



## МУАММОҲОИ МУОСИРИ МАТЕМАТИКА ВА ТАЪЛИМИ ОН

(Маводи конференсияи байналмилалии илмӣ-амалӣ бахшида ба 35 –солагии Истиқлоли давлатии Ҷумҳурии Тоҷикистон, 30-солагии Конституцияи Ҷумҳурии Тоҷикистон, “Бистсолаи омӯзиш ва рушди фанҳои табиатшиносӣ, дақиқ ва риёзӣ дар соҳаи илму маориф” ва 70-солагии доктори илмҳои физикаю математика Тухлиев Қамаридин, Хучанд, 21-22 Июни соли 2024)

ҚИСМИ 2  
ЧАСТЬ 2

ХУЧАНД - 2024

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН**

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ХУДЖАНДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ АКАДЕМИКА БОБОДЖОНА ГАФУРОВА»**

## **МАТЕРИАЛЫ**

**МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНО - ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ  
«СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ЕЁ ПРЕПОДАВАНИЯ»  
ПОСВЯЩЕННАЯ 35 –ЛЕТИЮ ГОСУДАРСТВЕННОЙ НЕЗАВИСИМОСТИ  
РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН, 30 ЛЕТИЮ КОНСТИТУЦИИ РЕСПУБЛИКИ  
ТАДЖИКИСТАН, «ДВАДЦАТИЛЕТИЮ ИЗУЧЕНИЯ И РАЗВИТИЯ  
ЕСТЕСТВЕННЫХ, ТОЧНЫХ И МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК В СФЕРЕ НАУКИ  
И ОБРАЗОВАНИЯ» И 70-ЛЕТИЮ ДОКТОРА  
ФИЗИКО - МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК ТУХЛИЕВА КАМАРИДИНА**

( ХУДЖАНД, 21-22 ИЮНЯ 2024Г. )

**ХУДЖАНД - 2024**



## **ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ**

*председатель:* Усмонзода А.И., ректор ГОУ «Худжандский государственный университет имени акад. Б.Гафурова»

*заместители председателя:* Саидзода Д.А. проректор по науке и инновации, Музафаров Д.З. декан математического факультета, Хамдамов Ш.Дж. заведующей кафедрой информатики и вычислительной математики.

*члены оргкомитета:* Тухлиев К., Олими А.Г., Муллоджанов М., Рашидов А., Раджабова С.Дж., Джумаев Б.М., Дадоджонова М.Ё., Ризоев Э.С.

*Ответственные секретари:* Маликов А.М., Муродов К.Н.

## **ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ**

*председатели:* академики НАНТ М.Ш.Шабозов и М.И.Илолов,

*члены:* академики НАНТ - Н.Р.Раджабов, З.Х.Рахмонов, члены корреспонденты НАНТ И.Курбонов, Э.М. Мухаммадиев (Россия), С.А.Исхоков, член-корреспондент АО РТ М.Нугманов, доктора физико-математических наук, профессора В.И.Иванов (Россия), А.Г.Бабенко (Россия), А.Р.Алимов (Россия), В.А.Горбунов (Россия), А.Б.Назимов (Россия), Х.Шадиметов (Узбекистан), А.Хаётов (Узбекистан), Л.П.Югай (Узбекистан), Н.Мамадалиев (Узбекистан), К.Б.Бараталиев (Киргизия), М.М.Тайиров (Киргизия), С.Байзоев, Д.С.Сафаров, Г.Джангибеков, Г.А.Юсупов, Ю.Хасанов, Ф.М.Шамсуддинов, Ё.М.Мухсинов; доктора педагогических наук, профессора Б.Р.Кодиров (Россия), А.Э.Сатторов, О.И.Исломов, А.А.Азизов; кандидаты физико-математических наук, доценты Дж.Х.Бекназаров, Д.К.Тухлиев, кандидат технических наук, профессор Х.И.Ханбабаев (Узбекистан), доктор философии по педагогическим предметам(PhD), О.Г.Гаимназаров (Узбекистан), доктор философии по физико-математическим предметам (PhD) С.С.Бабаев (Узбекистан);

© ГОУ ХГУ имени академика Б.Гафурова, 2024.

**МУНДАРИЧА**  
**СОДЕРЖАНИЕ**

1. **А. И. Усмонзода.** Муаммоҳои муосири математика ва таълими он .....12
2. **М. Ш. Шабозов, М. И. Илолов, С. Байзоев, А. Б. Назимов, Г. А. Юсупов, Ё. М. Мухсинов.** Профессору Тухлиеву Камаридину 70 лет.....15

**БАХШИ 3**

**АЛГЕБРА, НАЗАРИЯИ АДАДҲО ВА МАТЕМАТИКАИ ҲИСОББАРОР**

**СЕКЦИЯ 3**

**АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА**

1. **M. Shakarova.** Inverse problem for subdiffusion equation with integral overdetermination....18
2. **S. M. Tashpulatov.** Structure of essential spectra and discrete spectrum of the energy operator of four-electron systems in the impurity hubbard model. Singlet state.....20
3. **M. M. Toshmatova.** Solving the mathematical model of the railway plan in the method of subtraction systems.....24
4. **S. I. Uralova.** Differential games with non-stationary constraints of langenhop type.....27
5. **С. С. Азамов.** Коэффициенты оптимальной квадратурной формулы в пространстве  $S_2(P_3)$ .....33
6. **D. M. Akhmedov.** On an approximate method for solving the characteristic singular integral equation with the cauchy kernel.....34
7. **А. К. Болтаев.** Дискретная система типа Винера – Хопфа одной квадратурной формулы.....36
8. **О.И. Жалолов, М.М. Махмудов** Нахождении элемент Рисса и норма функционала погрешности квадратурной формулы типа Эрмита в пространстве Соболева  $W_2^\mu(R)$ ...41
9. **А. Ш. Даужанов, Т.М. Омаров, Г.А.Каниязова.** Об определениях и методах теории обобщённых функций.....43
10. **О. И. Жалолов, Б. О. Исомиддинов, С. С. Элмуродова.** Асимптотически оптимальных практичных кубатурных формул в пространстве  $\bar{L}_2^{(m)}(S_n)$  .....46
11. **О. И. Жалолов, М. Ш. Мухсинова.** Существование и единственность оптимальной квадратурной формулы для интегралов типа Фурье в пространстве Хёрмандера  $H_2^\mu(R)$  .....48
12. **Ф. И. Жалолов, Б. О. Исомиддинов, Ш. Ё. Аминова.** Коэффициенты оптимальных весовых квадратурных формул в пространстве Соболева  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$  .....50
13. **А. Б. Назимов, М. Муллоджанов, М. А. Очилова.** Обобщенная циркулянтная матрица и алгоритм ее быстрой обработки.....52
14. **F. A. Nuraliyev, G. Sh. Abdullayeva.** The coefficients of the spline minimizing the semi norm in  $K_2(P_3)$ .....56
15. **F. A. Nuraliev, Sh. S. Kuziev.** An upper estimate of the error of the derivative optimal quadrature formula.....58
16. **Ф. А. Нуралиев, Ш. Ш. Уликов.** Экстремальная функция квадратурной формулы факторизованном простронсве соболева  $W_2^{(m)}(0,1)$ .....62

квадрат нормы функционала погрешности  $\ell_N(x)$  в пространстве Хёрмандера  $H_2^\mu(R)$  имеет следующий вид

$$\|\ell_N|_{H_2^{\mu*}(R)}\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left| e^{2\pi i \sigma x} \cdot \varepsilon_{[0,1]}(x) * v_m(x) - \sum_{\beta=0}^N C_\beta v_m(x - h\beta) \right|^2 dx,$$

где  $v_m(x) = \left( F^{-1} \left( \frac{1}{\mu(\xi)} \right) \right) (x) \in L_2(R)$ .

**Лемма.** Система

$$\left\{ v_m(x - \beta h) \right\}_{\beta=0}^N$$

является линейно независимой системой в пространстве  $L_2(R)$  и линейная оболочка этой системы является  $(N+1)$  мерным подпространством в  $L_2(R)$ .

Из этой леммы и из теории существования и единственности наилучшего приближения подпространством следует существование и единственность оптимальной квадратурной формулы для интегралов типа Фурье.

**Теорема 2.** Оптимальная квадратурная формула для интегралов типа Фурье (1), коэффициенты которой являются решением системы линейных уравнений

$$\psi_\alpha(h\alpha) = 0, \quad \alpha = 0, 1, \dots, N$$

в пространстве Хёрмандера  $H_2^\mu(R)$ , существует и она является единственной.

#### Литература

1. Соболев С.Л., Введение в теорию кубатурных формул. М.: Наука, 1974г. – 808с.
2. Валевич Л.Р. и Панеяк Б.П. Некоторые пространства обобщенных функций и теоремы вложения. УМН. XX,1(121),165,3.
3. O. I. Jalolov. “Asymptotically optimal lattice cubature formulas with a regular boundary layer in the space  $H_\nu^\mu(\Omega)$ ”, AIP Conference Proceedings. 3004, 060028 (2024), DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0199854>.

УДК. 517. 518. 644

Ф.И. Жалолов<sup>1</sup>, Б.О. Исомиддинов<sup>1</sup>, Ш.Ё. Аминова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Бухарский государственный университет. Узбекистан

#### КОЭФФИЦИЕНТЫ ОПТИМАЛЬНЫХ ВЕСОВЫХ КВАДРАТУРНЫХ ФОРМУЛ В ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$

**Аннотация:** Современная постановка проблемы оптимизации формул приближенного интегрирования заключается в минимизации нормы функционала погрешности формулы на выбранных нормированных пространствах. В настоящей работе в пространстве  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$  периодических функций построена оптимальная квадратурная формула и приведена норма функционала погрешности построенной квадратурной формулы в сопряженном пространстве  $\tilde{W}_2^{(m)*}(T_1)$ . А также для функционал погрешности квадратурной формулы функций класса  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$  получена оценку сверху и найдены оптимальные коэффициенты квадратурной формулы при  $m = 3$ .

**Ключевые слова:** Обобщенная функция, оптимальные квадратурные формулы, пространство Соболева, норма, функционал погрешности, интерполяционная формула, экстремальная функция.

**F.I. Jalolov<sup>1</sup>, B.O. Isomiddinov<sup>1</sup>, Sh.Yo. Aminova<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Bukhara State University, Republic of Uzbekistan

**COEFFICIENTS OF OPTIMAL WEIGHT QUADRATURE FORMULAS IN SOBOLEV SPACE  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$**

**Abstract:** The modern formulation of the problem of optimization of approximate integration formulas consists in minimizing the norm of the error functional of the formula on selected normalized spaces. In this work, in the space  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$  an optimal quadrature formula is constructed and the norm of the error functional of the constructed quadrature formula in the dual space  $\tilde{W}_2^{(m)*}(T_1)$  is given. And also for the error functional of the quadrature formula of functions of the class  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$  an upper estimate was obtained and found optimal coefficients of the quadrature formula for  $m=3$ .

**Key words:** Generalized function, optimal quadrature formulas, Sobolev space, norm, error functional, interpolation formula, extremal function.

Рассмотрим квадратурную формулу вида

$$\int_{T_1} p(x) f(x) dx \approx \sum_{\beta=1}^N C[\beta] f(x^{(\beta)}), \quad (1)$$

с функционалом погрешности

$$\ell_N(x) = p(x) \varepsilon_{(T_1)}(x) - \sum_{\beta=1}^N C[\beta] \delta(x - x^{(\beta)}), \quad (2)$$

где  $x^{(\beta)}$  и  $C[\beta]$  - узлы и коэффициенты квадратурной формулы,  $\varepsilon_{(T_1)}(x)$  - характеристическая функция  $T_1$ - окружности длины равной единице,  $\delta(x)$  - дельта функция Дирака и  $p(x) \in L_2(T_1)$ .

**Определение 1.** Пространство  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$  определяется как пространство функций заданных одномерном  $T_1$  - окружности длины равной единице и имеющих все обобщённые производные порядка  $m$  суммируемые с квадратом в норме[3]

$$\|f|_{\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)}\|^2 = \left( \int_{T_1} f(x) dx \right)^2 + \sum_{k \neq 0} |2\pi k|^{2m} |\hat{f}_k|^2, \quad (3)$$

где  $\hat{f}_k$  - коэффициенты Фурье т.е.  $\hat{f}_k = \int_{T_1} f(x) e^{2\pi i k x} dx$ .

Имеют места следующие

**Теорема 1.** Квадрат нормы функционала погрешности квадратурной формулы (1) над пространством  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$  равен

$$\|\ell_N | \tilde{W}_2^{(m)*}(T_1) \|^2 = \left| \hat{p}_0 - \sum_{\beta=1}^N C[\beta] \right|^2 + \frac{1}{(2\pi)^{2m}} \sum_{k \neq 0} \left| \frac{\hat{p}_k - \sum_{\beta=1}^N C[\beta] e^{2\pi i k x^{(\beta)}}}{k^{2m}} \right|^2, \quad (4)$$

где  $C[\beta]$  - коэффициенты,  $x^{(\beta)}$  - узлы квадратурной формулы вида (1).

**Теорема 2.** Экстремальная функция квадратурной формулы (1) имеет следующий вид

$$\psi_\ell(x) = \hat{p}_0 - \sum_{\beta=1}^N C[\beta] + \frac{1}{(2\pi)^{2m}} \sum_{k \neq 0} \frac{\hat{\ell}_k e^{-2\pi i k x}}{k^{2m}} \quad (5)$$

$$\text{и } \psi_\ell(x) \in \tilde{W}_2^{(m)}(T_1), \quad \hat{\ell}_k = \hat{p}_k - \sum_{\beta=1}^N C[\beta] e^{2\pi i k x^{(\beta)}}.$$

Основным результатом настоящей работы является

**Теорема 3.** В периодическом пространстве Соболева  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$  существует единственная оптимальная квадратурная формула вида (1) с функционалом погрешности (4), коэффициенты которой при  $m=3$  имеют следующий вид

$$C[\beta] = \frac{\hat{p}_0 + \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{1}{N^6} \sum_{k \neq 0} \frac{\hat{p}_k}{k^6}}{N \left( \hat{p}_0 + \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{1}{N^6} \sum_{k \neq 0} \frac{\hat{p}_k}{k^6} \right)}, \quad (6)$$

где  $\beta = \overline{1, N}$ ,  $N = 2, 3, \dots$ ,  $\hat{p}_k$  - коэффициенты Фурье.

### Литература

1. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул, М.Наука, 1974г. 808 с.
2. Шадиметов Х.М., Жалолов Ф.И. Наилучшая весовая квадратурная формула над пространством Соболева  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$ . Докл. АН РУз, Ташкент, 2011г. № 1, -с. 4.
3. Жалолов Ик.И. Алгоритм построения дискретного аналога  $D_3^h[\beta]$  одного оператора. Проблемы вычислительной и прикладной математики. Ташкент, 2015. № 2, -с. 4.
4. Градштейн И.С и Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм рядов и произведений. М.наука, физ-мат., 1971г.
5. Farhod Jalolov, Bekzodjon Isomiddinov. Construction of the optimal cubature formula in the space  $H_p^{(\mu)}(T_n)$ . AIP Conference Proceedings. 3004, 060026 (2024), <https://doi.org/10.1063/5.0199850>.

УДК 519.6

А.Б. Назимов<sup>1</sup>, М. Муллоджанов<sup>2</sup>, М.А. Очилова<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Сочинский государственный университет, Сочи, Россия

<sup>2,3</sup>Худжандский государственный университет им. Б. Гафурова, Худжанд, Таджикистан

**ОБОБЩЕННАЯ ЦИРКУЛЯНТНАЯ МАТРИЦА  
И АЛГОРИТМ ЕЕ БЫСТРОЙ ОБРАБОТКИ**