Buxoro davlat universiteti
BUXORO, 200117, M.IQBOL ko'chasi, 11-uy, 2022

@buxdu_uz @buxdu1 @buxdu1 www.buxdu.uz

«AMALIY MATEMATIKA VA AXBOROT TEXNOLOGIYALARINING ZAMONAVIY MUAMMOLARI»
XALQARO ILMIY-AMALIY ANJUMAN

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

TOSHKENT DAVLAT TRANSPORT UNIVERSITETI
Tashkent state transport university

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI

«AMALIY MATEMATIKA VA AXBOROT TEXNOLOGIYALARINING ZAMONAVIY MUAMMOLARI» XALQARO ILMIY-AMALIY ANJUMAN MATERIALLARI

ABSTRACTS INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND PRACTICAL CONFERENCE «MODERN PROBLEMS OF APPLIED MATHEMATICS AND INFORMATION TECHNOLOGIES»

МАТЕРИАЛЫ МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ «СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»

2022-yil, 11-12 may

BUXORO – 2022

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ
ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ФАНЛАР АКАДЕМИЯСИ
В.И. РОМАНОВСКИЙ НОМИДАГИ МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТИ
ЎЗБЕКИСТОН МИЛЛИЙ УНИВЕРСИТЕТИ
ТОШКЕНТ ДАВЛАТ ТРАНСПОРТ УНИВЕРСИТЕТИ
БУХОРО ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

Бухоро фарзанди, Беруний номидаги Давлат мукофоти лауреати, кўплаб ёш изланувчиларнинг ўз йўлини топиб олишида раҳнамолик қилган етук олим, физика-математика фанлари доктори Ғайбулла Назруллаевич Салиховнинг 90 йиллик юбилейларига бағишланади

АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИНИНГ ЗАМОНАВИЙ МУАММОЛАРИ

ХАЛҚАРО ИЛМИЙ-АМАЛИЙ АНЖУМАН МАТЕРИАЛЛАРИ

2022 йил, 11-12 май

БУХОРО – 2022

ТАШКИЛИЙ ҚЎМИТА

Фахрий раислар:

Аюпов Шавкат	В.И.Романовский номидаги Математика Институти директори, академик
Маджидов Иномжон	М.Улуғбек номидаги Ўзбекистон Миллий Университети ректори
Абдурахманов Одил	Тошкент давлат транспорт университети ректори
Хамидов Обиджон	Бухоро давлат университети ректори

Раислар:

Розиқов Ўткир	ЎзФА Математика Институти илм-фан бўйича директор ўринбосари, профессор
Арипов Мирсаид	ЎзМУ, профессор
Шадиметов Холматвай	Тошкент давлат транспорт университети, профессор
Дурдиев Дурдимурод	ЎзФА Математика Институти Бухоро бўлими мудири, профессор

Раис ўринбосарлари:

Ҳаётов Абдулло	В.И.Романовский номидаги Математика Институти, профессор
Худойберганов Мирзоали	ЎзМУ, ф.-м.ф.д.
Эшанқулов Ҳамза	БухДУ, факультет декани, т.ф.ф.д. (PhD)

ТАШКИЛИЙ ҚЎМИТА АЪЗОЛАРИ

Жўраев А.Т.	БухДУ, проректор
Жумаев Р.Ғ.	БухДУ, проректор
Зарипов Г.Т.	БухДУ, доцент
Жумаев Ж.	БухДУ, доцент
Расулов Т.Ҳ.	БухДУ, профессор
Жалолов О.И.	БухДУ, кафедра мудири, доцент
Шафиев Т.Р.	БухДУ, кафедра мудири, т.ф.ф.д.(PhD)
Бабаев С.С.	БухДУ, ф.-м.ф.ф.д.(PhD)
Ахмедов Д.М	В.И.Романовский номидаги Математика институти, (PhD)
Болтаев А.Қ	В.И.Романовский номидаги Математика институти, (PhD)
Дурдиев У.Д.	БухДУ, доцент
Дилмуродов Э.Б.	БухДУ, доцент
Жумаев Ж.Ж.	ЎзФА Математика Институти Бухоро бўлинмаси, (PhD)
Зарипова Г.К.	БухДУ, доцент
Сайидова Н.С.	БухДУ, доцент
Бакаев И.И.	Рақамли технологиялар ва сунъий интеллектни ривожлантириш илмий-тадқиқот институти, (PhD)
Шадманов И.У.	Математика Институти Бухоро бўлинмаси, (PhD)
Хаятов Х.У.	БухДУ, катта ўқитувчи
Хазратов Ф.Х.	БухДУ, катта ўқитувчи
Эргашев А.А.	БухДУ, катта ўқитувчи
Авезов А.А	БухДУ, катта ўқитувчи

ДАСТУРИЙ ҚЎМИТА

Гасимов Юсуф	Азарбайжон	Лақаев Саидахмат	Ўзбекистон
Загдхорол Баясгалан	Монголия	Мадрахимов Шавкат	Ўзбекистон
Ибрагимов Ғофуржон	Малайзия	Матёқубов Алишер	Ўзбекистон
Имомназаров Холматжон	Россия	Мирахмедов Шерзод	Ўзбекистон
Кабада Алберто	Испания	Мўминов Баходир	Ўзбекистон
Ли Чанг-Ок	Жанубий Корея	Нуралиев Фарход	Ўзбекистон
Марек Милош	Польша	Адилова Фотима	Ўзбекистон
Мухамедов Фаррух	Бирлашган Араб Амирликлари	Омиров Бахром	Ўзбекистон
		Ортиқбоев Абдулазиз	Ўзбекистон
Новак Эрих	Германия	Пўлатов Асхад	Ўзбекистон
Носков Михаил	Россия	Равшанов Нормахмад	Ўзбекистон
Правен Агарвал	Ҳиндистон	Раимова Гулнора	Ўзбекистон
Рамазанов Марат	Россия	Расулов Абдужаббор	Ўзбекистон
Рахимов Исомиддин	Малайзия	Расулов Тўлқин	Ўзбекистон
Умаров Собир	АҚШ	Рахматуллаев Музаффар	Ўзбекистон
Уранчимег Тудевдагя	Германия	Рахмонов Зафар	Ўзбекистон
Абдуллеав Бахром	Ўзбекистон	Рўзиев Менглибай	Ўзбекистон
Адашев Жобир	Ўзбекистон	Рустамов Ҳаким	Ўзбекистон
Алимов Шавкат	Ўзбекистон	Садуллаев Азимбой	Ўзбекистон
Алоев Раҳматилло	Ўзбекистон	Саматов Бахром	Ўзбекистон
Апаков Юсуфжон	Ўзбекистон	Солеев Ахмаджон	Ўзбекистон
Арзикулов Фарходжон	Ўзбекистон	Тешаев Мухсин	Ўзбекистон
Арипов Мерсаид	Ўзбекистон	Тохиров Жозил	Ўзбекистон
Ашуров Равшан	Ўзбекистон	Ўринов Аҳмаджон	Ўзбекистон
Азамов Абдулла	Ўзбекистон	Фармонов Шокир	Ўзбекистон
Бақоев Матёкуб	Ўзбекистон	Хаджиев Джавват	Ўзбекистон
Бегматов Абдували	Ўзбекистон	Халмухамедов Олим	Ўзбекистон
Бешимов Рўзиназар	Ўзбекистон	Холхўхаев Аҳмад	Ўзбекистон
Бойтиллаев Дилмурод	Ўзбекистон	Худойберганов Гулмирза	Ўзбекистон
Болтаев Тельман.	Ўзбекистон	Худойберганов Мирзоали	Ўзбекистон
Ботиров Ғолиб	Ўзбекистон	Худойбердиев Аброр	Ўзбекистон
Ганиходжаев Носир	Ўзбекистон	Хўжаёров Бахтиёр	Ўзбекистон
Ганиходжаев Расул	Ўзбекистон	Ҳаётов Абдулло	Ўзбекистон
Дурдиев Дурдимурод	Ўзбекистон	Ҳакимов Рустам	Ўзбекистон
Дурдиев Умид	Ўзбекистон	Ҳасанов Анваржон	Ўзбекистон
Жалолов Озоджон	Ўзбекистон	Ҳусанбаев Ёқубжон	Ўзбекистон
Жамалов Сирожиддин	Ўзбекистон	Шадиметов Холматвай	Ўзбекистон
Жамилов Уйғун	Ўзбекистон	Шарипов Олимжон	Ўзбекистон
Жўраев Ғайрат	Ўзбекистон	Шафиев Турсун	Ўзбекистон
Зикиров Обиджон	Ўзбекистон	Шоимқулов Баҳодир	Ўзбекистон
Икромов Исроил	Ўзбекистон	Шорахметов Шотурғун	Ўзбекистон
Имомқулов Севдиёр	Ўзбекистон	Эшанқулов Ҳамза	Ўзбекистон
Каримов Эркинжон	Ўзбекистон	Эшкабилов Юсуп	Ўзбекистон
Кудайбергенов Каримберген	Ўзбекистон	Эшматов Фарход	Ўзбекистон

Тўплам Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2022 йил 7 мартдаги 101-ф-сонли фармойиши билан тасдиқланган Ўзбекистон Республикасида 2022 йилда ҳалқаро ва республика миқёсида ўтказиладиган илмий ва илмий-техник тадбирлар режасида белгиланган тадбирларнинг бажарилишини таъминлаш мақсадида 2022 йил 11-12 май кунлари Ўзбекистон Республикаси Фанлар Академияси В.И. Романовский номидаги математика институти, Ўзбекистон миллий университети, Тошкент давлат транспорт университети ҳамда Бухоро давлат университети ҳамкорлигида "Амалий математика ва ахборот технологияларининг замонавий муаммолари" мавзусидаги ҳалқаро илмий-амалий анжуман материаллари асосида тузилди.

КИРИШ СЎЗИ

Хамидов Обиджон Хафизович

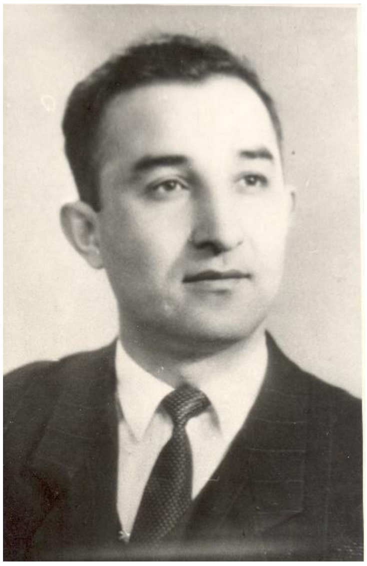
Бухоро давлат университети ректори

Бугун ўз ишини бошлаётган «**Амалий математика ва ахборот технологияларининг замонавий муаммолари»** мавзусига бағишланган халкаро илмий амалий анжумани Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2022 йил 7 мартдаги 101-Ф-сонли Фармойиши билан тасдиқланган Ўзбекистон Республикасининг 2022 йилда республика ва халқаро миқёсдаги илмий ва илмий-техник тадбирлар режаси асосида ўтказилмоқда. Конференция кун тартибига киритилган масалалар долзарб бўлиб, математик анализ, алгебра ва геометрия, дифференциал тенгламалар ва математик физика, ҳисоблаш математикаси ва математик моделлаштириш, алгоритмлар назарияси ва дастурлаш технологиялари, сунъий интеллект, ахборот хавфсизлиги, таълимда рақамли технологияларнинг қўлланилиши каби шўъбалардан ташкил топган. Мамлакатимизда рақамли иктисодиётни фаол ривожлантириш, барча тармоқлар ва соҳаларда, шу жумладан давлат бошқаруви, таълим, соғлиқни сақлаш ва қишлоқ хўжалигида замонавий ахборот-коммуникация технологияларини кенг жорий этиш бўйича комплекс дастурлар ишлаб чиқилиб, амалга оширилмокда. Ушбу конференцияни юкорида келтирилган вазифаларни бажаришдаги олий таълим муассасаларининг иштироки, ижроси ҳақидаги оралиқ бир ҳисобот дейиш ҳам мумкин. Ана шу дастурлар ижроси сифатида ўтган йил университетимизда “Ахборот технологиялари” факультети ташкил этилди, шу соҳада янги таълим йуналишлари ва магистратура мутахассисликлари очилди. 2022 йилнинг ўзида 2 миллиард сўмдан ортиқ стартап лойихалари олинди, 2021-22 йилларда 6 та PhD диссертациялари ҳимоялари бўлиб ўтди ва ҳозирги вақтда 10 та ўқитувчи докторантурада таҳсил олмоқда. Ибрагимов Самандар “Эл-юрт умиди” жамғармаси грантини ютиб, дунё рейтингида топ 300 таликка кирувчи Франциянинг Гренобл-алп университетига докторантурага қабул қилинди. Шу факультет битирувчиси Фармонова Робия дунё рейтингида топ 24 таликка кирувчи Сингапур миллий университетида магистратурада таҳсил олмоқда. Факультет робототехника соҳасида ҳам кўп ютуқларга эришиб келмоқда. Хорижлик мутахассислар томонидан Бухоро давлат университетида робототехника соҳасида олиб борилаётган ишлар эътироф этилаётганлиги қувонарлидир.

Ушбу халқаро конференция Бухоро фарзанди, Беруний номидаги Давлат мукофоти лауреати, кўплаб ёш изланувчиларнинг ўз йўлини топиб олишида раҳнамолик қилган етук олим, физика-математика фанлари доктори Ғайбулла Назруллаевич Салиховнинг 90 йиллик юбилейларига бағишланганлиги билан ҳам эътиборлидир. Ғайбулла Назруллаевич жуда эрта, 47 ёшда бу дунёни тарк этган бўлсаларда, кўпгина шогирдлар қолдиришга эришганлар. Бухоро давлат университетида ҳам Тошпўлот Шарипов, Исомиддин Жалолов, Абдулло Тўйлиев, Ҳаким Ахмедов каби у кишининг шогирдлари, доцентлар кўп йиллар меҳнат қилиб, ёшларга таълим-тарбия бериб келдилар, ҳозирги даврда ҳам Ғайбулла Назруллаевични кўрган, дарсларида иштирок этган бир қанча олимлар университетимизда фаолият кўрсатиб келмоқдалар, укалари Шукрулло Салихов бир неча йиллар олий математикадан талабаларга таълим бердилар, невара келинлари Ҳадя Салихова узоқ йиллардан бери ахборот-ресурс марказининг раҳбари сифатида самарали фаолият кўрсатиб келмоқда.

Ҳурматли конференция иштирокчилари. Ушбу анжуман Ўзбекистон миллий университети, Ўзбекистон Республикаси фанлар академияси В.И. Романовский номидаги математика институти, Тошкент давлат транспорт университети ҳамда Бухоро давлат университети хамкорлигида ташкил этилганлиги билан ҳам аҳамиятли, бунда 200 дан ортиқ мамлакатимиз ва 50 дан ортик хорижий олим ва тадқиқотчилар иштирок этаётганлиги конференция нуфузини янада оширади. Ишончим комилки, конференция давомида бажарилган ва режалаштирилаётган лойиҳалар ҳақида кенгроқ ахборотлар берилади, кун тартибидаги кўриладиган масалалар илмий йўналишларни янада ривожлантиришга, фан, таълим ва ишлаб чиқариш интеграциясини кенгайтиришга ва халқаро ҳамкорликни ривожлантиришга ўз хиссасини қўшади. Конференция ишига муваффақиятлар тилайман.

ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЙ МАТЕМАТИК И ПЕДАГОГ ГАЙБУЛЛА НАЗРУЛЛАЕВИЧ САЛИХОВ



Известный учёный, доктор физико-математических наук Г.Н.Салихов родился 15 марта 1932 г. в Бухаре. Успешно окончив среднюю школу в 1953г. поступил в Средне-Азиатский Государственный Университет (ныне Национальный Университет Узбекистана им М. Улугбека) на физико-математический факультет. В 1958 г. после окончания САГУ был направлен в Институт математики АН РУз. В 1960 г. зачислен в аспирантуру и откомандирован в Институт математики СО РАН, где под руководством академика С.Л.Соболева занимался вопросами теории приближенного интегрирования. Научные работы Г.Н. Салихова посвящены теории групп вращений правильных многогранников и инвариантных кубатурных формул на поверхности многомерных сфер. В 1964 г. успешно защитил кандидатскую диссертацию на тему «Некоторые кубатурные формулы на поверхности сферы четырёхмерного пространства».

С 1964 по 1966 г. работал старшим научным сотрудником Института кибернетики с ВЦ АН РУз, а с 1966 по 1976 г. возглавлял лабораторию «Теорию приближенного интегрирования». Одновременно он вел педагогическую работу в ТашГУ. В 1967-1972 гг. работал заведующий кафедрой вычислительной математики, а с 1972 по 1976 г. был доцентом кафедры. С 1976 г. до конца жизни работал деканом (с 1979 г. и заведующим кафедрой вычислительной математики) факультета прикладной математики и механики ТашГУ.

Незаурядный талант и разносторонняя математическая подготовка позволили Г.Н.Салихову решить отдельную сложную проблему теории приближенного интегрирования – разработать кубатурные формулы для многомерных сфер. Это законченное математическое исследование – блестяще защищенная им докторская диссертация на тему «К теории кубатурных формул многомерных сфер» в 1979 г. в Новосибирске. Докторская диссертация легла в основу монографии «Кубатурные формулы для многомерных сфер». Им опубликовано более шестидесяти научных статей в республиканских и зарубежных журналах. Г.Н.Салихов внес большой вклад в подготовку высококвалифицированных математических кадров Узбекистана. Он был одним из любимых наставников молодежи, обучавшихся в научных центрах России и в особенности в Новосибирске, Москве и Ленинграде.

Г.Н.Салихов постоянно сочетал учебно-воспитательную и научно-исследовательскую работу с общественной. На протяжении многих лет он был членом редколлегии журнала «Известия АН РУз», серия физико-математических наук – нынешний Узбекский математический журнал, сборника «Вопросы вычислительной и прикладной математики», математического раздела Узбекской национальной энциклопедии, секций «кибернетика» и «математика» Минвуза РУз, правления бюро общества «Знание», научно-методического и Ученого советов ТашГУ и председателем Ученого совета факультета прикладной математики и механики. Под его руководством в Ташкенте были многократно организованы и проведены международные коллоквиумы по теории кубатурных формул. Где активно участвовали академики: С.Л. Соболев, Н.С. Бахвалов, Н.П. Корнейчук, Т.А. Саримсаков, С.Х. Сираждинов, В.К. Кабулов, М.С. Салахитдинов, Т.Д. Джураев и профессора: И.П. Мысовских, Г.А. Михайлов, В.И. Лебедов, М.Д. Рамазонов, В.И. Половинкин, С.М. Ермоков, Ф.М.Малышев, С.С. Рыжков, М.В. Носков, В.Л. Васкевич, М.И. Исраилов, Н.М. Мухитдинов, С.Ш. Шушбаев и др.

Определение. Пространство $H_2^{\mu}(R)$ определяется как замыкание бесконечно дифференцируемых функций, заданных в R и убывающих на бесконечность быстрее любой отрицательной степени в норме (см. [1,2])

$$\left\| f(x) \middle| H_2^{\mu}(R) \right\| = \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left| F^{-1}\left[(1+y^2)^{m/2} \cdot F\left[f(x)\right](y)\right]\right|^2 dx \right\}^{1/2}. \quad (1)$$

В работе [3] получен следующая система линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов C_β,

$$\sum_{\beta=0}^{N} C_\beta v_m(h\alpha - h\beta) = \int_{-\infty}^{\infty} p(y)\cdot \varepsilon_{[0,1]}(y)]\cdot v_m(h\alpha - y)dy, \qquad \alpha = 0,1,2,...,N. \quad (2)$$

Решение этой системы есть оптимальные коэффициенты квадратурной формулы.

Переобозначив $C[\beta] = C_\beta$ и $v_h^{(m)}[\beta] = v_m(h\beta)$, систему (15) можно записать в виде свёртки функций дискретного аргумента:

$$C[\beta] * v_h^{(m)}[\beta] = f_m[\beta],\ \beta = 0,1,...,N, \quad C[\beta] = 0,\ h\beta \notin [0,1], \qquad f_m[\beta] = \int_0^1 p(y)\cdot v_m(h\beta - y)dy, \quad (3)$$

$$v_m(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp 2\pi i y x (1+y^2)^m dy = \frac{\pi \exp(-2\pi|x|)}{2^{2m-2}\cdot(m-1)!} \sum_{k=o}^{m-1} \frac{(2m-k-2)!\cdot(4\pi)^k}{k!\cdot(m-k-1)!} |x|^k. \text{ (см. [3])} \quad (4)$$

Систему уравнений (3) будем обозначать системой B.

Имеется следующие задачи

Задача B_1. Найти дискретную функцию $C[\beta]$, удовлетворяющую системе B при заданных $f_m[\beta]$.

Главная идея этого метода состоит в замене неизвестной функции $C[\beta]$ на функцию $u_h^m[\beta] = u^m(h\beta)$. А именно, вместо $C[\beta]$ вводится неизвестная функция

$$u_h^m[\beta] = v_h^{(m)}[\beta] * C[\beta]. \quad (5)$$

Тогда необходимо найти оператор $D_m(h\beta) = D_h^{(m)}[\beta]$, который удовлетворяет равенству $D_h^{(m)}[\beta] * v_h^{(m)}[\beta] = \delta(h\beta)$, где $\delta[h\beta] = \{1,\ \beta = 0, 0,\ \beta \neq 0.$ (6)

Задача B_2**:** Найти функцию $u_h^{(m)}[\beta]$ при $h\beta \notin [0,1]$.

Теорема 1. Функция $u^m(h\beta)$ имеет вид

$$u_h^m[\beta] = \begin{cases} f_m[\beta],\ h\beta \in [0,1], \\ \sum_{\alpha=0}^{N} C[\alpha] v_m(h\alpha - h\beta),\ h\beta \notin [0,1] \end{cases}. \quad (7)$$

В случае m=2 построен оператор $D_m(h\beta)$ в работе [3].

Задача B_3**.** Найти решения уравнения

$$D_2(h\beta) * u_2(h\beta) = 0, h\beta \notin [0,1] \quad (8)$$

$$\text{в виде} \quad u_2(h\beta) = \begin{cases} \ell^{2\pi h\beta}\left(a_1^- + a_2^- h\beta\right), \beta \le 0 \\ f_2[\beta], \qquad\qquad 0 \le \beta \le N \\ \ell^{-2\pi h\beta}\left(a_1^+ + a_2^+ h\beta\right), \beta \ge N \end{cases}. \quad (9)$$

Неизвестные $a_1^-, a_2^-, a_1^+, a_2^+$ можно найти из уравнения (3),используя функцию $D_2(h\beta)$. Тогда явный вид функции $u_2(h\beta)$ и коэффициенты C_β может быть найдены. Таким образом задача B_3 и соответственно задачи B_2 и B_1 может быть решены (см. [3]).

Рассмотрим квадратурную формулу вида

$$\int_0^1 p(x)f(x)dx \approx \sum_{\beta=0}^{N} C_\beta f(x_\beta), \tag{10}$$

с функционалом погрешности $\ell_N(x) = \varepsilon_{[0,1]}(x)p(x) - \sum_{\beta=0}^{N} C_\beta \delta(x - x_\beta).$ (11)

Теорема 2. Оптимальные коэффициенты квадратурных формул (10) который минимизирует норму функционала погрешности (11) с равно расположенными узлами в пространстве Хёрмандера $H_2^\mu(R)$ при $m=2$ имеют следующий вид

$$c_\beta = \begin{cases} \sum_{\gamma=0}^{N} D_2(h\beta - h\gamma) f_2(h\gamma) + T_1\lambda_1^\beta + T_2\lambda_1^{N-\beta}, \beta = \overline{1, N-1} \\ \sum_{\gamma=0}^{N} D_2(h\beta - h\gamma) f_2(h\gamma) + T_1 + T_2\lambda_1^N, \beta = 0 \\ \sum_{\gamma=0}^{N} D_2(h\beta - h\gamma) f_2(h\gamma) + T_1\lambda_1^N + T_2, \beta = N \end{cases} \tag{12}$$

$T_1 = \dfrac{\lambda_1 f(0)}{e^{2\pi h} - \lambda_1} - a_2^- \dfrac{\lambda_1 h e^{2\pi h}}{\left(e^{2\pi h} - \lambda_1\right)^2}$, $T_2 = \dfrac{\lambda_1 f(1)}{e^{2\pi h} - \lambda_1} + a_2^+ \dfrac{e^{-2\pi}\lambda_1 h e^{2\pi h}}{\left(e^{2\pi h} - \lambda_1\right)^2}$, здесь

$$a_2^- = \frac{\left(\ell^{2\pi h} - \lambda_1\right)\left[\left(\ell^{2\pi h} - \lambda_1\right)\sum_{\gamma=0}^{N}\left(\lambda_1^{2N-\gamma+1} - \lambda_1^{\gamma-1}\right) f_2(h\gamma)\frac{1}{\lambda_1^{-2} - \lambda_1^{2(N+1)}} + \frac{1}{\pi}\left(1 - (1+\pi)\ell^{-2\pi}\right)\right]}{h\ell^{2\pi h}}, \tag{13}$$

$$a_2^+ = \frac{\left(\ell^{2\pi h} - \lambda_1\right)\left[\left(\ell^{2\pi h} - \lambda_1\right)\lambda_1^N\sum_{\gamma=0}^{N}\left(\lambda_1^{-\gamma-1} - \lambda_1^{\gamma+1}\right) f_2(h\gamma)\frac{1}{\lambda_1^{2(N+1)} - \lambda_1^{-2}} - \frac{1}{\pi}\left(1 - (1+\pi)\ell^{-2\pi}\right)\right]}{\ell^{-2\pi} h\ell^{2\pi h}}, \tag{14}$$

Литература

1. С.Л.Соболев. *Введение в теорию кубатурных формул*, М: Наука, 1974, 808с.
2. Волевич Л.Р., Панеях Б.П. *Некоторые пространства обобщенных функций и теоремы вложения*, УМН, 20, вып.I, 1965, 3-74.
3. Шадиметов Х.М., Жалолов Икр. И. *Об одном алгоритме построения дискретного аналога* $D_2[k]$ *одного оператора*. УзМЖ, 2015, №1, -С. 158-163.
4. Ikrom I. Jalolov, *The algorithm for constructing a differentialoperator of 2nd and finding afundamental solution*, AIP Conference Proceedings 2365, 020015 (2021), https://doi.org/10.1063/5.0057025

ПОСТРОЕНИИ ОПТИМАЛЬНОЙ КУБАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ $\widetilde{H}_p^\mu(T_n)$.

Жалолов Ф.И., Насриддинова Х.Ф., Расулова К.Х.

Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан

Основная задача многомерного интегрирования состоит в отыскании с заданной точностью интеграла.

$$I_\Omega(x) = \int_\Omega f(x)dx = \int_{E_n} \varepsilon_\Omega f(x)dx, \tag{1}$$

где x – точка n мерного пространства E_n.

Многомерный интеграл (1) приближенно выражается суммой

$$\int_\Omega f(x)dx \approx \sum_{\lambda=1}^{N} C_\lambda f(x^{(\lambda)}), \tag{2}$$

с функционалом погрешности $\ell_N(x) = \varepsilon_\Omega(x) - \sum_{\lambda=1}^{N} c_\lambda \delta\left(x - x^{(\lambda)}\right)$ (3)

В дальнейшем в качестве области Ω и n мерного пространства E_n берем соответственно n-мерный тор T_n и пространство $\widetilde{H}_p^{\mu}$.

Определение 1. Множество $T_n = \{x = (x_1, x_2, ..., x_n); \quad x_k = \{t_k\}, \quad t_k \in R$ где $\{t_k\} = t_k - [t_k]$, т.е. дробная доля t_k, назовем n – мерным тором T_n.

Настоящая работа посвящается кубатурным формулам над пространством $\widetilde{\mathrm{H}}_p^{\mu}(\mathrm{T}_{n)})$.

Определение 2. Пространство $\widetilde{\mathrm{H}}_p^{\mu}(\mathrm{T}_{n)})$ - определяются как пространство периодических функций с матрицей периодов H вида $f(x) = \sum_{\gamma} \hat{f}[\gamma] e^{-2\pi i \gamma^* \mathrm{H}^{-1} x}$ для которых конечна сумма, $\sum_{\gamma} \left| \hat{f}[\gamma] \right|^p \mu^p(\gamma \mathrm{H}^{-1})$.

Норма в пространстве $\widetilde{\mathrm{H}}_p^{\mu}$ определяется формулами

$$\left\| f(x)/\widetilde{\mathrm{H}}_p^{\mu} \right\| = \left\{ \sum_{\gamma} \hat{f}[\gamma] \right|^p \mu^p(\gamma \mathrm{H}^{-1}) \right\}^{\frac{1}{p}}, при \, 1 \le p \le \infty, \tag{4}$$

и $$\left\| f(x)/\widetilde{\mathrm{H}}_{\infty}^{\mu} \right\| = \sup_{\gamma} \left\{ \left| \hat{f}[\gamma] \right| \dot{\mu}(\gamma * \mathrm{H}^{-1}) \right\}, при \; p = \infty.$$

Определение 3. Кубатурная формула

$$\int_{T_n} f(x)dx \approx \sum_{\lambda=1}^{N} c_{\lambda} f(h\lambda), \; \lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, ..., \lambda_n) \tag{5}$$

где λ_i -целые числа, называется точной на некотором множестве M, если (5) превращается в точное равенство, когда $f(x) \in M$.

В частности , когда $M = R,$ то $\sum_{\lambda=1}^{N} c_{\lambda} = 1$.

Теорема 1. Кубатурная формула прямоугольников является оптимальной среди кубатурных формул вида (5), точных на постоянных над пространством $\widetilde{H}_p^{\mu}(T_n)$.

Для доказательства этой теоремы рассматриваем следующие леммы.

Лемма 1. Над банаховым пространством $\widetilde{B}$ свойствами

$$\sup_{f(x) \in \widetilde{B}} \| f(x) | C \| / \| f(x) | \widetilde{B} \| < \infty \quad \text{и} \quad \| f(x+a) | \widetilde{B} \| = \| f(x) | \widetilde{B} \|$$

т.е. норма пространства $\widetilde{B}$ инварианта относительно сдвигов для всех $f(x) \in \widetilde{B}$ и среди всех $a \in R^n$, один из оптимальных функционалов погрешности имеет вид

$$\ell_h^{0,Q}(x) = \ell_h^{C_0} = \varepsilon_Q(x) - h^n C_0(h) \sum_{\mathrm{kh} \in \mathrm{Q}} \delta(\mathrm{x} - \mathrm{kh}) \tag{6}$$

Следующий результат при P=2 был установлен И. Бабушкой.

Лемма 2 . Пусть $\mu(k)$ функция дискретного аргумента k со свойством для некоторого P:

$$\left(\sum_{K} \frac{1}{|\mu(k)|^p} \right)^{1/p} < \infty, \quad при \quad 1 \le P < \infty. \qquad \left(\sum_{K} |a_k|^p \right)^{1/p} = \sup_{K} |a_k|, \quad \text{при} \quad p = \infty.$$

Тогда над пространством $\widetilde{\mathrm{H}}_{\mathrm{p}}^{\mu}$ функционал погрешность (6) с

$$C_0(h) = 1 \Bigg/ \left(1 + \left(\sum_{k \neq 0} \left| \frac{\mu(0)}{\mu(k/h)} \right|^q \right)^{p/q} \right), \quad \frac{1}{\mathrm{p}} + \frac{1}{q} = 1, \tag{7}$$

является оптимальным. По лемме 1 все коэффициенты C_λ равны между собой и равны $\frac{1}{N}$.
Из этого следует утверждения теоремы.

Таким образом для норма функционала погрешности кубатурной формулы (5) справедливо следующая теорема.

Теорема 2. Норма функционала погрешности кубатурной формулы (5) над пространством $\widetilde{\mathrm{H}}_p^\mu(T_n)$, равняется

$$\left\| \int_{T_n} f(x)dx - \sum_{\lambda=1}^{N} \frac{1}{N} f(h\lambda) \Big/ \widetilde{H}_p^\mu \right\| = \inf_{\chi} \left\{ \int_{T_n} \left| \sum_{\gamma \neq 0} \frac{e^{2\pi i \gamma x}}{\mu(h\gamma)} + \chi \right|^q dx \right\}^{\frac{1}{q}}$$

при $1 \leq q < \infty$ и

$$\left\| \int_{T_n} f(x)dx - \sum_{\lambda=1}^{N} \frac{1}{N} f(h\lambda) \Big/ \widetilde{H}_p^\mu \right\| = \inf_{\chi} \operatorname{vrai}\sup_{\gamma} \left| \sum_{\gamma \neq 0} \frac{e^{2\pi i \gamma x}}{\mu(h\gamma)} + \chi \right|$$

при $q = \infty$, что и требовалось доказать.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ ВОЗДУХА В ПЛОСКОМ СОЛНЕЧНОМ КОЛЛЕКТОРЕ

Жумаев Ж., Қодиров Ж., Мирзаев Ш.М.
Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан

В солнечных сушильных установках с естественной циркуляцией воздуха имеется режим конвекции, всестороннее исследование таких процессов которых является весьма актуальной проблемой гидромеханики и теплообмена, поскольку они часто встречаются во многих практических задачах связанных с эффективным использованием возобновляемых источников энергии.

В этой работе численно исследуется процесс возникновения естсетвенной конвекции в плоском солнечном коллекторе, который разработан нами. Плоский солнечный коллектор соединен и расположен ниже сушильного шкафа.

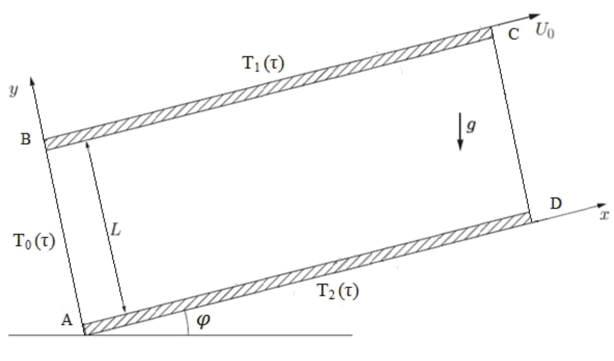


Рис.1. Схема коллектора и система координат.

Уголь наклона наружной поверхности дна коллектора устанавливается от 38^o до 45^o по отношению к горизонту, чтобы концентрировать и передать максимальное количество солнечного тепла в сушильный шкаф. В сушильный шкаф устанавлливается лотки, в которых помещают сетчатые подносы с осушаемыми плодами. Схематическая картина мысленно вырезанного вертикальной плоскостью этого коллектора приведен на рис.1.

Основные уравнения для нестационарного потока естественной конвекции воздуха для исследуемого процесса с использованием закона сохранения массы, импульса, энергии в приближении Буссинеска могут быть записаны в виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial(u)}{\partial x} + \frac{\partial(\vartheta)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + \vartheta\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \beta g(T - T_0) \cdot sin\varphi \\ \frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + \vartheta\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \end{cases} \qquad (1)$$

При формировании начальных и граничных условий обрашаем внимание к рис.1. К сторонам ВС и АД ставиться данные температуры дня(солнечная радиация и термоаккумлятор), сторона АВ для входа и СД для выхода атмосферного воздуха. Данные были получены в течение дня по часам, на их основе получены регрессионные уравнения, которые использовались в качестве граничных условий.

Сформулированная таким образом задача решена численно с использованием явных конечно-разностных схем.

При сравнении полученных теоретических значений с экспериментальными данными средняя ошибка аппроксимации равнялось в пределах 7-8 %, который указывает о допустимости модели.

Для примера приводим трехмерное изображение распределения продольной скорости в коллекторе, которые получены в середине дня(рис.2).

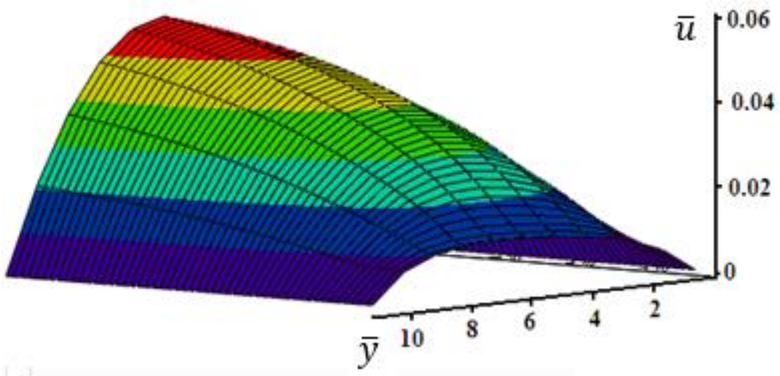


Рис.2. Трехмерное изображение скорости в коллекторе.

Таким образом, полученный модель можно использовать для исследования процессов теплопроводности и возникновения скорости по всей области коллектора с естественной конвекцией.

ЯВНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА ПРИ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ МЕЖДУ ВЕРТИКАЛЬНЫМИ ПЛАСТИНАМИ

Жумаев Ж., Тошева М.М.

Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан

Всестороннее исследование процессов естественной конвекции между двумя вертикально расположенными источниками тепла возникающие вследствии градиентов температуры является весьма актуальной проблемой гидромеханики и теплообмена, которые связаны эффективным (рациональным) использованием энергетических ресурсов.

Рассмотрим задачу распространения тепла между двумя вертикально расположенными источниками тепла. Первоначально среда не движется, вследствии повышения температуры возникает свободная конвекция. Для моделирования таких процессов используем приближения Буссинеска, изменение давления несущественно, изменения физических свойств малы, за исключением плотности, входящей в гравитационный член уравнения. Считаем, что величина составляющей скорости, направленный вертикально вверх намного больше, чем радиальной, и пренебрегаем последным.

В этих предположениях нестационарные уравнения движения и энергии в безразмерном виде имеют вид:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{1}{\sqrt{Gr}}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}-\frac{T-T_0}{\Delta T},\\
&\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial T}{\partial x}=\frac{1}{\Pr}\frac{1}{\sqrt{Gr}}\frac{\partial^2 T}{\partial y^2},
\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где Gr - число Грасгофа, $\Pr$ - числа Прандтля.

Начальные и граничные условия имеют вид:

$$t=0: T=T_0/T_m,\ 0<x<L,\ 0<y<\infty$$

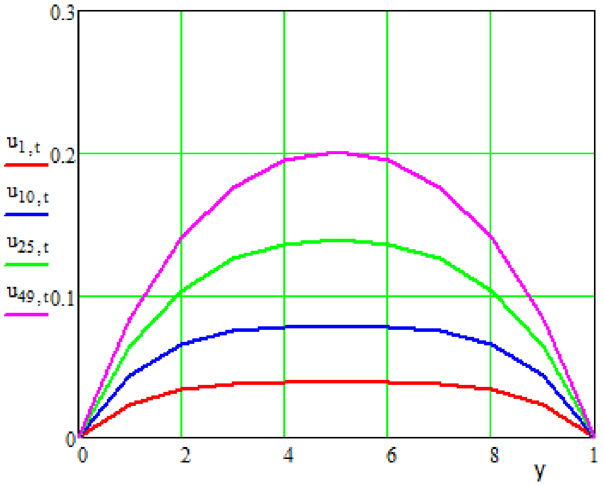
t>0:

$$x=0:\begin{cases} u=0, T=T_1/T_m & при\ \ y=0\\ \dfrac{\partial u}{\partial x}=0, T=T_0/T_m & при\ \ 0<y<1\\ u=0, T=T_2/T_m & при\ \ y=1\end{cases} \qquad (2)$$

$$x\succ 0:\begin{cases} u=0, T=T_1/T_m & при\ \ y=0\\ u=0, T=T_2/T_m & при\ \ y=1\end{cases} \qquad (3)$$

Система уравнений (1) с началными и граничными условиями (2-3) решена численно с использованием явного метода с соблюдением устойчивости разностной схемы.

Приведем некоторые решения в виде графиков.



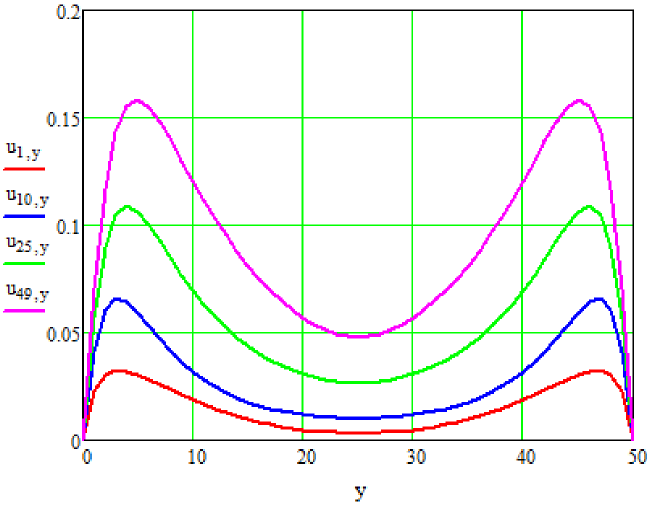


Рис.1. Появление скорости, когда расстояние между пластинами 0,1 и 0,5 м. $T_1 = T_2 = 50^0C, T_0 = 25^0C,\ Pr = 0.7$.

На рис.1 показаны профили скоростей, которые появляются вследствии разности температур между пластинами и средой. Видно, что когда расстояние между пластинами меньше, максимум скоростей находится на середине коллектора, когда расстояние между пластинами увеличивается, максимумы скоростей появляется вблизи пластин. При этом, число Грасгофа при расстоянии между пластинами при 0,1 равен $3{,}5\cdot 10^6$, а при 0,5 равен $431\cdot 10^6$.

ОБ ИТЕРАЦИОННЫХ МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ ЧАСТИЧНОЙ ПРОБЛЕМЫ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ДЛЯ НЕСИММЕТРИЧНОЙ ИНТЕРВАЛЬНОЙ МАТРИЦЫ

Ибрагимов А.А., Хамроева Д.Н.

Навоийский государственный педагогический институт, Навои, Узбекистан

Алгебраическая проблема собственных значений в интервальном анализе - это случай, когда возможны большие вариации в элементах матрицы и когда доступна подробная структурная информация, касающаяся неопределенностей. Затем анализ применяется к интервальным матрицам, чтобы ответить на три основных вопроса:

1) Каково расположение собственных значений интервальной матрицы?
2) Как спектр интервальной матрицы зависит от спектра ее точечных матриц?
3) Как вычислить точные нижние и верхние границы для каждой собственной пары интервальной матрицы?

Мы при оформлении данной работы воспользуемся стандартным обозначением [1] и рассматриваем интервальную квадратную матрицу в виде $\boldsymbol{A} = [A_c - \Delta, A_c + \Delta] = \{A:\ A_c - \Delta \le A \le A_c + \Delta\}$, где неравенства понимаются покомпонентно; таким образом, A_c является серединной матрицей, а Δ является матрицей радиуса интервальной матицы $\boldsymbol{A}$.

Естественный способ вычисления множество интервалов собственных значений Λ непосредственно приводится к решению интервальную нелинейную систему

$$Ax = \lambda x, \quad \|x\| = 1, \quad A \in \boldsymbol{A}, \quad \lambda \in \boldsymbol{\lambda} \tag{1}$$

где $\boldsymbol{\lambda}_0 \supseteq \Lambda$ - некоторая начальная внешняя оценка множества собственных значений, а $\|\cdot\|$ - любая векторная норма.

В данной работе мы исследуем частичную проблему собственных значений для несимметричных интервальных матриц. Для этого мы предполагаем, что собственные значения интервальной матрицы является комплекснозначным и опираемся на результат Рона [2]:

$$\lambda_{\min}(A'_c) - \rho(\Delta') \le \mathrm{Re}\lambda \le \lambda_{\max}(A'_c) + \rho(\Delta'), \tag{2}$$

$$\lambda_{\min}(A''_c) - \rho(\Delta'') \le \mathrm{Im}\lambda \le \lambda_{\max}(A''_c) + \rho(\Delta''), \tag{3}$$

где

$$A'_c = \frac{1}{2}\left(A_c + A_c^T\right),$$

$$\Delta' = \frac{1}{2}\left(\Delta + \Delta^T\right),$$

$$A''_c = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}\left(A_c - A_c^T\right) \\ \frac{1}{2}\left(A_c^T - A_c\right) & 0 \end{pmatrix},$$

$$\Delta'' = \begin{pmatrix} 0 & \Delta' \\ \Delta' & 0 \end{pmatrix},$$

$\lambda_{\min}$, $\lambda_{\max}$ обозначает минимальное и максимальное собственное значение интервальной матрицы соответственно, а ρ — спектральный радиус. Для данной задачи разработаны алгоритмы итерационных интервальных методов, являющиеся модификацией степенного метода и метода скалярных произведений для решения частичной проблемы собственных значений.

Литература

1. Kearfott R.B., Nakao M.T., Neumaier A., Rump S.M., Shary S.P., Hentenryck P. *Standardized notation in interval analysis* // Вычислительные технологии. 2010. Т.15, №1. С. 7–13.
2. J.Rohn. *Bounds on eigenvalues of interval matrices. Z.Angew. Math.Mech.*, 78 (Suppl. 3): p.1049-1050, 1998.

ОБ ОДНОМ ИНТЕРВАЛЬНОМ ИТЕРАЦИОННОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УЗЛОВЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ РАСЧЕТА УСТАНОВИВЩИХСЯ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Ибрагимов А.А., Мамуров Т.Т., Актамов Ш.Ш.

Навоийский государственный педагогический институт, Навои, Узбекистан

Многие задачи расчета электрических цепей характеризуются заданием интервальных значений параметров и режимов работы, обусловленным их естественным разбросом, вариацией в процессе функционирования, погрешностями измерений режимов или другими факторами. В качестве критерия решения таких задач требуется описание пределов вариации искомых характеристик электрических цепей. Поскольку такие задачи часто встречается на практике, есть все основания обратить на них специальное внимание.

Ниже мы воспользуемся обозначениями из проекта неформального международного стандарта для интервальных величин [1].

В данной работе рассматривается задача, которая сводится к решению интервальную систему нелинейных алгебраических уравнений, связывающих токи и напряжения в узлах электрической сети при интервальной недетерминированности исходных данных:

$$\sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{a}_{i\,j}\, x_j = \frac{\boldsymbol{s}_i}{\dot{x}_i} - a_{i0}x_0, \qquad i = 1, 2, \ldots, n, \tag{1}$$

или

$$\dot{x}_i \sum_{j=0}^{n} \boldsymbol{a}_{i\,j}\, x_j = \boldsymbol{s}_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{2}$$

Обозначая левую часть последней системы через $F(\boldsymbol{a}, x, \dot{x})$, можем записать её в кратком виде как $F(\boldsymbol{a}, x, \dot{x}) = \boldsymbol{s}$ для $a \in \boldsymbol{a}$, $s \in \boldsymbol{s}$. Для системы (2) объединенным множеством решений называют множество

$$\Xi(F, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{s}) = \{x \in \mathbb{C} \mid (\exists a \in \boldsymbol{a})(\exists s \in \boldsymbol{s})(F(a, x, \dot{x}) = s)\},$$

и ниже мы будем рассматривать задачу его внешнего интервального оценивания [2]. Таким образом, нашей целью является нахождение, по-возможности, наилучшего (т.е. наименьшего по включению) интервального вектора, ограничивающего множество решений $\Xi(F, \boldsymbol{a}, \boldsymbol{s})$.

Будем искать $\boldsymbol{x}_i^{(k+1)}$ по $\boldsymbol{x}_i^{(k)}$, полагая $\boldsymbol{x}_i^{(k+1)} := \boldsymbol{x}_i^{k} \cap (\boldsymbol{x}_i^{(k)} + \delta^* \boldsymbol{x}_i^{(k)})$, где $\delta^* \mathbf{x}_i^{(k)}$ находятся из уравнений

$$\delta^* \dot{\boldsymbol{x}}_i^{(k)} \sum_{j=o}^{n} \boldsymbol{a}_{ij} \boldsymbol{x}_j^{(k)} + \dot{\boldsymbol{x}}_i^{(k)} \left(\sum_{j=1}^{i} \boldsymbol{a}_{ij} \delta^* \boldsymbol{x}_j^{(k)} + \sum_{j=i+1}^{n} \boldsymbol{a}_{ij} \delta^* \boldsymbol{x}_j^{(k-1)} \right) = \boldsymbol{s}_i - \dot{\boldsymbol{x}}_i^{(k)} \sum_{j=0}^{n} \boldsymbol{a}_{ij} \boldsymbol{x}_j^{(k)}, \tag{3}$$

$$i = 1,\ 2, ..., n \quad \delta^* \boldsymbol{x}_j^{(-1)} = 0.$$

Эти формулы позволяют последовательно находить $\delta^* \boldsymbol{x}_1^{(k)}$, ..., $\delta^* \boldsymbol{x}_n^{(k)}$. Фактически формулы (3) дают один цикл интервального метода Гаусса–Зейделя решения системы (1).

Пусть опять $\boldsymbol{\varepsilon}_i^{(k)} = \boldsymbol{x}_i^{(k)} - \boldsymbol{x}_i$, тогда $\delta * \boldsymbol{x}_i^{(k)} = \boldsymbol{\varepsilon}_i^{(k+1)} - \boldsymbol{\varepsilon}_i^{(k)}$. Подставим в формуле

$$\delta \dot{\boldsymbol{x}}_i^{(k)} \sum_{j=0}^{n} \boldsymbol{a}_{ij} \boldsymbol{x}_j^{(k)} + \dot{\boldsymbol{x}}_i^{(k)} \sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{a}_{ij} \delta \boldsymbol{x}_j^{(k)} = \boldsymbol{s}_i - \dot{\boldsymbol{x}}_i^{(k)} \sum_{j=0}^{n} \boldsymbol{a}_{ij} \boldsymbol{x}_j^{(k)}, \quad i = 1,\ 2, ..., n, \tag{4}$$

вместо $\delta \boldsymbol{x}_i^{(k)}$ и $\delta \boldsymbol{x}_i^{(k-1)}$ соответствующие выражения, а вместо $\boldsymbol{x}_i$ - его представление по (4), заменив в нем $\boldsymbol{x}_i$ на $\boldsymbol{x}_i^{(k)} - \boldsymbol{\varepsilon}_i^{(k)}$. Получим

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^{(k+1)} \sum_{j=0}^{n} \boldsymbol{a}_{ij} \boldsymbol{x}_j^{(k)} + \dot{\boldsymbol{x}}_i^{(k)} \sum_{j=1}^{i} \boldsymbol{a}_{ij} \boldsymbol{\varepsilon}_i^{(k+1)} = -2 \dot{\boldsymbol{x}}_i^{(k)} \sum_{j=i+1}^{n} \boldsymbol{a}_{ij} \varepsilon_j^{(k)} + \dot{\boldsymbol{x}}_i^{(k)} \sum_{j=i+1}^{n} \boldsymbol{a}_{ij} \boldsymbol{\varepsilon}_j^{(k-1)} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i^{(k)} \sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{a}_{ij} \boldsymbol{\varepsilon}_j^{(k)},$$

$$i = 1, 2, ..., n.$$

Приведенные результаты позволяют исследовать поведение процесса последовательных приближений и указать пути ускорения сходимости. В настоящее время проводятся эксперименты по отысканию оптимальных коэффициентов ускорения. При расчетах по интервальному методу

Гаусса–Зейделя существенно сокращается количество итераций, что дает более узкие внешние оценки множеств решений.

Литература

1. Kearfott R.B., Nakao M.T., Neumaier A., Rump S.M., Shary S.P., Hentenryck P. *Standardized notation in interval analysis* // Вычислительные технологии. 2010. Т.15, №1. С. 7–13.
2. Ибрагимов А.А. *Интервально-итеративные методы решения узловых уравнений установившихся режимов электрических сетей* // Вестник НУУз, 2010, №3, с. 87-91.

РАСЧЕТ ДВУМЕРНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ МКЭ

Икрамов А.М., Полатов А.М., Жуманиёзов С.П., Сапаев Ш.О.

Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, Ташкент, Узбекистан

Задача о распределении температуры в различные моменты времени решается в плоской постановке. Для нахождения температурного поля в прямоугольной расчетной области решается двумерная нестационарная задача теплопроводности на основе уравнения [1]:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial t} = K_{xx} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + K_{yy} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \tag{1}$$

где

$\lambda = c\rho$ - удельная объемная теплоемкость; c - удельная теплоемкость материала; ρ - плотность; K_{xx}, K_{yy} - коэффициенты теплопроводности в соответствующих направлениях.

В этом случае решение задачи сводится к минимизации функционала [2]:

$$\chi = \left[K_{xx} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + K_{yy} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + 2\lambda \frac{\partial T}{\partial t} T \right] dV + \int_{S_1} qTdS + \int_{S_2} \frac{h}{2} (T - T_\infty)^2 dS,$$

где S_1 - площадь поверхности, на которой задан поток тепла; S_2 - площадь поверхности, где происходит конвективный обмен тепла.

Условие экстремума функционала приводит к следующей системе дифференциальных уравнений для *e*-го конечного элемента:

$$\left[c^e \right] \frac{\partial \{T\}}{\partial t} + \left[k^e \right] \{T\} + \left\{ f^e \right\} = 0, \tag{2}$$

Здесь

$$[c^e] = \int_{V^e} \lambda [N][N]^T dV,$$

$$[k^e] = \int_{V^e} [B^e][D^e][B^e]^T dV + \int_{S_2} h[N][N]^T dS,$$

$$\{ f^e \} = \int_{S_1} q[N]^T dS - \int_{S_2} hT_\infty [N]^T dS \tag{3}$$

где V^e - объем конечного элемента;

$[N]$ - матрица функции формы;

$[B^e]$ - производные от функции формы;

$[D^e]$ - свойств материала.

Для сетки конечных элементов записывается система обыкновенных дифференциальных уравнении:

$$[C] \frac{\partial \{T\}}{\partial t} + [K]\{T\} + \{F\} = 0, \tag{4}$$

Заменяя производную по времени в уравнении (4) ее конечно-разностным аналогом, получим неявную разностную схему для решения уравнения теплопроводности методом конечных элементов [3]:

$$\left(\frac{[C]}{\Delta t}+[K]\right)\{T\}^{n+1}=\frac{[C]}{\Delta t}\{T\}^{n}-\{F\}^{n+1} \qquad (5)$$

Таким образом, для температуры $\{T\}^n$ в момент времени t_n, температура пластины в момент времени $t_{n+1}=t_n+\Delta t$, определяется в результате решения системы линейных алгебраических уравнений (5).

Задача. Начальная температура в расчетной области (рис.4) равна $T(x,y,0)$ = 1°C. На верхней и правой кромках температура равна 0°C. Размер пластины R=1м и L=1м. На нижней и левой кромках заданы условия симметрии. В расчетах принималось, что неоднородная пластинка состоит из двух материалов: железа и полиэтилена. Для железа принимались следующие значения физических характеристик: удельная теплоемкость C = 460 Дж/(кг·К), плотность ρ = 7800 кг/м^3, коэффициент теплопроводности $K_{yy}=60\,Дж/(м\cdot К)$. Характеристики полиэтилена: удельная теплоемкость C=1257 Дж/(кг·К), плотность ρ= 1333 кг/м^3, коэффициент теплопроводности K_{yy} = 0.14 Вт/(м·К).

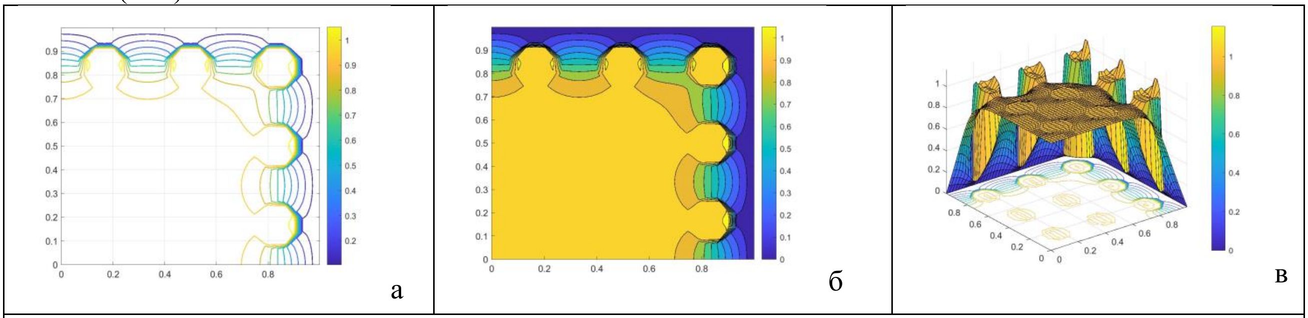


Рис. 1. Изотермы и поверхности температуры в неоднородной пластине

Под воздействием заданной температуры на верхней и правой окрестностях пластины охлаждается. На рис.1 приведены изотермы и поверхности температуры в неоднородной пластинке, в момент времени $t=800\,сек.$ с шагом по времени $\Delta t = 20$ сек. Анализ распределения изотермы температуры (рис. 1а, б) указывает на концентрацию температуры в окрестности сторон, где приложена температура. Области, где имеются включения из полиэтилена, остывают медленнее. С течением времени тепловой поток, обтекает включения, так как коэффициент теплопроводности включения значительно меньше теплофизических параметров основного материала. Это прослеживается при сравнении картины поверхности температуры, приведенных на рис. 1.в. Наличие включений уменьшает скорость распространения теплового потока и препятствует остыванию пластины.

Литература

1. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. *Вычислительная теплопередача*. - М: Едиториал УРСС, 2003. - 784 с.
2. Сегерлинд Л. *Применение метода конечных элементов*. – М.:Мир, 1979. – 392 с.
3. Икрамов А.М., Жуманиёзов С.П., Сапаев Ш.О. *Компьютерное моделирование двумерных стационарных задач теплопроводности с учетом точечных источников тепла МКЭ*//Проблемы вычислительной и прикладной математики , 2021, 3 (33). С. 44 – 53..

НЕКОТОРЫЕ ВАРИАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ С СЕДЛОВЫМИ ТОЧКАМИ ВОЗНИКАЮЩИЕ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ И МНОГОСКОРОСТНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ

Имомназаров Б.Х., Имомназаров Х. Х., Урев М.В.

Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск, Россия

Институт вычислительной математики и математической геофизики СОРАН

В работе рассматривается задача расчета магнитного поля, которое создается постоянными токами, заданными в неоднородной трехмерной проводящей среде. Задача формулируется в терминах векторного магнитного потенциала. Как правило, для однозначного определения векторного потенциала вводится дополнительное калибровочное условие кулоновского типа. В этом случае ограничения, связанные с условием калибровки, учитываются с помощью вспомогательной функции — множителя Лагранжа, а исходная задача формулируется в виде вариационной задачи с седловой точкой. Такая постановка была рассмотрена в [1, 2].

В работе [3], используя прием регуляризации из [4, 5], была сформулирована и исследована обобщенная регуляризированная задача (РЗ) для векторного потенциала без ограничений. Решение РЗ точно совпадает с решением исходной задачи и удовлетворяет калибровочному условию для всех положительных значений параметра регуляризации.

Похожая постановка задачи возникает для стационарной системы двухскоростной гидродинамики с одним давлением и неоднородными дивергентными и краевыми условиями для двух скоростей. Данная система является переопределенной. Заменой искомых функций задача приводится к однородной. Решение полученной системы сводится к последовательному решению двух краевых задач: задачи Стокса для одной скорости и давления и переопределенной системы для другой скорости. Приведены обобщенные постановки этих задач и их дискретные аппроксимации по методу конечных элементов. Для решения переопределенной задачи применяется новый вариант метода регуляризации [6].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 21-51-15002).

Литература

1. Иванов М.И., Катешов В.А., Кремер И.А., Урев М.В. *Решение трехмерных стационарных задач импульсной электроразведки* // Автометрия. — 2007. — Т. 43, № 2. — С. 22–32.
2. Иванов М.И., Катешов В.А., Кремер И.А., Урев М.В. *Решение трехмерных нестационарных задач импульсной электроразведки* // Автометрия. — 2007. — Т. 43, № 2. — С. 33–44.
3. Кремер И.А., Урев М.В. *Метод регуляризации стационарной системы Максвелла в неоднородной проводящей среде* // Сиб. журн. вычисл. математики / РАН. Сиб. отд-ние. — Новосибирск, 2009. — Т. 12, № 2. — С. 161–170.
4. Girault V., Raviart P.–A. *Finite Element Methods for Navier-Stokes Equations*. — Berlin: Springer-Verlag, 1986.
5. Boffi D., Brezzi F., and Fortin M. *Mixed Finite Element Methods and Applications*, Springer Series in Computational Mathematics, Vol. 44, Springer 2013.
6. Урев М.В., Имомназаров Х.Х., Жиан-Ган Тан. *Краевая задача для одной переопределенной стационарной системы, возникающей в двухскоростной гидродинамике* // СибЖВМ, 2017, т. 20, No. 4, с. 425-437.

КУБАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ ОБЛАСТЕЙ

Исматуллаев Г.П., Мирзакабилов Р.Н.

Институт Математики имени В.И.Романовского АН РУз, Ташкент, Узбекистан

Построение кубатурных формул с минимальным числом узлов при заданной степени точности, является интересной и актуальной задачей.

Пусть кубатурная формула

$$\int_{\Omega} p(x) f(x) dx \cong \sum_{j=1}^{N} C_j \left(x^{(j)}\right) \tag{1}$$

имеет алгебраическую степень точности m.

$\Omega \subseteq R^n$, $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$, $x^{(j)} = \left(x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, ..., x_n^{(j)}\right)$, $p(x) -$весовая функция удовлетворяет условиям

$$p(x) \geq 0 \text{ при } x \in \Omega,\ p_1 = \int_{\Omega} p(x) dx > 0 \tag{2}$$

Для числа узлов кубатурной формулы (1) дана оценка $[1]$ стр.81

$$N \geq \chi = M(n,k), \quad k = \left[{}^{m}\!/_{2} \right], \tag{3}$$

где $\left[{}^{m}\!/_{2} \right]-$целая часть ${}^{m}\!/_{2}$.

Нижнюю границу χ для числа узлов кубатурной формулы c $m-$свойством, которая указана в неравенстве (3), названа *простейшей нижней границей.*

Оценка (3) уточняется $[1]$ стр.196 для областей с центральной симметрией и центр симметрии совпадает с началом координат. О весовой функции предполагается выполнение условия (2) и $p(x)=p(-x).$ Кроме этого, считаем, что $m=2k+1.$

Если среди узлов нет центра симметрии $\Omega,$ то

$$N \ge \begin{cases} 2(\chi-\nu) & \text{при } k \text{ четном,} \\ 2\nu & \text{при } k \text{ нечетном} \end{cases} \tag{4}$$

Если центр симметрии $\Omega,$ является узлом кубатурной формулы, то

$$N \ge \begin{cases} 2(\chi-\nu)-1 & \text{при } k \text{ четном,} \\ 2\nu+1 & \text{при } k \text{ нечетном,} \end{cases} \tag{5}$$

где $\chi=M(n,k)-$число всех одночленов степени не выше $k,$ $\nu=\nu(n,k)-$число нечетных одночленов степени не выше k от n переменных.

Отметим, что часть кубатурных формул в основном для стандартных областей приведенные в книгах $[1],[2],[3]$ имеют число узлов равное минимальному или близкое к нижней границы.

В настоящей работе построены кубатурные формулы для двух параболических областей имеющие минимальное число узлов при заданной степени точности.

Литература

1. Мысовских И.П. *Интерполяционные кубатурные формулы*. - Москва: Наука, 1981.
2. Stroud A.H. *Approximate calculation of multiple integrals*.- Englewood cliffs, New Jersey: Prentice – Hall, 1977.
3. Крылов В.И., Шульгина Л.Т. *Справочная книга по численному интегрированию.* Москва: Наука, 1966.

ОБ ОДНОЙ ВЕСОВОЙ ОПТИМАЛЬНОЙ ПО ПОРЯДКУ СХОДИМОСТИ КУБАТУРНОЙ ФОРМУЛЕ В ПРОСТРАНСТВЕ $L_p^{(m)}(K_n)$.

Каюмова Н.Н.

Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан

Рассмотрим кубатурную формулу вида

$$\int_{K_n} p(x)\, f(x)dx \approx \sum_{\lambda=1}^{N} c_\lambda f\left(x^{(\lambda)}\right) \tag{1}$$

над пространством Соболева $L_p^{(m)}(K_n)$, где K_n – n-мерный единичный куб.

Обобщённая функция

$$\ell_N(x) = p(x)\varepsilon_{K_n}(x) - \sum_{\lambda=1}^{N} c_\lambda \delta\left(x - x^{(\lambda)}\right) \tag{2}$$

называется *функционалом погрешности* кубатурной формулы (1),

$$< \ell_N(x), f(x) >= \int_{K_n} p(x)f(x)dx - \sum_{\lambda=1}^{N} c_\lambda f\left(x^{(\lambda)}\right)$$