

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA'LIM, FAN VA
INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI
TASHKENT INTERNATIONAL UNIVERSITY



**YASHIL TARAQQIYOT:
BARQAROR KELAJAK UCHUN
YECHIMLAR**

2025-YIL 16-APREL

TASHKENT INTERNATIONAL UNIVERSITY



**"YASHIL TARAQQIYOT: BARQAROR KELAJAK UCHUN
YECHIMLAR"**

mavzusidagi respublika ilmiy-amaliy konferensiyasi tezislari

TO'PLAMI

16-aprel 2025 yil

TASHKENT INTERNATIONAL UNIVERSITY

СБОРНИК

Тезисов Республиканской научно-практической конференции на тему

**«ЗЕЛЁНОЕ РАЗВИТИЕ: РЕШЕНИЯ ДЛЯ УСТОЙЧИВОГО
БУДУЩЕГО»**

16- апрель 2025 год

TASHKENT INTERNATIONAL UNIVERSITY

COLLECTION

Theses of the Republican Scientific and Practical Conference on the theme of

**“GREEN DEVELOPMENT: SOLUTIONS FOR A SUSTAINABLE
FUTURE”**

April 16, 2025

TOSHKENT 2025

$$\int_0^1 \varphi(x) dx \cong \sum_{k=1}^N C_k \varphi(hk) \quad (2)$$

with the error

$$(l, \varphi) = \int_0^1 \varphi(x) dx - \sum_{k=1}^N C_k \varphi(hk) \quad (3)$$

Where

$$(l, \varphi) = \int_{-\infty}^{\infty} l(x) \varphi(x) dx$$

and the corresponding error functional is

$$l(x) = \left(\varepsilon_{(0,1]}(x) - \sum_{k=1}^N C_k \delta(x - hk) \right) * \phi_0(x) \quad (4)$$

Here C_k are the coefficients of formula (1.2), $h = \frac{1}{N}$, $N \in \Gamma$, $\varepsilon_{(0,1]}(x)$ is the indicator of the interval $(0, 1]$, δ is the Dirac's delta-function

References

Shadimetov M.Kh. Weighted optimal quadrature formulas in a periodic Sobolev space. Uzbek Math. Zh., no. 2, 1998, 76-86.

S.S. Azamov, H. M. Qobilov Optimal quadrature formulas in the space of periodic functions journal of INTERNATIONAL SCIENTIFIC JOURNAL OF COMPUTING TECHNOLOGIES AND MATHEMATICAL MODELING

О НАХОЖДЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТЫ ВЕСОВОЙ ОПТИМАЛЬНОЙ КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ С. Л. СОБОЛЕВА

$$W_2^{(m)}(T_1)$$

Ф.И. Жалолов¹, Н.В. Файзуллаева¹

¹Бухарский государственный университет, ул. М. Икбол, 11, г. Бухара,
200118, Узбекистан,
f.i.jalolov@buxdu.uz

В настоящей работе в пространстве $W_2^{(m)}(T_1)$ периодических функций построена оптимальная весовая квадратурная формула используя метод предложенным С. Л. Соболевым [1], применяя дискретный аналог $D_m[\beta]$ [2] одного дифференциального оператора при $m = 3$. Рассмотрим квадратурную формулу вида

$$\int_{T_1} p(x) f(x) dx \approx \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda f(x^{(\lambda)}), \quad (1)$$

где $x^{(\lambda)}$ и c_λ - узлы и коэффициенты квадратурной формулы. Квадратурную формулу (1) сопоставим обобщённую функцию

$$l(x) = p(x)\varepsilon_{(T_1)}(x) - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda \delta(x - x^{(\lambda)}), \quad (2)$$

и назовём её функционалом погрешности квадратурной формулы (1). Здесь $\varepsilon_{(T_1)}(x)$ - характеристическая функция T_1 , т.е.

$$\varepsilon_{(T_1)}(x) = \begin{cases} 1, & x \in T_1 \\ 0, & x \notin T_1 \end{cases}, \quad \delta(x) - \text{дельта функция Дирака и } p(x) \in L_2(T_1).$$

Определение 1. Пространство $W_2^{(m)}(T_1)$ определяется как пространство функций заданных одномерном T_1 - окружности длины равной единице и имеющих все обобщённые производные порядка m суммируемые с квадратом [1].

Норма определяется по формуле

$$\|f\|_{W_2^{(m)}(T_1)}^2 = \left(\int_{T_1} f(x) dx \right)^2 + \sum_{k \neq 0} |2\pi k|^{2m} |\hat{f}_k|^2, \quad (3)$$

где $\hat{f}_k$ - коэффициенты Фурье т.е. $\hat{f}_k = \int_{T_1} f(x) e^{2\pi i k x} dx$.

Справедлива следующие.

Теорема 1. Квадрат нормы функционала погрешности весовой квадратурной формулы (1) над пространством $W_2^{(m)}(T_1)$ равен

$$\|l\|_{W_2^{(m)}(T_1)}^2 = \left| \hat{p}_0 - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda \right|^2 + \frac{1}{(2\pi)^6} \sum_{k \neq 0} \frac{\left| \hat{p}_k - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda e^{2\pi i k x^{(\lambda)}} \right|^2}{k^6}, \quad (4)$$

где c_λ - коэффициенты, $x^{(\lambda)}$ - узлы квадратурной формулы вида (1).

Теорема 2. Функция $\psi_1(x) \in W_2^{(m)}(T_1)$ является экстремальной функцией для квадратурной формулы (1), где

$$\psi_1(x) = \hat{p}_0 - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda + \frac{1}{(2\pi)^6} \sum_{k \neq 0} \frac{\hat{1}_k e^{-2\pi i k x}}{k^6}. \quad (5)$$

По теоремы Бабушки [1] представление экстремальной функции (5) имеет следующий вид

$$\psi_1(x_\beta) = \hat{p}_0 - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda + \frac{1}{(2\pi)^6} \sum_{k \neq 0} \frac{\left(\hat{p}_k - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda e^{2\pi i k x^{(\lambda)}} \right) e^{-2\pi i k x_\beta}}{k^6}. \quad (6)$$

Основным результатом настоящей работы является

Теорема 3. В периодическом пространстве Соболева $\widetilde{W}_2^{(m)}(T_1)$ существует единственная оптимальная квадратурная формула вида (1) с функционалом погрешности (2), коэффициенты которой при $m=3$ имеют следующий вид

$$c_\lambda = \frac{\hat{p}_0 + \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{1}{N^6} \sum_{k \neq 0} \frac{\hat{p}_k}{k^6}}{N \left(\hat{p}_0 + \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{1}{N^6} \sum_{k \neq 0} \frac{\hat{p}_k}{k^6} \right)}, \quad \beta = \overline{1, N}, N = 2, 3, \dots \quad (7)$$

Используя известные формулы [4] для оптимальных коэффициентов квадратурной формулы (1) из (7) получим

$$c_{[\beta]} = \frac{1 + \frac{1}{2N^4} B_4(h\beta)}{N \left(1 + \frac{1}{2N^4} B_4 \right)} \quad (8)$$

Литература

1. Соболев С.Л., Введение в теорию кубатурных формул, М.Наука, 1974г. 808 с.
2. Shadimetov Kh.M, Jalolov Ik.I. Algorithm for constructing a discrete analogue $D_3[\beta]$ of a single operator. Problems of computational and applied mathematics, 2015, No.2, -pp. 48-53.
3. Farhod Jalolov. "The best cubature formula over the space of S. L. Cobolev $\widetilde{W}_2^{(m)}(T_n)$ AIP Conference Proceedings 2781, 020049 (2023), <https://doi.org/10.1063/5.0144836>.
4. И.С. Градштейн и И.М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм рядов и произведений. наука, физ-мат., М.1971.
5. Farhod Jalolov, Bekzodjon Isomiddinov. Construction of the optimal cubature formula in the space. AIP Conference Proceedings. 3004, 060026 (2024), <https://doi.org/10.1063/5.0199850>.

	ASKAR UGLI OLTIBOEVA DILNORA ORIFJONOVNA	GIBSON-THOMPSON EQUATION	
37.	BOLTAYEV AZIZ KUZYEVICH DAVRONOV JAVLON RUSTAM O'G'LI ABDURAXIMOV DILSHOD ILHOM O'G'LI	$L_2^{(m,0)}(0,1)$ FAZOSIDA OPTIMAL KVADRATUR FORMULANING KOEFFITSIYENTLARI	773
38.	BOLTAYEV AZIZ KUZYEVICH DAVRONOV JAVLON RUSTAM O'G'LI ABDURAXIMOV DILSHOD ILHOM O'G'LI	$L_2^{(m,0)}(0,1)$ FAZOSIDA SARD MA'NOSIDA OPTIMAL KVADRATUR FORMULANING XATOLIK FUNKSIONALI NORMASINING KO'RINISHI	776
39.	BOYTILLA YEV B.A. ANVAROV ZAFARMUROD	REPRESENTATION OF THE SQUARE OF THE NORM OF THE ERROR FUNCTIONAL OF DERIVATIVE QUADRATURE FORMULA	778
40.	^{1,2} NURALIEV F.A., ¹ EDILBEKOVA R.M. ² JALILOV A.H	SOBOLEV FAZOSIDA HOSILALI OPTIMAL KVADRATUR FORMULALAR QURISH	779
41.	KOBILOV KHOJIAKBAR ABDURAXIMOV DILSHOD ESHBOYEV XUSHVAQT BEKPULAT O'G'LI	OPTIMAL QUADRATURE FORMULAS IN THE SPACE $W_2^{(m,m-1,m-2)}(0,1)$ OF PERIODIC FUNCTIONS	782
42.	Ф.И. ЖАЛОЛОВ ¹ Н.В. ФАЙЗУЛЛАЕВА ¹	О НАХОЖДЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТЫ ВЕСОВОЙ ОПТИМАЛЬНОЙ КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ С. Л. СОБОЛЕВА $W_2^{(m)}(T_1)$	783
43.	И.И. ЖАЛОЛОВ ¹ Ф.К. ЮСУПОВА ²	ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ ХЁРМАНДЕРА	786
44.	О.И. ЖАЛОЛОВ ¹ М.Б. КАЙИМОВА ¹	ПРАКТИЧНЫЕ АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ОПТИМАЛЬНЫЕ КУБАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА $\bar{L}_p^{(m)}(S_n)$	788
45.	О.И.ЖАЛОЛОВ ^{1,А)} , Х.У.ХАЯТОВ ^{1,Б)}	АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИИ КВАДРАТУРНЫХ ФОРМУЛ С ПОМОЩЬЮ ОПТИМАЛЬНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИОННОЙ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ С.Л.СОБОЛЕВА $W_2^{(m)}(T_1)$	790