

**MINISTRY OF HIGHER EDUCATION, SCIENCE AND INNOVATION  
OF THE REPUBLIC OF UZBEKISTAN**

**NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN NAMED AFTER  
MIRZO ULUGBEK**

**INSTITUTE OF MATHEMATICS NAMED AFTER  
V. I. ROMANOVSKY**

**ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF UZBEKISTAN  
MATHEMATICAL SOCIETY OF UZBEKISTAN**



**PROCEEDINGS OF THE SEMINAR**  
dedicated to the memory of professor M.I. Isroilov on April 27, 2024  
(CMT2024)

**“HISOBLASH MODELLARI VA TEXNOLOGIYALARI”**  
(CMT2024)  
professor M.I. Isroilov tavalludining 90 yilligiga bag‘ishlangan uchinchi xalqaro  
seminar

Труды международного семинара,  
посвященном 90-летию профессора М.И.Исроилова 27 апреля 2024 г.  
«**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ**»  
(CMT2024)

**Tashkent-2024**

**MINISTRY OF HIGHER EDUCATION, SCIENCE AND INNOVATION  
OF THE REPUBLIC OF UZBEKISTAN**

**NATIONAL UNIVERSITY OF UZBEKISTAN NAMED AFTER  
MIRZO ULUGBEK**

**INSTITUTE OF MATHEMATICS NAMED AFTER  
V. I. ROMANOVSKY**

**ACADEMY OF SCIENCES OF THE REPUBLIC OF UZBEKISTAN  
MATHEMATICAL SOCIETY OF UZBEKISTAN**

**PROCEEDINGS OF THE SEMINAR**

**dedicated to the memory of professor M.I. Isroilov on April 27, 2024  
(CMT2024)**

**“HISOBLASH MODELLARI VA TEXNOLOGIYALARI”  
(CMT2024)**

**professor M.I. Isroilov tavalludining 90 yilligiga bag‘ishlangan uchinchi xalqaro  
seminar**

**Труды международного семинара,  
посвященном 90-летию профессора М.И.Исроилова 27 апреля 2024 г.  
«ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МОДЕЛИ И ТЕХНОЛОГИИ»  
(CMT2024)**

**Tashkent-2024**

“Вычислительные модели и технологии”: труды международного семинара (27 апреля 2024 года, г.Ташкент). Руководитель семинара д.ф.-м.н., проф. Р.Д.Алоев.-Ташкент, НУУз имени Мирзо Улугбека, 2024, - 243с.

Сборник содержит материалы международного семинара, посвященного 90-летию М.И.Исроилова “Вычислительные модели и технологии”, предназначен для магистрантов, преподавателей и студентов вузов, научных работников, специалистов в области вычислительной математики, искусственного интеллекта и информационной безопасности.

### **Оргкомитет семинара:**

профессор Арипов М.М.	-Модератор семинара, НУУз
доцент Худойбергганов М.У.	-Председатель оргкомитета
профессор Алоев Р.Д	-Председатель семинара, научный руководитель, НУУз

### **Члены оргкомитета семинара:**

профессор Расулов А.С.	-Председатель секции «Методы Монте-Карло», УМЭД
профессор Шодиметов Х.М.	-Председатель секции «Кубатурные формулы», Институт математики АН РУз
доцент Худойбергганов М.У.	-Председатель секции «Вычислительные методы», НУУз
профессор Матякубов А.С.	-Председатель секции «Математическое моделирование», НУУз
профессор Мадрахимов Ш.Ф.	-Председатель секции «Искусственный интеллект», НУУз
доцент Болтаев Ш.	-Председатель секции «Информационная безопасность», НУУз

### **Члены редакционной коллегии:**

профессор Эшкватов З.К.	-Ответственный секретарь подготовки сборника «Научные труды М.И.Исроилова», НУУз
профессор Варламова Л.П., Чориёров Н.К	-Компьютерная верстка, подготовка макета сборника трудов международного семинара «Вычислительные модели и технологии», НУУз
профессор Аллаков И.	-Ответственный секретарь подготовки книги «Научные труды М.И.Исроилова», НУУз
профессор Хаётов А.Р.	-Ответственный секретарь подготовки сборника статей
Профессор Сейтов А.Ж., Каххоров А.	-Ответственный секретарь подготовки web-сайта международного семинара «Вычислительные модели и технологии», НУУз
доцент Худойбергганов М.У.	-Учёный секретарь международного семинара «Вычислительные модели и технологии», НУУз
доцент Бахромов С.А.	-Ответственный секретарь по общим вопросам
Абдурахмонов О.А., Каримов Д.К., Курбонов Н.	-Общие вопросы семинара -Технические секретари семинара

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Сборник трудов международного семинара «Вычислительные модели и технологии», посвященного 90-летию профессора М.И.Исроилова, прошедшего 27 апреля 2024 года в Национальном университете Узбекистана имени Мирзо Улугбека.

В память о выдающемся ученом, профессоре Маъруфе Исроиловиче Исроилеве был организован международный семинар. Профессор Маъруф Исроилович Исроилов является основоположником и создателем национальной школы по теории чисел и вычислительной математике в Узбекистане.

Профессор М.И.Исроилов внес большой вклад в решении проблем современности по теории чисел, вычислительной математике и теории приближения, оставив в мировой науке глубокий след и богатое научное наследие. Помимо научной работы, профессор Исроилов М.И. вел методическую и воспитательную работу среди молодежи. Ученики Исроилова М.И. успешно работают и по сей день в различных отраслях науки и экономики республики Узбекистан.

Семинар, ставший традиционным, служит ярким примером развития работ профессора Исроилова М.И., включает в себя работы по основным направлениям вычислительной математики:

- вычислительные методы;
- кубатурные формулы;
- методы Монте-Карло;
- математическое моделирование;
- искусственный интеллект;
- информационная безопасность.

В работе семинара приняли участие ведущие специалисты в области вычислительной математики, ученики профессора Исроилова М.И. и молодые ученые из Узбекистана, Малайзии, Китая, России.

Целью международного семинара «Вычислительные модели и технологии» было обсуждение научных результатов ученых за последние годы в бурно развивающихся областях вычислительной математики, математического моделирования, искусственного интеллекта и информационной безопасности.

Сборник трудов международного семинара послужит хорошим подспорьем молодым ученым, магистрантам, преподавателям и специалистам в области вычислительной математики, теории чисел и теории приближения.

## Table of Contents

<b>SESSION 1. COMPUTATIONAL MATHEMATICS.....</b>	<b>8</b>
<b>Eshkuvatov Z.K.</b> Quadrature formula for approximating the singular integral of cauchy type .....	8
<b>Aloev R.D., Ilyani Abdullah, Shalela Mohd Mahali</b> Lyapunov stability of an upwind difference scheme for a quasilinear hyperbolic system.....	12
<b>B.Yusoff</b> Introduction to circular q-rung orthopair fuzzy sets.....	13
<b>R. Nawaz, N. M. A. Nik Long</b> Caputo fractional differential equations for low-risk individuals of the tuberculosis transmission disease.....	13
<b>Eshkuvatov Z.K., Salimova N.M., Xudoyberganov M.O‘.</b> Solving system of volterra integral equations of the first and second kind by modified adomian decomposition method .....	14
<b>Rasulov A.S., Raimova G.M.</b> Application of Monte Carlo and asynchronous methods in solving financial problems .....	15
<b>Маматов А.Р.</b> Алгоритм решения одной задачи билинейного программирования .....	16
<b>Нормуродов Ч.Б., Абдурахимов Б.Ф., Джураева Н.Т.</b> О сходимости метода предварительного интегрирования .....	17
<b>Солеев А.С., Розет И.Г., Мухтаров Я.</b> Исследование эколого-медицинских моделей методами бифуркационных параметров в конечно разностных дискретных системах .....	19
<b>Mamatova H., Eshkuvatov Z.K., Ismail Sh.</b> Hybrid method for bounded and unbounded solution of the system of cauchy-type singular integral equations of the first kind .....	22
<b>Aloyev R.D., Ovlayeva M.X., Egamberdiyeva D.Z.</b> Giperbolik sistema uchun qo‘yilgan chegaraviy boshqarish masalasi uchun oshkormas ayirmali sxemasi turg‘unligini tadqiq etish .....	23
<b>Aloyev R.D., Ovlayeva M.X., Fattoyeva N.G‘.</b> Dinamik chegaraviy shartlariga ega ikki o‘lchovli giperbolik sistema uchun oshkormas ayirmali sxemani qurish, turg‘unligini tekshirish .....	24
<b>Aloev R.D., Alimova V.B.</b> Exponential stability of a numerical solution of a hyperbolic system with negative nonlocal characteristic velocities .....	25
<b>Qurbonov J.S.</b> Funktsiyalarni interpolatsiyalash masalasi. Splayn funktsiyalarni klassik interpolatsion ko‘pxadlardan afzalligi.....	26
<b>Dalabaev U., Hasanova D.R.</b> Some approaches to improving solutions of differential equations .....	28
<b>Аллаков И., Имамов О.Ш.</b> О число решении одной квадратного уравнение в простых чисел из арифметической прогрессии .....	30
<b>Xudoyberganov M.O‘., Karimov D.</b> To‘lqin tenglamasiga qo‘yilgan aralash masala sonli yechimining Lyapunov bo‘yicha turg‘unligi.....	32
<b>Abdullaev E.S., Zakirov V.M.</b> Servicing requests by controlling request intervals during times of high traffic .....	34
<b>Rasulov A.S., Matqurbanov G.B.</b> Yevropa turdagi opsiyoning narxini diskret va uzluksiz holda hisoblash.....	36
<b>Abdiquahhorov S., Choriyorov N.Q., Abduraxmonov O.N., Seytov A.J.</b> Ochiq kanallarda suvning ikki o‘lchamli beqaror harakati masallarini yechish uchun chekli element usulidan foydalanish .....	39
<b>Kurbonnazarov A.I., Boltayev N.D.</b> Hilbert fazosida Furiye koeffitsiyentlarini hisoblash uchun giperbolik funktsiyalarga aniq optimal kvadratur formula.....	41
<b>Doniyorov N.N.</b> Chekli elementlar usullari uchun yangi algebraik – trigonometrik bazis funktsiyalarni qurish.....	43
<b>Hayotov A.R., Babaev S.S.</b> Weighted optimal quadrature formula with derivative in the space $W_2^{(2,1)}$ .....	45
<b>Akhmedov D.M., Aliev Sh.E.</b> Optimal quadrature formulas for singular integrals of cauchy type in $L_2^{(m)}(-1,1)$ .....	46
<b>Akhmedov D.M., Hayotova S.A.</b> Optimal quadrature formula for reconstruction of tomographic images of radial symmetric functions .....	47
<b>Nuraliev F.A., Kuziev Sh.S.</b> Coefficients of the optimal quadrature formulas with derivatives .....	48

<b>Babaev S.S., Mirzoyeva S.O.</b> The numerical solution of a volterra integral equation of the second kind using the Galerkin method based on the coefficients of the optimal interpolation .....	51
<b>Babaev S.S., Ganiyeva M.N.</b> The numerical solution of a volterra integral equation the second kind by optimal quadrature formula.....	52
<b>Abduaxadov A.A., Yusufova G.Sh.</b> Construction of the optimal quadrature formula for highly oscillatory integrals using the PHI function method.....	53
<b>Boytillayev B.A.</b> Construction of optimal formulas for approximate solution of generalized Abel's integral equations of fractional order .....	54
<b>Jabborov X.X.</b> Sobolevning $L_2^{(1)}(0, 2\pi)$ fazosida gilbert yadroli singular integrallar uchun optimal kvadratur formulaning koeffitsiyentlari .....	57
<b>Пья V. Boykov</b> Approximate methods for calculating hypersingular integrals .....	60
<b>Arasheva S., Abdujabborov Z., Seytov A.</b> Mathcad dasturida matematik analiz misol va masalalarini yechish algoritmlari.....	60
<b>Beshimov N., Kamboyev B., Seytov A.</b> Hosila hisoblashning sodda qoidalari. Elementar funksiyalarning hosilalari.....	63
<b>Жалолов О.И., Барноева З.Э., Махмудов М.М.</b> Практичные асимптотические оптимальные кубатурные формулы в пространстве Соболева $\bar{L}_p^{(m)}(S_n)$ .....	66
<b>Жалолов О.И., Мухсинова М.Ш.</b> Нахождении элемент рисса и норма функционала погрешности квадратурной формулы типа фурье в пространстве Хёрмандера $H_2^\mu(R)$ .....	68
<b>Жалолов О.И., Хаятов Х.У.</b> Алгоритм построении квадратурных формул с помощью оптимальной интерполяционной формулы в пространстве С.Л.Соболева $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$ .....	69
<b>SESSION 2. INFORMATION SECURITY.....</b>	<b>72</b>
<b>Tuyboyov O.V., Normatov S.B.</b> Collaborative creativity between humans and AI .....	72
<b>Tuyboyov O.V., Normatov S.B.</b> Impacts of AI on the future of work and employment .....	74
<b>Муртазин Э.Р., Петров Р.И.</b> Революция в кибербезопасности: роль симуляций и виртуальных сред в тестировании и оптимизации расчетных моделей .....	77
<b>Нормуродов Д.Г.</b> Исследование уязвимостей интернета вещей (IoT) и методы их устранения 79	
<b>Акабирходжаева Д.Р.</b> Меры и предложения по обеспечению информационной безопасности личности в узбекистане в условиях глобализации.....	81
<b>Tuychiev G.N., Jumakulov A.K.</b> The network srepes16-4.....	84
<b>Bekmirzaev O.N., Eshonqulov N.D.</b> Analysis the tools of protection DDoS attacks and their features .....	88
<b>Sayfullayev Sh.B.</b> Kiberxavfsizlik asoslari fanidan darslarni o'tish konseptual modeli.....	91
<b>Anvarjonov Kh., Alijonov A.</b> Steganography in IoT communications .....	93
<b>Arolova Sh., O'Imasov A.</b> IoT tizimlarida trojan hujumlar.....	95
<b>Xolbo'tayeva L.G.</b> Blowfish simmetrik blokli shifrlash algoritmi .....	97
<b>Sattorov I.</b> Axborot xavfsizligidagi zaifliklarini aniqlash klassifikatsiyasi .....	99
<b>Mirzaxmedova E.X.</b> Kriptografik hesh funksiya algoritmlarining qiyosiy tahlili.....	101
<b>Liu Lingyun</b> Research on software optimization methods for SM4 and SM4 variant.....	103
<b>SESSION 3. MATHEMATICAL MODELING .....</b>	<b>106</b>
<b>Aripov M., Bobokandov M.</b> Cauchy problem for a double nonlinear parabolic non-divergence form equation with a critical exponent .....	106
<b>Friday Zinzendoff Okwonu</b> High dimensional diagonal classification methods .....	108
<b>Kumykov T.S., Parovik R.I.</b> Modeling thunderstorms formation within the mid-latitude taking into account cloud fractal properties .....	109
<b>Рахмонов З.Р., Урунбаев Ж.Э.</b> Об одной задачи кросс диффузии с нелинейными граничными условиями .....	111
<b>Саидов У.М.</b> Ионлашган суспензияларни филтрлашда математик модел ишлаб чиқиш .....	112

<b>Normurodov Ch.B., Ziyakulova Sh.A., Normatova M.M.</b> Singulyar qo‘zg‘atilgan tenglamani dastlab integrallash metodining diskret varianti bilan sonli modellashtirish.....	115
<b>Шукуров А.М., Жабборов А.У.</b> Рассеяние нестационарных волн давления на жестком шаре в акустическом полупространстве.....	117
<b>Okwonu F.Z.</b> The use of quartile resample for multi-D imensional bayes classification.....	120
<b>Мусурмонова М.О., Шукуров А.М.</b> Распространение нестационарных поперечных волн от сферической полости вблизи жесткого шара в пространстве упругой среды.....	121
<b>Джамалов С.З., Сипатдинова Б.К.</b> Об одной линейной обратной задаче для трёхмерного уравнения смешанного типа второго рода второго порядка с нелокальными краевыми условиями в неограниченном параллелепипеде.....	124
<b>Yuldashev T.K.</b> Optimal control of nonlinear inverse problem for a hilfer fractional analog of the Barenblatt-Zhel'tov-Kochina equation with redefinition function at the end of the interval .....	125
<b>Yarashov I.</b> Mathematical modeling and research of the dynamic protection system.....	128
<b>Raimova G.M., Muhammadibrohimov B.N.</b> Rem analysis of the “green” state of the central asian countries .....	129
<b>Bekova V.G., Khakimov M.X., Olimova D.B.</b> The analysis and mathematical models of sentence types for a quantum computer translation .....	131
<b>Rasulmuxamedov M.M., Tashmetov K.Sh.</b> Transport oqimlarini o‘rganishda LWR modeli .....	134
<b>Dalabaev U., Laatipov N.K., Buriev A.T.</b> Development of flow in a pipe with partially filled porous medium.....	136
<b>Rafiqova D.R., Abduraxmonov O.N., Choriyrov N.Q., Seytov A.J.</b> Mavsumiy tartibga soluvchi suv omborlari bo‘lgan yirik nasos stansiyalarida suv resurslarining matematik modellari .....	138
<b>Полатов А.М., Икрамов А.М., Сапаев Ш.О.</b> Компьютерное моделирование температурного поля при тепловом потоке в осесимметричных телах сложной конструкции .....	141
<b>Varlamova L.P., Qahhorov A.O‘.</b> Aerokosmik tasvirlarni qayta ishlashning matematik usullari....	145
<b>Жалолов Ф.И., Исомиддинов Б.О.</b> О нахождении коэффициенты весовой оптимальной квадратурной формулы в пространстве С.Л.Соболева $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$ .....	146
<b>Жалолов И.И., Исомиддинов Б.О.</b> Об одном алгоритме построение оптимальной квадратурной формулы в пространстве хёрмандера.....	148
<b>Khuzhayorov B.Kh., Dzhilyanov T.O., Akramov Sh.B., Tovboyev J.M.</b> Model of anomalous filtration of liquid in a one-dimensional homogeneous porous medium.....	149
<b>Vaxromov S., Ibragimov S., Yuldashev M., Karimov A.</b> Oshqozon yarasining yuzasini integral yordamida hisoblash usullari va algoritmlari .....	152
<b>Юлдашев М., Каримов А., Қурбонов Н., Собиров А.</b> Геофизик сигналларни тиклашда биринчи тартибли сплайн функцияларни қўлланилиши .....	155
<b>Vaxromov S.A., Choriyrov N.Q., Irisqulova R.I., Tursonov H.A.</b> Tengmas oraliqlarda qurilgan lokal interpoliyatsion kubik splaynlar qurish .....	157
<b>Бахромов С.А., Кабилова О.А., Азимова У.А., Қурбонов Ж.С.</b> Сравнительный анализ методов приближения функций полиномиальными сплайнами .....	160
<b>Қобилов С.Ш., Хушвақтов Ж.Г., Насриддинов Ж.И., Тошмаматов Х.Х.</b> Функцияларни интерполяция қилишнинг локал сплайн усули .....	162
<b>Хужаёров Б., Джиянов Т.О., Зокиров М.С., Ражаббойев Ш.Ш.</b> Дробно-дифференциальная модель упруговязкопластичной фильтрации .....	164
<b>Абдураимов Д.Э.</b> Термопластик масалани ечишнинг умумий ҳолда қўйилиши ва ечиш усуллари ҳақида .....	167
<b>Seytov A.J., Abdujabbarov Z.A.</b> Модель кинематической волны .....	169
<b>Гофуржонов М., Дадабаев С., Косимов А., Курбонов Н.</b> Восстановление сигналов с помощью многочлена Лагранжа .....	172
<b>Ramanova T.T., Abdullaev I.U.</b> Modeling the noise map of the dormitory of the national university of Uzbekistan.....	175
<b>Бобович Д. А., Александрович А. Е.</b> Использование технологий виртуальной реальности в образовании .....	178

<b>SESSION 4. ARTIFICIAL INTELLIGENCE .....</b>	<b>182</b>
<b>Каршибоев Ш.А., Муртазин Э.Р., Касимов А.М.</b> Интеграция искусственного интеллекта в проектирование эффективных энергетических систем .....	182
<b>Тухтабаев К.А., Эргашева Ш.Э.</b> Аналитических выражений для вычислений значений латентных признаков .....	184
<b>Турсунмуротов Д.Х.</b> Цензурирование обучающих выборок с использованием регуляризации.....	187
<b>G'afforov N.Y.</b> Shaxsni tanib olishda biometrik texnologiyalar: afzallik va kamchiliklari .....	189
<b>Порубай О.В.</b> Применение концепции Smart Grid в задачах управления режимами работы электроэнергетических систем .....	192
<b>Игнатъев Н.А.</b> Об оценках качества кластерного анализа данных.....	194
<b>Расулмухамедов М.М., Ташметов К.Ш.</b> Модель машинного обучения для прогнозирования транспортных потоков: дерево решений .....	197
<b>Кодиров Б.Т., Раззаков М.Б.</b> Искусственного интеллекта при формировании имиджа организации .....	200
<b>Sayfullayeva S.U.</b> Iqtisodiyotda sun'iy intellekt texnologiyalarini qo'llanishining nazariy asoslari..	202
<b>Бакоев М.Т., Умарова Ш.Г.</b> Использование потенциала искусственного интеллекта в электронном обучении.....	205
<b>Hokimjonova Z.Sh.</b> The importance of Deep Learning to detect IDC patches from breast cancer ...	207
<b>Mirzayev N., O'rinboyev J.K.</b> Diktorni tanib olish masalasida ovozni xarakterlovchi belgilarni ajratib olishning mel chastotali keprstral analiz usuli.....	208
<b>Акбаров Б.Х.</b> Анализ отношений объектов обучающей выборки на многообразиях наборов латентных признаков .....	211
<b>Рахматуллаева С.Ф.</b> Сунъий интеллектнинг шаклланиши ва ривожланиш истиқболлари .....	214
<b>Тиллаволдиев А.О., Мелиев Ф.Ф.</b> Предпочтительные комбинации признаков в алгоритмах распознавания.....	216
<b>Samandarov E.K.</b> O'quvchilar bilimini baholashda logistik regressiya mashina o'qitish algoritmidan foydalanish .....	218
<b>Varlamova L.P., Zhang Hongzhi, Tashmamatov H.H.</b> Identification of potato leaf diseases with convolutional neural network.....	219
<b>Yao Yuge</b> Research on the application of artificial intelligence technology in scientific term retrieval under the framework of Big Data.....	222
<b>Авазов Ю.Ш., Абдуллаева К.Р.</b> Анализ эффективности применения интеллектуальных тренажеров в технологических производствах .....	225
<b>Ru Jiang</b> Research on tomato disease detection model based on Yolo.....	227
<b>Usmanbayev D.Sh.</b> Hujumlarni aniqlash tizimlarida mashinali o'qitish algoritmlarini qo'llash usullarining tahlili .....	230
<b>Safarov O., Seytov A.</b> Bolalarda bronxoobstruktiv sindromini olib borish va davolashni sun'iy intellektidan foydalanish .....	232
<b>Abdumannopov A., Seytov A.</b> From scarcity to sustainability: a critical examination of AI-powered water management in urban environments.....	234
<b>Aminov I.B., Inatov A.I.</b> Technologies and algorithms for using artificial intelligence in education .....	236
<b>O'rinov N.T., Chilonboyeva M.A.</b> Sun'iy intellekt: rivojlanish va inson hayotining turli sohalarida amalga oshirish istiqbollari .....	238
<b>Авазов Ю.Ш., Чориев У.Б., Рахмонов Р.Х.</b> Возможности использования языка программирования python в обучении студентов направления искусственного интеллекта .....	240



Tasvirlarni konvolutsiya qilish rasm ustida amalga oshiriladigan keyingi jarayonlar uchun poydevor hisoblanadi. Ya'ni chegaralarni aniqlash, aniqlikni oshirish hamda eng asosiysi tasvirdagi obyektlarni tanib olish uchun tasvir konvolutsiyasini qo'llash boshlang'ich jarayon hisoblanadi.

### Foydalanilgan adabiyotlar

1. L.P. Varlamova, Convolution of Images Using Deep Neural Networks in the Recognition of Footage Objects, Part of the book "Artificial Intelligence for Studies for Sustainable Development: Theory, Practice and Future Applications" Studies in Computational Intelligence, Vol. 912, Aboul-Ella Hassanien et al. (Eds): Artificial Intelligence for Sustainable Development: Theory, Practice and Future Applications, 978-3-030-51919-3, 493719\_1\_En. –Pp.171-191.
2. L.P. Varlamova, N.B. Tashpulatova, T.E. Nabiev, Sh. Tulaganov, R. Karieva, The Image Filtering, Eurasian Journal of Law, Finance and Applied Sciences. Innovative Academy Research Support Center. Volume 2 Issue 5, May 2022. ISSN 2181-2853. –Pp. 212-216.
3. C. Szegedy, W. Liu, Y. Jia, P. Sermanet, S. Reed, D. Anguelov, D. Erhan, V. Vanhoucke, A. Rabinovich // Going deeper with convolutions / Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). – 2015. – P. 1-9. – DOI: 10.1109/CVPR.2015.7298594.
4. Г. Нуссбаумер, Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток. Пер. с англ. :М. «Радио и связь», 1985, 248 с.

УДК. 517. 518. 644

## О НАХОЖДЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТЫ ВЕСОВОЙ ОПТИМАЛЬНОЙ КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ С.Л.СОБОЛЕВА

$$\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$$

Ф.И. Жалолов<sup>1,а)</sup>, Б.О. Исомиддинов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Бухарский государственный университет

<sup>а)</sup> o\_jalolov@mail.ru

В настоящей работе в пространстве  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$  периодических функций построена оптимальная весовая квадратурная формула используя метод предложенным С. Л. Соболевым [1], применяя дискретный аналог  $D_m[\beta]$  [2] одного дифференциального оператора при  $m=3$ .

Рассмотрим квадратурную формулу вида

$$\int_{T_1} p(x) f(x) dx \approx \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda f(x^{(\lambda)}), \quad (1)$$

где  $x^{(\lambda)}$  и  $c_\lambda$  - узлы и коэффициенты квадратурной формулы. Квадратурную формулу (1) сопоставим обобщённую функцию

$$\ell(x) = p(x) \varepsilon_{(T_1)}(x) - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda \delta(x - x^{(\lambda)}), \quad (2)$$

и назовём её функционалом погрешности квадратурной формулы (1). Здесь  $\varepsilon_{(T_1)}(x)$  - характеристическая функция  $T_1$ , т.е.

$$\varepsilon_{(T_1)}(x) = \begin{cases} 1, & x \in T_1 \\ 0, & x \notin T_1 \end{cases}, \quad \delta(x) - \text{дельта функция Дирака и } p(x) \in L_2(T_1).$$

**Определение 1.** Пространство  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$  определяется как пространство функций заданных одномерном  $T_1$  - окружности длины равной единице и имеющих все обобщённые производные порядка  $m$  суммируемые с квадратом [1].  
 Норма определяется по формуле

$$\|f | \tilde{W}_2^{(m)}(T_1)\|^2 = \left( \int_{T_1} f(x) dx \right)^2 + \sum_{k \neq 0} |2\pi k|^{2m} |\hat{f}_k|^2, \quad (3)$$

где  $\hat{f}_k$  - коэффициенты Фурье т.е.  $\hat{f}_k = \int_{T_1} f(x) e^{2\pi i k x} dx$ .

Справедлива следующие.

**Теорема 1.** Квадрат нормы функционала погрешности весовой квадратурной формулы (1) над пространством  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$  равен

$$\|\ell | \tilde{W}_2^{(m)*}(T_1)\|^2 = \left| \hat{p}_0 - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda \right|^2 + \frac{1}{(2\pi)^6} \sum_{k \neq 0} \frac{\left| \hat{p}_k - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda e^{2\pi i k x^{(\lambda)}} \right|^2}{k^6}, \quad (4)$$

где  $c_\lambda$  - коэффициенты,  $x^{(\lambda)}$  - узлы квадратурной формулы вида (1).

**Теорема 2.** Функция  $\psi_\ell(x) \in \tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$  является экстремальной функцией для квадратурной формулы (1), где

$$\psi_\ell(x) = \hat{p}_0 - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda + \frac{1}{(2\pi)^6} \sum_{k \neq 0} \frac{\hat{f}_k e^{-2\pi i k x}}{k^6}. \quad (5)$$

По теоремы Бабушки [1] представление экстремальной функции (5) имеет следующий вид

$$\psi_\ell(x_\beta) = \hat{p}_0 - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda + \frac{1}{(2\pi)^6} \sum_{k \neq 0} \frac{\left( \hat{p}_k - \sum_{\lambda=1}^N c_\lambda e^{2\pi i k x^{(\lambda)}} \right) e^{-2\pi i k x_\beta}}{k^6}. \quad (6)$$

Основным результатом настоящей работы является

**Теорема 3.** В периодическом пространстве Соболева  $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$  существует единственная оптимальная квадратурная формула вида (1) с функционалом погрешности (2), коэффициенты которой при  $m=3$  имеют следующий вид

$$c_\lambda = \frac{\hat{p}_0 + \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{1}{N^6} \sum_{k \neq 0} \frac{\hat{p}_k}{k^6}}{N \left( \hat{p}_0 + \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{1}{N^6} \sum_{k \neq 0} \frac{\hat{p}_k}{k^6} \right)}, \quad \beta = \overline{1, N}, N = 2, 3, \dots \quad (7)$$

Используя известные формулы [4] для оптимальных коэффициентов квадратурной формулы (1) из (7) получим

$$c_{[\beta]} = \frac{1 + \frac{1}{2N^4} B_4(h\beta)}{N \left( 1 + \frac{1}{2N^4} B_4 \right)} \quad (8)$$

## Литературы

1. Соболев С.Л., Введение в теорию кубатурных формул, М.Наука, 1974г. 808 с.
2. Shadimetov Kh.M, Jalolov Ik.I. Algorithm for constructing a discrete analogue  $D_3[\beta]$  of a single operator. Problems of computational and applied mathematics, 2015, No.2, -pp. 48-53.
3. Farhod Jalolov. "The best cubature formula over the space of S. L. Cobolev  $W_2^{(m)}(T_n)$  AIP Conference Proceedings 2781, 020049 (2023), <https://doi.org/10.1063/5.0144836>.
- 4.И.С. Градштейн и И.М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм рядов и произведений. наука, физ-мат., М.1971.
- 5.Farhod Jalolov, Bekzodjon Isomiddinov. Construction of the optimal cubature formula in the space. AIP Conference Proceedings. 3004, 060026 (2024), <https://doi.org/10.1063/5.0199850>.

## ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ ХЁРМАНДЕРА

И.И. Жалолов<sup>1,а)</sup>, Б.О. Исомиддинов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ташкентский государственный транспортный университет

<sup>2</sup>Бухарский государственный университет

<sup>а)</sup> o\_jalolov@mail.ru

Настоящая работа посвящена нахождением в явном виде оптимальных коэффициентов квадратурных формул в пространстве Хёрмандера  $H_2^\mu(R)$  при  $m=2$ .

**Определение 1.** Пространство  $H_2^\mu(R)$  определяется как замыкание бесконечно дифференцируемых функции заданных в  $R$  и убывающих на бесконечность быстрее любой отрицательной степени в норме (см.[1]).

$$\|f(x)|_{H_2^\mu(R)}\| \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left| F^{-1}[(1+y^2)^{\frac{m}{2}}] \cdot F[f(x)](y) \right|^2 dx \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Здесь  $F$  и  $F^{-1}$  прямое и обратное преобразование Фурье :

$$F[f(x)](y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{2\pi i y x} dx \text{ и } F^{-1}[f(x)](y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-2\pi i y x} dx$$

Рассмотрим квадратурную формулу вида

$$\int_0^1 f(x) dx \approx \sum_{\beta=0}^N c_\beta f(x_\beta), \quad (1)$$

с функционалом погрешности

$$\ell(x) = \varepsilon_{[0,1]}(x) - \sum_{\beta=0}^N c_\beta \delta(x - x_\beta), \quad (2)$$

где  $\varepsilon_{[0,1]}(x)$  - индикатор области  $[0,1]$ . Для нахождения нормы функционала погрешности (2) в пространстве  $H_2^\mu(R)$  используется его экстремальная функция .

**Определение 2.** Функция  $\psi_\ell(x)$  называется экстремальной функцией функционала  $\ell_N(x)$ , если  $(\ell_N(x), \psi_\ell(x)) = \|\ell_N|_{H_2^{\mu*}(R)}\| \cdot \|\psi_\ell|_{H_2^\mu(R)}\|$ .

Справедлива следующие

**Теорема 1.** Функция  $u_h^m(h\beta)$  имеет вид:

$$u_h^m(h\beta) = \begin{cases} f_m[\beta], & \text{при } h\beta \in [0,1]; \\ \sum_{\alpha=0}^N c_\alpha v_m(h\alpha - h\beta), & \text{при } h\beta \notin [0,1]. \end{cases} \quad (3)$$

**Теорема 2.** Оптимальные коэффициенты квадратурных формул (1) который минимизирует норму функционала погрешности (2) с равно расположенными узлами в пространстве  $H_2^\mu(R)$  при  $m=2$  имеют следующий вид

$$C[\beta] = \rho \left\{ k_1 - k_2 \begin{cases} (1 + \lambda_1^N), & \beta = 0 \\ (\lambda_1^\beta + \lambda_1^{N-\beta}), & \beta = \overline{1, N-1} \\ (\lambda_1^N + 1), & \beta = N \end{cases} \right\}, \quad (4)$$

где

$$k_1 = \left[ d + 2(1 + A_1) \right] + 2 \frac{A_1 \lambda_1}{1 - \lambda_1} \quad \text{и} \quad k_2 = A_1 \left( M - \frac{1 - (1 + \pi) e^{-2\pi}}{2(e^{2\pi h} - \lambda_1)} \right),$$

$$M = \left\{ \frac{1}{2} \left\{ 2 \frac{1}{1 - \lambda_1} - \frac{e^{-2\pi}}{e^{2\pi h} - \lambda_1} \left[ 1 + \pi + \frac{\pi h e^{2\pi h}}{e^{2\pi h} - \lambda_1} \right] + \frac{e^{2\pi h}}{1 - \lambda_1 e^{2\pi h}} \left[ \frac{\pi h}{1 - \lambda_1 e^{2\pi h}} - 1 \right] \right\} \right\}$$

$$A_1 = \frac{\lambda_1^4 - 4ch2\pi h \lambda_1^3 + 2(1 + 2ch^2 2\pi h) \lambda_1^2 - 4ch2\pi h \lambda_1 + 1}{\lambda_1^2 - 1},$$

$$\lambda_1 = \frac{(2\pi h - sh2\pi hch2\pi h) - \sqrt{(1 - ch^2 2\pi h)(4\pi^2 h^2 - sh^2 2\pi h)}}{2\pi hch2\pi h - sh2\pi h},$$

$$\rho = \frac{2}{\pi(2\pi hch2\pi h - sh2\pi h)},$$

$$d = 2 \left( \frac{2\pi h - sh2\pi hch2\pi h}{2\pi hch2\pi h - sh2\pi h} - 4ch2\pi h \right) + \frac{A_1}{\lambda_1}$$

$|\lambda_1| < 1$  и  $h$  - малый параметр.

## Литературы

1. С.Л.Соболев. Введение в теорию кубатурных формул, М: Наука, 1974, 808с.
2. Ikrom I. Jalolov. "The algorithm for constructing a differential operator of 2nd order and finding a fundamental solution. AIP Conference Proceedings 2365, 020015 (2021), <https://doi.org/10.1063/5.0057025>.
3. Ikrom I. Jalolov. "Algorithm for constructing a discrete analogue  $D_4[\beta]$  of a differential operator". AIP Conference Proceedings 2781, 020041 (2023), <https://doi.org/10.1063/5.0144834>.
4. Kholmat Shadimetov, Ikrom Jalolov. A Representation of the Optimal Quadrature Formula in the Hörmander Space  $H_2^\mu(R)$ . AIP Conference Proceedings 3004, 060048 (2024), <https://doi.org/10.1063/5.0199860>.

## MODEL OF ANOMALIOUS FILTRATION OF LIQUID IN A ONE-DIMENSIONAL HOMOGENEOUS POROUS MEDIUM

Khuzhayorov B.Kh.<sup>1,2</sup>, Dzhiyanov T.O.<sup>1</sup>, Akramov Sh.B.<sup>1</sup>, Tovboyev J.M.<sup>1</sup>