\mathrm{K}y$ mavjud bo'lsa bo'ladi.
Shuningdek moslikka teskari moslik ham mavjud. $x\mathrm{R}y$ moslikka teskari $y\mathrm{R}^{-1}x$ ko'rinishda yoziladi.

Biz to‘plamlarni o‘rganganda ularni taqqoslab, ular kesishadi yoki teng, yoki biri ikkinchisini qismi deb to‘plamlar orasidagi munosabatni qaradik. Natural sonlar to‘plamini qaraganda sonlar orasidagi turli - tuman bog‘lanishlarni ko‘ramiz. Masalan, 7 soni 6 sonidan katta, 12 soni 9 sonidan 3ta ko‘p, 3 soni 2 sonidan keyin keladi va hokazo.

Xuddi shunga o‘xshash, geometriyada figuralarning tengligi va o‘xshashligi, to‘g‘ri chiziqlarning parallelligi va perpendikulyarligi kabi munosabatlar qaraladi.

Bulardan ko‘rinadiki, matematikada asosan, ikki ob’ekt orasidagi munosabat qaraladi, bunga binar munosabatlar deyiladi. Yuqorida ko‘rib o‘tilgan munosabatlar orasida umumiylik bormi, yo‘qmi degan masalani qarasak, u yoki bu munosabatlarni qarashda biz berilgan to‘plamlar sonlaridan tashkil topgan tartiblangan juftliklar bilan amallar bajarishni ko‘ramiz.

Masalan: $X = \{4;5;6\}$ to‘plamda 1 ta ko‘p munosabatini qarasak, «5 soni 4 sonidan 1 ta ko‘p», «6 soni 5 sonidan 1 ta ko‘p». Shu to‘plamda katta munosabatni qarasak «5>4», «6>4», «6>5». Shunga o‘xshash kichik munosabatini qarasak «4 soni 5 sonidan 1 ta kam», «5 soni 6 sonidan 1 ta kam».

Keltirilgan misoldagi «1 ta ko‘p» munosabat uchun {(5;4), (6;5)} to‘plam, «katta» munosabati uchun {(5;4), (6;4), (6;5)} to‘plam, «kichik» munosabati uchun {(4;5), (5;6)} to‘plamlarga ega bo‘lamiz. Bu to‘plamlar esa elementlari $X = \{4;5;6\}$ to‘plam elementlaridan hosil qilingan sonlar juftliklari to‘plami bilan aniqlanadi. Boshqacha aytganda, bu to‘plamlar $X = \{4;5;6\}$ to‘plam Dekart ko‘paytmasining elementlaridan tashkil topgan qism to‘plamlardir, ya’ni

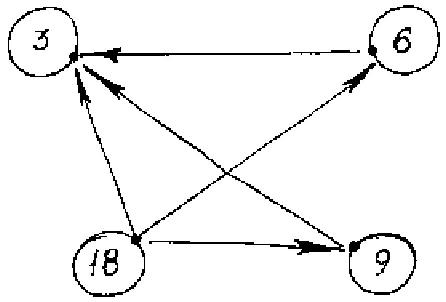
$$X \times X = \{(4;4),(4;5),(4;6),(5;4),(5;5),(5;6),(6;4),(6;5),(6;6)\}:$$

Bundan ko‘rinadiki, ko‘rib o‘tilgan munosabtlar $X \times X$ Dekart ko‘paytmaning qism to‘plami bilan aniqlanar ekan.

1-Ta’rif. $X \times X$ to‘plamning istalgan G qism to‘plami binar munosabat deyiladi. Binar munosabatlar lotin alfavitining bosh harflari P, K, R, S… bilan belgilanadi.

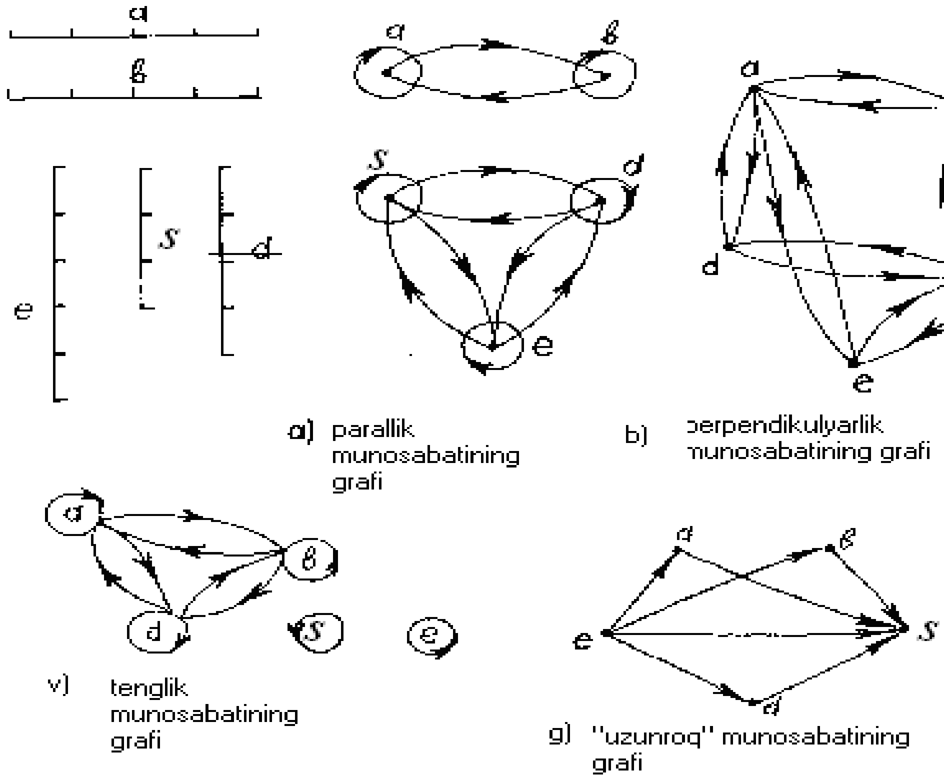
Matematikada binar munosabatlar $a = b,\ a < b,\ a > b, a \neq b, a \parallel b,\ a \perp b$ kabi belgilar orqali berilgan.

Munosabatlarni graflar yordamida ko‘rgazmali tasvirlash mumkin. Masalan: $X = \{3;6;9;18\}$ to‘plam elementlari uchun «karrali» munosabatini ko‘ramiz va uning grafini chizamiz (16-chizma). 18 soni 3 ga karrali, 18 soni 6 ga karrali, 18 soni 9 ga karrali va hokazo. X to‘plamdagi ixtiyoriy son o‘z-o‘ziga karrali bo‘lgani uchun oxiri ustma-ust tushadigan strelkalar mavjud. Bunday strelkalar sirtmoqlar deyiladi.



16-chizma

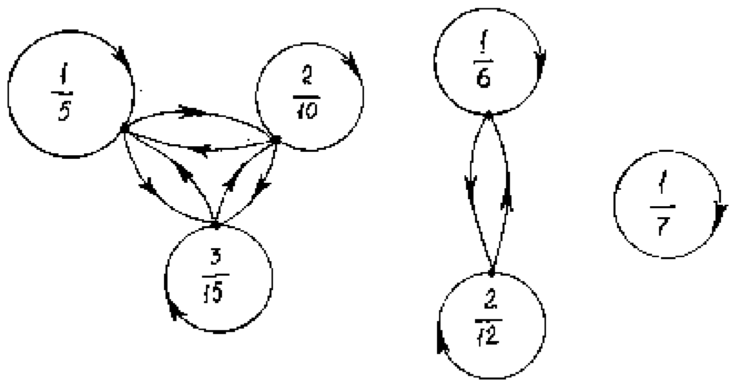
Munosabatlarni xossalarini ajratib ko‘rsatish uchun matematikada yuqorida aytib o‘tilgan munosabatlarni kesmalar to‘plamida graflar yordamida tasvirlaymiz. a, b, s, d, e kesmalar berilgan bo‘lsin (17- a, b, v, g chizmalar).



17-chizma

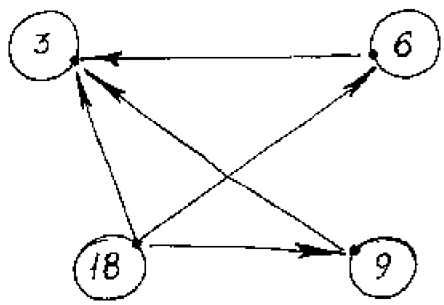
3-ilova

Misol: $\left\{\frac{1}{5};\frac{1}{6};\frac{1}{7};\frac{2}{10};\frac{2}{12};\frac{3}{15}\right\}$ kasrlar to‘plamida tenglik munosabati berilgan. (18-chizma)



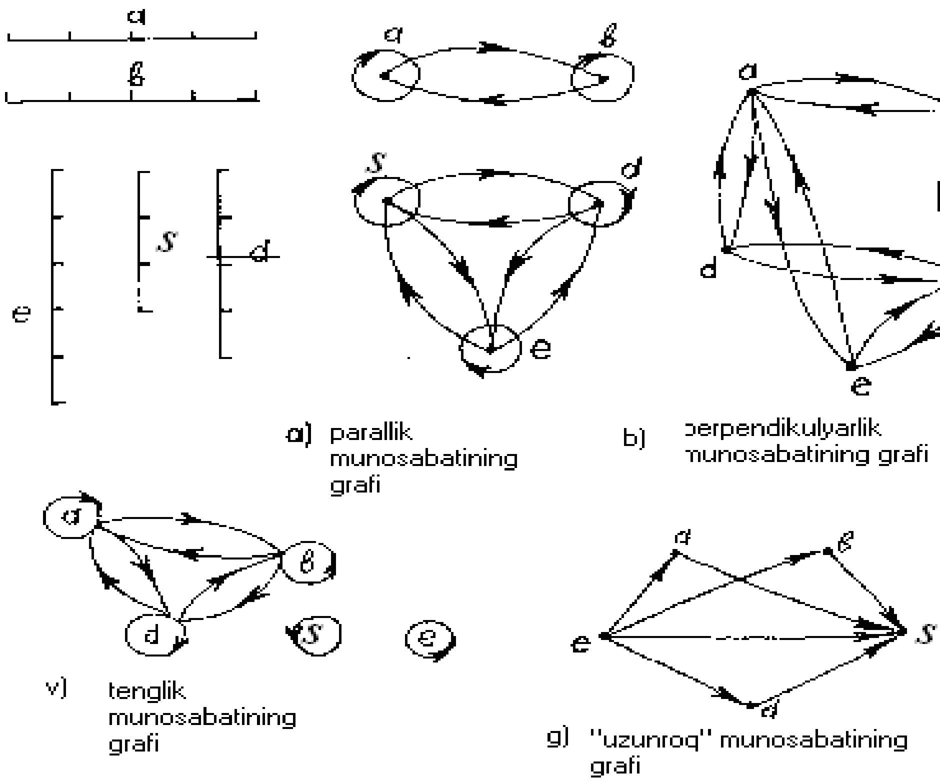
18-chizma

Munosabatlarni graflar yordamida ko‘rgazmali tasvirlash mumkin. Masalan: $X=\{3;6;9;18\}$ to‘plam elementlari uchun «karrali» munosabatini ko‘ramiz va uning grafini chizamiz (16-chizma). 18 soni 3 ga karrali, 18 soni 6 ga karrali, 18 soni 9 ga karrali va hokazo. X to‘plamdagi ixtiyoriy son o‘z-o‘ziga karrali bo‘lgani uchun oxiri ustma-ust tushadigan strelkalar mavjud. Bunday strelkalar sirtmoqlar deyiladi.



16-chizma

Munosabatlarni xossalarini ajratib ko‘rsatish uchun matematikada yuqorida aytib o‘tilgan munosabatlarni kesmalar to‘plamida graflar yordamida tasvirlaymiz. a, b, s, d, e kesmalar berilgan bo‘lsin (17- a, b, v, g chizmalar).



17-chizma

Graflardan ko‘rinadiki parallellik va tenglik munosabatlari refleksiv xossaga ega ekan. **1-Ta’rif.** Agar X to‘plamning ixtiyoriy elementi haqida u o‘z-o‘zi bilan R munosabatda deyish mumkin bo‘lsa (ya’ni xRx bajarilsa) to‘plamdagi R munosabat refleksiv deyiladi.

Agar munosabat refleksiv bo‘lsa, grafning har bir uchida sirtmoq bo‘ladi.

2-Ta’rif. Agar X to‘plamning birorta ham elementi uchun xRx bajarilmasa, R munosabat X to‘plamda antirefleksiv deyiladi. «>», «<» (uzun, qisqa), «$\perp$» munosabatlari antirefleksivdir.

Kesmalarning parallellik, perpendikularlik va tenglik munosabatlari graflariga e’tibor bersak, ularning o‘ziga xos xususiyati, agar elementlar juftini tutashtiruvchi bitta strelka bor bo‘lsa u holda albatta shu elementlarni tutashtiruvchi qarama-qarshi yo‘nalgan boshqa strelka ham bo‘ladi.

Bundan esa parallellik, perpendikularlik va tenglik munosabatlari simmetriklik xossasiga ega ekanligi ko‘rinadi.

3-Ta’rif. Agar X to‘plamda R munosabat uchun xRy va yRx shartlar bir vaqtda bajarilsa, R munosabat simmetrik munosabat deyiladi.

Simmetriklik xususiyatiga ega bo‘lmagan munosabatlar ham mavjud. Masalan, graflardagi uzunroq munosabatini qaraylik. Bu grafni o‘ziga xos xususiyati strelkani ikkita uchi tutashtirilsa u yagona bo‘ladi. Bundan «uzunroq» munosabati antisimmetrik xossaga ega ekanligi ko‘rinadi.

4-Ta’rif. Agar X to‘plamning turli x va y elementlari uchun xRy shartdan yRx kelib chiqmasa, X to‘plamdagi R munosabat antisimmetrik munosabat deyiladi.

Parallellik, tenglik va uzunroq munosabatlari graflariga e’tibor bersak, strelka birinchi elementdan ikkinchi elementga, ikkinchi elementdan uchinchi elementga borsa, albatta birinchi elementdan uchinchi elementga ham boradi. Bu tranzitivlik xossasini ifodalaydi.

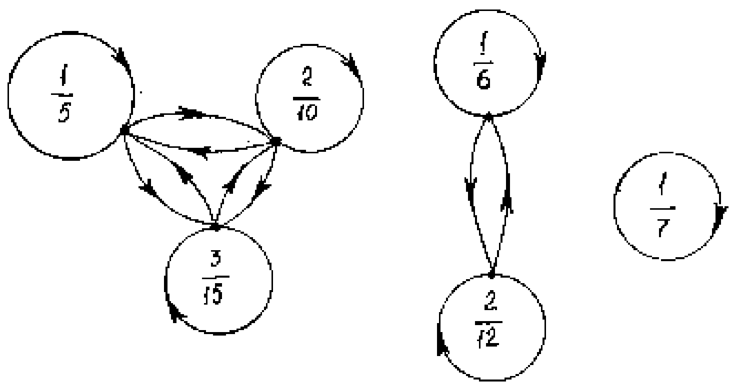
5-Ta'rif. Agar X to'plamda R munosabat uchun xRy va yRz dan xRz kelib chiqsa, u holda X to'plamda R munosabat tranzitiv munosabat deyiladi.

Kesmalarning parallelligi va tengligi munosabatlari refleksivlik, simmetriklik va tranzitivlik xossalarga ega. Perpendikularlik munosabati simmetriklik xossasiga, «uzunroq» munosabati antisimmetrik va tranzitivlik xossasiga ega.

Ekvivalentlik va tartib munosabati

Ta'rif. Agar X to'plamda berilgan R munosabat refleksiv, simmetrik va tranzitiv bo'lsa, u holda u ekvivalentlik munosabati deyiladi.

Misol: $\left\{\frac{1}{5};\frac{1}{6};\frac{1}{7};\frac{2}{10};\frac{2}{12};\frac{3}{15}\right\}$ kasrlar to'plamida tenglik munosabati berilgan. (18- chizma)



18-chizma

Bu munosabat:

1) refleksiv, chunki ixtiyoriy kasr o'z-o'ziga teng;

2) u simmetrik, chunki x kasrning y kasrga tengligidan y kasrni x kasrga tengligi ham kelib chiqadi;

3) U tranzitiv, chunki x kasrning y kasrga va y kasrning z kasrga tengligidan x kasrning z kasrga tengligi kelib chiqadi.

Agar X to'plamda ekvivalentlik munosabati berilgan bo'lsa, u holda bu munosabat X to'plamni juft-jufti bilan kesishmaydigan qism to'plamlariga ajratadi. Yuqoridagi misolimizda qism to'plamlar

$$\left\{\frac{1}{5};\frac{2}{10};\frac{3}{15}\right\},\left\{\frac{1}{6};\frac{2}{12}\right\},\left\{\frac{1}{7}\right\}.$$

Bu qism to'plamlar juft-jufti bilan kesishmaydi va qism to'plamlarining birlashmasi birlamchi misolda berilgan to'plam bilan ustma-ust tushadi. Endi tartib munosabatini qaraymiz.

«Tartib» so'zi kundalik hayotimizda doimo uchraydi. Masalan, jismoniy tarbiya darslarida talabalarning bo'y-bo'yiga qarab joylashishi tartibi, o'zbek alfavitida harflarning kelish tartibi va hokazo.

Ta’rif. Agar X to‘plamdagi R munosabat tranzitiv va antisimmetrik bo‘lsa, u holda bu munosabat tartib munosabati deyiladi. X to‘plam esa tartib munosabati bilan tartiblangan deb ataladi.
Masalan, $X = \{3,6,9,18\}$ to‘plamni «kichik» munosabati yordamida tartiblashtirish mumkin. Boshlang‘ich ta’limning birinchi sinfida o‘quvchilar «katta» va «kichik» munosabatlari bilan keyinchalik esa kesmalar uchun «uzun» va «qisqa» munosabatlari bilan tanishadilar. Bu munosabatlar yordamida sonlar va kesmalar to‘plamida tartib o‘rnatiladi.

5. Moslik va munosabat tushunchalariga doir mustaqil bajarish uchun topshiriqlar.

1. X={453;0;524;264;135;122} va Y={3;4;5;9} to`plmlar orasida P-“x son y songa karrali” munosabati berilgan. Bunda x∊ X, y∊Y. Munosabat grafini yasang. Bu grafda 135 dan 9 ga boruvchi strelka bormi?
2. A={3;15} va B={7;18} to`plamlar berilgan. Bu to`plamlar orasidagi Dekart ko`paytmani tuzing va barcha qism to`plamlarini aniqlang. Hosil bo`lgan qism to`plamlardan qaysilari a) “kichik”; b) “katta”; c) “katta yoki teng” munosabatlariga to`g`ri keladi?
3. A va B to`plam elementary orasida mavjud bo`lgan munosabatlarni ko`rsating: a) A-kesmalar to`plami, B-sonlar to`plami; b) A-uchburchaklar to`plami, B-aylanalar to`plami, c) A-shaharlar to`plami, B- davlatlar to`plami; d) A-baliqlar to`plami, B- daryolar to`plami.
4. A={1;2;3;4;6}, B={5;7} to`plamlar elementlar orasida “kichik” mosligi o`rnatilgan. Bu moslik grafigini quring.
5. X={x|x∊N, x≤9}, Y={y|y∊N, y≤4} to`plamlar elementlar orasida R: “x soni y soniga karrali” mosligi berilgan (bunda x∊X, y∊Y). R va R^{-1}mosliklar grafigini quring.
6. Quyidagi to`plamlardan qaysilar A={0;3;6;9;12;15} to`plam elementlari orasidagi munosabat bo`la oladi: 1) G_1={(6;3); (9;3); (12;3); (12;6); (15;3); (3;3); (6;6); (9;9); (12;12); (15;15)}; 2)G_2={(0;3); (3;6); (6;9); (9;12); (12;15)}; 3) G_3={(3;3); (3;6); (3;9); (3;12); (3;15); (6;6); (9;9); (12;12); (15;15)}; 4) G_4={(3;6); (6;12); (9;18)}?
7. {0;3;5;7} to`plamda berilgan “kichik yoki teng” munosabati grafigini yasang.
8. C={7;14;28;35} to`plamda aniqlangan “karrali” munosabati refleksivlik xossasiga egami? Bu munosabat uchun simmetriklik xossasi o`rinlimi? Javobingizni asoslang.
9. B=$\left\{\frac{1}{2};\frac{3}{4};\frac{5}{10};\frac{25}{50};\frac{6}{8};\ \frac{4}{7}\right\}$ to`plamda “x kasr y kasrga teng” munosabati berilgan. Quyidagilarni aniqlang:

a) Bu munosabat evivalentlilik munosabati bo`ladimi? Agar bo`lsa, hosil bo`ladigan ekvivalentlik sinflarini ko`rsating;
b) B to`plamda birorta tartib munosabatini aniqlang.

10. Quyidagi jadvalda berilgan Q munosabatning qiymatlari to`plamini va aniqlanish sohasini ko`rsating hamda grafigini chizing:

-4	-3	-3	-2	-2	-1
2	1	3	1	2	2

11. T={(1;0), (2;0),(3;0),(4;0) to`plsm X={1;2;3;4} va Y={0;1} to`plamlar o`rtasidagi munosabat elementlarini ifodalaydi. T munosabatga teskari $T^{-1}$ munosabatni tuzing va bitta koordinatalar tekisligida T va $T^{-1}$ munosabatlarning grafigini tasvirlang. Ular birinchi va ikkinci koordinata burchaklarining bissektrisalariga nisbatan simmetrik bo`ladimi?
12. Kesmalar to`plamida "qisqa", "ikki marta qisqa", "2sm qisqa" munosabati berilgan. Bu munosabatlarga teskari munosabatlarni qanday berish mumkin?
13. X va Y to`plamlar elementlari y=x+1 munosabatda joylashgan. Agar:
   a) X=Y=R;
   b) X=[0;-4], Y=R;
   c) X=R, Y=[-1;6];
   d) X={-4;-3;-2;-1;0}, Y=Z bo`lsa, berilgan munosabatning grafigini yasang.
14. Agar: a) X=Z; b) X=R bo`lsa, y>x-3 munosabartning grafigini yasang.
15. $x^2+y^2\leq 9$ munosabatning grafigi markazi koordinata boshida va radiusi 3 ga teng bo`lgan doira bo`lishini isbotlang. Bunda $x\in R$, $y\in R$.
16. X to`plamda R munosabat berilgan. Quyidagi jumlalardan qaysilari R munosabatining antisimmetrik xossasiga ega ekanini ko`rsatadi:
   a) $xRy\rightarrow\bar{y}R\bar{x}$
   b) $xRy\wedge x\neq y\rightarrow\overline{yRx}$;
   c) $xRy\rightarrow yRx$?
17. A={5;10;15;20;25}to'plamda "bo'luvchi bo'ladi"munosabati berilgan.Bu munosabatning refleksiv munosabatini ifodalang.Bu munosabat tranzitiv bo'ladimi? 14-rasmda tasvirlangan qaysi graflar bu munosabatni tasvirlaydi?
18. {3;4;5;6;7;8}to'plamda E-"ketma-ket keladi"munosabati berilgan.Quyidagi munosabatlarning qaysi biri rost:a)E munosabat antisimmetrik; b)E munosbat tranzitiv.
19. {7;9;11;13;15}to'plamda R-"katta",T-"2ga katta,M-"katta yoki teng"munosabatlari berilgan.Bu munosabatlarning graflarini tuzing va

graflar ichidan:a) refleksiv; b) tranzitiv; v) antisimmetrik munosabatlarni ko'rsating.

20. X={8;9;10} to'plamda berilgan F munisabat refleksiv tranzitiv ekani ma'lum. Quyidagi to'plamlarning qaysi biri munosabat bo'la oladi:
a){(8;8),(8;9),(9;8),(9;9),(5;5)};
b){(3;3),(4;4),(5;5),(3;4),(4;5),(5,4)}?
21. X={3;4;5;6} to'plamda S={(3;3),(4;4),(5;5),(6;6),(3;4),(4;5),(3;5),(4;3),(5;3),(5;4)} munosabat berilgan. S munosabatning xossasini aniqlang va uning grafini yasang.
22. {6+4;5+2;2·5;11-4;4:4;2:2+6;9+1} sonly ifodalar to'plamida "teng qiymatlarga ega" munosabati ekvivalent munosabat ekanini isbotlang va ekvivalentlik sinflarini yozing.
23. X={a;b;s;r}to'planda Rmunosabat aniqlangan.Bunda:
a)R={(a;a),(b;b),(s;s),(a;b),(b;a),(b;s),(s;b),(a;s),(s;a)};
b)R={(a;a),(b;b),(s;s),(r;r),(a;b),(s;r),(r;s)} bo'lsa, ekvivalentlik sinflarini yozing
24. Boshlang'ich sinf matematikasida natural sonlar to'plami katta ga katta marta katta keyin keladi munosabatlari bilan qaraladi.Bu munosabatlardan qaysilari natural sonlar to'plamini tartiblangan to'plamga aylantiradi?
25. Faraz qiling, siz sanashni bilmaysiz. Sizga dalada o'rib bog'lab qo'yilgan pichan bog'lamlarini sanab kelish buyurilgan. Siz buni qanday amalga oshirasiz?
26. Xonadagi turli buyumlar o'rtasida funksional moslik o'rnating.
27. Y=3x-1 funksiyaning grafigini yasang.
28. Y=kx funksiyaning grafigi M(4;-9) nuqtadan o'tadi. k koefsentini toping.
29. Funksiya y=3x+1 tenglama bilan berilgan. Uning aniqlanish sohasi {0;1;2;3;4} to'plamdan iborat. Bu funksiyaning qiymatlari to'plamini toping.
30. Ushbu X={4;15;9;6}, Y{2;3;19} to'plamlar elementlari "x son y sondan kichik" va "x son y songa karrali" munosabatlari orqali bog'langan. Bulardan qaysi biri X ni Y ga akslantirish bo'ladi?

III-bob. Z_0 ni tuzishdagi har xil yondoshishlar.

1,2,3,4,.. ... sonlar natural sonlar deb ataladi. Natural son tushunchasi matematikaning asosiy tushunchalaridan biridir. U butun matematika fani singari kishilar amaliy faoliyatlaridagi ehtiyojlar natijasida vujudga kelgan. U dastlab amaliy xarakterdagi borgan sari murakkablashib boruvchi masalalarni yechish jarayonida asta-sekin vujudga kela boshlagan. Turli-tuman chekli to'plamlarni bir-biri bilan taqqoslash zarurati kishilarning natural sonlarni yaratishlariga sabab bo'ldi…

Nomanfiy butun sonlar to’plamini nazariy talqin etishning turli xil yo’llari mavjud.

1) Nomanfiy butun sonlar to’plamini aksiomatik nuqtai nazaridan qurish.

Bunday talqinda nomanfiy butun sonlar to’plamining aksiomatik ta’rifi berilib, bu to’plam elementlari ustida qo’shish va ko’paytirish amallarining ham aksiomatik ta’rifi kiritiladi. Ayirish va bo’lishlar qo’shish hamda ko’paytirish amallariga teskari amal sifatida talqin etiladi. Z_0 to’plamning xossalari yoritiladi.

2) Natural sonlar va ular ustida amallarni miqdorlar (kesmalarni) o’lchash sifatida talqin qilish.

Bu talqinda natural sonlar tushunchasi biror bir miqdor (kesma) ning o’lchov natijasi asosida o’rganiladi. Natural sonlar ustida amallarni o’rganish ham kesmalar ustida bajariladigan amallar bilan bog’lanadi.

3) Z_o ni to’plamlar nazariyasi asosida qurish. Nomanfiy butun sonlar to’plami qandaydir to’plamlardagi elementlar sonini xarakterlovchi to’plam sifatida ta’riflanishi mumkin. Boshlangich matematika kursi asosan mana shu yondoshish asosida quriladi. Shu sababli nomanfiy butun sonlar va ular ustida bajariladigan amallar to’plamlar nazariyasi bilan uzviy bog’liq holda o’rganiladi.

Matematikada aksiomatik metod. Piano aksiomalari

Boshlangich sinflarda asosan manfiy bo’lmagan butun sonlar bilan ish ko’riladi. Manfiy bo’lmagan butun sonlar to’plamiga ta’rif berganda Piano aksiomalari sistemasiga tayanamiz. Italyan olimi Piano 1889 yilda shu aksiomalarni kashf qildi. Piano natural sonlar uchun aksiomalar sistemasini berdi. Quyida keltirilgan aksiomalar sistemasi Z_o uchundir.

Piano aksiomalar sistemasi qurilishiga e’tibor beraylik.

Bunda:

1.Asosiy tushunchalar “to’plam”, “son”, tushunchalari olinadi.

2.Asosiy munosabat - “ketidan keladi” munosabati tanlanadi.

3.Aksiomalar keltiriladi.(ular to’rtta)

Ta’rif: Zo to’plamga manfiy bo’lmagan butun sonlar to’plami deb aytiladi, agar bu to’plamni elementlari orasida “ketidan keladi” munosabati ta’riflangan bo’lib, bu munosabat quyidagi aksiomalarni qanoatlantirsa:

I. Hech qanday son ketidan kelmaydigan 0 soni mavjud.

II. Har qanday natural sonning ketidan keluvchi bitta va faqat bitta natural son mavjud.

III. Har qanday natural son bitta va faqat bitta natural son ketidan keladi.

IV. (Induktsiya aksiomasi) Agar qandaydir sonlardan tuzilgan M to’plam 0- sonni o'z ichiga olsa, va bu to’plamda qandaydir a-natural sonni mavjudligidan uning ketidan keluvchi son a’ ham mavjud bo’lsa, bu holda $M \sim Z_o$ bo’ladi.

Bunda a’ –a natural son ketidan keluvchi son.

Induksiya bu xususiylikdan umumiylikka, konkretlikdan abstraklikka o’tish bosqichidir. “Inductio”- lotincha “yo’l ko’rsatish” ma’nosini bildiradi.

Pianoning 4-aksiomasini matematik induksiya printsipiga o'xshatib quyidagicha aytilish mumkin:
"Qandaydir R fikr: 1) 0 uchun rost va
2) istalgan x natural son uchun rostligidan, x son ketidan keluvchi x' uchun ham rostligi kelib chiqsa u holda R fikr barcha natural sonlar uchun rost bo'ladi".
Maktab matematika kursida matematik induktsiya printsipi quyidagicha ko'rib chiqilgan edi:
"Agar A(n) fikr (bunda n natural son)
1) n= 1 uchun rost
2) n=k uchun rostligidan (bunda k – istalgan natural son) navbatdagi n=k+1 son uchun ham rostligi kelib chiqsa u holda A(n) fikr ixtiyoriy natural son n uchun rost bo'ladi" Ikkinchi qismida n=k uchun fikr rost A(n) –deb faraz qilinib n=k +1 uchun fikr A(n+1) – rostligi ko'rsatiladi. Ya'ni $A(k) \Rightarrow A(k+1)$.
Isbotlashning shu ikkala bosqichidan foydalanib, A(n)- fikrning barcha n-natural sonlar uchun rostligi kelib chiqadi.

Matematik induktsiya metodidan, ayniyatlar to'g'riligini tekshirishda, ifodalar qiymatlarini hisoblashda, xulosa, tasdiqlarni isbotlashda foydalaniladi

1-misol : $1+2+3+\ldots+n=((1+n)n)/2$ (1) ekanligini isbotlang.

1) n=1 bo'lsin, $1=((1+1)1)/2$, yoki, 1=1 , A(1)- to'g'ri

2) n=k uchun to'g'ri bo'lsin, $1+2+3+\ldots+к=((1+к)к)/2$, A(к)-rost deb faraz qilamiz.

n=k+1 uchun to'g'riligini ko'rsatamiz, ya'ni $1+2+3+\ldots+к+(к+1)=((1+к)(1+(к+1)))/2$; yoki $1+2+3+\ldots+к+(к+1)=((1+к)(к+2))/2$;

Haqiqatdan ham, $(1+2+3+\ldots+к)+(к+1)=((1+к)к)/2 + (к+1)=((к+1)(к+2))/2$;

Demak, (1) tenglik barcha $n \in N$ lar uchun rost.

Nomanfiy butun sonlar yigindisi va ko'paytmasi.

Ta'rif: a va в natural sonlarning yig'indisi deb, Zo natural sonlar to'plamida ta'riflangan shunday algebraik amal natijasiga aytiladiki, bu amal quyidagi aksiomalarni qanoatlantirsa:

V: -Nomanfiy butun a son uchun a+0=a (0- Zo da qo'shishga nisbatan neytral element)

VI: Ixtiyoriy a, в nomanfiy butun sonlar uchun a+в\`=(a+в)\`
Misol: a=5, в=2 bo'lsin. 6-aksioma to'g'riligini tekshiramiz.
a+в\`=5+3=8 , (a+в)\`=(5+2)=8
1-teorema: Natural sonlarni qo'shish amali mavjud va u amal yagonadir.
Istalgan natural sonlarni doim qo'shish mumkin.
Z_0 da qo'shishning xossalari:
1-xossa: Manfiy bo'lmagan butun sonlar to'plami nolni yutish xossasiga ega.
$(\forall a)$ $[0+a=a]$
2-xossa: Manfiy bo'lmagan butun sonlarni qo'shish amali o'rin almashtirish

(kommutativlik) xossasiga ega. Ya'ni $(\forall a,в)$ [a+в=в+a]
Misol: 51+49=49+51=100
3- xossa: Nomanfiy butun sonlarni qo'shish amali guruhlash (assotsiativlik) xossasiga ega, ya'ni $(\forall a, в, c\in Z_0)$ [(a+в)+c=a+(в+c)]

Ta'rif: a va в natural sonlarning ko'paytmasi deb , shunday algebraik amal natijasiga aytiladiki, u quyidagi aksiomalarni qanoatlantirsa:
VII: $(\forall a\in Z_0)$ a•0=0
VIII: $(\forall a, в\in Z_0)$ a•в`=a•в+a
2-teorema. Natural sonlarni ko'paytirish amali mavjud va u yagona.
Yuqoridagi ta'rif va teoremalardan ko'paytirish amalining qator xossalari kelib chiqadi.
1^0. 1·a=a . Har qanday sonni birga ko'paytirsak, shu sonning o'zi hosil bo'ladi.
2^0. Ko'paytirish amali kommutativlik xossasiga ega: $(\forall a, в\in Z_0)$ a·в=в·a.
Misol: 2·3=3·2
3^0. Ko'paytirish amali assotsiativlik (guruhlash)xossasiga ega.
$(\forall a, в, c \in N_0)$[(a•в)•c=a•(в•c)]
4^0. Nomanfiy natural sonlarni ko'paytirish amali qo'shishga nisbatan tarqatish xossasiga ega. a· (в+c)= a·в+ a·c .
Misol: 2·17=2·(10+7)=2·10+2·7= 20+14=34
$(\forall a,в,c\in Z_0)$ [a •(в+c)=a•в+a•c]. Bu xossaning isbotini keltiraylik.
Isbot: a,в- ixtiyoriy natural sonlar. M-to'plam shunday natural sonlar to'plamiki, bu to'plam elementlari uchun teorema o'rinli bo'lsin. Agar c=0 bo'lsa,
1) a•(в+0)=a•в. a•в+a•0=a•в+0=a•в$\Rightarrow$ 0$\in$M.
2) $\forall c\in M$ uchun: a•(в+c)= a•в+a•c bo'lsin.
3) a• (в+c`)=a•(в+c)`=a•(в+c)+a=a•в+a•c+a= a•в+a•c$\Rightarrow$ c`$\in$M.
Demak, IV aksiomaga asosan M~Z_0 bo'ladi.

Nomanfiy butun sonlar to'plamining tartiblanganligi

Ta'rif: Agar a va в natural sonlari uchun, shunday noldan farqli k soni mavjud bo'lsaki, a=в+k tenglik bajarilsa u holda a son в sondan katta, yoki в son a sondan kichik deb aytiladi, va u a>в yoki в<a deb belgilanadi, ya'ni ta'rifni simvolik yozsak:

$$a > в \Leftrightarrow (\exists к \neq o)\left[a = в + к\right]$$

munosabat o'rinli bo'ladi.
Ikkita ketma-ket keluvchi natural sonlar uchun quyidagi teorema o'rinli:
1-teorema: Har qanday natural son o'zidan oldin keluvchi natural sondan katta bo'ladi, ya'ni $(\forall a)\left[a < a^1\right]$
Haqiqatdan ham: a'=a+1 x'=x+1 (natijaga asosan) a'>a x'>x (ta'rifga asosan).
1-xossa: Manfiy bo'lmagan butun sonlar to'plamida quyidagi munosabat o'rinli:

$0<1<2<3<4<5\ldots<n<n^1<\ldots$

2-xossa: 0 soni Zo da eng kichik sondir.
3-xossa: Agar M qandaydir natural sonlar to'plami bo'lib, unda shunday в element topilsaki, $\forall x \in M$ uchun x<в o'rinli bo'lsa, u holda M da eng katta element в bo'ladi.
2-teorema: Natural sonlar qatorida quyidagi munosabatlardan faqat va faqat bittasi bajariladi.

a) a=в

b) a=b+k (a>b)

v) в=a+м (a<в)

Zo da tartib munosabati tranzitivlik xossasiga ega:

$$(a,в,c \in Z_o)\ a<в \wedge в<c \Rightarrow a<c$$

3-teorema :

1) a=в => a+c=в+c ^ a• c= в.c $(\forall$ a,в,c$\in Z_0)$

2) a>в => a+c>в+c ^ a•c>в•c $(\forall$ a,в,c$\in Z_0)$

3) a<в=> a+c<в+c ^ a • c<в•c $(\forall$ a,в,c$\in Z_0)$

4-teorema (Teskari teorema)

1) a+c=в+c $\vee$ a•c=в•c => a=в

2) a+c>в+c$\vee$ a•c>в•c=> a>в

3) a+c< в+c$\vee$ a•c<в•c=> a<в

5-teorema : Natural sonlar qatorida n va n+1 natural sonlari yonma-yon turuvchi sonlardir, ya'ni n<a<n+1 shartni qanoatlantiruvchi natural son mavjud emas.
6-teorema: Har qanday manfiy bo'lmagan butun son noldan kichik emas, 0-nomanfiy butun sonlar to'plamining eng kichik elementidir.
Bu teoremadan, Z_0 ning quyidan chegaralanganligi kelib chiqadi.
7-teorema. Natural sonlar to'plamida Arximed aksiomasi o'rinli, ya'ni: $\forall$ a va b sonlar uchun $\exists n \in N$ topiladiki, в•n>a bajariladi.
Ushbu teoremadan natural sonlar to'plamining cheksizligi kelib chiqadi.

Shunday qilib, xulosa qilsak, manfiy bo'lmagan butun sonlar to'plami: cheksiz; quyidan chegaralangan (0 soni bilan); yuqoridan chegaralanmagan, diskret; tartiblangan to'plam ekan.

Manfiy bo'lmagan butun sonlarni ayirish va uning xossalari.

Ta'rif: a va в sonlarning ayirmasi deb, a=в+x shartni qanoatlantiruvchi x soniga aytiladi. Bunda: a- kamayuvchi: в- ayriluvchi: x- ayirma. a va в sonlarning ayirmasi a-в deb belgilanadi: (-ayirish amali).
Ikki son ayirmasini topish amaliga ayirish amali deb aytiladi.

Ayirish amali qo'shish amaliga teskari amal. Ikki son ayirmasi qachon mavjud, qachon bajariladi? Bu savolga quyidagi teorema javob beradi.

1-teorema: a) в-a ayirma mavjud bo'lishi uchun a$\leq в(в \geq a)-$ ayriluvchining kamayuvchidan oshmasligi zarur va yetarlidir.

b) Agar в-a ayirma mavjud bo'lsa, bu yagonadir;

1-xossa: Agar ayirmaga ayiruvchini qo'shsak, u holda kamayuvchi hosil bo'ladi.

2-xossa: Agar ikki son yig'indisidan bitta qo'shiluvchini ayirsak, ikkinchi qo'shiluvchi kelib chiqadi.

3-xossa: Berilgan songa ikki son ayirmasini qo'shish uchun, songa dastlab kamayuvchini qo'shib, ayiriluvchini ayirish kifoya.

Ya'ni: a+ (в-c)=a+в-c

4- xossa: Sondan ikki son ayirmasini ayirish uchun, shu sondan qo'shiluvchilarni ketma- ket ayirish kifoya.

a-(в+c) =a-в-c bunda a≥в+c

5-xossa: Sondan ayirmani ayirish uchun sondan kamayuvchini ayirib, ayriluvchini qo'shish kifoya.

Ya'ni: a-(в-c)=a-в+c, bunda в ≥ c; a ≥ в-c

6-xossa: Ko'paytirish amali ayirish amaliga ko'ra tarqatish (distributlik) qonuniga ega. (a –в) •c= a•c – в•c.

7-xossa: (a – в)+ (c – d)= (a + c) – (в + d). Ayirmalar yig'indisi kamayuvchilar yig'indisi bilan ayriluvchilar yig'indilarining ayirmasiga teng.

8-xossa: Yig'indidan sonni ayirish uchun, ayriluvchi sonni qo'shiluvchilarning birortasidan ayirish kifoya.

(a + в) – c = (a – c) + в= a + (в- c), agar a >c b>c:

9-xossa: Ayirmadan sonni ayirish uchun, sonli ayiruvchiga qo'shib, yigindini kamayuvchidan ayirish kifoya.

(a- в)- c =a –(в + c) a –в >c;

Manfiy bo'lmagan butun sonlarni natural sonlarga bo'lish.

Ta'rif: a sonining в soniga bo'linmasi deb, $bx = a$ tenglikni qanoatlantiruvchi x soniga aytiladi. Bo'linmani topish amaliga bo'lish amali deb aytiladi.

Bu erda a- bo'linuvchi: в- bo'luvchi: x-bo'linma. a va в sonlarning bo'linmasi: $a:b$ yoki $\frac{a}{b}$ deb belgilanadi.

Faqat va faqat a soni в soniga karrali bo'lgandagina, manfiy bo'lmagan butun son a ni natural son в ga bo'lish mumkin. O soni barcha sonlarga bo'linadi va natijada nol chiqadi.

Ta'rif: Agar a sonini в ga bo'lish amali mavjud bo'lsa, u holda a⋮в deb simlovik belgilanadi va quyidagi teng kuchli jumlalardan bittasi

qo’llaniladi: “a в ga karrali” , “a в ga bo’linadi”, “a ni в bo’ladi”, “в a ning bo’luvchisi bo’ladi”.
Shuningdek ba’zi adabiyotlarda a /в belgilardan ham foydalaniladi.
Teorema: Agar bo’lish amali mavjud bo’lsa, u holda bo’linma yagonadir.
Bo’lish amalining xossalari:
1-xossa: Manfiy bo’lmagan butun sonlar to’plamida bo’lish amali algebraik amal emas. (Zo da bo’lish amali qisman algebraik bo’ladi)
2-xossa: Bo’lish amali assotsiativlik xossasiga ega emas $(\forall a, в, c)$ $[a:(в:c) \neq (a:в):c\ ]$
3-xossa: Agar kichik natural son, katta natural songa bo’linsa, u holda kichik natural son nolga teng bo’ladi: $(a \prec в) \wedge (a \vdots в) \Rightarrow a = 0$
4-xossa: Manfiy bo’lmagan butun sonlar to’plamida bo’lish amali kommutativ emas. Ya’ni: $(\forall a, в)[a:в \neq в:a\ ]$ faqat va faqat a≠в da o’rinli xolos; misol 8:4 ≠ 4:8
5- xossa**:** Bo’linmani bo’luvchiga ko’paytirganda bo’linuvchi hosil bo’ladi: (a:в)•в=a
6- xossa**:** Tenglikning har ikkala tomonini noldan katta bo’lgan umumiy ko’paytuvchiga qisqartirib yuborish mumkin: $(\forall c \neq 0)[ac = вc \Rightarrow a = в]$
7- xossa**:** Bo’linuvchi va bo’luvchilarni bir vaqtda noldan katta bo’lgan songa ko’paytirganda yoki bo’lganda bo’linma o’zgarmaydi:
(∀ c>0)[a:в=(a•c):(в•c)]
8- xossa: Sonni ko’paytmaga bo’lish uchun shu sonni ko’paytuvchilarga birin – ketin bo’lish kifoya.
a:(в•d)= (a:в):d
9-xossa**:** Agar ko’paytuvchilarning birortasi biror songa bo’linsa, u holda ko’paytmani shu songa bo’lish uchun , shu ko’paytuvchini songa bo’lib, ikkinchi ko’paytuvchiga ko’paytirish kerak
$$(в \vdots c) \Rightarrow a * в : c = a * (в : c)$$
10-xossa**:** Bo’linmani songa ko’paytirish uchun, bo’linuvchini songa ko’paytirish va ko’paytmani bo’luvchiga bo’lish kerak (в:c)•a=a*в:c
11-xossa**:** Agar bo’linuvchi c soniga karrali bo’lsa u holda bo’linmani c soniga ko’paytirish uchun bo’linuvchini o’zgartirmagan holda bo’luvchini c soniga bo’lish kerak.
(в⋮c)⇒(a:в)•c=a: (в:c)
12-xossa: Agar qo'shiluvchilar c soniga karrali bo’lsa, u holda yig’indi (ayirma) ni c soniga bo’lish uchun har bir qo'shiluvchini c soniga bo’lish kifoya.
Ya'ni : (a⋮c)∧(в⋮c)⇒(a ± в):c=a:c ± в:c

Natural son va nol tushunchasining nazariy to’plam ma’nosi.

A={a,b,c,d} to’plam elementlarini sanab biz A to’plamda to’rtta element bor deymiz, ya’ni bu to’plamning miqdoriy xarakteristikasiga ega bo’lamiz. Biroq buni hosil qilish uchun tartibiy natural sonlar “birinchi”, “ikkinchi”, “uchinchi”, “to’rtinchi” dan foydalandik. Boshqacha aytganda, biz natural qator kesmasi deb ataluvchi {1,2,3,4} to’plamdan foydalandik.

Ta’rif: Natural qatorning N_a kesmasi deb, a natural sondan katta bo’lmagan natural sonlar to’plamiga aytiladi. Masalan: N_4 kesma 1,2,3,4 natural sonlar to’plamining o’zidir.

Ta’rif: A to’plam elementlarini sanash deb, A to’plam bilan natural qatorning N_a kesmasi orasida o’zaro bir qiymatli moslik o’rnatishga aytiladi.
a soni deb A to’plamdagi elementlar soniga aytiladi va n(A) kabi yoziladi. Bu a soni yagona va u miqdoriy natural sondir.

“Mazkur to’plam nechta elementga ega?” degan savolga javob miqdoriy natural son bilan ifodalanadi; tartibiy son esa sanoqda u yoki bu predmet qaysi o’rinni egallashini ko’rsatadi va “Sanoqda berilgan predmet nechanchi o’rinda bo’ladi?” degan savolga javob beradi?

Nazariy to’plam nuqtai nazaridan miqdoriy natural songa chekli teng quvvatli to’plamlar sinfi mos keladi.

Har bir sinfga birgina va faqat birgina natural son mos keladi, har bir natural songa teng quvvatli chekli to’plamlarning birgina va faqat birgina sinfi mos keladi.

Ma’lumki, ekvivalentlikning har bir sinfi unga tegishli ixtiyoriy elementini bu sinfning vakilini berish bilan bir qiymati aniqlanadi. Demak, teng quvvatli to’plamning har bir sinfini uning vakilini ko’rsatish bilan berish mumkin. Masalan, to’rtburchakning uchlari to’plamini teng quvvatli bo’lgan va “to’rt” natural sonni aniqlovchi to’plamlar sinfini B= {a, b,c,d} to’plamni ko’rsatish bilan berishi mumkin. Demak B to’plam “to’rt” natural sonni aniqlaydi.

Umuman har bir chekli A to’plamga bitta va faqat bitta natural son a=n(A) mos keladi, biroq har bir a natural songa bir ekivivalentlik sinfining teng quvvatli turli to’plamlari mos keladi.

Shuning uchun “besh” soniga beshburchak tomonlari to’plami ham uning uchlari to’plami ham, “kitob” so’zidagi harflar to’plami ham mos keladi.

Nol soni ham nazariy to’plam talqiniga ega va u bo’sh to’plamga mos qo’yiladi: $0=n(\varnothing)$

Qo’shish, qo’shish qonunlari, “teng”, kichik, “katta” munosabatlari.

Ta’rif. Butun nomanfiy a va b sonlarning yig’indisi deb, n (A)=a, n (B)=b bo’lib, kesishmaydigan A va B to’plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi.

a+b =n (AUB), bu erda n (A)=a , n (B)= b va $A\cap B=\varnothing$

Misol. Berilgan ta’rifdan foydalanib, 5+2=7 bo’lishini tushuntiramiz. 5-bu biror A to’plamning elementlari soni, 2-biror B to’plamning elementlari soni, bunda ularning kesishmasi bo’sh to’plam bo’lishi kerak. Masalan, A={x,u,z,t,r},

B= {a,b} to’plamlarni olamiz. Ularni birlashtiramiz: AUB={x,u,z,t,r,a,b}. Sanash yo’li bilan n(AUB)=7 ekanini aniqlaymiz. Demak 5+2=7.
Butun nomanfiy sonlar yig’indisi har doim mavjud va yagonadir. Boshqacha aytganda, biz qanday ikkita butun nomanfiy a va b sonlar olmaylik, ularning yigindisi – butun nomanfiy c sonini har doim topish mumkin, u berilgan a va b sonlar uchun yagona bo’ladi.

Qo’shish qonunlari.

a) a+b=b+a $(\forall a, b \in Z_0)$ - o’rin almashtirish (kommutativlik)
b) (a+b)+c=a+(b+c) $(\forall a, b, c \in Z_0)$ - guruhlash (assotsiativlik)

“Teng” va “kichik” munosabatlari.

Ta’rif: Agar a va b sonlar teng quvvatli to’plamlar bilan aniqlansa, u holda ular teng bo’ladi:

$a=b \Leftrightarrow A \sim B$, bu erda n(A)=a, n (B)=b

Agar A va B to’plamlar teng quvvatli bo’lmasa, u holda ular bilan aniqlanadigan sonlar turlicha bo’ladi.

Ta’rif: Agar A to’plam B to’plamning qism to’plamiga teng quvvatli bo’lsa va n(A)=a, n(B)=b bo’lsa, a son b sondan kichik deyiladi va a < b kabi yoziladi. Xuddi shu vaziyatda b son a sonidan katta deyiladi va b > a kabi yoziladi.

$a < b \Leftrightarrow A \sim B$, bu erda $B_1 \subset B$ va $B_1 \neq B$, $B_1 \neq \varnothing$

Ayirish. Ayirish xossalari.

(To’plamlar nazariyasi nuqtai nazarida)

Ta’rif: Butun nomanfiy a va b sonlarning ayirmasi deb n(A)=a, n(B)=b va $B \subset A$ shartlar bajarilganda B to’plamning A to’plamgacha to’ldiruvchi to’plamining elementlari soniga aytiladi:

a-b=n(A\B), bu erda a=n(A), b=n(B), $B \subset A$

Ta’rif: Butun nomanfiy a va b sonlarning ayirmasi deb shunday butun nomanfiy c songa aytiladiki, uning b son bilan yig’indisi a songa teng bo’ladi.

Shunday qilib, $a-b=c \Leftrightarrow a=b+c$

Ayirish amali qo’shishga teskari amal deb aytiladi. Ayirmaning ikkinchi ta’rifidan kelib chiqib, quyidagi teoremalarni keltiramiz:

Teorema: Butun nomanfiy a va b sonlarning ayirmasi b≤a bo’lganda va faqat shunda mavjud bo’ladi.

Teorema: Agar butun nomanfiy a va b sonlarning ayirmasi mavjud bo’lsa, u holda u yagonadir.

(Ayirish amalining xossalari yuqoridagi mavzularda keltirilgan).

Ko'paytirish. Ko'paytirish xossalari.

Ta'rif. Butun nomanfiy a va b sonlarning ko'paytmasi deb quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi butun nomanfiy a•b songa aytiladi:

1. b >1 bo'lganda $a\bullet b = \underbrace{a+a+...+a}_{b \text{ ta qo'shiluvchi}}$;

2) b=1 bo'lganda a•1= a;
3) b = 0 bo'lganda a• 0 = 0.

Bu ta'rifning nazariy- to'plam jihatdan ma'nosi quyidagicha: Agar $A_1, A_2, \ldots, A_b$ to'plamlarning har biri a tadan elementga ega bo'lsa va ulardan hech bir ikkitasi kesishmasa, u holda ularning birlashmasi a•b ta elementga ega bo'ladi. Demak, a• b ko'paytma – bu har biri a tadan elementga ega bo'lgan, juft- jufti bilan kesishmaydigan b ta to'plamning kesishmasidagi elementlar sonidir.

a•1 = a va a• 0=0 tengliklar shartli qabul qilingan.

a va b sonlarning ko'paytmasini topishga yordam beradigan amal ko'paytirish amali deyiladi; ko'paytirilayotgan sonlar ko'paytuvchilar deb ataladi.

Shunday qilib, butun nomanfiy a va b sonlarning ko'paytmasini n(A) = a, n(B)= b bo'ladigan A va B to'plamlarning Dekart ko'paytmasi elementlari soni sifatida qarash mumkin:

$$a\bullet b = n(A \times B), \text{ bunda } n(A) = a,\ n(B) = b.$$

1.O'rin almashtirish qonuni: ixtiyoriy butun nomanfiy a va b sonlar uchun
a · b= b· a tenglik o'rinli.
2.Guruhlash qonuni: ixtiyoriy butun nomanfiy a, b, c sonlar uchun
(a· b) · c= a · (b · c) tenglik o'rinli.
3. Ko'paytirishning qo'shishga nisbatan taqsimot qonuni: Ixtiyoriy butun nomanfiy a, в, c sonlar uchun (a+в)·c=a·c+в·c tenglik o'rinli.

Bo'lish. "…marta katta", "…marta kichik" munosabatlar.

Umumiy ko'rinishda butun nomanfiy a sonining natural b songa bo'linmasi quyidagicha ta'riflanadi:

Ta'rif: a=n(A) va A to'plam jufti-jufti bilan kesishmaydigan teng quvvatli qism to'plamlarga ajratilgan bo'lsin.

Agar b A to'plamni bo'lishdagi qism to'plamlar soni bo'lsa, u holda a va b sonlarning bo'linmasi deb har bir qism to'plamdagi elementlar soniga aytiladi.

Agar b A to'plamni bo'lishdagi har bir qism to'plam elementlari soni bo'lsa, u holda a va b sonlarning bo'linmasi deb bu bo'linmadagi qism to'plamlar soniga aytiladi.

a:b bo'linmani topishda foydalaniladigan amal bo'lish deb, a soni bo'linuvchi, b soni bo'luvchi deb ataladi.

Ta’rif: Butun nomanfiy a soni bilan b natural sonning bo’linmasi deb shunday butun nomanfiy c=-a:b songa aytiladiki, uning b son bilan ko’paytmasi a bo’ladi.

Teorema. Ikkita a va b natural sonning bo’linmasi mavjud bo’lishi uchun $b \leq a$ bo’lishi zarur.

Agar a va b natural sonlarning bo’linmasi mavjud bo’lsa, u yagonadir.

Qoldiqli bo’lish.

Ta’rif. Butun nomanfiy a sonni в natural songa qoldiqli bo’lish deb, $a=bq+r$ va $0<r<b$ bo’ladigan butun nomanfiy q va r sonlarni topishga aytiladi.

Teorema: Ixtiyoriy butun nomanfiy a soni va b natural son uchun $a=b \cdot q+r$, bunda $0<r<b$, bo’ladigan butun nomanfiy q va r sonlar mavjud. Bu xossaga ega bo’lgan butun nomanfiy sonlar jufti (q,r) yagonadir.

Qoldiqli bo’lishning nazariy to’plam ma’nosi qanday ekanini aniqlaymiz.

$a=n(A)$ va A to’plam $A_1, A_2 \ldots A_q$, X to’plamlarga ajratilgan bo’lib, bunda $A_1, A_2 \ldots A_q$, to’plamlar teng quvvatli va b tadan elementni olgan, X to’plam esa $A_1, A_2 \ldots A_q$ to’plamlarning har biridagi elementlaridan kam elementlarga ega bo’lsin Masalan, $n(X)=r$. U holda $a=bq+r$ bo’ladi, bunda $0<r<b$. Shunday qilib to’liqmas bo’linma q-bu A to’plamni ajratishdagi (har birida b tadan element bo’lgan) teng quvvatli qism to’plamlar soni, qoldiq r-X to’plamdagi elementlar soni. Boshlang’ich maktabda qoldiqli bo’lish bilan tanishish misol tariqasida 9 ta boladan 4 ta juft tuzish va bitta bola juftsiz qolish vaziyatini qarab chiqishda yuz beradi, ya’ni tuliqmas bo’linma va qoldiq bilan tanishish, mohiyatiga ko’ra , nazariy to’plam asosida yuz beradi. Qoldiqli bo’lishning quyidagicha yozilishidan foydalaniladi.

9:2=4(1 qoldiq).

Agar bo’lishda qoldiq qolsa, u holda qoldiq bo’luvchidan har doim kichik bo’lishi ta’kidlab o’tiladi.

Natural sonning ma’nosi va sonlar-kattaliklarni o’lchash natijalari ustida amallar ma’nosi.

a va в kesmalar berilgan bo’lsin. Bu kesmalarga teng kesmalarni boshi 0 nuqtada bo’lgan biror nurga qo’yamiz. OA=a va OB=b kesmalarni hosil qilamiz. Uchta hol bo’lishi mumkin.

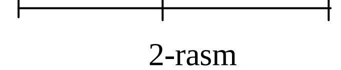
1. A va B nuqtalar ustma-ust tushadi. (1-rasm) U holda OA va OB- bitta kesma, a va в kesmalar esa unga teng, demak, a=в.

2.B nuqta OA kesma ichida yotadi (2-rasm) U holda OB kesma OA kesmadan kichik (yoki OA kesma OB kesmadan katta) deyiladi va bunday yoziladi: $OB<OA$ ($OA>OB$) yoki $в<a$ ($a>в$).

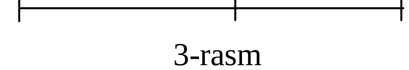
3. A nuqta OB kesma ichida yotadi.(3-rasm) U holda OA kesma OB kesmadan kichik deyiladi va bunday yoziladi:

$OA<OB$ yoki $a<в$ ($в>a$).

1-rasm



2-rasm



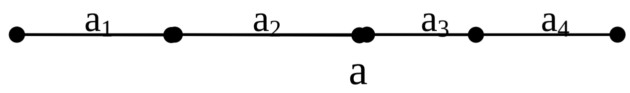
3-rasm

Kesmalar ustida turli amallar bajariladi.

Ta'rif: Agar a kesma $a_1,a_2 \ldots ,a_n$ kesmalarning birlashmasi bo'lib, kesmalarning birortasi ham ichki umumiy nuqtaga ega bo'lmasa(bir-biri bilan ustma-ust tushmasa) va bir kesma ikkinchi kesmaning oxiriga birin-ketin tutashsa, a kesma bu kesmalarning yigindisi deyiladi.

Bunday yoziladi: $a=a_1+a_2+\ldots+a_n$.

Masalan, 4-rasmda tasvirlangan a kesmani a_1,a_2, a_3,a_4 kesmalarning yigindisi deyish mumkin.

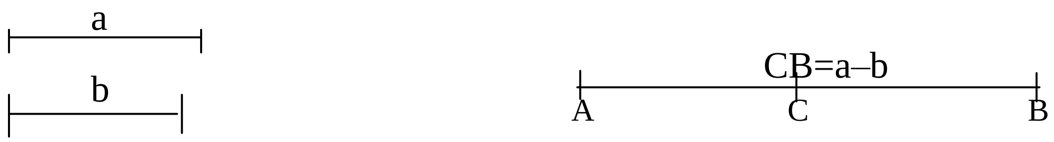


4-rasm

Ta'rif: a va в kesmalarning a-в ayirmasi deb, shunday c kesmaga aytiladiki, uning uchun в+c=a tenglik o'rinli bo'ladi.

a va в kesmalarning ayirmasi bunday topiladi. a kesmaga teng AB kesma yasaladi va unda в kesmaga teng AC kesma ajratiladi.

U holda CB kesma a va в kesmalarning a-в ayirmasi bo'ladi.(5-rasm)



5-rasm

Ravshanki, a va в kesmalarning ayirmasi mavjud bo'lishi uchun в kesma a kesmadan kichik bo'lishi zarur va yetarlidir.

Kesmalar ustida amallar qator xossalarga ega. Ulardan ba'zilarini isbotsiz keltiramiz.

1. Har qanday a va в kesmalar uchun a+в=в+a tenglik o'rinli, ya'ni kesmalarni qo'shish o'rin almashtirish qonuniga bo'ysunadi.
2. Har qanday a,в,c kesmalar uchun

(a+в)+c=a+(в+c)

tenglik o'rinli, ya'ni kesmalarni qo'shish guruhlash qonuniga buysunadi.

3. Har qanday a va в kesmalar uchun

a+в≠ a.

6. «Nomanfiy butun sonlar to'plamini to'plamlar nazariyasi asosida qurish» mavzusida topshiriqlar.

1) Butun nomanfiy sonlarning yig'indisi ta'rifidan foydalanib, quyidagilarni tushuntiring. a) 5+2=7; b) 3+6=9; v) 1+4=5; g) 4+0=4. Tushuntirishlarni to'liq keltiring:

2) Quyidagi tengliklarni nazariy to’plam nuqtai nazarida talqin qiling. Tushuntirishlarni to’liq keltiring:

a) 8-6=2; b) 5-1=4; v) 6-0=6; g) 6-6=0

3) Butun nomanfiy sonlarni ko’paytirish ta’rifidan foydalanib, quyidagilarni tushuntiring:

a) 3*2=6; b) 1*4=4; v) 0*2=0; g) 3*0=0

4) Quyidagi tengliklarni nazariy – to’plam nuqtai nazarida talqin qiling. Tushuntirishlarni to’liq keltiring:

a)8:4=2; b) 8:2=4; v) 4:4=1 g) 4:1=4

5) 7 ta daftarni ikki o’quvchi orasida har bir o’quvchi hech bo’lmaganda bitta daftar oladigan qilib qanday taqsimlash mumkin? Nazariy - to’plam nuqtai nazarida talqin qiling.

6) 6 ta yong’oqni ikki aka – uka orasida qanday taqsimlash mumkin? Nazariy - to’plam nuqtai nazarida talqin qiling.

7) Ushbu shartlarga doir ikkitadan masala tuzing.

8+4=12; 14-6=8;

Nazariy - to’plam nuqtai nazarida talqin qiling.

8) Ushbu shartlarga doir ikkitadan masala tuzing. Nazariy - to’plam nuqtai nazarida talqin qiling.

15:3=5; 8·3=24

9) 7 ta qalamni ikki o’quvchiga qanday taqsimlash mumkin? Nazariy - to’plam nuqtai nazarida talqin qiling.

10) Quyida tengliklarni nazariy – to’plam nuqtai nazarida talqin qiling. Tushuntirishlarni to’liq keltiring.

a) 9-3=6; b) 4+5=9; v) 10:2=5; g) 8·6=48

11) Qo’shish qonunlaridan foydalanib quyidagi misollarni yeching. Ularni izohlang.

a) 204+41+96+29

b) 39+28+32+41

12) Hisoblashni bajaring va izohlang.

a) 28·7+22·7

b) (42+12)·5

13) Ko’paytirish qonunlaridan foydalanib, quyidagi misollarni yeching. Ularni izohlang.

a) 34·12·5·25

b) 125·56·8

14) Quyidagi shartlarni nazariy – to’plam nuqtai nazarida talqin qiling.

a) 3>2; b) 5+4>5+3; v) 2+4<7

15) Quyidagi shartlarni nazariy – to’plam nuqtai nazarida talqin qiling.

a) 7<9; b) 2+3>4; v) 5+2<5+4

16) “Katta” munosabatining qo’shish orqali ta’rifidan foydalanib, ixtitoriy a, b, c natural sonlar uchun quyidagi da’vo o’rinli bo’lishini isbotlang: “Agar a>b bo’lsa, u holda a+c>b+c bo’ladi”.

17) “Kichik” munosabatining qo’shish orqali ta’rifidan foydalanib, ixtitoriy a, b, c natural sonlar uchun quyidagi da’vo o’rinli bo’lishini isbotlang: “Agar $a<b$ bo’lsa, u holda $a+c<b+c$ bo’ladi”.
18) Boshlang’ich sinflar matematika darsliklaridan “kichik” munosabati nazariy to’plam nuqtai – nazaridan qaraladigan ikkita topshiriqqa doir misollar keltiring. Ularni izohlang.
19) Boshlang’ich sinflar matematika darsliklaridan “katta” munosabati nazariy to’plam nuqtai – nazaridan qaraladigan ikkita topshiriqqa doir misollar keltiring. Ularni izohlang.
20) Ayirishni qo’shishga nisbatan teskari amal sifatida qarab ta’rifini keltiring va uni nazariy – to’plam nuqtai nazarida talqin qiling.
21) Yechimi 16-8=8 tenglik ko’rinishida yoziladigan 3 ta masala tuzing. Buni qanday nazariy qoida asosida bajarish mumkin?
22) Quyidagi masalani nazariy – to’plam nuqtai nazarida talqin qilib, uni yeching “Bog’da 8 tup olma, 6 tup nok ko’chati bor. Olma ko’chati nok ko’chatlaridan nechta ko’p?”
23) Quyidagi masalani nazariy – to’plam nuqtai nazarida talqin qilib, uni yeching “Ra’no 9 ta bodring terdi. Lola esa undan 4 ta kam bodring terdi. Lola nechta bodring terdi?”
24) Quyidagi masalani nazariy – to’plam nuqtai nazarida talqin qilib, uni yeching. “Bog’da 8 tup olma daraxti bor. Ular noklardan 2 tup kam. Bog’da nechi tup nok daraxti bor?”
25) Quyidagi masalani nazariy – to’plam nuqtai nazarida talqin qilib, uni yeching. “Lola 13 ta bodring terdi. Ra’no esa undan 4 ta ortiq bodring terdi. Ra’no nechta bodring terdi?”
26) Quyidagi masalani turli usullarda yeching. Uni nazariy – to’plam nuqtai nazarida talqin qiling “Bir bankada 10 ta, ikkinchida 6 ta tuzlangan bodring bor edi. Tushlikda 4 ta bodring yeyildi. Hammasi bo’lib qancha bodring qoldi?”
27) Quyidagi masalani turli usullarda yeching. Uni nazariy – to’plam nuqtai nazarida talqin qiling: “Bir bochkada 40 chelak, ikkinchisida esa 12 chelak suv bor edi. Gullarga quyish uchun 10 chelak suv sarflandi. Bochkalarda necha chelak suv qoldi?”
28) Bo’lishni ko’paytirishga nisbatan teskari amal sifatida qarab ta’rifini keltiring va uni nazariy – to’plam nuqtai nazarida talqin qiling.
29) Quyidagi masalani nazariy – to’plam nuqtai nazarida talqin qilib, uni yeching. “Bog’da 5 tup olma daraxti bor, ular olchalardan 3 marta kam. Bog’da necha tup olcha daraxti bor?”
30) Quyidagi masalani nazariy – to’plam nuqtai nazarida talqin qilib, uni yeching. “Hovlida 4 ta o’rdak va 8 ta g’oz yurgan edi. G’ozlar o’rdaklardan necha marta ko’p? O’rdaklar g’ozlardan necha marta kam edi?”

7. «Nomanfiy butun sonlar to’plamini aksiomatik asosida qurish» mavzusida topshiriqlar

1) Istalgan $n\in N$ uchun $2+3+4+\ldots+(n+1)=\frac{n\cdot(n+3)}{2}$ o'rinlimi?

2) Istalgan $n\in N$ uchun $1+3+5+\ldots+2n-1=n^2$ o'rinlimi?

3) Istalgan $n\in N$ uchun $1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{n\cdot(n+1)(2n+1)}{6}$ o'rinlimi?

4) Istalgan $n\in N$ uchun $1+2+2^2+2^3+\ldots+2^{n-1}=2^n-1$ o'rinlimi?

5) Istalgan $n\in N$ uchun $1^3+3^3+5^3+\ldots+(2n-1)^3=n^2(2n-1)^2$ o'rinlimi?

6) Istalgan $n\in N$ uchun $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\ldots+\ldots+n(n+1)=\frac{n\cdot(n+1)(n+2)}{3}$ o'rinlimi?

7) Istalgan $n\in N$ uchun $\frac{1}{1\cdot3}+\frac{1}{3\cdot5}+\frac{1}{5\cdot7}+\ldots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n}{2n+1}$ o'rinlimi?

8) Istalgan $n\in N$ uchun

$1^2-2^2+3^2-4^2+\ldots+(-1)^{n-1}n^2=(-1)^{n-1}\cdot\frac{n\cdot(n+1)}{2}$ o'rinlimi?

9) Istalgan $n\in N$ uchun $\frac{1}{1\cdot3\cdot5}+\frac{2}{3\cdot5\cdot7}+\ldots+\frac{n}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)}=\frac{n(n+1)}{2(2n+1)(2n+3)}$ o'rinlimi?

10) Istalgan $n\in N$ uchun $\frac{3}{4}+\frac{5}{36}+\frac{7}{144}+\ldots+\frac{2n+1}{n^2\cdot(n+1)^2}=1-\frac{1}{(n+1)^2}$ o'rinlimi?

11) Istalgan $n\in N$ uchun $1^2+3^2+5^2+\ldots+(2n-1)^2=\frac{n\cdot(2n-1)(2n+1)}{3}$ o'rinlimi?

12) Istalgan $n\in N$ uchun $\frac{1}{1\cdot5}+\frac{1}{5\cdot9}+\frac{1}{9\cdot13}+\ldots+\frac{1}{(4n-3)(4n+1)}=\frac{n}{2\cdot(n+2)}$ o'rinlimi?

13) Istalgan $n\in N$ uchun $\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\frac{1}{4\cdot5}+\ldots+\frac{1}{(n+1)(n+2)}=\frac{n}{2(n+2)}$ o'rinlimi?

14) Istalgan $n\in N$ uchun $1\cdot2\cdot3+2\cdot3\cdot4+\ldots+n(n+1)(n+2)=\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$ o'rinlimi?

15) Istalgan $n\in N$ uchun $2\cdot2^0+3\cdot2^1+4\cdot2^2+\ldots+(n+1)2^{n-1}=n\cdot2^n$ o'rinlimi?

16) Istalgan $n\in N$ uchun $\frac{1}{2}+\frac{3}{2^2}+\frac{5}{2^3}+\ldots+\frac{2n-1}{2^n}=3-\frac{2n+3}{2^n}$ o'rinlimi?

17) Istalgan $n\in N$ uchun $1+4+7+10+\ldots+(3n-2)=\frac{n\cdot(3n-1)}{2}$ o'rinlimi?

18) Istalgan $n\in N$ uchun $5+7+9+11+\ldots+(2n+3)=(4+n)n$ o'rinlimi?

19) Istalgan $n\in N$ uchun $3+7+11+15+\ldots+(4n-1)=(2n-1)n$ o'rinlimi?

20)Istalgan $n\in N$ uchun $5+10+15+\ldots+5n=\frac{5}{2}\cdot(n+1)n$ o'rinlimi?

21) Istalgan $n\in N$ uchun n^3-n ning 6 ga bo'linishini isbotlang.

22) Istalgan $n\in N$ uchun n^3+11n ning 6 ga bo'linishini isbotlang.

23) Istalgan $n\in N$ uchun n^3+3n^2+2n ning 6 ga bo'linishini isbotlang.

24) Uchta ketma-ket keluvchi natural sonlar kublarining yig'indisi 9 ga bo'linishini isbotlang.

25) Istalgan $n\in N$ uchun $n^2(n^2-1)$ ning 4 ga bo'linishini isbotlang.

26) Ixtiyoriy $n \in N$ uchun $n(2n+1)(7n+1)$ ning 6 ga bo'linishini isbotlang.
27) Ketma-ket keluvchi ikkita juft natural sonlarning ko'paytmasi 8 ga bo'linishini isbotlang.
28) Istalgan $n \in N$ uchun $2 \cdot 7^n + 1$ ning 3 ga bo'linishini isbotlang.
29) Istalgan $n \in N$ uchun $7^n + 3n - 1$ ning 3 ga bo'linishini isbotlang.
30) Istalgan $n \in N$ uchun $9^n - 8n - 1$ ning 8 ga bo'linishini isbotlang.

8. "Natural son miqdorlarni o'lchash natijasi sifatida" mavzusiga doir topshiriqlar.

Quyida keltiriladigan masalalarni miqdorlar nazariyasi nuqtai nazarida talqin qilib yeching.
1) Bir idishda 4 l sut? Ikkinchisida 3 l sut bor. Tushlikda 2 l sut ichildi. Necha litr sut qoldi?
2) Bir qopda 18 kg sabzi, ikkinchi qopda 25 kg sabzi bor. 12 kg sabzi sotildi. Necha kilogramm sabzi qoldi?
3) Bir to'pda 23 m chit, ikkinchi to'pda 17 m chit bor. 14 m chit ishlatildi. To'plarda necha metr chit qoldi?
4) Bir bo'lak lenta uzunligi 7 m, ikkinchi bo'lak lenta undan 2 m qisqa. Ikki bo'lak lentaning uzunligi qancha?
5) 18 m uzunligidagi sim o'ramidan avval 7 m, keyin 5 m sim qirqib olindi . O'ramda necha metr sim qoldi?
6) Bufetga har birida 9 kg apelsin bo'lgan 3 yashik apelsin keltirildi. Necha kilogramm apelsin keltirilgan?
7) Bolalar paltosiga ikki metr movut ketadi. 12 m movutdan shunday bolalar paltosidan nechta tikish mumkin?
8) Oshxonada 80 kg kartoshka va 8 kg sabzi ishlatildi. Kartoshka sabziga qaraganda necha marta ko'p ishlatildi?
9) Bir sigirdan bir sutkada o'rtacha 14 kg sut sog'ib olinadi. 10 ta shunday sigirdan 7 sutkada nechi kilogramm sut sog'ib olish mumkin?
10) Bochkada 38 chelak suv bor. Gullarni sug'orish uchun yertalab 12 chelak kechqurun 16 chelak suv ishlatildi. Bochkada necha chelak suv qoldi?
11) Bir paket guruch massasi 2 kg. Bir qop guruch massasi esa 50 kg. Bir qopda necha paket guruch bor?
12) To'pda bir necha metr gazlama bor edi. Undan 11 metr qirqib olingandan so'ng 17 metr gazlama qoldi. To'pda necha metr gazlama bor edi?
13) Bir yashikda 12 kg apelsin, ikkinchisida esa undan 3 kg ko'p apelsin bor. Ikkala yashiklarda necha kilogramm apelsin bor?
14) Uchburchakning bir tomoni 11 sm, ikkinchi tomoni undan 2 sm qisqa, uchinchi tomoni esa birinchi tomondan 3 sm uzun. Uchburchak perimetrini toping.
15) Birinchi maydondan 204 sentner, ikkinchisidan esa undan 12 s ko'p g'alla olindi. Ikkala maydondan qancha g'alla olingan?
16) Ikkita idishda 26 litr yog' bor. Birinchi idishda 12 litr yog' bo'lsa, ikkinchi idishda qancha yog' bor?

17) Ikki o'ramda sim bor. Birinchi o'ramda 16 m. Ikkinchi o'ramda birinchi o'ramdagidan 3 m kam sim bor. Ikki o'ramda qancha sim bor?

18) Uchburchak bir tomoni 7 sm, ikkinchi tomoni 6 sm, uchinchi tomoni ikkinchi tomonidan 3 sm uzun. Uchburchak perimetrini toping.

19) Ikki g'altakda ip bor. Birinchi g'altakda 12 m, ikkinchisida undan 6 m ko'p ip bor. Ikkala g'altakda necha necha metr ip bor?

20) Ko'zachada bir necha litr sut bor edi. Yertalab 3 litr, kechqurun 2 litr sut ko'zachadan olinib ishlatilgandan so'ng unda 4 litr sut qoldi. Ko'zachada necha litr sut bo'lgan?

21) Yog'och bolor uzunligi 11 metr. Undan 2 ta 4 metrlik bolor arralab olindi. Necha metrlik yog'och cho'p qoldi?

22) Tovuqlarni boqish uchun bir haftada 20 kg don, g'ozlarni boqish uchun esa undan 10 kg ko'p don sarflanadi. Tovuq va g'ozlarni boqish uchun necha kilogramm don sarflanadi?

23) 12 metrli tasmaning uchdan ikki qismi qirqib olindi. Qolgan qismi necha metr?

24) To'g'ri to'rtburchak perimetri 18 m. Bo'yi 5 metr. Enini toping.

25) Birinchi to'pda 24 m, ikkinchi to'pda 15 metr mato bor. Bitta ko'ylak tikish uchun 3 metr mato sarflansa, har bir to'pdagi matodan nechtadan ko'ylak tikish mumkin?

26) Ikki brigada 8 savat sabzi terdi. Birinchi brigada 39 kg, ikkinchi brigada 65 kg sabzi terdi. Har qaysi brigada necha savat sabzi terdi?

27) 4 ta qo'ydan 16 kg jun qirqib olindi. Shunday 7 ta qo'ydan necha kilogramm jun qirqib olindi?

28) 8 ta qo'g'irchoq uchun 400 so'm to'landi 3 ta shunday qo'g'irchoq qancha turadi?

29) 5 ta palto va 4 ta plashga baravaridan 54 ta tugma qadaldi. Har bir kiyimga nechtadan tugma qadaldi?

30) Sigirga bir kunda 4 kg lavlagi beriladi. Besh kunda 3 ta sigirga necha kilogram lavlagi beriladi

Binar algebraik operatsiyalar:

Algebraik operatsiya tushunchasi va uning xossalari: kommutativlik, assotsiativlik, Neytral, yutuvchi va simmetrik elementlar.

Algebraik amallar va algebralar

Algebraik amallar.

Maktab matematika kursida sonlar ustida bir qator qo'shish, ko'paytirish, bo'lish, ayirish kabi amallar o'rganiladi. Bu amallar bir qator xossalarga ega. Masalan: Musbat butun sonlar to'plamida sonlarni qo'shish va ko'paytirish amali bajariladi,chunki bu amallarni bajarishdan chiqqan natija son musbat butun son bo'ladi. Shuningdek qo'shish va ko'paytirishda sonlarni o'rni almashishi bilan natija o'zgarmaydi.

$$8+3=11, \quad 3+8=11, \quad 8+3=3+8$$

$$6\times 7=42, \quad 7\times 6=42, \quad 6\times 7=7\times 6$$

Musbat butun sonlar to‘plamida ayirish va bo‘lish amallari hamma vaqt bajarilmaydi, chunki sonlarni ayirish natijasida ba’zida manfiy, bo‘lish natijasida kasr son hosil bo‘ladi. Shuningdek ushbu to‘plamda sonlarni ayirish va bo‘lishda sonlarni o‘rnini almashtirish mumkin emas.

$$9-6=3; \quad 6-9=-3; \quad 3\neq -3$$

$$8:2=4; \quad 2:8=0{,}25; \quad 4\neq 0{,}25;$$

Demak musbat butun sonlar to‘plamida sonlarni qo‘shish va ko‘paytirish o‘rin almashtirish xossasiga bo‘ysunadi, ayirish va bo‘lish esa ushbu xossaga bo‘ysunmaydi.

Amallar va ularning xossalarini faqat sonlar to‘plami uchungina emas, balki boshqa matematik ob’ektlar uchun ham qarash mumkin. Masalan: To‘plamlar, mulohazalar, almashtirishlar. To‘plamlar ustida to‘plamlarning birlashmasi, kesishmasi amallari bajariladi va bu amallar o‘rin almashtirish xossasiga bo‘ysunadi .

$$A\bigcup B=B\bigcup A; \; A\bigcap B=B\bigcap A$$

Sonlar, to‘plamlar, mulohazalar va shu kabi matematik ob’ektlar ustida amallar bajarish jarayonida birorta to‘plamning ixtiyoriy ikkita elementiga shu to‘plamning uchinchi bir elementi mos qo‘yiladi. Sonlar va matematik ob’ektlar ustida bajariladigan amallarni algebraik amal deb atashni shartlashib unga ta’rif beraylik.

Ta’rif. Berilgan X to‘plamning ixtiyoriy elementlaridan tuzilgan tartiblangan (x,y) juftlikka, shu to‘plamning uchinchi bir z elementini mos qo‘yuvchi akslantirish $(x,y)\rightarrow z$ mavjud bo‘lsa X to‘plamda algebraik amal berilgan deyiladi.

X to‘plamida $X\times X$ dekart ko‘paytma berilgan bo‘lsa, (x,y) juftlik $X\times X$ dekart ko‘paytmadan z esa X to‘plamidan olingan bo‘lib, dekart ko‘paytmada $X\times X\rightarrow X$ akslanadi.

Demak, X to‘plamda berilgan $X\times X\rightarrow X$ dekart ko‘paytma algebrik amal bo‘lib, $x\in X$ element amalning birinchi, $y\in X$ element amalning ikkinchi komponenti z esa amal natijasi deyiladi.

Biz yuqorida $X\times X$ ko‘rinishdagi dekart ko‘paytmani X to‘plamga akslantirishni ko‘rdik, ya’ni $X\times X$ dan olingan juft (x,y) elementga bitta z elementni mos qo‘ydik. Bunday akslantirish vositasida berilgan algebraik amalga binar («bis»lotincha- «ikki»ma’nosini bildiradi) algebraik amal deyiladi. Matematikada ko‘p hollarda

$$X\times X\times X\rightarrow X; \quad \underbrace{X\times X\times\ldots\times X}_{n}\rightarrow X$$

ko‘rinishdagi dekart ko‘paytmani X to‘plamiga akslantirish bilan berilgan algebraik amallar bilan ish ko‘riladi va

$X\rightarrow X$ unar (lotincha «unus»-bir)

$X\times X\times X\rightarrow X$ ternar

$X\times X\times X\times X\rightarrow X$ 4-nar

$\underbrace{X\times X\times\ldots\times X}_{n}\rightarrow X$ n-nar deb yuritiladi

Algebraik amallarga misollar:

1-misol. Natural sonlar to‘plamida qo‘shish amali algebraik amaldir, chunki $x \in N,\ y \in N$ uchun $x + y = z,\ z \in N$ hamma vaqt topiladi.

2-misol. Natural sonlar to‘plamida ayirish amali algebraik amal bo‘la olmaydi, chunki ixtiyoriy ikkita sonni ayirishdan chiqqan natija hamma vaqt natural son bo‘lmaydi.

3-misol. Juft sonlar to‘plamida qo‘shish amali algebraik amaldir, chunki ikki juft sonning yig‘indisi yana juft son bo‘ladi. Toq sonlar to‘plamida qo‘shish amali algebraik amal bo‘la olmaydi, chunki natija juft son chiqadi.

$$13 + 13 = 26;\ 15 + 17 = 32.$$

$$(2n+1) + (2n+1) = 4n + 2 = 2(2n+1) \text{ - juft son}$$

4-misol. Butun sonlar to‘plami Z da qo‘shish, ayirish, ko‘paytirish amali algebraik amaldir. Bo‘lish amali esa algebraik amal bo‘la olmaydi, chunki ba’zi bir hollarda bo‘lish natijasi kasr son chiqadi.

Natural sonlar to‘plamida ayirish amali $a, b \in N,\ a > b$ hollarda bajariladi $a - b > 0;\ a - b$ ayirma musbat butun son bo‘ladi. Yuqoridagi shartlarga mos qo‘yilgan sonlar to‘plami natural sonlar to‘plamining to‘plam osti bo‘ladi,ya’ni $a > b$ shartga bo‘ysunuvchi a va b sonlar jufti akslantirilgan $a - b = c$ sonlardan iborat to‘plam natural sonlar to‘plamiga tegishli bo‘ladi. Natural sonlar to‘plamida bo‘lish amaliga nisbatan ham ushbu mulohazalarni yuritish mumkin.

Shunga qaramasdan natural sonlar to‘plamida ayirish va bo‘lish amali algebraik amal bo‘laolmaydi. Bunga o‘xshagan hollar uchun algebraik amal tushunchasiga kengroq nuqtai nazardan yondashamiz.

«Qismiy algebraik amal » tushunchasini kiritamiz.

Agar $X \times X$ dekart ko‘paytmasining Y to‘plam ostisi bo‘lgan $Y \subset X \times X$ to‘plamiga akslantirishi berilgan bo‘lsa, bu akslantirishga X to‘plamda qismiy algebraik amal deyiladi. Boshqacha aytganda $x \in X, y \in X;\ (x, y)$ juftlikka z mos qo‘yilsa, bu akslanish qismiy algebraik amal bo‘ladi, $z \in X$ elementga mos keluvchi (x, y) juftlar to‘plami Y qismiy algebraik amalning aniqlanish sohasi deyiladi.

Demak, natural sonlar to‘plamida ayirish va bo‘lish, butun sonlar to‘plamida darajaga ko‘tarish qismiy algebraik amal hisoblanadi. Qismiy algebraik amal bo‘sh ham bo‘lishi mumkin, ya’ni (x, y) juftlikka bitta ham z element mos kelmasligi mumkin.

Biror X to‘plamda algebraik amal berilgan bo‘lsin va A to‘plam X ning to‘plam ostisi bo‘lsin. A to‘plam ostiga tegishli (x, y) juftlikni qaraylik. $(x, y) \in A \subset X$; (x, y) juftlikka X to‘plamidan z element mos kelsin. Umuman olganda bu element A to‘plam ostiga tegishli bo‘lishi ham tegishli bo‘lmasligi ham mumkin. Agar $(x, y) \in A$ juftlikka mos keluvchi z element ham A ga tegishli bo‘lsa, A to‘plam osti berilgan algebraik amalga nisbatan yopiq deyiladi.

Natural sonlar to‘plamining qismi bo‘lgan juft sonlar to‘plami qo‘shish va ko‘paytirish amaliga nisbatan yopiq to‘plamdir.

Agar A to‘plam osti birorta algebraik amalga nisbatan yopiq bo‘lsa, faqat shu to‘plam ostidagina amalni ko‘rish bilan, A to‘plamda algebraik amalni amalga

oshiramiz yoki amal, shu amalga nisbatan yopiq bo‘lgan to‘plam ostidagina algebraik amal bo‘ladi.
Endi algebralarni qarab o‘tamiz.
Yuqorida ko‘rgan algebraik amallarning har biri alohida simvol bilan masalan: qo‘shish amali «+», ayirish amali «-». Bo‘lish amali «$:$», ko‘paytirish amali «$\times$» , to‘plamlarning birlashmasi «$\bigcup$» , to‘plamlarning kesishmasi «$\bigcap$» va shu kabi belgilanadi va ikkita komponenta orasiga qo‘yiladi. $a+b;\ c\times d;\ A\bigcap B;\ A\bigcup B;$
Bundan tashqari ikkita ob’ekt orasidagi munosabatlarni izohlovchi simvollar ham mavjud: $a \parallel b$ - ikki a va b to‘g‘ri chiziqlarning parallelligini, $a\perp b$ - ikki a va b to‘g‘ri chiziqlarning perpendikulyarligini va hokazolarni ifoda qiladi.
Ikki ob’ekt orasidagi munosabatlarni izohlovchi simvollar bilan bog‘lanish natijasida uchinchi element haqida so‘z yuritilmaydi, algebraik amal bilan bog‘langan ikkita elementdan amal natijasi sifatida uchinchi bir element hosil bo‘ladi. Algebraik amalla r umumiy xossalarini o‘rganamiz.
Buning uchun yuqorida ma’lum bo‘lgan $"+","-","\bigcap","\bigcup"$ simvollardan foydalanish biroz o‘ng‘aysizlik va tushunmovchiliklarni keltirib chiqaradi. Masalaga aniqlik kiritish maqsadida algebraik va qismiy algebraik amallarni quyidagi shartli belgilar $*, T, \circ$ bilan belgilaymiz. Boshqacha aytganda ikkita a va b komponentalarga uchinchi komponentani mos qo‘yish, bir algebraik amal uchun $a*b=c$, ikkinchi algebraik amal uchun $a\circ b=c$ ko‘rinishda bo‘ladi va hokazo.
Algebraik amal berilgan to‘plam algebra deyiladi. Agar natural sonlar to‘plami N da qo‘shish amali berilgan bo‘lsa, bu to‘plamda berilgan algebra $(N,+)$ ko‘rinishda belgilanadi. $(N,-)$ ko‘rinishda berilgan algebra natural sonlar to‘plamida ayirish amali bilan berilgan, $(Z,:)$ butun sonlar to‘plamida bo‘lish amali vositasida berilgan algebralar bo‘ladi. Demak algebra berilishi uchun to‘plam va unda algebraik amal berilishi lozim ekan.
Agar X to‘plam berilib, unda $*$, $\circ$ algebraik amallar berilgan bo‘lsa, ular vositasida berilgan algebra $(X,*,\circ)$ ko‘rinishda bo‘ladi. $(X,T,\circ)$ algebra $(X,T,*)$ algebradan $\circ$ va $*$ algebraik amallari bilan farq qiladi. Ba’zi hollarda berilgan ikki algebra belgilanishi jihatidan bir xil bo‘lsa bunday alebralarga izomorf algebralar deyiladi. Misol keltiramiz. A to‘plam 3^n, $n\in N$ ko‘rinishdagi sonlardan iborat bo‘lsin.
$A=\{3,3^2,3^3,3^4,3^5,...,3^n,...\}$
$A=\{3,9,27,81,243,\ldots\}$
$3^2\cdot 3^3=3^{2+3}=3^5$, ya’ni $3^n\cdot 3^m=3^{n+m}$ natija 3^{n+m} ham A to‘plamga tegishli bo‘ladi, bu esa ko‘paytirish A to‘plamida algebraik amal ekanligini bildiradi. Ikkinchi tomondan natural sonlar to‘plamida qo‘shish amali algebraik amal, ya’ni $(N,+)$ algebra, N dagi har bir $n\in N$ songa 3^n sonini mos qo‘yish mumkin. Demak $(N,+)$ va $(A,\cdot)$ algebralar belgilanish jihatidan tubdan farq qilgani bilan, mohiyat jihatidan bir xildirlar. Shuning uchun $(N,+)$ va $(A,\cdot)$ izomorfdirlar.

Natural sonlar to‘plami N ni $A:\varphi(n)=3^n$ to‘plamga bir qiymatli akslantirish mumkin.

$$\varphi(n)=3^n,\ \varphi(m)=3^m$$

$$\varphi(n)\cdot\varphi(m)=3^n3^m=3^{n+m}=\varphi(n+m)$$

Endi izomorf algebralarga ta’rif beraylik.

Ta’rif: Agar bir qiymatli φ akslantirish X to‘plamni A to‘plamga bir qiymatli akslantirsa va φ akslantirish

$$\varphi(x*y)=\varphi(x)\circ\varphi(y)$$

shartga bo‘ysunsa, X va A to‘plam, $*$, $\circ$ amallar vositasida berilgan $\{X,\ *\}$ va $\{A,\ \circ\}$ algebralar izomorf algebralar deyiladi.

Berilgan φ akslantirish bir qiymatli bo‘lgani uchun φ^{-1} teskari akslantirish ham

$$\varphi^{-1}(a\circ b)=\varphi^{-1}(a)*\varphi^{-1}(b)$$

shartni qanoatlantiradi.

Algebraik amallarning xossalari.

1) Assotsiativlik xossasi.

Algebraik amallar xossalari ayniy shakl almashtirish, ayniy almashtirishlar bilan bevosita bog‘liqdir. Ayniy almashtirishlarni bitta algebraik amalga nisbatan qarab chiqaylik va bu algebraik amalni (*) ko‘rinishida belgilaylik.

Ifodalar ustida ayniy shakl almashtirish bajarish jarayonida alebraik amallarning assotsiativlik xossasidan foydalaniladi. A to‘plamdan olingan a,b,c elementlar uchun bu xossa quyidagicha ifodalanadi

$$a*(b*c)=(a*b)*c \qquad (1)$$

Boshqacha qilib aytganda A to‘plamidan olingan ixtiyoriy ushbu a,b,c elementlar uchun $a*(b*c)=(a*b)*c$ (1) munosabat o‘rinli bo‘lsa “ * ” algebraik amal A to‘plamda assotsiativlik xossasiga bo‘ysunadi deyiladi.

Misollar ketiramiz.

a) Natural sonlar to‘plamida qo‘shish va ko‘paytirish amallari assotsiativlik xossasiga bo‘ysunadi.

$4+(8+7)=(4+8)+7$

$6\cdot(5\cdot3)=(6\cdot5)\cdot3$

b) Qo‘shish va ko‘payritish amallari ixtiyoriy sonlar to‘plamida assotsiativlik xossasiga bo‘ysunadi.

v) To‘plamlarni kesishmasi va birlashmasi assotsiativlik xossasiga bo‘ysunadi.

$A\bigcup(B\bigcup C)=(A\bigcup B)\bigcup C$

$A\bigcap(B\bigcap C)=(A\bigcap B)\bigcap C$

g) Butun sonlar to‘plamida ayirish amali assotsiativlik xossasiga bo‘ysunmaydi.

$7-(8-5)\neq(7-8)-5$

d) Musbat butun sonlar to‘plamida bo‘lish amali assotsiativ emas.

$12:(6:3)\neq(12:6):2$

$c\neq1 \quad a:(b:c)\neq(a:b):c$

Agar berilgan A to‘plamda *-algebraik amal uchun assotsiativlik xossasi o‘rinli bo‘lsa $x_1, x_2, x_3, ..., x_n \in A$ uchun $(x_1; x_2; x_3; ...; x_n)$ uzunligi n ga teng bo‘lgan kortej va * -algebraik amal vositasida qavslar qo‘yish orqali tuzilgan turli ifodalar bir xil son qiymatiga ega bo‘ladi. Shuning uchun bir qancha sonlarni qo‘shish va ko‘paytirish amallarini bajarish jarayonida qavslar ishlatilmaydi.

Assotsiativlik xossasi o‘rinli bo‘lgan amallar uchun element darajasi degan tushuncha kiritamiz.

a elementdan tuzilib uzunligi n ga teng bo‘lgan $\underbrace{a_j a_j a_j ... a_j}_{n}$ kortejni qaraylik.

Agar $a \in X$ bo‘lsa va X da * -algebraik amal o‘rinli bo‘lsa $(a_, a, a, .. a)$ kortejga X to‘plamidan $a * a * a * ... * a$ element mos keladi. $a * a * a ... a = a^n$ deb belgilanadi va a elementning n darajasi deyiladi.

Agar a da berilgan * amal ko‘paytirish bo‘lsa

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot ... a_j}_{n}$$

agar * amal qo‘shish bo‘lsa

$$a + a + a + ... + a = n \cdot a$$

a elementning $n \cdot a$ karralisi deb yuritiladi.

*-algebraik amalni biz yuqorida assotsiativlik xossasiga bo‘ysunadi deganmiz, shuning uchun

$$(a^n) * (a^m) = a^{n+m}$$

$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ o‘rinli bo‘ladi.

haqiqatan ham

$a^n = \underbrace{a * a * a * ... * a}_{n}$

$a^m = \underbrace{a * a * a * ... * a}_{m}$

$a^n * a^m = \underbrace{a * a * a * ... * a}_{n} * \underbrace{a * a * ... * a}_{m} = a^{n+m}$

$a^n * a^m = a^{n+m}$

$(a^n)^m = \underbrace{a^n * a^n * a^n * ... a^n}_{m}$

$(a^n)^m = a^{nm}$

* - algebraik amal qo‘shish amali bo‘lsa $na = \underbrace{a + a + a + ... + a}_{n}$ va 2 xossalardan quyidagi 3 va 4 xossa kelib chiqadi.

3. $na + nb = n(a + b)$
4. $m(na) = (mn)a$

2) Kommutativlik xossasi.

Biz yuqorida assotsiativlik xossasi o‘rinli bo‘lgan *-algebraik amal vositasida hosil qilingan ifodalarda qavs ishlatmaslik mumkin ekanligini ko‘rdik.

Ammo bunday ifodalarda komponentalarning o‘rnini almashtirish umuman olganda mumkin emas, shuning uchun

$a*b$ ifoda bilan $b*a$ ifodalarni ayni bir xil ifodalar deb bo‘lmaydi.
Bu ifodalar ayniy ifodalar bo‘lishi uchun $*$-algebraik amal assotsiativlik va kommutativlik xossalariga bo‘ysunishi lozim

Ta’rif. Berilgan A to‘plamning ixtiyoriy ikkita a va b elementlari uchun *-algebraik amalda $a*b=b*a$ (2) tenglik bajarilsa *-algebraik amal kommutativ deyiladi.

Kommutativlik xossasiga ega bo‘lgan *-algebraik amal vositasida hosil bo‘lgan $a*b$ ifoda bilan $b*a$ ifoda bir xil natijaga ega bo‘ladi, bu yerda $a,b\in A$. natural sonlar to‘plamida qo‘shish amali uchun kommutativlik amali o‘rinli

$$a,b\in N \qquad a+b=b+a$$

Natural sonlar to‘plamida ko‘paytirish amali uchun kommutativlik xossasi o‘rinli

$$a,b\in N \qquad a\cdot b=b\cdot a$$

Haqiqiy sonlar to‘plami R da qo‘shish va ko‘paytirish amallari kommutativdir.
Butun sonlar to‘plami Z da ayirish amali kommutativlik xossasiga bo‘ysunmaydi.

$$\forall\ a,b\in Z \quad a\neq b; \quad a-b\neq b-a$$

Musbat ratsional sonlar to‘plami Q_+ da bo‘lish amali uchun kommutativlik xossasi o‘rinli emas

$$\forall\ a,b\in Q_+ \quad a\neq b; \quad a:b\neq b:a$$

Agar *- algebraik amal assotsiativlik va kommutativlik xossalariga bo‘ysunsa juft, jufti bilan har xil bo‘lgan $a_1,a_2,a_3,...,a_k$ komponetlar uchun *- algebraik amalni o‘zida saqlovchi har bir ifodani $a_1^{n_1}*a_2^{n_2}*a_3^{n_3}*...*a_k^{n_k}$ ko‘rinishda ifodalash mumkin.

Assotsiativlik va kommutativlik xossalari o‘rinli bo‘lgan *-algebraik amal darajaga ko‘tarish amali bo‘lsin
Quyidagi xossani isbot qilamiz

$$a^n*b^n=(a*b)^n$$

haqiqatan ham

$$(a*b)^n=\underbrace{(a*b);(a*b);...;(a*b)}_{n}$$

$$(a*b);(a*b);...;(a*b)=a*b*a*b\ ...\ a*b=$$
$$=\underbrace{a*a*a*...*a}_{n}*\underbrace{b*b*b*...*b}_{n}=a^n*b^n$$

Demak,

$$a^n*b^n=(a*b)^n$$

Agar *-algebraik amal sonlarni qo‘shish amali bo‘lsa

$$na+nb=n(a+b)$$

agar * ko‘paytirish amali bo‘lsa $a^n\cdot b^n=(ab)^n$ o‘rinli bo‘ladi.

1) Distributivlik xossasi.
Yuqorida biz bitta algebraik amalga nisbatan assotsiativlik va distributivlik xossalarini ko‘rdik, ushbu xossalar o‘rinli bo‘lgan algebraik amalni o‘zida

saqlovchi ifodalarda shakl almashtirishlarni amalga oshirdik. Endi esa ikkita algebraik amal bilan bog‘langan ifodalarni ko‘ramiz.
Faraz qilaylik bizga X to‘plam va unda $*,\circ$ -algebraik amallar berilgan bo‘lsin.
Agar $*,\circ$ amallar biror munosabatlar bilan bog‘langan bo‘lsa $a,b,c,d \in X$ elementlardan tuzilgan $(a*b)\circ(c*d)$ ifodalar ustida shakl almashtirish mumkin bo‘ladi.
Ko‘p hollarda distributivlik xossasi bilan bog‘langan ikkita algebraik amal bilan ish ko‘radilar.
Ta’rif. X to‘plamidan olingan ixtiyoriy a,b,c elementlar uchun
$$\left.\begin{array}{l} a*(b\circ c)=(a*b)\circ(a*c) \\ a\circ(b*c)=(a\circ b)*(a\circ c) \end{array}\right\}$$
munosabatlar o‘rinli bo‘lsa * algebraik amal $\circ$ amalga nisbatan distributivlik xossasiga bo‘ysunadi deyiladi.
1-Misol. Natural sonlar to‘plamida ko‘paytirish amali qo‘shish amaliga nisbatan distributiv
$$a,b,c\in N \qquad a(b+c)=ab+ac$$
2-Misol. Natural sonlar to‘plamida $b>c$ shartni bajaruvchi sonlar uchun ko‘paytirish amali ayirish amaliga nisbatan distributivdir.
$$a(b-c)=ab-ac \qquad b>c \Rightarrow ab>ac$$
3-Misol. Qo‘shish amali ko‘paytirish amaliga nisbatan distributivlik xossasiga bo‘ysunmaydi.
$$a+bc\neq(a+b)\cdot(a+c)$$
$$3+4\cdot 7\neq(3+4)\cdot(3+7)$$
4-Misol. To‘plamlar kesishmasi $\bigcap$ to‘plamlar birlashmasiga nisbatan distributivlik xossasiga bo‘ysunadi.
$$A\bigcap B\bigcup C=(A\bigcap B)\bigcup(A\bigcap C)$$
5-Misol. To‘plamlar birlashmasi $\bigcup$ to‘plamlar kesishmasiga nisbatan distributivlik xossasiga bo‘ysunadi
$$A\bigcup B\bigcap C=(A\bigcup B)\bigcap(A\bigcup C)$$
Ko‘paytirish amali qo‘shish amaliga nisbatan distributiv bo‘lganidan
$$(a+b)(c+d)=a(c+d)+b(c+d)$$
o‘rinli bo‘ladi.
Yana bir marta qo‘shishning distributivlik qonunidan foydalanish bilan
$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$
kelib chiqadi
Agar berilgan $*,\circ$ ikkita algebraik amallardan biri * assotsiativlik xossasiga va $\circ$ - * amalga nisbatan distributivlik xossasiga bo‘ysunsa bu algebraik amallarga nisbatan quyidagi tenglik o‘rinli bo‘ladi.
$$(a*b)\circ(c*d)=(a\circ c)*(a\circ d)*(b\circ c)*(b\circ d)$$
2) Qisqaruvchanlik xossasi.
Bizga ma’lumki,
a) Natural sonlar to‘plami N da berilgan ixtiyoriy a,x,y elementlar uchun

$$\left.\begin{matrix} a+x=a+y \\ ax=ay \end{matrix}\right\}$$ munosabatlar o‘rinli bo‘lishidan $x=y$ ekani kelib chiqadi.

b) Butun sonlar to‘plami Z da $a=0$ bo‘lgan holda biz qat’iy tarzda $x=y$ deb ayta olamiz, chunki

$$\left.\begin{matrix} 0+x=0+y \\ 0x=0y \end{matrix}\right\}$$ munosabat x va y qat’iy son qiymatini aniqlash imkoniyatini bermaydi.

Ta’rif. Bo‘sh bo‘lmagan A to‘plamining ixtiyoriy ikkita x va y elementi uchun, shu to‘plamda aniqlangan * algebraik amalga nisbatan

$$a*x=a*y \qquad (1)$$

munosabat o‘rinliligidan $x=y$ kelib chiqsa A to‘plamida * algebraik amal qisqaruvchanlik xossasiga bo‘ysunadi deyiladi.

Agar $a*x=a*y$ (1) $\Rightarrow$ $x*a=y*a$ o‘rinli bo‘lsa A to‘plam elementlari uchun * amalga nisbatan chapdan (o‘ngdan) qisqaruvchanlik xossasi o‘rinli bo‘ladi.

Bir vaqtning o‘zida chapdan va o‘ngdan qisqaruvchanlik xossasi o‘rinli bo‘lsagina A to‘plamda qisqaruvchanlik xossasi o‘rinli deyiladi.

5) Teskaruvchanlik xossasi.

Bizga ma’lum ko‘paytirish amaliga bo‘lish, qo‘shish amaliga ayirish amallari teskari amallardir.

$a+x=b \ \Rightarrow x=b-a$

$a\cdot x=b \ \Rightarrow x=b:a$ kelib chiqadi.

Qo‘shish va ko‘paytirish amallari natural sonlar to‘plamida algebraik amal bo‘lsa ayirish va bo‘lish amallari qismiy algebraik amaldir, chunki ayirish faqat $a>b$ bo‘lgan hollarda, bo‘lish esa a soni b soniga qoldiqsiz bo‘lingan hollardagina bajariladi.

Endi esa qisqaruvchan va kommutativ bo‘lgan har qanday * algebraik amalga teskari bo‘lgan T qismiy algebraik amalni aniqlaymiz hamda ularning umumiy xossalarini keltirib chiqaramiz. Ana shu umumiy xossalardan esa amallarning xususiy holda ayirish va bo‘lish amalining xossalari kelib chiqadi.

Faraz qilaylik A to‘plami va unda qichqaruvchan va kommutativ bo‘lgan *algebraik amal berilgan bo‘lsin A to‘plamga tegishli va $b*x=a$ shartni qanoatlantiruvchi ixtiyoriy (a,b) juftliklarni Y bilan belgilaylik. Har bir (a,b) juftlikda x bir qiymatli aniqlangandir.

Faraz qilaylik x bir qiymatli aniqlanmagan, ya’ni $b*x=a$; $b*y=a$ bo‘lsin, u holda * algebraik amalning qisqaruvchanlik xossasidan $x=y$ ekanligi kelib chiqadi.

Demak biz Y dan olingan har bir (a,b) juftga A to‘plamidan bitta x ni mos qo‘yish orqali * algebraik amalga A to‘plamida teskari bo‘lgan T qismiy algebraik amalni aniqladik.

Agar $x \in A,\ (a;b) \in Y,\ Y \subset A$ uchun $x = a\ T\ b$ amal faqat va faqat $b * x = a$ o‘rinli bo‘lganda bajarilsa T amalga * amaliga teskari bo‘lgan algebraik amal deyiladi.

Neytral elementning mavjudlik xossasi.

Butun sonlar to‘plami Z da berilgan ixtiyoriy songa 0 sonini qo‘shish, ixtiyoriy sonni 1 soniga ko‘paytirish bilan natija o‘zgarmasligi bizga ma’lum.
Agar $a + 0 = a;\quad a \cdot 1 = a$ tenglik o‘rinli bo‘lsa qo‘shish amaliga nisbatan 0 soni, ko‘paytirish amaliga nisbatan 1 soni neytral element hisoblanadi.

Ta’rif. A to‘plamda o‘rinli bo‘lgan * algebraik amalga nisbatan $a, e \in A$ lar uchun $a * e = e * a = a$ tenglik o‘rinli bo’lsa, shu to‘plamning e elementi neytral element deyiladi.
Berilgan A to‘plamda faqat bitta neytral element mavjud bo‘ladi.
Aytaylik A to‘plamda e dan tashqari e_1 ham neytral element bo‘lsin, u holda $a \in A$ uchun $a * e_1 = a$ munosabat bajarilishidan $e = e_1$ ekani kelib chiqadi.

7) Yutuvchi elementning mavjudlik xossasi.

Har qanday to‘plam ham neytral elementga ega bo‘lavermaydi. Natural sonlar to‘plamida neytral element mavjud emas chunki $a + e = a$ tenglikni o‘rinli qiladigan e soni N da mavjud emas;
Masalan;

$$\forall\ a_1,\, a \in N \qquad a_1 + a > a_1; \quad a_1 + a \neq a_1$$

Agar A to‘plamda * amaliga nisbatan neytral e element mavjud bo‘lsa, *algebraik amal bilan berilgan har qanday ifodada neytral e elementni *algebraik amal bilan birgalikda tashlab yuborish mumkin bo‘ladi.

$$21 * e * 16 * e * 3 = 21 + 0 + 16 + 0 + 3 = 21 + 16 + 3$$

Butun sonlar to‘plami Z da har qanday sonni 0 ga ko‘paytirish natijasida 0 soni hosil bo‘ladi. $a \cdot 0 = 0$;
Agar A to‘plamda $\forall a \in A$ uchun $a * x = x * a = 0$ tenglik bajarilsa berilgan * algebraik amalga nisbatan x element yutuvchi element deyiladi.
Demak ko‘paytirish amaliga nisbatan 0 element yutuvchi element hisoblanar ekan.
Shuningdek x element * algebraik amalga nisbatan yutuvchi element bo‘lsa, shu amal bilan berilgan har qanday ifodani x element bilan almashtirish mumkin bo‘ladi.

8) Simmetrik elementning mavjudlik xossasi.

Ratsional sonlar to‘plamida quyidagi tengliklarni qaraylik

$$a - b = a + (-b)$$

$$a : b = a \cdot \frac{1}{b};\ b \neq 0$$

Birinchi tenglikda ayirish amali qo‘shish amali bilan b soni esa, unga qarama-qarshi $-b$ soniga, ikkinchi tenglikda bo‘lish amali ko‘paytirish amali bilan b soni esa unga teskari bo‘lgan $\frac{1}{b}$ soni bilan almashtiriladi.
Qarama-qarshi, teskari sonlar simmetrik elementning xususiy hollaridir.

Aytaylik bizga A to‘plam va * algebraik amal berilgan bo‘lsin, e A to‘plamining neytral elementi bo‘lsin.
Agar $\forall\ a\in A$ uchun

$$a*\tilde{a}=\tilde{a}*a=e \tag{1}$$

o‘rinli bo‘lsa $\tilde{a}$ element simmetrik element deyiladi.
A da berilgan * algebraik amal assotsiativ bo‘lsa A ning har bir elementiga faqat bitta simmetrik element mos keladi.
Aytaylik, A to‘plamda a elementga ikkita $\tilde{a}_1$ va $\tilde{a}_2$ elementlar simmetrik bo‘lsin.
U holda (1) munosabatga asosan

$$\begin{aligned} a*\tilde{a}_1=\tilde{a}_1*a=e \\ a*\tilde{a}_2=\tilde{a}_2*a=e \end{aligned} \quad\Rightarrow\quad a*\tilde{a}_1=a*\tilde{a}_2$$

* amal assotsiativ bo‘lganidan

$$(\tilde{a}_1*a)*\tilde{a}_2=\tilde{a}_1*(a*\tilde{a}_2)\ \Rightarrow\ e*\tilde{a}_2=\tilde{a}_1*e\ \Rightarrow\ \tilde{a}_2=\tilde{a}_1 \tag{2}$$

(2) tenglikdan ko‘rinadiki A to‘plamning har bir elementi faqat bitta simmetrik elementga ega bo‘ladi.
Shunday to‘plamlar mavjudki ularning har bir elementiga bitta ham simmetrik element mos kelmaydi.
Masalan natural sonlar to‘plamida $a\in N$ ga simmetrik element $-a$ mavjud emas, $-a\notin N$;
Ma’lumki $a*\tilde{a}=\tilde{a}*a=e$ tenglik o‘rinli bo‘lsa $\tilde{a}$ element a ga teskari element bo‘ladi, bu tenglikdagi a element $\tilde{a}$ element uchun ham simmetrik element vazifasini bajaradi. a ga teskari $\frac{1}{a}$; $\frac{1}{a}$ ga teskari $\frac{1}{\frac{1}{a}}=a$; a ga qarama-qarshi $-a$; $(-a)$ ga qarama-qarshi $-(-a)=a$, ya’ni $\tilde{\tilde{a}}=a$ (2) o‘rinli bo‘ladi.
Agar to‘plamda berilgan * algebraik amal assotsiativ, hamda to‘plamning ixtiyoriy b va c elementlari $\tilde{b}$ va $\tilde{c}$ simmetrik elementga ega bo‘lsa

$$\widetilde{(b*c)}=\tilde{b}*\tilde{c} \tag{3}$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi.
Masalan $b=5;\ c=7$ bo‘lsa (3) ga asosan $(5+7)=12$; $\widetilde{12}=-12$; $(5+7)=-12$;
$5+7=-5+(-7)=-12;\quad \widetilde{(5+7)}=\tilde{5}+\hat{7}$ tenglik bajariladi.
to‘plam va unda aniqlangan algebraik amallar yordamida bir qator algebralarni, yoki algebraik sistemalarni hosil qilish mumkin bo‘ladi. «Algebra va sonlar nazariyasi» fani algebraik sistemalarning asosiy xossalarini o‘rganadi.
Gruppa, halqa, maydon ana shunday algebraik sistemalar qatoriga kiradi. Quyida biz gruppa, halqa va maydon kabi algebraik sistemalarning xossa va xususiyatlarini ko‘rib chiqamiz.
Gruppa. Aytaylik bizga, $A\neq\varnothing$ to‘plam va binar *, unar $\circ$ algebraik amallar berilgan bo‘lsin.

Ta’rif: Bo‘sh bo‘lmagan A to‘plamda quyidagi xossalar o‘rinli bo‘lsa $\{A,*,o\}$ algebra gruppa deyiladi:
a) A to‘plamning ixtiyoriy a,b,c elementlari uchun $a*(b*c)=(a*b)*c$ munosabat o‘rinli bo‘lsa, ya’ni binar * algebraik amal assotsiativ bo‘lsa;
b) A to‘plamning ixtiyoriy a elementi uchun shunday $e\in A$ element mavjud bo‘lib u $a*e=e*a=a$ shartni qanoatlantirsa, ya’ni A to‘plamda neytral element mavjud bo‘lsa;
v) A to‘plamning ixtiyoriy a elementi uchun shunday a^o element mavjud bo‘lib, u quyidagi $a*a^o=a^o*a=e$ shartni qanoatlantirsa, ya’ni A to‘plamning har bir elementiga simmetrik element mavjud bo‘lsa.
Ta’rifdan ko‘rinadiki, $\{A,*,o\}$ algebra gruppa bo‘lishi uchun: * algebraik amal, binar algebraik amal bo‘lib, u assotsiativ bo‘lishi, hamda A to‘plamda neytral, simmetrik elementlar mavjud bo‘lishi kerak ekan.
*algebraik amal binar bo‘lganligidan $(a,b)\in A$ juftga, shu to‘plamning c elementini mos qo‘yadi.
Xulosa qilib aytganda yuqorida keltirilgan shartlarga bo‘ysunuvchi * amal A to‘plamda gruppa hosil qiluvchi amal deb yuritiladi.
Agar A to‘plamda berilgan * algebraik amal kommutativ bo‘lsa, ya’ni ixtiyoriy $a,b\in A$ uchun $a*b=b*a$ o‘rinli bo‘lsa $\{A,*,o\}$ algebra, * binar algebraik amalga nisbatan kommutativ gruppa deb yuritiladi. Kommutativ gruppa ba’zi hollarda Abel gruppa deb ham ataladi.
Binar «*» algebraik amalni «+» qo‘shish amali bilan almashtiraylik. A to‘plamda + amali gruppa hosil qilishi uchun u quyidagi xossalarga bo‘ysunishi kerak:
a) $\forall a,b,c\in A$ uchun $(a+b)+c=a+(b+c)$ bajarilishi, ya’ni qo‘shish amali assotsiativ
b) $\forall a\in A$ uchun shunday $e=0$ element bo‘lsinki $a+0=a$ bo‘lsin, ya’ni neytral 0 element mavjud bo‘lishi.
v) A to‘plamning ixtiyoriy a elementi uchun $a+(-a)=0$ shartni qanoatlantiruvchi simmetrik $-a$ element mavjud bo‘lishi kerak.
Ma’lumki, qo‘shish amali kommutativdir shuning uchun $\{A,*,o\}$ algebra kommutativ ya’ni Abel gruppasidir.
Misol: Haqiqiy sonlar to‘plami R qo‘shish amaliga nisbatan kommutativ gruppa tashkil qiladi.

Haqiqatan ham, $\forall a,b,c\in R$ uchun
a) $(a+b)+c=a+(b+c)$ assotsiativlik xossasi o‘rinli
b) $\forall a\in R$ uchun $-a\in R$ topiladiki $a+(-a)=0$
v) $\forall a\in R$ uchun $0\in R$ mavjudki $a+0=a$
Qo‘shish amali haqiqiy sonlar to‘plamida kommutativ, assotsiativ bo‘lganidan va R da neytral va simmetrik element mavjudligidan $\{R,+,o\}$ kommutativ gruppadir.
Agar $\{A,*,o\}$ algebra gruppa bo‘lib A to‘plamning ixtiyoriy N qism to‘plami berilgan amallarga nisbatan gruppa tashkil qilsa N qism to‘plamga $\{A,*,o\}$ gruppaning qism gruppasi deyiladi.

Agar «*» algebraik amal sifatida «+» qo‘shish amali olinib $\{A,*,o\}$ gruppa qo‘shish amaliga nisbatan kommutativ gruppa bo‘lsa, bunday gruppalar additiv gruppalar deyiladi.

Halqa va uning xossalari.

Gruppa va uning xossalarini biz biror to‘plamda bitta binar va bitta unar algebraik amallarga nisbatan o‘rgandik. o-unar algebraik amal to‘plamning bitta elementga shu to‘plamning bitta va faqat bitta elementini mos qo‘yishini, binar amal esa to‘plamning ixtiyoriy ikki elementiga shu to‘plamning bitta elementini mos qo‘yuvchi akslantirish orqali berilishini ko‘rganmiz.

To‘plamning ixtiyoriy elementiga shu to‘plamning faqat bitta qarama-qarshi yoki teskari elementini mos qo‘yuvchi, har bir elementga bitta neytral elementni mos qo‘yuvchi amal unar algebraik amaldir.

Endi bo‘sh bo‘lmagan A to‘plamda ikkita binar algebraik, bitta unar algebraik amal berilgan bo‘lsin. Aniqlik uchun binar algebraik amallar uchun «qo‘shish» va «ko‘paytirish» amallarini, unar algebraik amal sifatida esa simmetrik (qarama-qarshi, teskari) elementning mavjudligini qabul qilaylik.

Ta’rif: Bo‘sh bo‘lmagan A to‘plamda qo‘shish va ko‘paytirish binar algebraik amallari o‘rinli bo‘lib ular quyidagi xossalarga bo‘ysunsalar, A to‘plam va $+,\cdot$ amallari bilan berilgan $\{A,+,\cdot\}$ algebra yarim halqa deyiladi.

a) $\forall a,b,c\in A$ lar uchun $(a+b)+c=a+(b+c)$, ya’ni assotsiativlik xossasi

b) $\forall a,b\in A$ uchun $a+b=b+a$, ya’ni kommutativlik xossasi

v) $\forall a,b,x\in A$ uchun

$$a+x=b+x \quad \Rightarrow \quad a=b$$
$$x+a=x+b \quad \Rightarrow \quad a=b \text{ ,}$$

ya’ni qisqaruvchanlik xossasi;

g) $\forall a,b,c\in A$ uchun $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$ ko‘paytirish amali assotsiativlik xossasiga bo‘ysunsa;

d) $\forall a,b,c\in A$ uchun $(a+b)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c$ yoki $c\cdot(a+b)=c\cdot a+c\cdot b$ ko‘paytirish amaliga nisbatan distributivlik xossasi o‘rinli bo‘lsa.

Agar $\{A,+,\cdot\}$ yarim halqa bo‘lib uning ixtiyoriy ikkita a,b elementini ko‘paytirish amali kommutativ bo‘lsa bunday yarim halqa yarim kommutativ halqa deb yuritiladi.

Ta’rif 2: Agar $\{A,+,\cdot\}$ algebraik sistema, qo‘shish amaliga nisbatan additiv gruppa, va ko‘paytirish amaliga nisbatan yarim gruppa, ya’ni

a) $\forall a,b\in A,\ a+b=b+a,\ \{A,+\}$ - addativ gruppa

b) $\{A,\cdot\}$ - yarim gruppa

v) $\forall a,b,c\in A$ uchun $c\cdot(a+b)=c\cdot a+c\cdot b$, $(a+b)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c$, ya’ni ko‘paytirish amali qo‘shish amaliga nisbatan distributivlik xossasiga bo‘ysunsa $\{A,+,\cdot\}$ algebraik sistemaga halqa deyiladi.

Agar $\forall a\in A$ uchun $a+0=a$ va $0+a=a$ munosabat o‘rinli bo‘lsa, $0\in A$ element A to‘plamning nol elementi, agar $\forall a\in A$ uchun $e\in A$ mavjud bo‘lib

$a\cdot e=e\cdot a=a$ munosabat bajarilsa e elementga A to‘plamning birlik elementi deyiladi.
Misol: $N=\{1,2,3,...,n,...\}$ natural sonlar to‘plamida qo‘shish va ko‘paytirish amallari vositasida tashkil qilingan $\{N,+,\cdot\}$ algebraik sistema yarim halqadir. Haqiqatan ham,
1) $4,6,7\in N \quad 4+(6+7)=(4+6)+7$
2) $4+7=7+4$
3) $5+12=5+(5+7) \ \Rightarrow 12=5+7$
4) $5\cdot(6\cdot 7)=(5\cdot 6)\cdot 7$
$5\cdot 42=30\cdot 7$
$210=210$
5) $6\cdot(7+4)=6\cdot 7+6\cdot 4$
$6\cdot 11=66$
$6\cdot 7+6\cdot 4=42+24=66$
Demak $\{N,+,\cdot\}$ algebraik sistema yarim halqadir.
Agar A to‘plamda berilgan ko‘paytirish amali uchun kommutativlik xossasi o‘rinli bo‘lsa, $\{A,+,\cdot\}$ kommutativ halqa, agar ko‘paytirish amali uchun assotsiativlik xossasi o‘rinli bo‘lsa $\{A,+,\cdot\}$ assotsiativ halqa, agar ko‘paytirish amaliga nisbatan $a\cdot e=e\cdot a=a$ shartni bajaruvchi neytral element mavjud bo‘lsa $\{A,+,\cdot\}$ birlik elementli halqa (chunki $a\cdot 1=1\cdot a=a,\ e=1$) deb yuritiladi.
Agar $\{A,+,\cdot\}$ halqani tashkil qilayotgan A to‘plam elementlari sonlardan iborat bo‘lsa, $\{A,+,\cdot\}$ halqa sonli halqa deb yuritiladi. Endi ko‘rib chiqilgan halqa va uning xossalaridan foydalanib maydon tushunchasini kiritamiz.
Faraz qilaylik bizga kommutativ va birlik elementli assotsiativ halqa berilgan bo‘lsin.
Ta’rif: Agar $\{A,+,\cdot\}$ algebraik sistema kommutativ va birlik elementli assotsiativ halqa bo‘lib, $a\in A,\ a\neq 0$ uchun a elementga $a\cdot a^{-1}=e$ shartni qanoatlantiruvchi a^{-1} teskari element mavjud bo‘lsa $\{A,+,\cdot\}$ algebraik sistema maydon deyiladi.
Maydon ta’rifidan ko‘rinadiki:
a) har qanday maydonda uning nolga teng bo‘lmagan istalgan elementiga teskari element mavjud va yagonadir.
b) $\forall a\in A,\ a\neq 0$ uchun $a\cdot a^{-1}=a\cdot\frac{1}{a}=1$
v) har qanday maydonda birlik element mavjud va yagonadir.

9. Binar algebraik operatsiyasiga doir topshiriqlar.

1. Natural sonlar to’plamida qanday amallar algebraik amallar bo’ladi? Izohlab bering.
2. Butun sonlar to’plamida qanday amallar algebraik amallar bo’ladi? Izohlab bering.

3. Ratsional sonlar to’plamida qanday amallar algebraik amallar bo’ladi? Izohlab bering.
4. Irratsional sonlar to’plamida qanday amallar algebraik amallar bo’ladi? Izohlab bering.
5. Haqiqiy sonlar to’plamida qanday amallar algebraik amallar bo’ladi? Izohlab bering.
6. Natural sonlar to’plami gruppa tashkil qiladimi?
7. Butun sonlar to’plami gruppa tashkil qiladimi?
8. Butun sonlar to’plami halqa tashkil etishini asoslab bering.
9. Nima uchun butun sonlar to’plami maydon tashkil qilmaydi? Izohlang.
10. Maydon tashkil etgan sonli to’plamlarga misollar keltiring va uni asoslab bering.
11. {0} - to’plam halqa tashkil etadimi? Izohlang.
12. Sonlar to’plamida qo’shish amali qanday xossalarga ega?
13. Sonlar to’plamida ko’paytirish qanday xossalarga ega?
14. Darajaga ko’tarish va ildiz chiqarish amallari qaysi sonlar to’plamida algebraik amal bo’ladi?
15. To’plamlar ustida amallar qanday xossalarga ega?
16. Ikki yoki bir necha sonning eng katta umumiy bo’luvchisini va eng kichik umumiy karralisini topish amallari qanday xossalarga ega?
17. To’plamlarning dekart ko’paytmasi amali qanday xossalarga ega?
18. Neytral, yutuvchi va simmetrik elementlar deb nimaga aytiladi? Misollar keltiring.
19. Nima uchun ratsional sonlar to’plami maydon tashkil qilmaydi? Qanday shart bajarilganda ratsional sonlar to’plami sonli maydon tashkil qiladi?
20. Qanday gruppaga kommutativ gruppa deyiladi? Misollar keltiring.
21. Qanday halqaga kommutativ halqa deyiladi? Misollar keltiring.
22. Darajaga ko’tarish va ildiz chiqarish amallari qanday xossalarga ega? (Ular kommutativlik, assotsiativlik xossalariga egami?)
23. Nima uchun bo’lish amali butun sonlar to’plamida algebraik amal emas? Bu to’plamda qanday amallar algebraik amal bo’ladi?
24. Mulohazalar konyunktsiyasi va dizyunktsiyasi amallari qanday xossalarga ega?
25. Mulohazalar to’plamida qanday element neytral element bo’ladi? Simmetrik element mavjudmi? Izohlang.
26. To’plamlarda neytral, simmetrik va yutuvchi elementlar mavjudmi? Izohlang.
27. Nomanfiy butun sonlar to’plamida qanday amallar algebraik amal bo’ladi? Izohlang.
28. Nima uchun haqiqiy sonlar to’plami maydon tashkil etadi.
29. Shunday to’plamlarni keltiringki, ularda "+" va "·" hamda "-" amallari algebraik amal bo’lsin.
30. {0;1} to’plamda shunday amallarni tanlangki, u halqa tashkil qilsin.

Kombinatorika. Yig‘indi va ko‘paytma qoidasi

Elementlarning turli kombinatsiyalari, ularning soni haqidagi masalalar kombinatorika masalalari deyiladi. Ko‘pgina kombinatorika masalalarini yechish ikkita qoidaga, ya’ni yig‘indi va ko‘paytma qoidasiga asoslangan .

Kombinatorikada to‘plamlar birlashmasi elementlari sonini hisoblash

masalalasi yig‘indi qoidasiga asoslanib topiladi:

1. Agar $X \cap Y = \varnothing$ bo‘lsa,

$$n(X \cup Y) = n(X) + n(Y) \tag{1}$$

(1) formula bilan yechiladigan kombinatorika masalasi umumiy holda quyidagicha ifodalanadi: Agar X to‘plam n ta elementga Y to‘plam m elementga ega bo‘lsa va X , Y to‘plamlar kesishmasa, u holda $X \cup Y$ to‘plam $n + m$ ta elementga ega bo‘ladi.

Masalan: savatda 7 ta olma va 12 ta o‘rik bor bo‘lsa, 1 ta mevani 7+12=19 usul bilan tanlash mumkin.

Agar X va Y to‘plamlar kesishmasi bo‘sh to‘plam bo‘lmasa, ya’ni $X \cap Y \neq \varnothing$ u holda to‘plamlar birlashmasini elementlarni sonini hisoblash qiyin bo‘ladi, chunki ikkala to‘plam umumiy elementlarga ega bo‘ladi.

Masalan: $\{a;b;c;d;e;f\}$ va $\{e;f;k;l\}$ to‘plamlar birlashmasi 6+4=10 ta elementdan emas, balki 8 ta elementdan tashkil topgan, ya’ni $X \cup Y = \{a;b;c;d;e;f;k;l\}$. Buning sababi $e;f$ elementlari ikkala to‘plamda ham bor. Demak, birlashmadagi elementlar sonini topish uchun elementlar sonidan $X \cap Y$ kesishma elementlar sonini ayirish kerak. Boshqacha aytganda agar $X \cap Y = \varnothing$ bo‘lsa,

$$n(X \cup Y) = n(X) + n(Y) - n(X \cap Y) \tag{2}$$

(2) formula bilan yechiladigan masala: 60 talabadan 45 tasi matematika imtihonini, 47 tasi chet tili imtihonini topshirdi. 3 talaba ikkala fandan «2» oldi. Nechta qarzdor talaba bor?

Yechish: A-matematika fanidan «2» olgan, B-chet tili fanidan «2» olgan talabalar to‘plami bo‘lsin.

$n(A) = 60 - 45 = 15$ $\quad$ $n(A \cap B) = 3$

$n(B) = 60 - 47 = 13$ $\quad$ $n(A \cup B) = 15 + 13 - 3 = 25$

Javob: 25 ta qarzdor talaba bor.

Uchta X , Y , Z to‘plamlar uchun $X \cup Y \cup Z \neq \varnothing$ bo‘lsa,

$$n(X \cup Y \cup Z) = n(X) + n(Y) + n(Z) -$$
$$- n(X \cap Y) - n(X \cap Z) - n(Y \cap Z) + n(X \cap Y \cap Z) \tag{3}$$

(3) formulaga ega bo‘lamiz.

Kombinatorikaning ikkinchi qoidasi, chekli to‘plamlar berilganda ularning elementlaridan tuzilgan kortejlar sonini boshqacha aytganda, to‘plamlarning dekart ko‘paytmasi elementlari sonini topish imkonini beradi va bu qoida ko‘paytma qoidasi deyiladi.

$$n(A*B)=n(A)*n(B) \qquad (4)$$

Ko‘paytma qoidasiga oid kombinatorika masalasining umumiy ko‘rinishi:

Agar X to‘plamni x elementini n usul, Y to‘plamni y elementini m usul bilan tanlash mumkin bo‘lsa, (x, y) tartiblangan juftlikni mn usul bilan tanlash mumkin» (n ta to‘plam uchun $n>2$)

$$n(A_1, A_2, ..., A_n)=n(A_1)*n(A_2)*...*n(A_n) \qquad (5)$$

Masalan: A shahardan B shaharga 3 yo‘l bilan, B shahardan D shaharga 2 yo‘l bilan borish mumkin bo‘lsa, A shahardan D shaharga necha xil usul bilan borish mumkin?

Yo‘lning 1-qismini 3 xil, 2-qismini 2 xil yo‘l bilan o‘tish mumkin bo‘lsa, umumiy yo‘lni $3*2=6$ usul bilan o‘tish mumkin.

Umumlashgan ko‘paytma qoidasi:

Agar x elementni m usul bilan, y elementni x ni tanlab bo‘lgandan so‘ng, n usul bilan tanlash mumkin bo‘lsa, (x, y) juftlikni mn usul bilan tanlash mumkin.

Masala: Nechta (turli raqamlar bilan yozilgan) 2 xonali sonlar bor?

Yechish: 1-raqamni 9 usul bilan (1, 2, …, 9), 2-raqamni ham 9 usul bilan (noldan boshlab o‘nliklar raqamidan boshqa raqamlar) tanlash mumkin. hammasi bo‘lib $9*9=81$ ta shunday son bor ekan.

Masala: m-elementli X to‘plam elementlaridan tuzilgan k uzunlikdagi kortejlar soni topilsin.

Yechish: k o‘rinli kortej $X \times X \times ... \times X$ dekart ko‘paytmaning elementi bo‘lib, tartiblashgan k-likni bildiradi. Masalani yechish uchun $X*X*...*X$ dekart ko‘paytma elementlari sonini topish kerak. Bu son $n(X)=m$ bo‘lgani uchun $n(X*X*...*X)=m^k$ ga teng.

Tartiblangan to‘plam. Orinalmashtirish, o‘rinlashtirish. Guruhlash.

1. Agar chekli X to‘plam elementlari biror usul bilan nomerlab chiqilgan bo‘lsa, X to‘plam tartiblangan deyiladi.

M: $X=\{X_1, X_2, ..., X_m\}$.

Bitta to‘plamni turli usul bilan tartiblash mumkin.

Masalan: sinf o‘quvchilarini yoshiga, bo‘yiga, og‘irligiga qarab yoki alfavit bo‘yicha tartiblash mumkin.

m-elementli X to‘plamni necha xil usul bilan tartiblash mumkin?

Tartiblash-bu elementlarni nomerlash demakdir. 1-elementni m usul bilan, 2-elementni m-1 usul bilan tanlash mumkin va hokazo, oxirgi elementni tanlash uchun faqat bitta usul qoladi xolos.

Tartiblashlarning umumiy soni $m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot ... \cdot 2 \cdot 1 = m!$ ga teng.

Birinchi m ta natural son ko‘paytmasi matematikada «m – faktorial» deyiladi va qisqacha $m!$ ko‘rinishda yoziladi. Masalan $5!=1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5=120$

Shunday qilib, m-elementli X to‘plamni turli tartiblashtirishlar soni $m!$ ga teng ekan. Bu tartiblashtirishlar bir xil elementlardan tashkil topib, ular bir-biridan tartiblashish o‘rni bilan farq qiladi, elementlar esa qayta takrorlanmaydi. Shuning uchun ularni takrorlashsiz o‘rin almashtirishlar deyiladi va $P_m = m!$ deb belgilanadi, (P_m – fransuzcha Permutation – so‘zidan olingan bo‘lib, bizningcha o‘rin almashtirish degan ma’noni beradi).

Masalan: a, b, c uchta harfdan 3! = 6 ta o‘rin almashtirish qilish mumkin

$$abc, acb, cab, cba, bac, bca;$$

Endi umumiyroq masalani qaraymiz.

m elementli X to‘plamdan nechta tartiblangan k to‘plamlar tuzish mumkin?

Bu masalaning oldingi masaladan farqi shundaki, tartiblash k elementda tugatiladi. Ularning umumiy soni.

$$m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot \ldots \cdot (m-k+1) = m!$$

ko‘paytmaga teng.

U A_m^k bilan belgilanadi va m elementdan k tadan takrorlanmaydigan o‘rinlashtirishlar soni deb ataladi.

$$A_m^k = m*(m-1)*\ldots*(m-n+1) = \frac{m!}{(m-k)!}$$

$A_m^m = P_m = m!,\ 0! = 1$ deb olinadi.

Masala: Sinfdagi 26 o‘quvchidan guruh sardori va proforgini necha xil usul bilan tanlash mumkin?

$A_{26}^2 = \frac{26!}{24!} = 25 \cdot 26 = 650$ (usul bilan)

Ta’rif: m elementli to‘plam elementlaridan tuzilgan k uzunlikdagi kortejlar m elementdan k tadan takrorli o‘rinlatishlar deyiladi va u $\overline{A}_m^k = m^k$ deb yoziladi.

($\overline{A}_m^k$-fransuzcha arrangrment o‘rinlatish so‘zini bosh harfi)

Kombinatorika masalalaridan yana birini ko‘raylik.

m elementli X to‘plamning nechta k elementli to‘plam ostilari bor?

Bunday to‘plam ostilariga m elementdan k tadan takrorlanmaydigan guruhlashlar soni deyiladi va u C_m^k - ko‘rinishda belgilanadi (C_m^k – fransuzcha combinasion so‘zidan olingan bo‘lib, bizningcha guruhlash ma’nosini beradi).

Buning formulasini keltirib chiqarishda C_m^k ni m va k lar orqali ifodalaymiz. Aytaylik m elementli X to‘plamning k ta elementli B to‘plam ostilari bo‘lsin.

B to‘plam ostilari k ta elementlarni saqlagani uchun uni $k!$ usulda tartiblashtirish mumkin.

Bunda X to‘plam elementlaridan tuzilgan k elementli tartiblangan to‘plamlarning soni X to‘plamdagi tartiblanmagan k-elementli to‘plam ostilar sonidan k! marta ko‘p.

Masalan: 4 elementli $A = \{a, b, c, d\}$ to‘plamning nechta 3 elementli qism to‘plami bor?

$$\{a,b,c\},\{a,b,d\},\ \{a,c,d\},\ \{b,c,d\}.$$

4 ta shunday qism to‘plam bor ekan.

Bu qism to‘plamlarni tartiblaganda 6 barobar ko‘proq 3 o‘nli kortejlarga ega bo‘lamiz.

Masalan: $\{a,b,c\}$ ni tartiblasak:

$$(a,b,c),(a,c,b),\ (b,a,c),\ (b,c,a),\ \ (c,a,b),\ (c,b,a)$$

ega bo‘lamiz.

Tartibli k elementli to‘plamlarining soni A_m^k, k elementli to‘plam ostilar sonini C_m^k bilan belgiladik. Bundan

$$A_m^k = k!{\cdot}C_m^{k;};\quad A_m^k = \frac{m!}{(m-k)!}$$

bo‘lishidan

$$C_m^k = \frac{m!}{(m-k)!k!}$$

formulaga ega bo‘miz.

Misol: 20 kishilik guruhdan, 4 kishilik nomzodni necha usul bilan saylash mumkin.

$$C_{20}^4 = \frac{20!}{16!{\cdot}4!} = \frac{17\cdot 18\cdot 19\cdot 20}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} = 4845 \text{ ta usul}$$

$C_m{}^k$ ko‘rinishdagi sonlarning quyidagi xossalari bor (bular $0 \le k \le m$ bo‘lgan hol uchun o‘rinli)

1^0. $C_m{}^k = C_m{}^{m-k}$

2^0. $C_m{}^k = C_{m-1}{}^{k-1} + C_{m-1}{}^k$`

3^0. $C_m{}^0 = C_m{}^m = 1$

$C_m{}^k$ ko‘rinishdagi sonlarni Paskal uchburchagi ko‘rinishida joylashtirish mumkin:

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & C_0^0 & & & & \\
 & & & C_1^0 & & C_1^1 & & & \\
 & & C_2^0 & & C_2^1 & & C_2^2 & & \\
 & C_3^0 & & C_3^1 & & C_3^2 & & C_3^3 & \\
C_4^0 & & C_4^1 & & C_4^2 & & C_4^3 & & C_4^4
\end{array}$$

Har bir son o‘zining tepasidagi 2 ta son yig‘indisidan iborat.

Har bir qatordagi sonlar $(a+b)^m$ ko‘phadning yoyilmasidagi binomial koeffitsientlarga teng. Ularning yig‘indisi m elementli X to‘plamning barcha qism to‘plamlari sonini beradi.

Masalan: 1+2+1=4. Demak, 2 elementli to‘plamning hammasi bo‘lib 4 ta qism to‘plami bor ekan. Ular 1 ta bo‘sh 2 ta 1 elementli va 1 ta 2 elementli, ya’ni X to‘plamning o‘zidan iborat bo‘lgan qism to‘plamlardir.

Yana bir masalani ko‘raylik, ya’ni chekli m elementli X to‘plamning barcha qism to‘plamlari sonini topish masalasini ko‘raylik. Uni hal qilish uchun istalgan tarzda X to‘plamni tartiblaymiz. So‘ng har bir to‘plam ostini m o‘rinli kortej sifatida shifrlaymiz: to‘plam ostiga kirgan element o‘rniga 1, kirmagan element o‘rniga 0 yozamiz. Shunda qism to‘plamlar soni 2 ta {0;1} elementdan tuzilgan barcha m o‘rinli kortejlar soniga teng bo‘ladi.

$\overline{A}_2^m = 2^m$. Masalan: 2 elementli to‘plamning to‘plam ostilari soni $2^2 = 4$ ga, 3 elementli to‘plamning to‘plam ostilari soni $2^3 = 8$ ga teng. Shu bilan birga bu son Paskal uchburchagining 4 qatoridagi sonlar yig‘indisiga ham teng, ya’ni:

$$C_3^0 + C_3^1 + C_3^2 + C_3^3 = 1 + 3 + 3 + 1 = 8$$

Umuman olganda:

$$C_m^0 + C_m^1 + ... + C_m^{m-1} + C_m^m = 2^m.$$

1-ilova

Agar chekli X to‘plam elementlari biror usul bilan nomerlab chiqilgan bo‘lsa, X to‘plam tartiblangan deyiladi.

M: $X = \{X_1, X_2, ..., X_m\}$.

Bitta to‘plamni turli usul bilan tartiblash mumkin.

Masalan: sinf o‘quvchilarini yoshiga, bo‘yiga, og‘irligiga qarab yoki alfavit bo‘yicha tartiblash mumkin.

m-elementli X to‘plamni necha xil usul bilan tartiblash mumkin?

Tartiblash-bu elementlarni nomerlash demakdir. 1-elementni m usul bilan, 2-elementni m-1 usul bilan tanlash mumkin va hokazo, oxirgi elementni tanlash uchun faqat bitta usul qoladi xolos.

Tartiblashlarning umumiy soni $m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot ... \cdot 2 \cdot 1 = m!$ ga teng.

Birinchi m ta natural son ko‘paytmasi matematikada «m – faktorial» deyiladi va qisqacha $m!$ ko‘rinishda yoziladi. Masalan $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$

Shunday qilib, m-elementli X to‘plamni turli tartiblashtirishlar soni $m!$ ga teng ekan. Bu tartiblashtirishlar bir xil elementlardan tashkil topib, ular bir-biridan tartiblashish o‘rni bilan farq qiladi, elementlar esa qayta takrorlanmaydi. Shuning uchun ularni takrorlashsiz o‘rin almashtirishlar deyiladi va $P_m = m!$ deb belgilanadi, (P_m – fransuzcha Permutation – so‘zidan olingan bo‘lib, bizningcha o‘rin almashtirish degan ma’noni beradi).

Masalan: a, b, c uchta harfdan 3! = 6 ta o‘rin almashtirish qilish mumkin

$$abc, acb, cab, cba, bac, bca;$$

Endi umumiyroq masalani qaraymiz.

m elementli X to‘plamdan nechta tartiblangan k to‘plamlar tuzish mumkin?

Bu masalaning oldingi masaladan farqi shundaki, tartiblash k elementda tugatiladi. Ularning umumiy soni.

$$m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot ... \cdot (m-k+1) = m!$$

ko‘paytmaga teng.

U A_m^k bilan belgilanadi va m elementdan k tadan takrorlanmaydigan o‘rinlashtirishlar soni deb ataladi.

$$A_m^k = m*(m-1)*...*(m-n+1) = \frac{m!}{(m-k)!}$$

$A_m^m = P_m = m!,\ 0! = 1$ deb olinadi.

Masala: Sinfdagi 26 o‘quvchidan guruh sardori va proforgini necha xil usul bilan tanlash mumkin?

$A_{26}^2 = \frac{26!}{24!} = 25 \cdot 26 = 650$ (usul bilan)

Ta’rif: m elementli to‘plam elementlaridan tuzilgan k uzunlikdagi kortejlar m elementdan k tadan takrorli o‘rinlatishlar deyiladi va u $\overline{A}_m^k = m^k$ deb yoziladi. ($\overline{A}_m^k$-fransuzcha arrangrment o‘rinlatish so‘zini bosh harfi)

Kombinatorika masalalaridan yana birini ko‘raylik.

m elementli X to‘plamning nechta k elementli to‘plam ostilari bor?

Bunday to‘plam ostilariga m elementdan k tadan takrorlanmaydigan guruhlashlar soni deyiladi va u C_m^k - ko‘rinishda belgilanadi (C_m^k – fransuzcha combinasion so‘zidan olingan bo‘lib, bizningcha guruhlash ma’nosini beradi).

Buning formulasini keltirib chiqarishda C_m^k ni m va k lar orqali ifodalaymiz. Aytaylik m elementli X to‘plamning k ta elementli B to‘plam ostilari bo‘lsin.

B to‘plam ostilari k ta elementlarni saqlagani uchun uni $k!$ usulda tartiblashtirish mumkin.

1. Takrorsiz o’rin almashtirishlar. X={1, 3, 5} to’plam bo’yicha 135, 315, 351, 153, 531, 513 o’rinlashtirishlar tuzilgan bo’lsin. Bu uchtaliklarda komponentalar takrorlanmagan, bir martadan kelgan, yozilish tartibi bilangina farq qiladi. Umuman, takrorsiz o’rinlashtirishlarda komponentalar soni k shu X to’plamning jami elementlari soni m ga teng, ya’ni m=k bo’lsa, o’rinlashtirishlar bir xil elementli bo’lib, elementlarning yozilish tartibi bilan farq qilinadigan bo’ladi. Bizning misolda ularning soni $A_4^3 = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ ta. Ularda elementlar takrorlanmaydi, faqat o’rinlari almashadi.

m ta elementdan tuzilgan ***takrorsiz o’rin almashtirish*** deb, shu elementlardan m tadan olib tuzilgan o’rin almashtirishlarga aytiladi. Ularning soni P_m orqali belgilanadi (fransuzcha *permutation* – o’rin almashtirish). Ta’rif bo’yicha

$P_m = A_n^m$, yoki $P_m = m(m-1)...(m-m+1) = m(m-1)\cdot ... \cdot 1 = m!$ yoki $P_m = m!$ (3)

1- misol. 3 detalni 3 qutiga necha xil tartibda joylashtirish mumkin?

Yechish. Detallarni x_1, x_2, x_3 orqali, qutilarni 1, 2, 3 orqali belgilaylik. Natijada (x_1, x_2, x_3), (x_1, x_3, x_2), (x_2, x_1, x_3), (x_2, x_3, x_1), (x_3, x_1, x_2), (x_3, x_2, x_1) o’rin almashtirishlar olinadi. Ularning soni $P_3 = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ ta.

2. Takrorsiz kombinatsiyalar. Endi X to’plam elementlaridan k taliklar emas, balki qism to’plamlar tuzaylik. Ular tarkiblaridagi elementlari bilan bir-birlaridan farq qiladi. Masalan, X={a, b, v, g, d} to’plam bo’yicha tuzilgan k=3 ta elementli {a, b, d}, {a, g, d}, {b, v, g} va h.k. uchtaliklar biz aytayotgan qism to'plamlardandir.

m ta elementli X to'plamning k ta elementli qism to'plamlari shu elementlaridan k tadan olib tuzilgan ***takrorsiz kombinatsiyalar*** deyiladi. Ularning sonini C_m^k orqali ko'rsatamiz (fransuzcha *combination* – kombinatsiya).

1-misol. {a, b, v, g, d} to'plam bo'yicha har birida uchtadan har xil element bo'lgan 10 ta kombinatsiya tuzish mumkin: {a, b, v}, {a, b, g}, {a, b, d}, {a, v, g}, {a, v, d}, {a, g, d}, {b, v, g}, {b, g, d}, {b, v, d}, {v, g, d}.

Kombinatsiyalar sonini hisoblash formulasini chiqaraylik. Yuqoridagi misolda ko'rsatilganicha berilgan 5 elementdan 3 tadan olib jami 10 kombinatsiya hosil qilinadi. Lekin har bir kombinatsiyadan oltitadan o'rin almashtirish tuzish mumkin. Masalan, bitta {a, b, v} kombinatsiyadan (a, b, v), (a, v, b), (b, a, v), (b, v, a), (v, a, b), (v, b, a), jami oltita o'rin almashtirish hosil bo'ladi. Bunga qaraganda jami 5 elementdan uchtadan olib tuzilgan takrorsiz o'rinlashtirishlar soni $6\cdot 10 = 60$ ta, (1) formulaga asosan $A_5^3 = 5\cdot 4\cdot 3 = 60$ ta bo'ladi. Biz $A_5^3 = C_5^3\cdot 3!$ ga ega bo'lamiz. Bundan C_5^3 topiladi.

Umuman, m elementdan k tadan olib tuzilgan o'rinlashtirishlar soni $A_m^k = k!C_m^k$ bo'ladi, bundan kombinatsiyalar soni uchun ushbu formulalar olinadi:

$$C_m^k = \frac{A_m^k}{k!} = \frac{m(m-1)\ldots(m-k+1)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot k} \qquad (4)$$

yoki

$$C_m^k = \frac{A_m^k}{k!} = \frac{m!}{k!(m-k)!} \qquad (5)$$

2- misol. 20 o'quvchidan 3 kishilik qo'mitani necha usul bilan tanlash mumkin?

Yechish. Tanlashlar soni: $C_{20}^3 = \dfrac{20\cdot 19\cdot 18}{1\cdot 2\cdot 3} = 1140.$

1. Agar chekli X to'plam elementlari biror usul bilan nomerlab chiqilgan bo'lsa, X to'plam tartiblangan deyiladi.

M: X={x_1, x_2,....,x_m}.

Bitta to'plamni turli usullar bilan tartiblash mumkin.

M: sinf o'quvchilarini yoshiga, bo'yiga, og'irligiga qarab yoki alfavit bo'yicha tartiblash mumkin.

m-elementli X to'plamni necha xil usul bilan tartiblash mumkin?

Tartiblash-bu elementlarni nomerlash demakdir. 1-elementni m usul bilan, 2-elementni m-1 usul bilan tanlash mumkin va hokazo, oxirgi elementni tanlash uchun faqat bitta usul qoladi holos. Tartiblashlarning umumiy soni m∗(m-1)(m-2)∗ ...∗2∗1=m! ga teng.

m! - birinchi m ta natural son ko'paytmasi (m faktorial deb o'qiladi) m!=P_m bilan belgilanadi va takrorlashlarsiz o'rin almashtirishlar soni deb ataladi.

2. Umumiyroq masala

m elementli X to'plamdan nechta tartiblangan k to'plamlar tuzish mumkin?

Bu masalaning oldingi masaladan farqi shundaki, tartiblash k elementda tugatiladi. Ularning umumiy soni

$$m*(m-1)(m-2)*...*(m-k+1)$$

ko'paytmaga teng.

Uni A_m^k bilan belgilanadi va m elementdan k tadan takrorlanmaydigan o'rinlashtirishlar soni deb ataladi.

$$A_m^k = m*(m-1)\ ...(m-k+1) = \frac{m!}{(m-k)!}$$

$A_m^m = Pm = m! \qquad 0! = 1.$

Masala: Sinfdagi 20 o'quvchidan tozalik va davomat uchun javob beruvchi 2 o'quvchini necha xil usul bilan tanlash mumkin?

$A_{20}^2 = \frac{20!}{18!} = 20*19 = 380$ (usul bilan)

3. m elementli X to'plamning nechta k elementli qism to'plamlari bor? Shu masalani hal qilaylik.

Masalan: 4 elementli $A = \{a,b,c,d\}$ to'plamning nechta 3 elementli qism to'plami bor?

$\{a,b,c\}$, $\{a,b,d\}$, $\{a,c,d\}$, $\{b,c,d\}$.

4 ta shunday qism to'plam bor ekan.

Bu qism to'plamlarni tartiblaganda 6 barobar ko'proq 3 o'rinli kortejlarga ega bo'lamiz.

Masalan: $\{a,b,c\}$ ni tartiblasak:

(a,b,c), (a,c,b), (b,a,c), (b,c,a), (c,a,b), (c,b,a) tartiblanishlar soni 3!=6 marta ko'p.

M elementli to'plamning k elementli qism to'plamlari soni C_m^k bilan belgilanadi va m elementdan k tadan takrorlanmaydigan guruhlashlar soni deyiladi.

$$A_m^k = C_m^k * Pm \Rightarrow C_m^k = \frac{A_m^k}{Pm} = \frac{m!}{(m-k)!k!}$$

C_m^k ko'rinishdagi sonlarning quyidagi xossalari bor:

1^0. $C_m^k = C_m^{m-k}$

2^0. $C_m^k = C_{m-1}^{k-1} + C_{m-1}^k$

3^0. $C_m^0 = C_m^m = 1.$

C_m^k ko'rinishdagi sonlarni Paskal uchburchagi ko'rinishida joylashtirish mumkin:

$$
\begin{array}{c}
C_0^0 \\
C_1^0\, C_1^1 \\
C_2^0\, C_2^1\, C_2^2 \\
C_3^0\, C_3^1\, C_3^2\, C_3^3 \\
C_4^0\, C_4^1\, C_4^2\, C_4^3\, C_4^4
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{c}
1 \\
1\ 1 \\
1\ 2\ 1 \\
1\ 2\ 3\ 1 \\
1\ 4\ 6\ 4\ 1 \\
1\ 5\ 10\ 10\ 5\ 1
\end{array}
$$

Har bir son o’zining tepasidagi 2 ta son yig’indisidan iborat. Har bir qatordagi sonlar $(a+v)^m$ ko’phadning yoyilmasidagi binomial koeffits*ientlarga teng. Ularning yig’indisi m elementli X to’plamning barcha qism to’plamlari sonini beradi.

Masalan: 1+2+1=4. Demak, 2 elementli to’plamning hammasi bo’lib 4 ta qism to’plami bor ekan. Ular 1 ta bo’sh, 2 ta 1 elementli va 1 ta 2 elementli, ya’ni X to’plamning o’zidan iborat bo’lgan qism to’plamlardir.

4. Chekli m elementli X to’plamning barcha qism to’plamlari sonini topish masalasini qo’yaylik. Uni hal qilish uchun istalgan tarzda X to’plamni tartiblaymiz. So’ng har bir to’plamostini m o’rinli kortej sifatida shifrlaymiz: to’plamostiga kirgan element o’rniga 1, kirmagan element o’rniga 0 yozamiz. Shunda qism to’plamlar soni 2 ta {0;1} elementdan tuzilgan barcha m o’rinli kortejlar soniga teng bo’ladi.

$\overline{A}_2^m = 2^m$. Masalan: 2 elementli to’plam to’plamostilari soni 2^2=4 ga, 3 elementli to’plamning to’plamostilari soni 2^3=8ga teng. Shu bilan birga bu son Paskal uchburchagining 4-qatoridagi sonlar yig’indisiga ham teng, ya’ni: $C_3^0 + C_3^1 + C_3^2 + C_3^3 = 1+3+3+1 = 8.$

Umuman olganda: $C_m^0 + C_m^1 + ... + C_m^{m-1} + C_m^m = 2^m$.

1. Agar chekli X to‘plam elementlari biror usul bilan nomerlab chiqilgan bo‘lsa, X to‘plam tartiblangan deyiladi.

M: $X = \{X_1, X_2, ..., X_m\}$.

Bitta to‘plamni turli usul bilan tartiblash mumkin.

Masalan: sinf o‘quvchilarini yoshiga, bo‘yiga, og‘irligiga qarab yoki alfavit bo‘yicha tartiblash mumkin.

m-elementli X to‘plamni necha xil usul bilan tartiblash mumkin?

Tartiblash-bu elementlarni nomerlash demakdir. 1-elementni m usul bilan, 2-elementni m-1 usul bilan tanlash mumkin va hokazo, oxirgi elementni tanlash uchun faqat bitta usul qoladi xolos.

Tartiblashlarning umumiy soni $m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \cdot ... \cdot 2 \cdot 1 = m!$ ga teng.

Birinchi m ta natural son ko‘paytmasi matematikada «m – faktorial» deyiladi va qisqacha $m!$ ko‘rinishda yoziladi. Masalan $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$

Shunday qilib, m-elementli X to‘plamni turli tartiblashtirishlar soni $m!$ ga teng ekan. Bu tartiblashtirishlar bir xil elementlardan tashkil topib, ular bir-biridan tartiblashish o‘rni bilan farq qiladi, elementlar esa qayta takrorlanmaydi. Shuning uchun ularni takrorlashsiz o‘rin almashtirishlar deyiladi va $P_m = m!$ deb belgilanadi, (P_m – fransuzcha Permutation – so‘zidan olingan bo‘lib, bizningcha o‘rin almashtirish degan ma’noni beradi).

Masalan: a, b, c uchta harfdan 3! = 6 ta o‘rin almashtirish qilish mumkin

$$abc, acb, cab, cba, bac, bca;$$

Endi umumiyroq masalani qaraymiz.

m elementli X to‘plamdan nechta tartiblangan k to‘plamlar tuzish mumkin?

Bu masalaning oldingi masaladan farqi shundaki, tartiblash k elementda tugatiladi. Ularning umumiy soni.

$$m\cdot(m-1)\cdot(m-2)\cdot\ldots\cdot(m-k+1) = m!$$

ko‘paytmaga teng.

U A_m^k bilan belgilanadi va m elementdan k tadan takrorlanmaydigan o‘rinlashtirishlar soni deb ataladi.

$$A_m^k = m*(m-1)*\ldots*(m-n+1) = \frac{m!}{(m-k)!}$$

$A_m^m = P_m = m!,\ 0! = 1$ deb olinadi.

Masala: Sinfdagi 26 o‘quvchidan guruh sardori va proforgini necha xil usul bilan tanlash mumkin?

$$A_{26}^2 = \frac{26!}{24!} = 25\cdot 26 = 650 \text{ (usul bilan)}$$

Ta’rif: m elementli to‘plam elementlaridan tuzilgan k uzunlikdagi kortejlar m elementdan k tadan takrorli o‘rinlatishlar deyiladi va u $\overline{A}_m^k = m^k$ deb yoziladi. ($\overline{A}_m^k$-fransuzcha arrangrment o‘rinlatish so‘zini bosh harfi)

Kombinatorika masalalaridan yana birini ko‘raylik.

m elementli X to‘plamning nechta k elementli to‘plam ostilari bor?

Bunday to‘plam ostilariga m elementdan k tadan takrorlanmaydigan guruhlashlar soni deyiladi va u C_m^k - ko‘rinishda belgilanadi (C_m^k – fransuzcha combinasion so‘zidan olingan bo‘lib, bizningcha guruhlash ma’nosini beradi).

Buning formulasini keltirib chiqarishda C_m^k ni m va k lar orqali ifodalaymiz. Aytaylik m elementli X to‘plamning k ta elementli B to‘plam ostilari bo‘lsin.

B to‘plam ostilari k ta elementlarni saqlagani uchun uni $k!$ usulda tartiblashtirish mumkin.

Bunda X to‘plam elementlaridan tuzilgan k elementli tartiblangan to‘plamlarning soni X to‘plamdagi tartiblanmagan k-elementli to‘plam ostilar sonidan k! marta ko‘p.

Masalan: 4 elementli $A = \{a, b, c, d\}$ to‘plamning nechta 3 elementli qism to‘plami bor?

$$\{a,b,c\}, \{a,b,d\},\ \{a,c,d\},\ \{b,c,d\}.$$

4 ta shunday qism to‘plam bor ekan.

Bu qism to‘plamlarni tartiblaganda 6 barobar ko‘proq 3 o‘nli kortejlarga ega bo‘lamiz.

Masalan: $\{a,b,c\}$ ni tartiblasak:

$$(a,b,c),(a,c,b),\ (b,a,c),\ (b,c,a),\ \ (c,a,b),\ (c,b,a)$$

ega bo‘lamiz.

Tartibli k elementli to‘plamlarining soni A_m^k, k elementli to‘plam ostilar sonini C_m^k bilan belgiladik. Bundan

$$A_m^k = k!{\cdot}C_m^{k;};\quad A_m^k = \frac{m!}{(m-k)!}$$

bo‘lishidan

$$C_m^k = \frac{m!}{(m-k)!k!}$$

formulaga ega bo‘miz.

10. "Kombinatorika elementlari" mavzusiga doir topshiriqlar.

1. Ingliz va nemis tillarini o’rganayotgan 90 o’quvchidan 78tasi ingliz tilini, 37tasi nemis tilini o’rganadi. Qancha o’quvchi ikkala tilni ham o’rganadi?

2. 100ta maktab o’quvchisidan 65tasi futbol, 45tasi volleybol o’ynaydi. Ikkala o’yinni o’ynovchi o’quvchilar qancha bo’lishi mumkin? Hech bo’lmaganda bitta o’yinni o’ynovchi o’quvchilar sonichi?

3. A={a,b,c,d,e} va B={1,2,3,4} to’plamlar berilgan. Bu to’plamlarning dekart ko’paytmasida nechta element bor? Javobingizni asoslab bering.

4. Sinfdagi 28 o’quvchidan necha usul bilan sinf faollarini: sinfkomni, tozalik rahbarini va devoriy gazeta muharririni saylash mumkin?

5. 10 kishidan 4 ta nomzodni necha usulda ko’rsatish mumkin?

6. 3, 4, 5, 6 raqamlaridan foydalanib nechta uch xonali son tuzish mumkin? (Bunda raqam sonda bir marta qatnashadi)

7. 3, 4, 5, 6 raqamlaridan foydalanib nechta 3xonali son tuzish mumkin? (Bunda raqamlar takrorlanib kelishi mumkin)

8. 7, 0, 5, 3 raqamlaridan foydalanib nechta 3 xonali son tuzish mumkin? (Sonda raqam bir marta qatnashadi)

9. 7, 0, 5, 3 raqamlaridan foydalanib nechta 3 xonali son tuzish mumkin? (Sonda raqam takrorlanib kelishi mumkin)

10. Stol atrofida 9 kishini necha usulda joylashtirish mumkin?

11. Musobaqada har bir shaxmatchi raqibi bilan bir martadan o'ynashgan. Ular 28ta uyin o'tkazgan bo'lishsa, musobaqada nechta shaxmatchi o'ynagan?

12. 15 ta o'quvchi bir-birlari bilan qo'l berib ko'rishishdi. Ular hammasi bo'lib necha marta qo'l berib salomlashishgan?

13. Bitiruvchi o'quvchilar esdalik uchun bir-birlariga rasmlarini berishdi. Barcha rasm almashtirishlar soni 780 marta bo'lsa, nechta o'quvchi maktabni bitirgan.

14. 13ta musobaqadosh o'rtasidan birinchi, ikkinchi va uchinchi o'rinlar necha xil usulda taqsimlanishi mumkin.

15. 7254 son raqamlaridan bir marta foydalangan holda nechta toq son yozish mumkin?

16. 2310 sonning tub bo'luvchilaridan ikkitadan tub bo'luvchilariga ega bo'lgan nechta murakkab son tuzish mumkin?

17. Tekislikdagi har 3tasi bir to'g'ri chiziqda yotmagan 8ta nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar soni nechta?

18. Hisoblang: $\left(C_5^3 + A_{12}^2\right) \cdot P_3$

19. Hisoblang: $\left(A_5^2 + P_4\right) \cdot C_6^2$

20. Hisoblang: $\left(P_5 + A_7^2\right) \cdot C_4^3$

21. Hisoblang: (13! + 12! - 11!) : (6! - 5!)

22. X ni toping. $C_{x+2}^3 = 10$

23. X ni toping. $C_5^x = 10$

24. Tenglamani yeching. $C_{x+2}^5 = 126$

25. Hisoblang: $\left(A_7^2 + P_5\right) : C_5^3$

26. Hisoblang: $\left(A_7^6 - P_3\right) \cdot C_6^2$

27. Hisoblang: $P_4 \cdot A_4^3 - C_9^5$

28. Hisoblang: $\left(C_{10}^{3}+C_{5}^{2}\right)\cdot P_{3}$

29. Hisoblang: $\left(C_{7}^{4}+A_{7}^{4}\right): P_{4}$

30. Hisoblang: $\left(P_{4}+C_{4}^{3}\right)\cdot A_{4}^{3}$

Matematik tushuncha.

Bizni o‘rab olgan dunyo turli xil ob’ektlardan tashkil topgan. Bu ob’ektlarni o‘rganishda biz ularning ba’zi bir xossalari bilan qiziqamiz, masalan, ularni shakli, rangi, hidi, massasi va hokazo. Ayrim hollarda ular sonlar bilan ham ifodalanadi(masalan, 60 kg). Biz ob’ektlarni xossalari to‘g‘risida gapirib ular to‘g‘risida hukm chiqaramiz. Masalan: «Olma daraxtining bo‘yi 125 sm», «Sinf doskasi qizil» - bu chiqargan hukmlarimiz rost yoki yolg‘on bo‘lishi mumkin.

Ayrim hukmlarimiz bitta ob’ekt uchun emas, balki ob’ektlar sinfi uchun ham to‘g‘ri bo‘ladi. Ob’ektlarni sinflarga birlashishi ularning yaqinligini va ularning xossalarini bir xilligini ko‘rsatadi.

Ob’ektlarni sinflarga birlashishi ayrim nomlar bilan ataladi, masalan, «o‘simliklar», «sutemizuvchilar» va hokazo.

Kishilik jamiyati rivojlanishi bilan insonning fikrlashida dastlab kichik ob’ektlarni qamrovchi tushunchalar vujudga kelgan.

Masalan «daraxtlar» tushunchasiga dastlab- daraxtlarning ayrim turlarini ifodalovchi «qayrag‘och», «terak», «tol» kabi so‘zlardan kelingan.

Dunyoni bilish jarayonida bu tushunchalar orasidagi o‘zaro bog‘lanishni, ob’ektlarni xossalarini o‘rganish tushunchalarni yanada kengaytirishga olib kelgan.

Fan rivojlanishi natijasida abstrakt tushunchalar yuzaga kela boshladi. Bunday tushunchalar insoniyat to‘plagan katta tajribani umumlashtirish natijasida yuzaga keladi va moddiy dunyoning tub mohiyatini aks ettiradi, lekin real ob’ektlarning ko‘pgina xossalaridan ko‘z yumgan holda, ularni ideallashtirish natijasida hosil bo‘ladi.

Masalan, kubning xossalarini o‘rganishda biz uni sirtini juda silliq, qirralari esa bir-biriga teng bir xil deb qaraymiz, aslida esa kubni haqiqiy jism sifatida qarasak, u ideal silliq sirtga va qirralari ham bir xil uzunlikka ega emas.

Tushuncha o‘zi nima?

Tushuncha – bu predmetlar va hodisalarni ba’zi bir muhim alomatlariga ko‘ra farqlash yoki umumlashtirish natijasidir.

Alomatlar esa, predmet yoki hodisalarning bir-biriga o‘xshashligi yoki farqlanishini bildiruvchi xossalardir.

Muhim xossa deb, faqat shu ob’ektga tegishli va bu xossasiz ob’ekt mavjud bo‘laolmaydigan xossalarga aytiladi.Ob’ektning mavjudligiga ta’sir qilmaydigan xossalar muhim bo‘lmagan deb hisoblanadi.

Agar biror ob’ektning barcha muhim xossalari to‘plangan bo‘lsa, bu ob’ekt haqida tushuncha bor deyiladi. Tushuncha nomlanadi, mazmun va hajmga ega bo‘ladi.

Ob’ektning barcha muhim xossalari to‘plami tushunchaning mazmunini tashkil qiladi.

Bir xil muhim xossalarga ega ob’ektlar to‘plami tushuncha hajmini tashkil etadi.

Demak, tushuncha hajmi bitta tushuncha bilan nomlanishi mumkin bo‘lgan ob’ektlar to‘plami ham ekan.

Tushuncha hajmi va mazmuni orasida teskari bog‘lanish mavjud. Tushunchaning hajmi qancha «katta» bo‘lsa, mazmuni shuncha «kichik» va aksincha bo‘ladi.

Agar biror tushuncha hajmi ikkinchi tushuncha hajmini qismi bo‘lsa, u holda ikkinchi tushuncha birinchi tushunchaga nisbatan umumiy, birinchi tushuncha ikkinchi tushunchaga nisbatan xususiy deyiladi.

Masalan: «to‘rtburchak» parallellogramm tushunchasi uchun umumiy, parallellogramm tushunchasi esa «to‘rtburchak» tushunchasining xususiy holidir.

Ba’zan ikki xil berilgan ta’rif hajmi bir xil bo‘lgan tushunchani berishi mumkin.

Masalan: teng tomonli uchburchak va tengburchakli uchburchaklarga berilgan ta’riflar, birinchisida teng tomonlar to‘g‘risida so‘z yuritilsa, ikkinchisida teng burchaklar to‘g‘risida so‘z boradi. Bularda tushuncha hajmi bir xil, ammo tushunchalar mazmuni har xil.

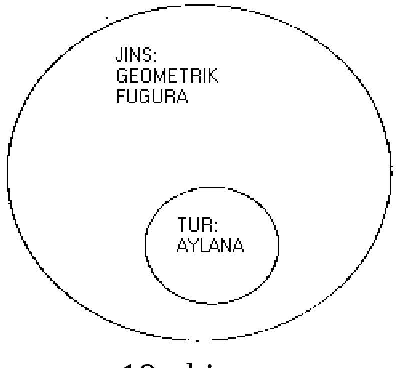
Har bir tushuncha uchun bir qancha xossalar alomatlar va boshqa tushunchalarga bog‘liq munosabatlar mavjud. Bular shu tushunchaning mazmunini tashkil qiladi.

Tushunchalarni o‘rganishda ularni umumiyroq bo‘lgan tushuncha orqali tushuntirish yoki boshqacha aytganda ta’riflashga harakat qilinadi. Shu umumiyroq tushuncha ham ilgariroq tushuntirilgan yoki ta’riflangan bo‘lishi kerak. Lekin har bir uchraydigan tushunchani ilgari ma’lum bo‘lgan tushunchani topib ta’rif beraverish murakkab va mumkin bo‘lmagan jarayondir. Shuning uchun ba’zi tushunchalar ta’riflanmaydi va boshlang‘ich tushuncha deb qabul qilinadi.

Tushunchaga ta’rif berishning bir necha usullari bor:

Oshkor ta’rif: tushunchada unga nisbatan umumiyroq tushunchani ko‘rsatib, shu umumiy tushuncha bilan nomlangan ob’ektlardan qanday xossa bilan ajralib turishini aytish orqali;

Bunday ta’rif odatda jins va tur orqali ta’riflash deyiladi. (19- chizma)



19-chizma

Oshkormas ta’rif: bunga aksiomatik ta’riflash kiradi va bunday ta’rifda ta’rif berilayotgan tushuncha ob’ekti aniq ko‘rsatilmaydi

Tushuncha ta’rifi quyidagi talablarni qanoatlantirishi kerak:

1) ta’riflanayotgan tushunchani bir qiymatli aniqlashga imkon berishi;
2) avval ma’lum bo‘lgan tushunchalarga asoslanishi;
3) tushunchaning o‘zi yoki shu tushuncha bilan ta’riflangan tushuncha bilan ta’riflashga yo‘l qo‘ymasligi;
4) ortiqcha xossalarni(qolganlaridan keltirib chiqarish mumkin bo‘lgan) ko‘rsatmasligi kerak.

Tushunchalar va ob’ektlar xossalari orasidagi munosabatlarni qaraylik. Agar biror a tushuncha hajmiga kiruvchi barcha ob’ektlar biror α xossaga ega bo‘lsa, α xossa shu tushunchaning zaruriy belgisi, muhim xossasi bo‘ladi. Masalan; kvadratning diagonallarini teng bo‘lish xossasi, uning zaruriy belgisi, muhim xossasi hisoblanadi. Berilgan tushunchaning muhim xossalari ichida uning ajralib turuvchi xarakteristik xossasi ham mavjud.

Bu xossa ob’ektlarning ma’lum sinfiga xos bo‘lib, boshqa ob’ektlarga xos emas. Masalan, dioganallar uzunliklarini tenglik xossasi parallellogramlar sinfidagi to‘rtburchaklar uchun xarakteristik xossa sanaladi.

To‘rtburchaklar sinfida bu xossa xarakteristik xossa emas, chunki dioganallari teng bo‘lgan to‘rtburchaklar to‘g‘ri to‘rtburchaklar emas.

Masalan, dioganallari teng bo‘lgan to‘rtburchak teng yonli trapetsiya ham bo‘lishi mumkin.

Agar berilgan sinf ob’ektlarining ba’zilari α xossaga ega bo‘lib, bu

sinfga kirmaydigan ob’ektlarning hech bittasi bu xossaga ega bo‘lmasa, u holda α - xossa tushuncha uchun yetarlik belgi hisoblanadi.

Masalan, to‘rtburchak parallellogramm bo‘lishi uchun uning dioganallari uzunliklarining teng bo‘lishi yetarlik belgi hisoblanadi.

Tushuncha va xossalar orasida turli xil bog‘lanishlar mavjud. Shuningdek xossalarning o‘zlarining o‘rtasida ham turli xil bog‘lanishlar bor. Aytaylik, ikkita α va β xossalar berilgan bo‘lsin.

Quyidagi hollar bo‘lishi mumkin.

1) ob’ektlar ikkita α va β xossalarga ega bo‘lishi, ob’ektlar faqat α xossaga ega bo‘lishi, ob’ektlar faqat β xossaga ega bo‘lishi, ob’ektlar ikkala α va β xossalarga ega bo‘lmasligi mumkin. Bu xossalarga bog‘lanmagan xossalar deyiladi.

Masalan: natural sonlarni 3 ga bo‘linishi xossasi 5 ga bo‘linishi xossasiga bog‘lanmagan, natural sonlar bor 3 ga ham 5 ga ham bo‘linadi, 3 ga bo‘linadi, ammo 5 ga bo‘linmaydi, 5 ga bo‘linadi, ammo 3 ga bo‘linmaydi, 3 ga ham 5 ga ham bo‘linmaydi.

2) Ixtiyoriy ob’ekt α xossaga ega bo‘lsa, β xossaga ham ega bo‘ladi. Bu holda β xossa α xossaning natijasi deyiladi. Masalan, natural sonlarni 3 ga bo‘linishi 9 ga bo‘linishi xossasini natijasi desa bo‘ladi. Shuningdek α xossa β xossani natijasi sifatida ham bo‘lishi mumkin.

3) Ixtiyoriy α xossaga ega bo‘lgan ob’ekt β xossaga ham ega, β xossaga ega bo‘lgan ob’ekt α xossaga ham ega bu holda α va β xossalar teng kuchli deyiladi. Masalan, kvadratning tomonlari teng xossasi, uning diogannallari o‘zaro perpendikulyar va teng degan xossasiga teng kuchli.

4) α xossaga ega bo‘lgan bitta ob’ekt ham β xossaga ega emas, bu holda α va β xossalari birgalikda emas deyiladi.

5) Ixtiyoriy ob’ekt α va β xossalardan faqat bittasiga ega. Bu holda α va β xossalar qarama-qarshi deyiladi. Masalan: Natural sonlarni juftlik va toqlik xossalari qarama-qarshi xossalar. Haqiqatan ham istalgan natural son toq yoki juft bo‘ladi.

3-ilova

Maktabda o‘quvchilar taqqoslash, ob’ektlarni klassifikatsiyalash, faktlarni analiz qilish, ayrim sodda fikrlarni isbotlash, tenglama, tengsizliklarni yechish kabilar haqidagi jumlalar bilan ish ko‘radi. Har qanday matematik nazariya esa u yoki bu matematik jumlani chin yoki yolg‘onligini tekshirish bilan ish ko‘radi.

Ta’rif. Chin yoki yolg‘onligi haqida fikr yuritish mumkin bo‘lgan darak gaplarga mulohaza (jumla) deyiladi. So‘roq yoki his-hayajon gaplar mulohaza bo‘la olmaydi. Noma’lum qatnashgan gaplar ham mulohazaga kirmaydi. Mulohazalar bu matematik mantiq fanini boshlang‘ich tushunchasi hisoblanib u quyidagicha quriladi:

1) ob’ektlar to‘plami beriladi:
2) ob’ektlarning ba’zi bir xossalari va ular orasidagi munosabatlar bayon qilinadi:

Mulohazalar nazariyasining boshlang‘ich ob’ektlari sodda mulohazalardan tashkil topadi va ular alifboning kichik harflari $a, b, s, ...$lar bilan belgilanadi. Har bir sodda mulohaza chin yoki yolg‘on bo‘lishi mumkin. Chin mulohaza qiymati 1, yolg‘on mulohaza qiymati 0 bilan belgilanadi.

$a-$ "$4>3$" - chin mulohaza

$b-$ "$7+5=12$" - chin mulohaza

$s-$ "5-juft son" - yolg‘on mulohaza

$d-$ "7- toq son" - chin mulohaza

bu mulohazalarda a, b, d lar chin, s – yolg‘on. Matematikada har bir teorema mulohaza hisoblanadi. Teoremani isbotlash uchun oldin rostligi isbotlangan teoremalar, aksiomalar va boshlang‘ich tushunchalardan foydalaniladi. Bizga ma’lumki, sodda mulohazalardan bog‘lovchi so‘zlar yordamida murakkab mulohazalar hosil qilinadi. Bular «emas», «va» , «yoki», «… kelib chiqadi», «agar bo‘lsa, … u holda», «zarur va yetarli» kabi bog‘lovchi so‘zlar bo‘lib, bularni har bittasi bitta mantiqiy amalga mos keladi.

Endi mulohazalar ustida mantiqiy amallarni qaraymiz:

1) **Mulohaza inkori**. $a-$ biror mulohaza bo‘lsa, u mulohazani yolg‘on deb boshqa mulohazaga ega bo‘lamiz. Bu mulohaza a mulohazani inkori deyiladi va

u $\bar{a}$ bilan belgilanadi. Chin mulohazani inkori yolg‘on, yolg‘on mulohazani inkori chin bo‘ladi.

Masalan: «$3^2 = 6$» -$\bar{b}$-yolg‘on mulohazani «$3^2 \neq 6$» - b chin mulohaza bo‘ladi. Chin mulohazani – ch, yolg‘on mulohaza – yo bilan belgilaymiz. Bulardan tubandagi jadvalni tuzamiz:

a	$\bar{a}$	a
ch	yo	ch
yo	ch	yo

2) **Mulohazalar kon’yunksiyasi.**

Aytaylik a va b elementar mulohazalar bo‘lsin. a va b mulohazalarni «va» bog‘lovchi yordamida biriktirib yangi mulohaza hosil qilamiz va unga a va b mulohazalarni kon’yunksiyasi deyiladi, u $a \wedge b$ ko‘rinishida belgilanib «a va b» deb o‘qiladi. a va b kon’yunksiyasi a va b larning ikkalasi chin bo‘lganda chin bitta yoki ikkalasi yolg‘on bo‘lganda yolg‘on. Chinlik jadvali quyidagicha:

a	b	$a \wedge b$
ch	ch	ch
ch	yo	yo
yo	ch	yo
yo	yo	yo

Masalan: «7-4=3» va «4-juft son» kon’yunksiyasi chin, «3<8», «8<11» mulohazalar «3<8», «8<11» kon’yunksiyalar chin ularni birlashtirib «3<8<11» deb yozish mumkin. Demak, qo‘sh tengsizlik ham mulohazalar kon’yunksiyasini ifodalar ekan. Mulohazalar kon’yunktsiyasi $a \wedge b = b \wedge a$ kommutativlik, $(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$- assotsiativlik xossalariga ega a mulohazani inkori $\bar{a}$ bilan kon’yunksiyasini qaraylik.

a	$\bar{a}$	$a \wedge \bar{a}$
ch	yo	yo
yo	ch	yo

Bunda $a \wedge \bar{a}$ - aynan yolg‘on deyiladi. $a \wedge \bar{a}$ - yo deb yoziladi.

3) **Mulohazalar diz’yunksiyasi.**

Ikkita mulohazani yoki bog‘lovchisi bilan birlashtirib yangi mulohaza hosil qilamiz. Bu mulohazaga mulohazalar diz’yunksiyasi deyiladi va $a \vee b$ ko‘rinishida belgilanib «a yoki b» deb o‘qiladi. Mulohazalar diz’yunksiyasi uni hosil qiluvchi ikkala mulohaza yolg‘on bo‘lgan paytda yolg‘on, qolgan hollarning barchasida chin, uning chinlik jadvali quyidagicha:

a	b	$a \vee b$
ch	ch	ch
ch	yo	ch
yo	ch	ch
yo	yo	yo

Ikkita elementar mulohazadan diz’yunksiya tuzamiz.

1-misol. «12>8», «12=8» mulohazalari berilgan «12>8» yoki «12=8» - bu mulohaza chin, chunki unga kiruvchi «12≥8» kabi yoziladi. Bundan ko‘rinadiki, qat’iymas sonli tengsizlik, qat’iy tengsizlik va tenglikni diz’yunksiyasini tashkil qilar ekan.

2-misol. 2≤2, 2=3 mulohazalarini ikkalasi ham yolg‘on.

Ixtiyoriy a,b,c mulohazalar uchun quyidagilar o‘rinli:

$a \vee b = b \vee a$ (kommutativlik xossasi)

$(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee a)$ (assotsiativlik xossasi).

Odatda assotsiativlik xossasini yozishda qavslar tashlab yoziladi. Chinlik jadvali yordamida quyidagilarga ishonch hosil qilish mumkin.

$$(a \vee b) \wedge c = (a \wedge c) \vee (b \wedge c)$$

$$(a \wedge b) \vee c = (a \vee c) \wedge (b \vee c)$$

Birinchisiga diz’yunksiyaga nisbatan kon’yunksiyaning distributivligi deb aytiladi.

a mulohaza va uni inkori diz’yunksiyani tuzamiz.

a	$\bar{a}$	$a \vee \bar{a}$
ch	yo	ch
yo	ch	ch

Bu holda $a \vee \bar{a}$ aynan chin deyiladi va $a \vee \bar{a}$ - ch deb yoziladi. Shunday misolni qaraylik “$x^2 + 3 = 0$” tenglama haqiqiy idlizga egami yoki ega emas» - mulohazani a bilan belgilasak, «haqiqiy ildizga ega emas» - mulohazasi $\bar{a}$ bo‘ladi.

Ikkalasini diz’yunksiyasi ixtiyoriy a da $a \vee \bar{a}$ - ch deb yoziladi. Chinlik jadvali yordamida kon’yunksiya, diz’yunksiya va mulohaza inkori orasidagi quyidagi munosabatlarni o‘rnatish mumkin.

a) $\overline{a \wedge b} = \bar{a} \vee \bar{b}$, b) $\overline{a \vee b} = \bar{a} \wedge \bar{b}$

Bu munosabatlar De Morgan qonunlari deyiladi.

Mulohazalar implikatsiyasi.

Agar a bo‘lsa, u holda b mulohazasi bo‘ladi mulohazani mulohazalar implikatsiyasi deyiladi. $a \Rightarrow b$ ko‘rinishida belgilanadi. $a \Rightarrow b$ implikatsiyasiga kiruvchi a mulohaza implikatsiya sharti b-mulohaza esa implikatsiya natijasi deyiladi. $a \Rightarrow b$ implikatsiya faqat a mulohaza chin b mulohaza yolg‘on holatdagina yolg‘on bo‘lib, qolgan barcha hollarda chin qiymatga ega. Chinlik jadvali quyidagicha:

a	b	$a \Rightarrow b$
ch	ch	ch
ch	yo	yo
yo	ch	ch
yo	yo	ch

Implikatsiya amalini mulohaza inkori va diz’yunksiya amali orqali ifodalash mumkin. $(a \Rightarrow b) = a \vee b$. Buni chinlik jadvali yordamida isbotlash mumkin.

a	b	$\bar{a}$	$a \Rightarrow b$	$\bar{a} \vee b$
Ch	ch	yo	ch	ch

Ch	yo	yo	yo	yo
Yo	ch	ch	ch	ch
Yo	yo	ch	ch	ch

$a \Rightarrow b$ implikatsiya berilgan bo‘lsa, mulohazalar o‘rnini almashtirib $b \Rightarrow a$ yangi implikatsiyaga ega bo‘lamiz. Bu yozilgan implikatsiyaga teskari implikatsiya deyiladi. Masalan: «Agar 138 sonini raqamlar yig‘indisi 3 ga karrali bo‘lsa, u holda 138 soni 3 ga karrali». Teskari implikatsiya : «Agar 138 soni 3 ga karrali bo‘lsa, u holda uning raqamlarini yig‘indisi 3 ga karrali». Bu chin implikatsiya, ammo hamma vaqt ham teskari implikatsiya chin bo‘lavermaydi. Masalan: «Agar 5>2 bo‘lsa, u holda 5 juft son» yolg‘on, teskarisi: «agar 5 juft son bo‘lsa, u holda 5>2 bo‘ladi», bu chin, chunki implikatsiya sharti yolg‘on. a va b mulohazalarni ularni inkoriga almashtirsak $\bar{a} \Rightarrow \bar{b}$ implikatsiyaga ega bo‘lamiz. Bu implikatsiya $a \Rightarrow b$ implikatsiyaga qarama-qarshi deyiladi.

Chinlik jadvali yordamida $a \Rightarrow b$ va $\bar{b} \Rightarrow \bar{a}$ lar teng kuchli ekanini ko‘rish mumkin.Masalan: «Agar o‘nli sanoq sistemasida 130 sonini oxirgi raqami 0 bilan tugasa, u holda 130 soni 5 ga bo‘linadi». Unga teng kuchli implikatsiya «Agar 130 soni 5 ga bo‘linmasa, u holda uning o‘nli sanoq sistemasida yozilishida oxirgi raqami 0 bilan tugamaydi.

Bu holda ikkalasi ham chin. $b \Rightarrow a$ va $\bar{a} \Rightarrow \bar{b}$ implikatsiyalarni ham teng kuchli ekanini kuzatish mumkin.

5**) Mulohazalar ekvivalensiyasi**. Ikkita a va b mulohazalarning ikkalasi ham chin yoki ikkalasi ham yolg‘on bo‘lganda chin, qolgan hollarda yolg‘on bo‘ladigan yangi mulohazaga mulohazalarning ekvivalensiyasi deyiladi. Ekvivalensiya $a \Leftrightarrow b$ ko‘rinishida belgilanadi. Chinlik jadvali tubandagicha:

a	b	$a \Leftrightarrow b$
ch	ch	ch
yo	ch	yo
ch	yo	yo
yo	yo	ch

Masalan: «129 soni 3 ga bo‘linadi, faqat uning raqamlari yig‘indisi 3 ga bo‘linsa.»

a mulohaza – «129 soni 3 ga bo‘linadi».

b mulohaza – «129 sonini raqamlar yig‘indisi 3 ga bo‘linadi».

Ikki mulohaza ham chin bo‘lganligi uchun ekvivalensiya ham chin. Ikkala mulohaza yolg‘on bo‘lsa, u holda ham ekvivalensiya chin bo‘ladi. Masalan: «127 soni 3 ga bo‘linadi, faqat 127 sonining raqamlar yig‘indisi 3 ga bo‘linsa» - bu holda a va b lar ikkalasi ham yolg‘on.

Predikatlar(kvantorlar) haqida tushuncha.

Ta’rif. Tarkibida ŏzgaruvchi qatnashgan mulohaza *predikat* deyiladi.

Predikatda qatnashgan ŏzgaruvchilar soniga qarab u bir ŏrinli yoki unar (bitta ŏzgaruvchi qatnashsa), ikki ŏrinli yoki binar (ikkita ŏzgaruvchi qatnashsa), uch ŏrinli yoki ternar (uch ŏzgaruvchi qatnashsa), va umumiy holda n - ŏrinli yoki n-ar (n-ta ŏzgaruvchi qatnashsa) deyiladi. Nol ŏrinli predikat sifatida ŏzgarmas mulohaza qabul qilingan.

Masalan. *P(x) "x>5", P(x,y)= "x+y=3", P(x,y,z) = " x+y –z=0 "* ,

$P(x_1,x_2,\ldots,x_n)=$ "$x_1x_2\ldots x_{n-1}>x_n$" predikatlar mos ravishda bir , ikki, uch va n- ŏrinli predikatlardir.

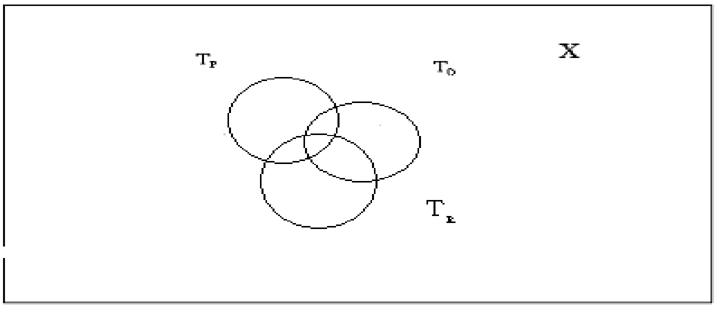
Predikatni rost mulohazaga aylantiradigan barcha ŏzgaruvchilar tŏplami bu predikatning *rostlik sohasi* deyiladi.

Misol: $P(x) \Rightarrow (Q(x) \wedge R(x))$ predikat rostlik to'plamini topaylik.

Yechilishi:

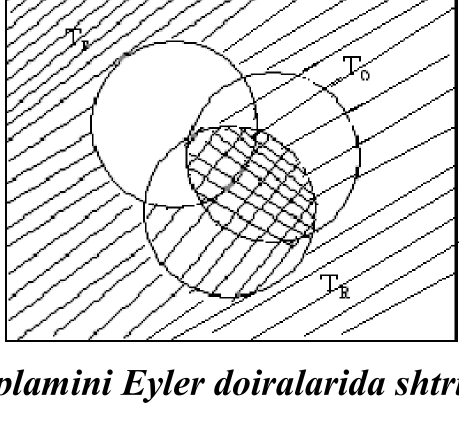
X – predikatlarning aniqlanish sohasi,
T_R – R(x) predikatning rostlik to'plami,
T_Q - Q(x) predikatning rostlik to'plami,
T_R – R(x) predikatning rostlik to'plami bo'lsin.

Bu to'plamlarni diagrammada tasvirlaymiz. Umumiy holda $P \cap Q \cap R \neq 0$ deb olamiz.



$Q(x) \wedge R(x)$ konyunksiyaning rostlik to'plami $T_Q \cap T_R$ sohadan iborat, shtrixlaymiz.

$P(x) \Rightarrow (Q(x) \wedge R(x))$ predikatning rostlik to'plami: (barcha shtrixlangan soha)



Predikatning rostlik to'plamini Eyler doiralarida shtrixlab ko'rsating.

1. $P(x) \Rightarrow (\overline{Q(x)}) \wedge R(x))$.
2. $\overline{A(x) \Leftrightarrow B(x)} \wedge C(x)$.
3. $(P(x) \wedge Q(x)) \vee \overline{C(x)}$.

11. Mantiqiy operatsiyalar va ularning qonunlari.

1. Quyidagi tasdiqlar bir vaqtda rost bo’lishi mumkinmi?
I: "A o’quvchi masalani yechdi, B o’quvchi yechmadi".
II: "A,B,C o’quvchilarning kamida bittasi masalani yechdi".
III: "B o’quvchi ham, C o’quvchi ham masalani yechmadi".

2. Quyida ikkita gap berilgan.
I: "a soni 2ga ham, 3ga ham, 5ga ham karrali emas".
II: "a soni 2ga va 3ga karrali yoki 5ga karrali emas". Bu gaplar bir-birining inkori bo’lishi mumkinmi? Agar inkori bo’lmasa, har bir gapning inkorini tuzing.

3. Karima sinfdoshlariga o’zining bu yil gimnastika yoki figurali uchish, ingliz tili shuningdek xor to’garagiga ishtirok etishini aytdi. Qaysi holda bu mulohaza to’g’ri bo’ladi? Mumkin bo’lgan javobingizning barchasini keltiring.

4. Nodira o’zining o’rtog’iga yozda oromgohga borishi, shuningdek sinf o’rtoqlari yoki ota-onasi bilan dam olishga borishini aytdi. Bu mulohaza qaysi paytda yolg’on bo’ladi? Mumkin bo’lgan barcha hollarni yozing.

5. "a soni - 15 sonidan katta yoki 3 va 7 soniga karrali" predikat berilgan. a soni o’rniga shunday 2 ta son qo’yingki, oxirgi mulohaza rost bo’lsin.(Javobingizni izohlang). Bu 12 soni bo’lishi mumkinmi, nima uchun?

6. "Figura to’rtburchakdir va dianonallari o’zaro teng" mulohaza yolg’on bo’lgan hol uchun 2ta figura rasmini chizing.

7. O’qituvchi "Kim derazani sindirdi?" degan savoliga o’quvchilar quyidagicha javob berishdi:
Amina: "Bu ishni Lola qildi".
Lola: "Derazani Olima sindirdi".
Amina: "Bu men emas".
Olima: "Lola noto’g’ri aytdi, derazani men sindirgan emasman".
O’qituvchi bu o’quvchilarning faqat bittasi rost gapirganligini bilib oldi. Derazani kim sindirgan?

8. "Barcha 2 xonali" degan gap yolg’on bo’lishligi uchun 5 ta misol keltiring. Siz yozgan sonlar orasida 7 soni bormi? Javobingizni izohlang.

9. To’rtta figura rasmini tasvirlang. Qaysiki "ba'zi uchburchaklar borki ular teng yonli" - degan jumla yolg’on bo’lsin. Chizilgan shunday figuralar qatoriga teng tomonli uchburchak ham bo’lishi mumkinmi? Javobingizni izohlang.

10. Quyidagi tasdiqlarni isbotlang yoki rad eting.
a) Shunday kvadratlar mavjudki, ular to’g’ri to’rtburchak.
b) Barcha kvadratlar to’g’ri to’rtburchak.
v) Ba'zi kvadratlar to’g’ri to’rtburchak emas. Bu tasdiqlar ichida bir-birini inkor qiluvchi tasdiqlar bormi?

11. Quyidagi tasdiqlar bir vaqtda rost bo’lishi mumkinmi?
I: "A mashina yashil rangda, B mashina esa qizil rangda".
II: "A,B,C mashinalarning kamida bittasi yashil rangda".
III: "B mashina ham, C mashina ham qizil rangda".

12. "Men kinoga boraman yoki uyda o’tiraman".
"Men kinoga ham bormayman, uyga ham o’tirmayman". Bu gaplar bir-birining inkori bo’la oladimi? Nima uchun?

13. "a soni 6ga karrali".
"b soni 3ga karrali".
"c soni 2ga karrali".
"d soni 3ga xam, 2ga ham karrali"
"e soni 3ga xam, 2ga ham karrali emas". Ushbu mulohazalardan o’zaro inkor va o’zaro teng bo’lgan mulohazalarni ko’rsating. Javobingizni izohlang.

14. Shunday 3 ta figurani misol keltiringki, ularda "figura burchakka va tomonga ega emas" mulohaza yolg’on qiymat qabul qilsin.

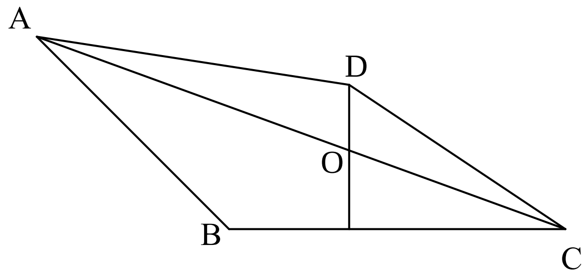
15. Anvar: "Bugun qaysi kun?" deb so’radi.
Botir: "Yakshanba, dushanba,…,shanba emasligini bilaman" deb javob berdi. Aytingchi Botir aytgan fikr qanday qiymat qaytaradi?

16. {1,2,…,100} to’plamida "a soni bir xonali ham, ikki xonali ham emas" predikat rost bo’lishi uchun a nechaga teng bo’lishi kerak?

17. X={-1; 2; 0; -9} to’plam berilgan. 1)"X to’plamda manfiy son mavjud", 2)"X to’plamda yoki manfiy son, yoki musbat son mavjud", 3)"X to’plamda manfiy ham, musbat ham bulmagan son mavjud". Quyidagi mulohazalardan qaysi biri rost va qaysisi yolg’on mulohazaligini izohlab bering.

18. $A, B, C \in N$, «B=15, B<A, B<D<A» mulohaza rost bo’lgan hol uchun D=16 qiymat berish mumkinmi?

19. 1) Bu shakl ichida to’rtburchak mavjud.
2) Bu shaklda uchburchak mavjud.
3) Bu shaklda ham uchburchak, ham to’rtburchak mavjud.
4) Bu shakl ichida yoki to’rtburchak yoki uchburchak mavjud.



20. "a soni 3 bilan tugaydi va 6 ga bo’linadi".
Bu predikat qanday qiymatlar qabul qilishi mumkin?

21. "Oxiri 5 bilan tugaydi, lekin 10 ga bo’linmaydi" tasdiq rost bo’lgani holda 4ta misol keltiring.

22. "Romb yoki parallelogramm yoki kvadrat bo’lishi mumkin" mulohazaga inkor mulohazani toping.

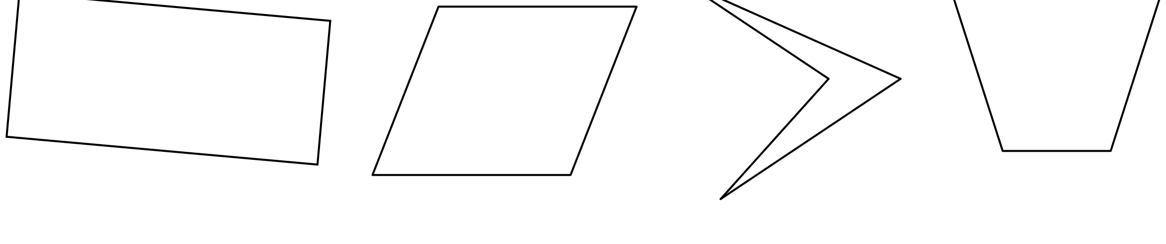
23. "6 raqami ikkiga ham uchga ham bo’linadi"
"6 raqami yoki 2ga yoki 3ga bo’linadi". Bular o’zaro inkor mulohazalar bo’la oladimi?

24. "16 ga bo’lingan son sakkizga ham bo’linadi" mulohazaga inkor bo’lgan mulohazani toping.

25. "Figura – to’rtburchak, diagonallari o’zaro perpendikulyar" mulohaza rost bo’ladigan 2ta figura, yolg’on bo’ladigan 2ta figura rasmini chizing.

26. "Bir xonali son bu - raqam emas" mulohaza inkorini tuzing.

27. Ikki kishi shaxmat o’ynashyapti. Quyidagilardan qaysi biri rost mulohaza bo’ladi.
– "birinchisi ikkinchisini yutadi"
– "ikkinchisi birinchisini yutadi"
– "yoki birinchisi yutadi, yoki ikkinchisi yutadi va durang bo’ladi"
– "durang bo’ladi"
– "yoki birinchisi yutadi, yoki ikkinchisi yutadi yoki durang bo’ladi".
28. "Quyidagi figuralarning hammasi to’rtburchak" mulohaza rostmi?



29. "Butun sonlar to’plami musbat va manfiy sonlardan iborat" mulohaza rostmi? Javobingizni izohlang.

30. N-natural sonlar to'plami
R-haqiqiy sonlar to'plami
Z-butun sonlar to'plami
Q- ratsional sonlar to'plami
I-irratsional sonlar to'plami
K-kompleks sonlar to'plami bo'lsin.
Quyidagilardan qaysilari yolg'on mulohazalar?
1)«$N \subset R \subset K$» 2) «$Z^+ \cup Z^- = Z$» 3) $I \cap Q = R$ 4) $Z^+ \neq N$

Mustaqil-nazorat ishni bajarish bo'yicha usuliy ko'rsatmalar.

Bajariladigan nazorat ish daftarining yuzi quyidagicha to'ldiriladi(misol tariqasida):

Boshlang'ich ta'lim va sport, tarbiyaviy ish yo'nalishi bo'yicha o'qiyotgan maxsus sirtqu bo'lim 1-bosqich "a" guruh talabasi Yo'ldosheva Sanobarning matematika fanidan yozgan nazorat ishi.
- Talaba uy adresi;
- Ish joyi, staji;

Nazorat ish daftarining birinchi betida:
Variant nomeri, topshiriq nomerlari, hamda topshiriq berilishi.
Daftarning keyingi betlarida har bir topshiriqning bajarilishi qayd etib boriladi.

1-mavzu. To'plamlar kesishmasi, birlashmasi va ayirmasini topish.

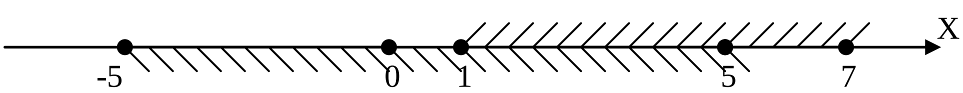
1-masala: Quyidagi to'plamlarning kesishmasi, birlashmasi, ayirmasini toping.

a) $A = \{x | x \in R, \quad 1 \le x \le 7$
$B = \{x | x \in R, \quad -5 \le x \le 5$

б) A-ikkiga karrali sonlar
B-ikki xonali sonlar

Yechish: To'plamlar kesishmasi, birlashmasi, ayirmasi ta'riflarini keltiramiz:
1) A va B to'plamlarning kesishmasi deb, shu to'plamlarning umumiy elementlaridan tuzilgan to'plamga aytiladi: $A \cap B = \{x \mid x \in A$ va $x \in B\}$
2) A va B to'plamlarning birlashmasi deb, shu to'plamlarning barcha elementlaridan tashkil topgan to'plamga aytiladi: $A \cup B = \{x \mid x \in A$ yoki $x \in B\}$
3) A va B to'plamlar ayirmasi deb, A to'plamning B to'plamga tegishli bo'lmagan elementlar to'plamiga aytiladi: $A \setminus B = \{x \mid x \in A$ va $x \notin B\}$

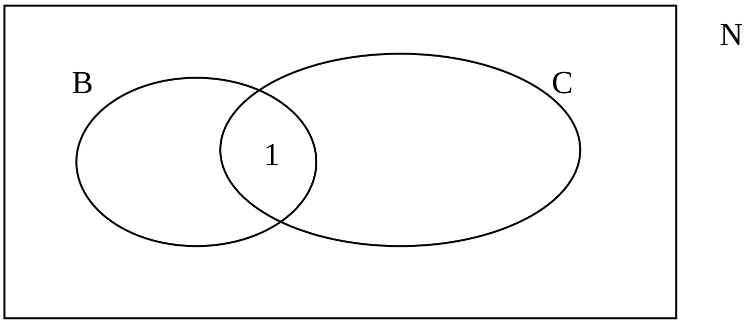
a) Yuqoridagi ta'riflarni qo'llab A va B to'plamlarning kesishma, birlashma va ayirmasini topamiz. Dastlab A hamda B to'plamlarni son o'qida tasvirlaymiz.



$A \cap B = \{x \mid x \in R, 1 \le x \le 5\}$ $\qquad$ $A \cup B = \{x \mid x \in R, -5 \le x \le 7\}$

$A \setminus B = \{x \mid x \in R, -5 \le x < 1\}$ $\qquad$ $B \setminus A = \{x \mid x \in R, 5 < x \le 7\}$

b) Ikkiga karrali ba’zi sonlar ikki xonali bo’ladi. Shundan kelib chiqib, B hamda C to’plamlarni Eyler-Venn doiralarida tasvirlaymiz.



$B \cap C$ - “Ikkiga karrali ikki xonali sonlar”(10,12,14,…,98)
$B \cup C$ - “Ikkiga karrali yoki ikki xonali sonlar”(2,4,…,10,…)
$B \setminus C$ - “Ikkiga karrali bo’lib, ikki xonali bo’lmagan sonlar”(2,4,6,8,100,102,…)
$C \setminus B$ - “Ikki xonali bo’lib, ikkiga karrali bo’lmagan sonlar”(11,13,15,…,99)

2-mavzu. “To’plamlar ustida amallar” bo’yicha

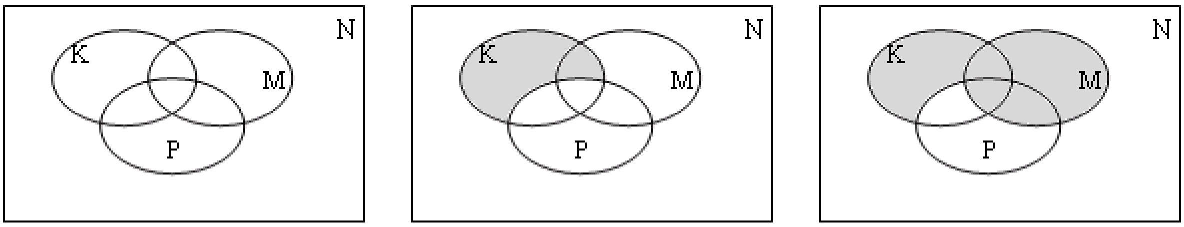
2-masala: A-gruppadagi matematika bilan shug’ullanuvchi studentlar to’plami; B-gruppadagi rus tili bilan shug’ullanvchi studentlar to’plami.
a) $A \cap B \neq$ Ø $\qquad$ b) $A \cup B = A$ qanoatlantiruvchi shartlarni izohlang

Yechish:
a) A va B to’plamlarning kesishish ta’rifiga asosan ularning kesishmasida hech bo’lmaganda bitta umumiy element bo’lishi kerak. Shu sababli $A \cap B \neq$ Ø shart quyidagicha izohlanadi: Matematika bilan shug’ullanuvchi studentlardan hech bo’lmaganda bittasi rus tili bilan shug’ullanadi.
b) Agar $B \subset A$ bo’lsa, $A \cup B = A$ bo’ladi. Demak shart quyidagicha izohlanadi. Rus tili bilan shug’ullanuvchi barcha studentlar matematika bilan ham shug’ullanadi.

3-masala: M – toq natural sonlar to’plami
P – 7 ga karrali natural sonlar to’plami
K – 3 ga karrali natural sonlar to’plami bo’lsin.
a) Quyidagi mulohazalar rostmi?
$5 \in M \cup (P_N^1 \cap K)$ va $8 \in M \cup (P_N^1 \cap K)$ Shuni aniqlang.
b) M, P va K to’plamlar uchun Eyler doiralarini chizing va $M \cup (P_N^1 \cap K)$ to’plamni tasvirlovchi sohani bo’yang.
v) (a) punktdagi javoblarni Eyler doiralari yordamida tekshiring.

Yechish:

a) 8 soni juft hamda 7ga va 3ga karrali emas, demak $8 \in M$, $8 \notin P$, $8 \notin K$.
$8 \notin K$ bo'lgani uchun , $8 \notin P_N^1 \cap K$ (to'plamlar kesishmasining ta'rifia asosan) $8 \notin K$ va $8 \notin P_N^1 \cap K$ bo'lgani uchun, $8 \notin M \cup (P_N^1 \cap K)$ (to'plamlar birlashmasi ta'rifiga asosan). Demak $8 \in M \cup (P_N^1 \cap K)$- yolg'on mulohaza, ikkinchi mulohaza ham xuddi shunday tekshiriladi.
b) M, P va K to'plamlarni Eyler doiralarida tasvirlashdan oldin, ular o'zaro qanday munosabatda ekanligini aniqlaymiz. M, P va K to'plamlar N to'plamning to'plam osti(qism to'plami) bo'lgani uchun N ni universal to'plam shaklida olish mumkin. Quyidagi mulohazalar: "Ba'zi toq sonlar 7ga karrali", "Ba'zi toq sonlar 3 ga karrali" rost bo'lgani uchun M to'plam P va K to'plamlar bilan kesishish munosabatida bo'ladi. Bundan tashqari p va K to'plamlar ham o'zaro kesishadi, chunki 7ga karrali bo'lgan natural sonlar orasida 3ga karrali bo'lganlari ham mavjud. Xulosa qilib aytganda, $M \subset N$, $P \subset N$, $K \subset N$, $M \cap P \neq$ Ø, $M \cap K \neq$Ø va $P \cap N \neq$ Ø,



Endi $P_N^1 \cap K$ to'plamga tegishli sohani bo'yaymiz. Kesishma ta'rifiga asosan bu sohaga P_N^1 to'plamga tegishli elmentlar va K to'plamga tegishli, ammo K ga tegishli bo'lmagan elementlar kirishi kerak.

$M \cup (P_N^1 \cap K)$ to'plamni tasvirlash uchun bo'yalgan sohaga M to'plam elementlarini qo'shish kerak.

v) (a) punktda tushuntirilgani kabi $5 \in M$. Oxirgi chizmadan ko'rinadiki, M to'plami butunlay bo'yalgan, shu sababli $5 \in M \cup (P_N^1 \cap K), 8 \notin M, 8 \in P$ va $8 \in K$ larni bilgan holda, 8 bo'yalgan sohaga kiradi, bundan esa $8 \notin M \cup (P_N^1 \cap K)$ ekanligi kelib chiqadi.

4-masala: Ixtiyoriy ikkita A va B to'plamlar uchun quyidagi tenglik o'rini ekanligini isbotlang.

$$A \cup B' = (B \setminus A)' \qquad (1)$$

Yechish: (1)ni isbotlash uchun

1) $A \cup B' \subset (B \setminus A)'$

2) $(B \setminus A)' \subset A \cup B'$ ekanligini ko'rsatish yetarli.

1. a- $A \cup B'$ to'plamning ixtiyoriy elementi bo'lsin. $a \in A \cup B'$. Unda $a \in A$, yoki $a \in B'$ bundan $a \in (B \setminus A)'$ kelib chiqadi.

Agar $a \in A$ bo'lsa, unda, $a \notin B \setminus A$ (ayirma ta'rifiga asosan). Ta'rifga asosan $a \in (B \setminus A)'$. Shunday qilib, har qanday a uchun , agar $a \in A \cup B'$ bo'lsa $a \in (B \setminus A)'$ bo'ladi, ya'ni $A \cup B' \subset (B \setminus A)'$. (2)

2. a-$(B\setminus A)'$ to'plamning ixtiyoriy elementi bo'lsin, ya'ni $a\in(B\setminus A)'$. Unda to'ldiruvchi to'plam ta'rifiga ko'ra $a\notin B\setminus A$. Ayirma ta'rifiga asosan bu holatda $a\notin B$ yoki $a\in A$ ekanligi kelib chiqadi.

Agar $a\notin B$ unda $a\in B'$ (To'ldiruvchi to'plam ta'rifiga asosan)bundan esa $a\in A\cup B'$ (birlashma ta'rifiga asosan)kelib chiqadi.

Shunday qilib, har qanday $a\in(B\setminus A)'$ uchun $a\in A\cup B'$ bo'ladi, ya'ni

$$(B\setminus A)'\subset A\cup B' \qquad (3)$$

(2) va (3) lardan esa $(B\setminus A)'=A\cup B'$ ekanligi isbotlanadi.

3-mavzu. To'plamlarni sinflarga ajratish.

6-masala: A-to'rtburchaklar to'plamini B-trapetsiyalar to'plami, C-parallelogrammlar to'plami va D-to'g'ri to'rtburchaklar qism to'plamlariga ajratilgan. Bu to'rtburchaklar to'plami sinflarga to'g'ri ajratilganmi?

Yechish: To'plamlarni sinflarga ajratishda quyidagi 3 shart bajarilishi kerak:

1. Barcha qism to'plamlar bo'sh emas.
2. Qism to'plamlar juft-juft kesishmaydi.
3. Qism to'plamlar birlashmasi yana avvalgi to'plam bo'ladi.

Yuqoridagi masala uchun ikkinchi shart bajarilmaydi, ya'ni to'g'ri to'rtburchaklar to'plami parallelogrammlar to'plamining to'plam ostisi hisoblanadi, demak, bu to'plamlar kesishadi. Xulosa qilib aytganda, to'rtburchaklarni sinflarga ajratish noto'g'ri bajarilgan.

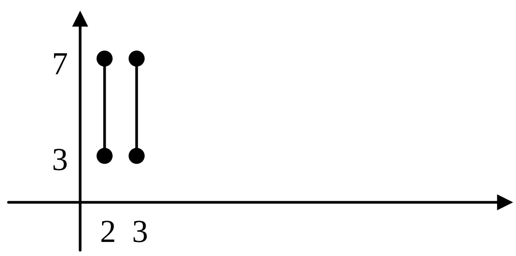
4-mavzu. To'plamlarning dekart ko'paytmasi.

7-masala:

Agar $X=\{x\mid x\in N, 2\le x\le 3\}$

$Y=\{y\mid y\in R, 3<y\le 7\}$ bo'lsa, X va Y to'plamlar dekart ko'paytmasini koordinata tekisligida tasvirlang.

Yechish: X*Y to'plam elementlari shunday juftliklardan iboratki, ularning birinchi komponenti X to'plamga, ikkinchi komponenti esa Y to'plamga tegishlidir. X={2;3}, Y={3;7}. Har qanday sonlar jufti tekislikda yagona nuqtani tasvirlashni hisobga olib, abtsissasi 2 yoki 3ordinatasi esa {3;7} oraliqdan olingan ixtiyoriy songa teng bo'lgan barcha nuqtalarni yasashimiz kerak. Natijada X*Y ikkita kesma shaklida tasvirlanadi.

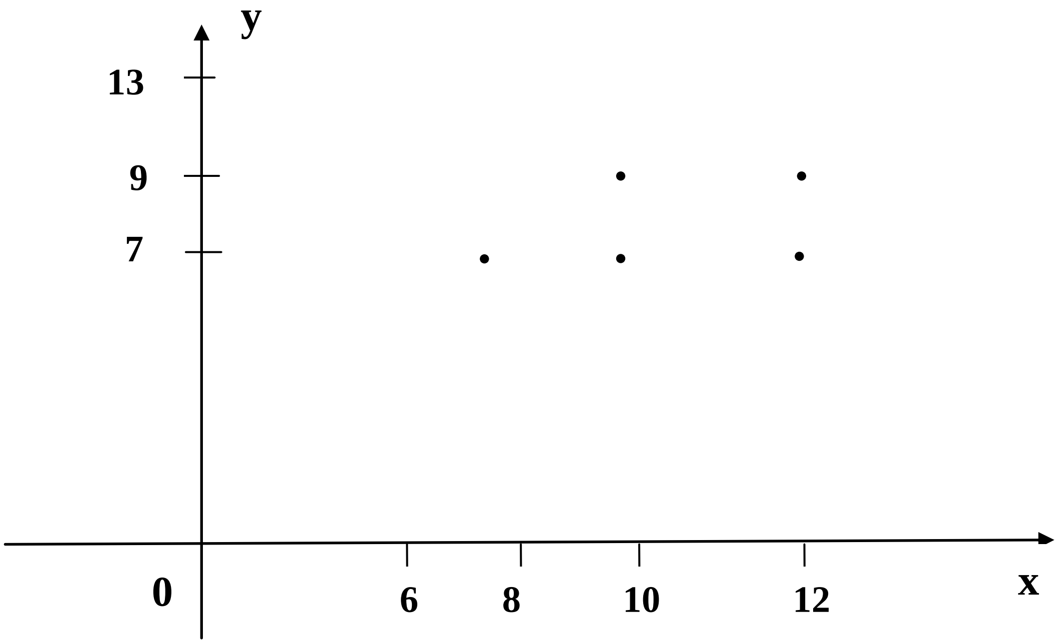


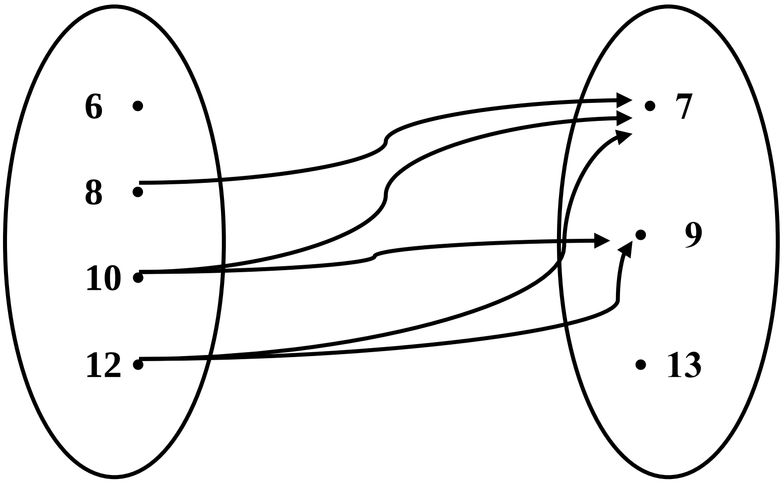
5-mavzu. Moslik va munosabatlar.

Misol: X={6,8,10,12}va Y={7,9,13} R(x;y) :"x son y dan katta" bo'lsin moslik graf va grafigini yasang.

Yechish: Moslik ta'rifidan X va Y to'plam elementlari orasidagi moslik deb X x Y dekart ko'paytma va uning G_f qism to'plamiga aytiladi. Dastlab moslik grafigini yozamiz. G={(8;7) (10;7)(10;9)(12;7) (12;9)} bu esa to'plamlar dekart ko'paytmasining qism to'plamidir.

To'plamlar orasida moslikni chizmada berish moslik grafi deyiladi.





Buning uchun berilgan to'plamlar elementlarini nuqtalar bilan belgilaymiz va *X* to'plam elementlarini tasvirlovchi nuqtalardan *Y* to'plam elementlarini tasvirlovchi nuqtalarga strelkalar o'tkazamiz.

Natijada biz X va Y to‘plamlar elementlari orasidagi «katta» mosligi grafiga ega bo‘lamiz .

6-mavzu: Nomanfiy butun sonlar to’plamini to’plamlar nazariyasi asosida qurish.

Butun nomanfiy sonlarning yig’indisi ta’rifidan foydalanib, quyidagilarni tushuntiring:

a) 4+3=7 b) 2+5=7 c) 5+0=5

Yechish: Nomanfiy sonlar yig’indisining kesishmaydigan to’plamlar birlashmasi orqali ta’rifini keltiramiz.

Ta’rif: Butun nomanfiy a va b sonlarning yig’indisi deb, n(A)=a, n(B)=b bo’lib, kesishmaydigan A va B to’plamlar birlashmasidagi elementlar soniga aytiladi:

$$a + b = n(A \cup B),$$

bu yerda n(A)=a, n(B)=b va $A \cap B = \varnothing$.

Ushbu ta’rifdan foydalanib, yuqoridagi ta’riflarni tushuntiramiz.

a) 4+3=7 4 – bu biror A to’plamning elementlar soni, 3 – biror B to’plamning elementlar soni, bunda ular kesishmasi bo’sh to’plam bo’lishi kerak. Masalan, A={a,b,c,d}, B={x,y,z} to’plamlarni olamiz. Ularni birlashtiramiz: $A \cup B = \{a, b, c, d, x, y, z\}$. Sanash yo’li bilan $n(A \cup B) = 7$ ekanini aniqlaymiz. Demak, 4+3=7. Bu o’rinda shuni ta’kidlash joizki, to’plam elementlarini tanlash ixtiyoriy bo’lishi mumkin.

b) 2+5=7 2 – bu biror C to’plam elementlari soni, 5 – bu biror D to’plam elementlari soni bo’lsin. C va D to’plamlar umumiy elementlarga ega bo’lmasligi kerak. Masalan, C – birinchi tokchadagi kitoblar. Shartga ko’ra n(C)=2, ya’ni 1-tokchada 2 ta kitob bor. D – ikkinchi tokchadagi kitoblar. Bu to’plam elementlar soni n(D)=5, ya’ni 2-tokchada 5 ta kitob bor. Haqiqatda ikkala tokchada umumiy bo’lgan kitob yo’q. Ya’ni $C \cap D = \varnothing$. 7 – bu C va D to’plamlar birlashmasidagi kitoblar soni, ya’ni $n(C \cup D) = 7$. Demak 2+5=7. Ushbu tenglik boshlang’ich sinflarda yechiladigan quyidagi ko’rinishdagi masala yechimi bo‘ladi: “Birinchi tokchada 2ta, ikkinchi tokchada 5ta kitob bor. Ikkala tokchada nechta kitob bor?”

c) 5+0=5 Ushbu tenglikni nazariy to’plam nuqtai nazarida tushuntirish uchun shu tenglik yechim hisoblangan quyidagi masalani keltiramiz: “Birinchi likopchada 5 ta olma bor. Ikkinchi likopchada olma yo’q. Ikkala likopchada nechta olma bor?” 5 – bu birinchi likopchadagi olmalar soni, agar birinchi likopchadagi olmalarni A deb belgilasak, u holda n(A)=5 bo’ladi. Ikkinchi likopchadagi olmalarni B deb olsak, unda olma yo’q. Shu sababli $B = \varnothing$ bo’lib, undagi olmalar soni $n(B) = n(\varnothing) = 0$, ya’ni bo’sh to’plamdagi elementlar soni 0 ga teng bo’ladi. Ikkala likopchadagi olmalar soni $n(A \cup B) = n(A \cup \varnothing) = n(A) = 5$ bo’ladi.

7-mavzu: Nomanfiy butun sonlar to’plamini aksiomatik asosda qurish. Matematik induksiya prinsipi.

Istalgan $n \in N$ uchun $8^n + 6$ ifodaning 7 ga bo'linishini matematik induksiya metodi yordamida isbotlang.

Isbot:

1)n=1 uchun tasdiqning to'g'riligini isbotlaymiz.

$8^1 + 6 = 14$ 14 soni 7 ga karrali, demak n=1 uchun o'rinli.

2) Agar tasdiq n=k (k≤n) uchun to'g'ri bo'lsa, n=k+1 uchun to'g'ri bo'lishini isbotlaymiz.

(8^k+6) :7 (1) to'g'ri bo'lsin deb faraz qilamiz, $(8^{k+1}+6)$:7 (2) to'g'riligini ko'rsatamiz.

1 usul: $(8^{k+1}+6)-(8^k+6)=8^{k+1}-8^k+6-6=8^k(8-1)=8^k \cdot 7 \ \vdots\ 7$

(ko'paytuvchilardan 1 tasi 7 ga bo'linadi, ko'paytma ham 7 ga bo'linadi)

2 usul: $(8^{k+1}+6)=8^k 8^1+6=1 \cdot 8^k+6+7 \cdot 8^k=(8^k+6)+7 \cdot 8^k$

Bunda birinchi qo'shiluvchi ((1)ga asosan) 7 ga karrai, ikkinchi qo'shiluvchi ham 7 ga karrali (ko'paytuvchilardan biri 7 ga karrali, demak ko'paytma ham 7 ga karrali).

Natijada yig'indi ham 7 ga karrali bo'ladi.

Demak, istalgan $n \in N$ uchun $8^n + 6$ ifoda 7 ga qoldiqsiz bo'linadi.

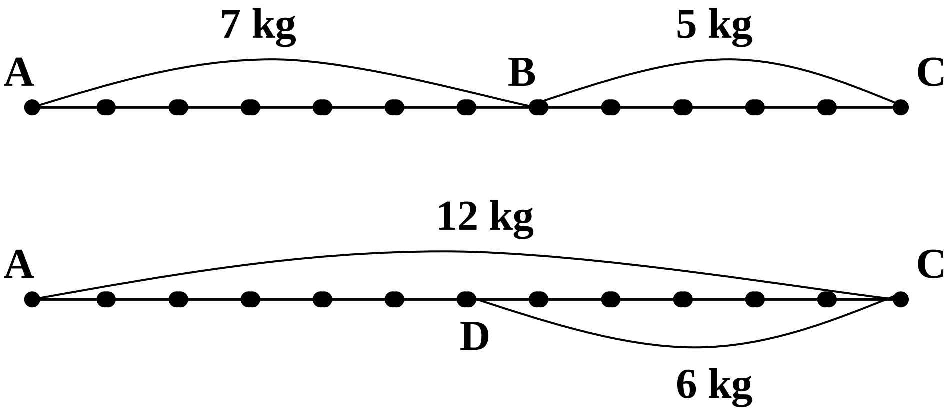
8-mavzu: Natural son miqdorlarni o'lchash natijasi sifatida.

Quyidagi masalani miqdorlar (kesmalar) nazariyasi nuqtai nazarida talqin qilib yeching.

Masala: "Oshxonaga 7 kg kartoshka va 5 kg sabzi olib kelindi. Tushlikda 6 kg sabzavot ishlatildi. Oshxonada necha kilogramm sabzavot ishlatilmay qoldi?"

Yechish: Oshxonaga keltirilgan kartoshkalar massasini a kesma ko'rinishida, sabzilar massasini b kesma ko'rinishida tasvirlaymiz. U holda hamma keltirilgan sabzavotlar massasini a ga teng AB kesmadan va b ga teng BC kesmada tuzilgan AC kesma yordamida tasvirlash mumkin. AC kesma uzunligining son qiymati AB va BC kesmalar son qiymatlarining yig'indisiga teng bo'lgani uchun keltirilgan sabzavotlar massasini qo'shish amali bilan topamiz: 7+5=12 (kg).

Endi masalaning ikkinchi qismini izohlab yechamiz. Jami sabzavotlardan tushlikda 6 kg sabzavot ishlatildi. Keltirilgan sabzavotlarni ifodalovchi AC kesmani tasvirlab, undan tushlikda ishlatilgan sabzavot massasi c ga teng CD kesma yordamida tasvirlab, AC va CD kesmalar



son qiymatlarining ayirmasiga teng AD kesmani tasvirlaymiz. Demak AD kesma son qiymati keltirilgan jami sabzavotlar massasini ifodalovchi AC va tushlikda ishlatilgan sabzavotlar massasini ifodalovchi CD kesmalar son qiymatlari ayirmasiga teng. Shuning uchun AD kesma son qiymati ayirish amali bilan topiladi: 12–6=6 (kg).

9-mavzu. Binar algebraik operatsiyalar va ularning xossalari.

5-masala: Ratsional sonlar to'plamida qanday amallar algebraik amal bo'ladi?
Yechish: Binar algebraik amal nima?

Ta'rif: M to'plamda ta'riflangan "*" amalga algebraik amal deb aytiladi, agar M to'plamdagi istalgan a va b elementlari ustida bajarilgan * amal natijasi c ham shu M to'plamning elementi bo'lsa.

Bu ta'rifdan kelib chiqib, ratsional sonlar to'plami(Q)da to'rttala arifmetik amal(qo'shish, ko'paytirish, ayirish, bo'lish)larni algebraik amal deb aytish mumkin(faqat 0 ga bo'lish bundan mustasno). Haqiqatdan ham istalgan 2ta ratsional son yig'indisi, ayirmasi, ko'paytmasi va bo'linmasi yana ratsional son bo'ladi.

$(\forall a,b \in Q) \quad a+b=c, \quad c\in Q$ $\qquad (\forall a,b \in Q) \quad a-b=d, \quad d\in Q$

$(\forall a,b \in Q) \quad a\cdot b=e, \quad e\in Q$ $\qquad (\forall a,b \in Q) \quad a:b=f, \quad f\in Q, \ (b\neq 0)$

Bu to'plamda darajaga ko'tarish amali algebraik amal bo'la olmaydi. Masalan, 2 sonining 1/3 darajasi ratsional son emas.

10-mavzu. Kombinatorika elementlari.

9-masala: Ifoda qiymatini toping.

$$(C_7^3+A_4^2)\cdot P_5 - A_5^4$$

Yechish: C_m^k - m elementdan k tadan qilib tuzilgan guruhlashlar soni, u quyidagi formulada topiladi:

$$C_m^k=\frac{m!}{(m-k)!\cdot k!}$$

$\tilde{A}_m^k$ - m elementdan k tadan qilib tuzilgan elementlari takrorlanuvchi o'rinlashtirishlar soni quyidagi formulada topiladi.

$$\tilde{A}_m^k = m^k$$

P_m – m elementli elementlari takrorlanmaydigan o'rinlashtirishlar soni:

$$P_m = m! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot m$$

A_m^k - m elementdan k tadan qilib tuzilgan elementlari takrorlanmaydigan o'rinlashtirishlar soni quyidagi formulada hisoblanadi.

$$A_m^k=\frac{m!}{(m-k)!}$$

Yuqoridagi formualarni qo'llab, ifoda qiymatini topamiz.

1) $C_7^3 = \frac{7!}{(7-3)!\cdot 3!} = \frac{7!}{4!\cdot 3!} = \frac{5\cdot 6\cdot 7}{3\cdot 2\cdot 1} = 35$

2) $\tilde{A}_4^2 = 4^2 = 16$

3) $P_5 = 5! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5 = 120$

4) $A_5^4 = \frac{5!}{(5-4)!} = \frac{5!}{1} = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5 = 120$

Ifoda qiymati

$(C_7^3 + A_4^2)\cdot P_5 - A_5^4$=(35+16)·120-120=(35+16-1)·120=50·120=6000

11-mavzu. Mantiqiy operatsiyalar va ularning qonunlari.

8-masala: Imtihondan oldin student shunday dedi:"Men birinchi va ikkinchi nazariy savolga javob beraman va masalani yechaman" qaysi holatda uning aytgani yolg'on bo'ladi? (Barcha javoblarni ayting)

Yechish: Savolga javob berish uchun barcha berilgan mulohazaning mantiqiy strukturasini aniqlaymiz. Buning uchun: "student birinchi nazariy savolga javob berdi" degan mulohazani A bilan, "student ikkinchi nazariy savolga javob berdi" degan mulohazani B bilan, "student masalani yechdi" degan mulohazani C bilan belgilaymiz. Unda student aytgan mulohaza $(A \vee B) \wedge C$ ko'rinishga ega bo'ladi. Mulohazaning yolg'on qiymatlarini topish talab etiladi. Demak:

1) $A \vee B$ dizyunktsiya yolg'on bo'ladi, agar A va B har ikkalasining qiymati yolg'on bo'lsa.

2) $(A \vee B) \wedge C$ konyunktsiya yolg'on bo'ladi, agar mulohazalardan hech bo'lmaganda bittasi yo'lg'on bo'lsa. Umuman olganda $(A \vee B) \wedge C$ uchun quyidagi hollar bo'ladi.

1. A – Yo va B – Yo , ya'ni student birinchi va ikkinchi nazariy savolga javob bermagan.
2. C – Yo , ya'ni student masalani yecholmagan.
3. A – Yo, B – Yo va C – Yo , ya'ni student ikkala nazariy savolga javob berolmagan, masalani yecholmagan.

12-mavzu. Algoritmlar va ularni boshlang'ich sinflarda qo'llashga doir.

10-masala: Arifmetik amallarning bajarish algoritmiga rioya qilgan holda quyidagi misollarni tushuntirib, yozma bajaring. Tushuntirishlar to'liq keltirilsin.

(349+83·5):2

Yechish: ifodada 3ta amal ishtirok etyapti. Avval qavs ichidagi ko'paytirish amali bajariladi.(83·5). Ko'paytma topilgach, 349 soni shu ko'paytmaga qo'shiladi, undan so'ng yig'indi 2ga bo'linadi. 83·5 – ko'paytmani topish uchun uni yozma shaklda 83 soni ostidan birlar xonasidagi 3 raqami ostiga 5 raqamini yozamiz. Dastlab 3 bilan 5 ni ko'paytiramiz, 15 hosil bo'ladi. 15 soni – bu 1 ta o'nlik va 5 ta birlikdan iborat. 5 birlikni ko'paytmada birlar xonasida yoziladi, 1 o'nlik o'nliklar xonasi hisoblangach unga qo'shilib yoziladi. Endi 5 ni o'nlar xonasida turuvchi 8 soni bilan ko'paytiramiz. 5·8 o'nlik=40 o'nlik bo'ladi, oldingi 1 o'nlik bilan u 41o'nlik bo'ldi. 41 o'nlik bu 4 yuzlik va bir o'nlikdir. 1 o'nlikni ko'paytmada o'nlar xonasida, 4 yuzlikni yuzlar xonasida yozamiz. Natijada ko'paytma 415 hosil bo'ldi. Ya'ni,

$$\begin{array}{r} 83 \\ {}^{*}\;\;5 \\ \hline 415 \end{array}$$

Endi qavs ichidagi 2-amal qo'shish amalini bajaramiz:

348+415

$$\begin{array}{r} 349 \\ +\;415 \\ \hline 764 \end{array}$$

Yig'indini yozma hisoblaymiz. Buning uchun qo'shiluvchilarni bir-birining ostidan shunday yozamizki, birlartagida birlar, o'nlar tagida o'nlar, yuzlar tagida yuzlar to'g'ri kelishi kerak. Dastlab birlar xonasidagi sonlarni qo'shamiz: 9 birlikka 5 birlikni qo'shsak 14 birlik hosil bo'ladi. 14 birlik bu bir o'nlik va 4 birlikdan iborat. 4 birlikni yig'indida birlar xonasiga yozamiz, bir o'nlikni o'nlar xonasiga qo'shamiz. Endi o'nlar xonasida turuvchi 4 o'nlikka 1 o'nlikni qo'shamiz 5 o'nlik bo'ladi. Birlar xonasini qo'shganda hosil bo'lgan bir o'nlik bilan 6 o'nlik bo'ladi. Bu 6 o'nlikni o'nlar xonasiga yozamiz. Yuzlar xonasidagi 3 yuzlikka 4 yuzlikni qo'shsak, 7 yuzlik hosil bo'ladi. Uni yuzlar xonasiga yozamiz.natijada 764 soni hosil bo'ladi. Endi 764 ni 2 ga bo'lamiz.

$$\begin{array}{l|l} -764 & 2 \\ \underline{\;6\;\;\;\;} & \overline{382} \\ \;-16 & \\ \;\;\underline{16} & \\ \;\;\;-4 & \\ \;\;\;\;\underline{4} & \\ \;\;\;\;0 & \end{array}$$

764 soni 7 yuzlik 6 o'nlik va 4ta birlikdan tashkil topgan son. 7 yuzlikni 2 ga bo'lamiz. Birinchi to'liqsiz bo'linmada 3 yuzlik hosil bo'ladi. 3 yuzlik ·2=6yuzlikni bo'ldik. 7 yuzlikdan 6 yuzlikni ayirib, 1ta yuzlik bo'linmay qolganini topamiz. Endi o'nliklarni bo'lamiz. 1 ta yuzlik bu 10 ta onlik va 6 ta o'nlik bu 16 ta o'nlik bo'ladi. 16 ta o'nlikni 2 ga bo'lamiz. 8 o'nlik hosil bo'ladi. Uni bo'linmaning o'nlar xonasiga yozamiz. 8 o'nlik bilan 2 ni ko'paytirib 16 ta o'nlikni bo'lganimizni topamiz. 16 ta o'nlik ayiruv 16 ta o'nlik teng 0. Demak bo'linuvchidai o'nlar xonasida bo'linmay qolgan o'nlik qolmadi. Endi birlar xonasidan 4 ni 2 ga bo'lamiz. Natija 2 chiqadi. Uni bo'linmadagi birlar xonasiga yozamiz. 2ta birlik ko'paytiruv 2 teng 4 bo'ladi. 4-4=0. Qoldiq qolmadi. Demak bo'linma 382. Ifoda qiymati ham 382ga teng.

Mustaqil nazorat-ish variantlari

Har bir talaba nazorat ishini bajarishga kirishar ekan, dastlab jadvaldan o'z variantini hamda variantga tegishli 1-8 topshirig'ini topib olmog'i lozim. (Masalan, 14-variantdan 9,19,24,17,5,28,2,27 lar mos ravishda 1-,2-,3-,4-,5-,6-,7-,8-mavzulardagi topshiriq nomerlarini bildiradi. Ya'ni 1-mavzudan 9-nomerli topshiriq, 2-mavzudan 19-nomerli topshiriq va hokazo.)
Variant topshiriqlari aniqlangach, metodik tavsiyaga qarab bajarish mumkin.

Variant	Topshiriqlar											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1.	26	1	3	4	22	24	25	11	10	7	9	8
2.	27	5	2	5	23	13	24	12	28	25	27	26
3.	28	4	6	6	24	11	1	10	9	6	8	7
4.	29	3	4	7	25	12	30	4	27	24	23	22
5.	30	11	9	8	26	10	28	9	11	8	10	9
6.	1	15	8	9	27	4	7	27	29	26	28	27
7.	2	14	12	10	28	9	11	29	8	5	7	6
8.	3	13	10	11	29	27	13	30	26	23	25	24
9.	4	2	15	12	30	29	17	1	12	9	11	10
10.	5	6	14	13	1	30	19	29	30	27	29	28
11.	6	7	18	14	2	1	23	2	1	28	30	29
12.	7	8	16	15	3	29	29	28	6	3	5	4
13.	8	22	21	16	4	2	1	3	2	29	1	30
14.	9	19	24	17	5	28	2	27	18	15	17	16
15.	10	16	27	18	6	3	3	4	7	4	6	5
16.	11	17	20	19	7	27	4	26	29	26	28	27
17.	12	18	30	20	8	4	5	5	8	5	7	6
18.	13	28	5	21	9	26	6	25	28	25	27	26
19.	14	27	4	22	10	5	7	7	10	7	9	8
20.	15	26	6	23	11	25	8	24	3	30	2	1
21.	16	30	10	24	12	7	9	8	19	16	18	17
22.	17	4	8	25	13	24	10	23	26	23	25	24
23.	18	8	18	26	14	8	11	9	12	9	11	10
24.	19	6	15	27	15	23	12	22	25	22	24	23
25.	21	23	12	28	16	9	13	10	4	1	3	2
26.	20	9	24	29	17	22	14	21	24	21	23	22
27.	25	5	20	30	18	10	15	11	14	11	13	12
28.	24	15	16	1	19	21	16	20	23	20	22	21
29.	22	12	29	2	3	11	17	12	21	19	21	20
30.	23	24	25	3	2	20	18	19	5	2	5	3
31.	30	19	24	4	6	12	19	13	16	13	15	14
32.	28	14	1	5	4	19	20	18	21	19	21	20
33.	29	28	30	6	9	13	21	14	17	14	16	15
34.	27	27	28	7	8	18	22	17	20	17	19	18
35.	26	17	7	8	12	14	23	15	6	3	5	4
36.	2	6	11	9	10	17	24	16	22	19	21	20
37.	5	3	13	10	15	15	25	16	19	16	18	17
38.	8	1	17	11	14	16	26	15	18	15	17	16
39.	13	2	19	12	4	16	27	17	20	17	19	18

40.	14	9	23	13	5	15	28	14	7	4	6	5
41.	7	29	29	14	6	17	29	18	23	20	22	21
42.	9	30	1	15	7	14	30	13	16	13	15	14
43.	26	25	2	16	8	18	1	25	28	25	27	26
44.	21	26	3	17	9	13	2	1	4	1	3	2
45.	18	28	4	18	10	25	3	5	8	5	7	6
46.	27	24	5	19	11	1	4	4	24	21	23	22
47.	24	13	6	3	12	5	5	3	7	4	6	5
48.	11	11	7	2	13	4	6	11	15	12	14	13
49.	10	12	8	6	14	3	7	15	25	22	24	23
50.	3	10	9	4	15	11	8	14	9	6	11	10
51.	1	4	10	9	16	15	9	13	16	13	18	17
52.	3	9	11	8	17	14	10	2	26	23	28	27
53.	30	27	12	12	18	13	11	6	9	6	11	10
54.	29	29	13	10	19	2	12	7	10	7	12	11
55.	27	30	14	15	20	6	13	24	1	29	3	2
56.	28	1	15	14	21	7	14	13	27	24	29	28
57.	25	29	16	18	4	8	15	19	22	19	24	23
58.	6	2	17	16	5	22	16	16	19	16	21	20
59.	15	28	18	21	6	19	17	17	11	8	13	12
60.	4	3	19	24	7	16	18	18	28	25	30	29
61.	9	27	20	27	8	17	19	28	1	28	3	2
62.	16	4	21	20	9	18	3	27	12	9	14	13
63.	23	26	22	30	10	28	2	26	29	26	1	30
64.	19	5	23	5	11	27	6	30	3	30	5	4
65.	17	25	24	4	12	26	4	4	7	4	9	8
66.	18	7	25	6	13	30	9	8	11	8	10	9
67.	12	24	26	10	14	4	8	6	30	27	2	1
68.	13	8	27	8	15	8	12	23	13	10	15	14
69.	15	23	28	18	16	6	10	9	12	9	14	13
70.	14	9	29	15	17	23	15	5	1	28	3	2
71.	4	22	30	12	18	9	14	15	18	15	16	19
72.	5	10	1	24	19	5	18	12	15	12	13	16
73.	8	21	2	20	20	15	16	24	27	24	25	28
74.	6	11	3	16	21	12	21	19	14	11	12	15
75.	30	20	4	29	22	24	24	14	17	14	15	18
76.	12	12	5	25	23	19	27	28	1	28	29	2
77.	11	19	6	24	24	14	20	27	2	29	30	3
78.	10	13	7	1	25	28	30	17	20	17	18	21
79.	4	18	8	30	26	27	5	6	9	6	7	10
80.	22	14	9	28	27	17	4	3	6	3	4	7
81.	8	17	10	7	28	6	6	1	15	12	13	16
82.	17	15	11	11	29	3	10	2	5	2	3	6

83.	27	16	12	13	30	1	8	9	12	9	10	13
84.	29	16	13	17	1	2	18	29	2	29	30	3
85.	16	15	14	19	2	9	15	30	3	30	1	4
86.	5	17	15	23	3	29	12	25	28	25	26	29
87.	14	14	16	29	4	30	24	26	16	13	14	17
88.	13	18	17	1	5	25	20	28	1	28	28	2
89.	12	13	18	2	6	26	16	5	8	5	6	9
90.	18	25	19	3	7	28	29	6	17	14	20	18

"Boshlang'ich ta'lim va sport, tarbiyaviy ish" yo'nalishi bo'yicha matematikadan test namunalari.

Test 1.

1. Katerning daryo oqimi bo'ylab va oqimga qarshi tezliklari yig'indisi 30 km.soat. Katerning turg'un suvdagi tezlgini toping.
A)15 B)16 C)10 D)18 E)20

2. 13 ni 6 ga bo'lgandagi 7-xonadagi raqam bilan 11 ni 9 ga bo'lgandagi 15-xonadagi raqamlarining o'rta arifmetigini toping.
A)2 B)4 C)8 D)14 E)5

3. 442 kg olma 25 va 16 kg li yashiklarga joylandi. Katta yashiklarga joylangan olmalar kichik yashiklarga joylanganidan 58 kg ko'p. Kichik yashiklar soni nechta?
A)10 B)11 C)12 D)13 E)15

4. 1,2 va 3 raqamlari yordamida yozilgan turli raqamli barcha uch xonali sonlar yig'indisini toping.
A)1233 B)2133 S)1332 D)2331 E)3213

5. Agar a va b ixtiyoriy natural sonlar bo'lsa, u holda 2a + 8b ifoda quyidagi sonlarning qaysi biriga qoldiqsiz bo'linadi?
A)2 B)3 C)4 D)12 E)24

6. Biror topshiriqni usta 20 kunda, shogird 30 kunda bajaradi. Ular birgalikda ishlashsa bu topshiriqni necha kunda bajarishadi.
A)10 B)12 C)14 D)15 E)16

7. Do'konda 1-kuni 5,42 t, 2-kuni birinchi kundagidan 2,43 t kam, uchinchi kuni esa dastlabki ikki kundagidan 3,21 t kam un keltirildi. Uchinchi kuni qancha un keltirilgan?
A)13,61 B)2,99 C)7,85 D)5,2 E)6,1

8. a ning qanday qiymatida 9-a va 15-a lar qarama-qarshi sonlar bo'ladi?
A)9 B)10 C)12 D)15 E)16

9. Olim otasidan o'ttiz yosh kichik. Otasi bobosidan xam shuncha yosh kichik. Uch yil avval ularning yoshlari yigindisi 111 ga teng bo'lgan bo'lsa, hozir Olimning bobosi necha yoshda?
A)69 B)70 C)75 D)80 E)81

10. a ning qanday qiymatida $ax^2-2x+3=0$ tenglama bitta ildizga ega bo'ladi?

A)1/3 B)0 va 1 C)3 va 1,5 D)1/3 va 0 E)1/3 va 1

11. Romb tomonining uning diagonallari bilan tashkil qilgan burchaklari nisbati 5:4 kabi. Rombning o'tmas burchagini toping.
A)100 B)120 C)96 D)150 E)140

12. To'g'ri to'rtburchakning perimetri 52 ga, uning diagonallari kesishgan nuqtadan tomonlarigacha bo'lgan masofalar ayirmasi 7 ga teng. To'g'ri to'rtburchakning kichik tomonini toping.
A)6 B)8 C)5 D)9 E)7

13. Sinfda o'qiydigan o'g'il bolalar sonining barcha o'quvchilar soniga nisbati 4/7 ga teng bo'lsa, qiz bolalar sonining o'g'il bolalar soniga nisbatini toping.
A)3/4 B)3/5 C)1/2 D)2/5 E)3/7

14. Tekislikka og'ma va perpendikulyar tushirilgan. Ular orasidagi burchakning sinusi 5/13 ga teng. Agar og'maning uzunligi 13 ga teng bo'lsa, perpendikulyarning uzunligini toping.
A)7 B)8 C)12 D)4 E)6

15. To'g'ri to'rtburchak o'lchamlari 20% dan oshirildi. Uning yuzi necha % oshdi?
A)50 B)25 C)45 D)44 E)40

16. $3x^2+5x-2<8x-2$ tengsizlikni yeching.
A)[0;1] B)(1;2) C)[0;2] D)(0;1) E)(-1;4]

17. $5x^3-9x^2-x+14$ ifodaning koeffitsientlar yig'indisining 3 ga nisbatini toping.
A)3 B)5/3 C)6 D)7/3 E)2

18. Quyidagi tasdiqlarning qaysi biri to'g'ri?
A) Agar son 9 ga bo'linsa, bu son 3 ga bo'linadi
B) Son juft son bo'lsa, bu son 4 ga bo'linadi.
C) Sonning raqamlar yig'indisi 3 ga bo'linsa, bu son 9 ga bo'linadi.
D) Agar to'rtburchakning diagonali o'zaro perpendikulyar bo'lsa u holda u romb bo'ladi.
E) Barcha uchburchaklar o'tkir burchaklidir.

19. $A=\{x/x\in N;\ -5\le x\le 9\}$
$B=\{x/x\in Z;\ -10<x\le 10\}$
Quyidagi yozuvlarning qaysi biri to'g'ri?
A)A=B B)$A\subset B$ C)$B\subset A$ D)$A\cap B=\emptyset$

20. N - natural sonlar to'plami, Z - butun sonlar to'plami, Q - ratsional sonlar to'plami, R - haqiqiy sonlar to'plami bo'lsa, shulardan qaysi biri universal to'plam vazifasini o'taydi?

A) N B) Z C) Q D) R E) Hech qaysi biri emas.

21. Ikki to'plam o'zaro qanday munosabatlarda bo'lishi mumkin?
A) O'zaro kesishadi B) Kesishmaydi
C) Biri ikkinchisini to'plam ostisi bo'ladi
D) Ustma-ust tushadi.
E) Barcha javoblar to'g'ri.

22. Teng to'plamlar deb qanday to'plamlarga aytiladi?
A) Elementlar soni teng bo'lgan to'plamlarga
B) Bir xil elementlardan tashkil topgan to'plamlarga
C) Bir xil tartibda nomerlangan bo'lsa.
D) Barcha javoblar to'g'ri.

23. To'plamlar ustida bajariladigan qaysi amallar uchun quyidagi xossalar o'rinli: kommutativlik, assotsiativlik, distributivlik
A) Birlashma, kesishma
B) Birlashma, ayirma
C) Ayirma, to'ldiruvchi to'plam osti
D) Kesishma, ayirma
E) To'g'ri javob yo'q

24. Kombinatorika qanday asosiy qoidalarga asoslanadi?
A) Yig'indi, ayirma
B) Yig'indi, ko'paytma
C) Ko'paytma, ayirma
D) Bo'linma, ko'paytma
E) To'g'ri javob yo'q

25. Stol atrofida 6 kishini necha usulda joylashtirish mumkin.
A) 120 B)720 C)24 D)150 E)6

26. Ikki had yig'indisining n- darajasi yoyilmasida nechta had qatnashadi?
A) 2ta B) 3 ta C) n ta D) (n+1) ta E) n2 ta

27. Bir xil raqamlardan tuzilgan ikki xonali sonlar yig'indisini toping.
A) 495 B)485 C)475 D)505 E)400

28. Natural sonlar to'plamini "2 ga karrali", "3 ga karrali", "5 ga karrali" bo'lish xossalariga ko'ra nechta o'zaro kesishmaydigan to'plam ostilariga ajratish mumkin?
A) 3 ta B)5 ta C)8 ta D)2 ta E)6 ta

29. A={a_1,a_2,…,a_{20}} va B={b_1,b_2,…,b_{15}} to'plamlar dekart ko'paytmasida nechta element ishtirok etadi?

A)20 ta B)15 ta C)35 ta D)300 ta E)To'g'ri javob yo'q

30. Tushuncha hajmi va tushuncha mazmuni o'zaro qanday bog'lanishda bo'ladi?
A) To'g'ri bog'lanishda, ya'ni hajmi katta bo'lishi bilan mazmun ham katta bo'ladi.
B) Teskari bog'lanishda, ya'ni hajm katta bo'lishi bilan mazmun kichik va aksincha bo'ladi.
C) A va D javoblar to'g'ri.
D) Barcha javoblar to'g'ri.

31. Konyunktsiya, dizyunktsiya, implikatsiya, ekvivalentsiya va inkor amallari qanday matematik tushunchalar ustida bajariladigan amallar hisoblanadi?
A)Mulohazalar, predikatlar
B) Taqribiy sonlar
C) Ifodalar
D) To'g'ri javob yo'q
E) Barcha javoblar to'g'ri

32. Kommutativlik, assotsiativlik, distributivlik qonunlari qaysi amal xossalari bo'ladi?
A) Implikatsiya, inkor
B) Konyunktsiya, dizyunktsiya
C) Konyunktsiya, ekvivalentsiya
D) Dizyunktsiya, implikatsiya
E) Implikatsiya, ekvivalentsiya

33. A va B mulohazalar implikatsiyasi qachon yolg'on bo'ladi?
A) A rost, B yolg'on bo'lganda
B) B rost, A yolg'on bo'lganda
C) A rost, B rost bo'lganda
D) A yolg'on, B yolg'on bo'lganda
E) To'g'ri javob yo'q.

34. X={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} to'plamda berilgan A(x): "x soni tub son" predikat rostlik qiymatlar to'plamini toping.
A)T_A={1,3,5,7,9}
B) T_A={2,3,5,7}
C) T_A={3,5,7}
D) T_A={2}
E) Barcha javoblar to'g'ri.

35. Natural sonlar to'plamida A(x): "x<7" va B(x): «$3 \le x \le 10$» predikatlar berilgan. Predikatlar konyunktsiyasining rostlik qiymatlar to'plamini toping.
A) T={3,4,5,6} B) T={1,2,3,4,5,6} C) T={1,2,5,7} D) T={2,3,5}

36. Rost mulohazani toping.
1) Istalgan to'rtburchak rombdir.
2) Istalgan romb to'rtburchakdir.
3) Shunday son topiladiki, u 3 ga karrali
4) Oxirgi raqami 0 bo'lgan son mavjud.
A) 1),2),4)   B)2),3),4)   C) To'g'ri javob keltirilmagan
D) Barcha javoblar to'g'ri

GLOSSARIY

To‘plam - множество collection
To‘plam elementlari- элементы множества - elements of collection
Teng to‘plamlar- равные- множество equal sets
To‘plam osti- под множество- underneath the collection
Universal to‘plamlar- универсальное множество- universal collections
Refleksivlik- рефлексивный- reflective
Simmetriklik- симметрический symmetry
Tranzitivlik- транзитивный transitivity
Sonli to‘plamlar-числетельные множество number collections
Natural sonlar to‘plami-множество натуральных чисел -natural numbers collections
Nomanfiy butun sonlar- целые неотрицательные числа numeric integers
Ratsional sonlar to‘plami- множество рациональных чисел rational set of number
Haqiqiy sonlar to‘plami-множество реальных чисел - real numbers collection
To‘plamlarning birlashmasi- объединение множеств- a collection of collections
To‘plamlarning kesishmasi- пересечения множеств-intersection of sets
To‘plamlarning dekart ko‘paytmasi-декартные умножения множеств decarty multiplication of sets
Binar moslik- бинарные соотношения- binary compaliblity
Kombinatorika qoidalari-правила комбинаторики rules of combinatorics
Paskal ayniyati- свойства Паскаля pascal identity
Matematik tushuncha- математические понятия mathematical conception
Tushuncha hajmi- объём понятий volume of conception
Ta’rif-описание definition
Mulohaza- рассуждение feedback
Mulohaza inkori- Отрицание рассуждений bdenial of reasoning
Konyunksiya- конъюнкция-conjuncture
Dizyunksiya- дизъюкция- dyslexia
Implikatsiya импликация implantation
Ekvivalensiya- еквивалентция- quivalence
Kvantorlar-квантори- quantums
Teorema-теорема-theorem
Binar algebraik operatsiyalar-винарные алгебраические операции binary alhebraic operations
Gruppa-группа-group
Yutuvchi element-поглощающий елемент absorbing element
Neytral element-нейтральный элемент-neutral element
Graflar-графы- graphs
Graf matrisasi-матрицы графов matrix of graphs

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. O'zbekiston Respublikasi Konstitutsiyasi –T:O'zbekiston ,2017. 2. 2.O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017 yil 7 fevraldagi "O'zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo'yicha Harakatlar stategiyasi to'g'risida"gi PF -4947son farmoni

3 Mirziyoyev Sh. M. Erkin va farovon, demokratik O'zbekiston davlatini birgalikda barpo etamiz. O'zbekiston Respublikasi Prezidenti lavozimiga kirishish tantanali marosimiga bag'ishlangan Oliy Majlis palatalarining qo'shma majlisidagi nutq / Sh.M.Mirziyoyev.– Toshkent: "O'zbekiston", NMIU, 2016.– 56 b.

4. Mirziyoyev Sh. M. Buyuk kelajagimizni mard va olijanob xalqimiz bilan birga quramiz.– Toshkent: "O'zbekiston", NMIU, 2017.y

5. Xamedova N.A, Ibragimova Z, Tasetov T. Matematika. Darslik. T.: Turon-iqbol, 2007. 363b.

6.Н.А.Хамедова, А.В.Садыкова, И.Ш.Лактаева. Математика. Учебное пособие. Т.: Жахон-принт, 2007.

7.Stoylova L.P, Pishkalo A.M . Boshlang'ich matematika kursi asoslari. O'quv qo'llanma. T.:O'qituvchi, 1991.

8.Стойлова Л.П., Пышкало А.М.. Основы начального курса математики. Учебное пособие. Ўқитувчи, 1991.

9.Иброҳимов Р. «Математикадан масалалар тўплами». Т. Ўқитувчи, 1995.

10.Abdullayeva B.S., Rajabov F., Masharipova S. Oliy matematika asoslari. Darslik. T.: Iqtisod-Moliya, 2011. 392b.

11.Yorqulov R., Jumayev M. Oliy matematika. Darslik. T.: Iqtisod-Moliya, 2008. 340 b.

Elektron ta'lim resurslari

1. www.tdpu.uz
2. www.pedagog.uz
3. www.Ziyonet.uz
4. www.edu.uz
5. www.nadlib.uz (A.Navoiy nomidagi O'z.MK)
6. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/calculus.htm
7. http://math-portal.ru/

MUNDARIJA