ISSN 2181-6883

PEDAGOGIK MAHORAT

Ilmiy-nazariy va metodik jurnal

MAXSUS SON
(2020-yil, dekabr)

Jurnal 2001-yildan chiqa boshlagan

Buxoro – 2020

MUNDARIJA

Xususiy zaryad tashuvchilar harakatchanligi, $sm^2/V*s$, (300 K)				
elektronlar	1450	3900	10500	300
kovaklar.	480	1900	425	100
Xususiy zaryad tashuvchilar konsentrasiyasi, sm^{-3}, (300 K)	$1{,}45\cdot10^{10}$	$2\cdot10^{13}$	10^{7}	10^{5}

9. Agar donorlar konsentrasiyasi $N_d=2*10^{14}$ sm^{-3} bo'lsa, n-turli kremniyning 300 K temperaturada solishtirma qarshiligi aniqlansin.

Yechilishi. Solishtirma qarshilik

$$\rho=1/en\mu_n$$

formula orqali aniqlanadi.

Kattaliklarning son qiymatlari qo'yilsa,

$$\rho=44{,}7\ \Omega*sm$$

10. Agar akseptorlar konsentrasiyasi $Na=2{,}3*10^{13}$ sm^{-3}, donorlar konsentrasiyasi $Nd=2{,}2*10^{13}$ sm^{-3} bo'lsa, 300 K temperaturada kremniyning solishtirma o'kazuvchanligini aniqlang?

Yechilishi. Ikki xil kirishmaga ega bolgan yarimo'tkazgichning solishtirma o'kazuvchanligi

$$\sigma=e\mu_nN_d+e\mu_pN_a$$

formula orqali aniqlanadi, bu yerda

$\mu_n=0{,}14\ m^2/V*s$, $\mu_p=0{,}05\ m^2/V*s$.

Kattaliklarning son qiymatlari qo'yilsa,

$$\sigma=8*10^{-3}\ sim/sm.$$

Adabiyotlar

1. Turmuxmetov K., Valiev U., Nosirov M. Yarimo'tkazgichlar fizikasidan masalalar yechish. – Toshkent, 2010.

2. Тешабоев А., Зайнобиддинов С. Яримўтказгичлар физикаси. – Тошкент, 1998.

3. Азизов М. Яримўтказгичлар физикаси. – Т.: "Ўқитувчи", 1974.

5. Бонч-Бруевич В.Л., Калашников С.Г. Физика полупроводников. – М.: "Наука", 1977.

6. To'rayeva G.Sh. *Yarimo'tkazgichlar fizikasidan talabalarda masala yechish ko'nikmasini shakllantirish.* Таълим муассасаларида аниқ фанларни ўқитишнинг долзарб муаммолари илмий амалий конференция. Бухоро, 2017.

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЯХ ПО КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

Нигора НАСЫРОВА
старший преподаватель кафедры Физики
Бухарского государственного университета

Курс квантовой механики представляет собой основу теоретической подготовки бакалавра-физика. Вниманию предлагаются методы адаптирования непростого для понимания лекционного материала в одном из важных модулей курса «Квантовая механика» при теоретической подготовке физиков. Подобная адаптация является актуальной для студентов вузов ввиду сложности теоретического материала. Предлагаются для разбора на практических занятиях примеры заданий, направленных на прояснение основных теоретических понятий и закрепление знаний, полученных на лекциях. Изучается применение квантовых операторов для исследования квантовой системы, используется вероятностный подход.

Ключевые слова: *физико-математические науки, теоретическая физика, квантовая механика, квантовые состояния, волновые функции, средние значения физических величин, операторы физических величин, нормировка волновой функции, преподавание квантовой механики.*

The course of quantum mechanics is the basis of the theoretical preparation of a bachelor-physicist. Attention is given to methods of adaptation of a difficult to understand lecture material in one of the important modules of the course "Quantum Mechanics" in theoretical training of physicists. Such an adaptation is *relevant for university students due to the complexity of the theoretical material. Examples of tasks aimed at clarifying the basic theoretical concepts and consolidating the knowledge gained in lectures are offered for analysis in a practical lesson. We study the use of quantum operators to study a quantum system, using a probabilistic approach.*

Keywords: *physical and mathematical sciences, theoretical physics, quantum mechanics, quantum states, wave functions, average values of physical quantities, operators of physical quantities, normalization of a wave function, teaching quantum mechanics.*

Квант механикаси курси бакалавр-физикнинг назарий тайёргарлигининг асосидир. Физикларни назарий тайёрлашда муҳим модуллардан бири "Квант механикаси" курсининг тушуниш қийин бўлган мавзуга материалларини мослаштириш усулларига эътибор қаратилади. Бундай мослашув назарий материалнинг мураккаблиги туфайли университет талабалари учун долзарбдир. Амалий машғулотда таҳлил қилиш учун асосий назарий тушунчаларни аниқлаштириш ва маърузаларда олинган билимларни мустаҳкамлаш мақсадларига оид мисоллар келтирилган. Квант тизимини ўрганиш учун квант операторларидан фойдаланишни ўрганамиз, эҳтимолий ёндашувдан фойдаланамиз.

Таянч сўзлар: *физико-математик фанлар, назарий физика, квант механикаси, квант ҳолатлар, тўлқин функциялар, физик катталикларнинг ўртача қийматлари, физик катталиклар операторлари, тўлқин функцияни нормаллаш, квант механикасини ўқитиш.*

Курс «Теоретическая физика» является фундаментальной составляющей теоретической подготовки физика и играет роль того базиса знаний, без которого успешная деятельность преподавателя физики невозможна. Физика изучает общие закономерности и явления природы, свойства и строение материи, формы движения материи (механические, тепловые, электромагнитные и др.) и их взаимные превращения. Главная цель физики– выявление и объяснение фундаментальных законов природы, в результате чего формируются представления о единстве физических явлений.

Таким образом, теоретической физике отводится первостепенное место в формировании естественно-научного мировоззрения и целостной картины мира, в развитии научного мышления у студентов.

В данной работе рассматриваются некоторые аспекты преподавания курса«Квантовая механика» в университетах. (При изложении курса общей физики, предшествующего изучению теоретической физики, используется преимущественно классический (ньютонов) подход для описания законов и физических явлений, который становится привычным и очевидным для обучающегося, поскольку оперирует интуитивно ясными понятиями макромира. При переходе к концепциям квантовой механики ясность утрачивается. Если в классической физике использование теории вероятности связано с неполной информацией о системе (в предположении, что дополнить эту информацию в дальнейшем возможно), то в квантовой механике такая возможность исключается в принципе.

Усвоение студентами основных идей и выводов квантовой механики невозможно без решения определенного набора задач. Однако в квантовой механике точное решение задачи имеется в сравнительно редких случаях. Например, стационарное уравнение Шредингера для одной частицы разрешимо для потенциала гармонического осциллятора, прямоугольной потенциальной ямы, кулоновского потенциала и в некоторых других задачах [1-2], решение которых требует от студентов достаточно высокого уровня математической культуры и больших затрат времени. Ещё сложнее обстоит дело с нестационарными и многочастичными задачами. Для решения реальных квантовомеханических задач разработаны различные приближенные методы (среди них теория возмущений, вариационный метод, квазиклассическое и адиабатическое приближения). Некоторые потенциалы, обладающие пространственной симметрией, допускают разделение переменных, и задача сводится к решению одномерного уравнения Шредингера (подобные задачи изучаются в стандартном курсе квантовой механики). Однако метод разделения переменных сам является исключительным, и решения такого рода могут обладать различными особыми свойствами, которые не характерны для решений общего вида. Таким образом, число методов решения, которые могут быть применены к достаточно широкому классу задач, невелико.

В связи с этим представляет интерес метод потенциалов нулевого радиуса, который существенно упрощает решение задач благодаря тому, что часть решения заменяется применением граничного условия [2], позволяя расширить круг решаемых студентами задач. Этот метод применим как к трёхмерным, так и к одномерным задачам (эти задачи мы и будем рассматривать в нашей работе), с его помощью можно решать нестационарные задачи, исследовать как дискретный, так и сплошной спектр.

Для многих важных задач квантовой механики, когда обычные приближенные методы неприменимы, аналогичные задачи с потенциалами нулевого радиуса оказываются точно разрешимыми, поскольку при решении задач не делается приближений. На их примере удобно исследовать различные принципиальные и иногда довольно тонкие вопросы теории. Этот метод позволяет точно учесть эффекты, связанные с многократным рассеянием (в том числе на бесконечном числе рассеивателей), различные вопросы взаимодействия сплошного и дискретного спектров, действие на физические системы различного рода возмущений, которые не являются малыми, и т.д. Ознакомление студентов с методом потенциалов нулевого радиуса, хотя бы на примере его одномерного варианта, существенно расширяет возможности изучения физических явлений [1-2]. Начальное знакомство с этим методом не требует от студентов большой математической подготовки и доступно практически всем уже на начальной стадии изучения квантовой механики, при этом студенты должны иметь представление о потенциале нулевого радиуса, волне де Бройля и условиях её сшивания в точках разрыва на потенциалах.

Практические занятия призваны не только помочь студенту приобрести навыки применения методов квантовой механики к конкретным задачам, но и расширить границы понимания мира, сформировав представление о квантовой реальности.

Нашей целью является конкретизация и углубление теоретических знаний, полученных студентами на лекции.

Будем рассматривать в качестве примера одно из первых (при прохождении курса) практических занятий, которое включает задания на применение волновой функции, в том числе к нахождению средних значений физических величин, предполагающие осмысление используемых понятий. На занятии также проверяются: знание квантовых операторов физических величин, умение использовать их при решении конкретных задач и навыки использования математического аппарата.

Занятие начинается с обзора обязательных теоретических вопросов, необходимых для решения намеченных задач.

1. Вводится понятие волновой функции состояния квантового объекта(частицы). Уместно посвятить время рассмотрению различных подходов к интерпретации волновой функции.

Необходимо отметить, что знание волновой функции позволяет получить максимально полные сведения о системе, принципиально достижимые в микромире. Хотя сама волновая функция не имеет физического смысла, с ее помощью можно рассчитать все измеряемые физические характеристики системы, вероятность пребывания ее в определенном объеме V пространства, $W = \int_V dW = \int_V |\psi|^2 dV$, и эволюцию во времени.

2. Поскольку характер поведения микрочастицы определяется законами вероятности и волновая функция рассматривается как амплитуда вероятности, плотность вероятности есть вещественная величина$|\Psi|^2 = \Psi \cdot \Psi^*$ (*– ком-плексное сопряжение). Исходя из того, что вероятность обнаружить частицу с данной волновой функцией во всем бесконечном пространстве (либо в другой заданной области определения функции) равна единице, можно ввести условие нормировки волновой функции, позволяющее определить постоянную нормировки:

$W = \int_V dW = \int_V |\psi|^2 dV = 1$ (1)

3. В квантовой механике результаты измерения физической величины в серии одинаковых опытов могут различаться в отличие от классического случая. Поэтому подход к результатам измерения физических величин в квантовой механике носит вероятностный, статистический характер. Динамической переменной нельзя приписать определенного значения, но всегда можно приписать определенную вероятность, и если произвести многократные измерения какой-либо динамической переменной системы, на-ходящейся в состоянии с известной волновой функцией, то на основании результатов этих измерений можно определить среднюю величину.

Среднее значение (математическое ожидание) некоторой физической величины F микрообъекта в известном квантовом состоянии Ψ вычисляется с помощью оператора F, соответствующего измеряемой величине (интегрирование ведется по всей области определения функции):

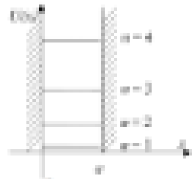
$$\langle F \rangle = \int \Psi * \hat{F} \Psi dV$$

4. Далее определяются (в координатном представлении) операторы основных физиче-ских величин и основные правила алгебраических действий над операторами: так, оператор координаты есть $\hat{\vec{r}} = \vec{r}$; оператор импульса $r^{\to *} = -i\hbar\vec{\nabla}$ (ħ– постоянная Планка, $\vec{\nabla}$ оператор Лапласа).

5. Приводится соотношение неопределенностей Гейзенберга $\Delta x \cdot \Delta p_x \le \hbar/2$. Согласно этому соотношению невозможно, в отличие от классической механики, одновременно определить абсолютно точное значение координаты и импульса частицы (канонически сопряженные параметры).
С повышением точности измерения координаты точность измерения импульса уменьшается и наоборот.

Далее обучающимся предлагается выполнить серию практических заданий, в которых используются введенные выше понятия.

Рассмотрим частицу с массой m, движущуюся в одномерной потенциальной яме шириной a с бесконечно высокими стенками (рисунок). Решение уравнения Шредингера приводит к квантованию энергии частицы:



Потенциальная яма

$E_n = \frac{1}{2m}\left(\frac{\pi n\hbar}{a}\right), n = 1,2,3, \ldots$

Энергетические уровни схематически изображены на рисунке. Волновые функции, соответствующие энергетическому спектру(3), имеют вид:

$$\Psi(x) = C \cdot \sin\left(\frac{\pi n x}{a}\right), n = 1,2,3, \ldots .$$

Задание1. Определить постоянную нормировки C для частицы в состоянии, описан-ном волновой функцией вида(4) на интервале0 $0 \le x \le a$

Решение: частица локализована в конечной области пространства. Поэтому используем условие нормировки (1) на интервале0 □ x □ a (для одного пространственного измерения):

$$\int_0^a |\Psi|^2 dx = C^2 \int_0^a \sin^2\left(\frac{\pi n x}{a}\right) dx = \frac{C^2}{2}\int_0^a \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi n x}{a}\right)\right) dx = C^2\frac{a}{2} = 1 \to C = \sqrt{\frac{2}{a}}$$

$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin\left(\frac{\pi n x}{a}\right)$

Задание2. Найти среднее значение $\langle x\rangle$ координаты x и дисперсию частицы $\Delta x = \langle x^2\rangle - \langle x^2\rangle$, описываемой волновой функцией(6), в потенциальной яме(см. рисунок) в n-м стационарном состоянии.

Решение. Частица совершает одномерное движение на интервале $0 \le x \le a$. В соответ-ствии с выражениями для среднего значения физической величины(2) и для оператора ко-ординаты получим:

$$\langle x\rangle = \int_0^a \Psi^* \ \hat{x}\,\Psi \ \ dx = \frac{2}{a}\int_0^a x\sin^2\left(\frac{\pi n x}{a}\right) dx = \frac{1}{a}\int_0^a x\left(1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right)\right) dx =$$

$$= \frac{a}{2} - \frac{a}{2\pi n}\cdot\left(x\sin\left(\frac{2\pi n x}{a}\right)\Bigg|_0^a - \int_0^a \sin\left(\frac{2\pi n x}{a}\right) dx\right) = \frac{a}{2}$$

Мы видим, что частица, вероятнее всего, будет локализована вблизи середины интерва-ла. Этот результат совпадает со средним значением координаты классической частицы. Дисперсия координаты x определяется формулой $\langle \Delta x^2\rangle = \langle x^2\rangle - \langle x^2\rangle$. Приведем, опуская детали вычисления, среднее значение квадрата координаты в состоянии(6):

$$\langle x^2\rangle = \frac{2}{a}\int_0^a x^2\sin^2\left(\frac{\pi n x}{a}\right) dx = a^2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2(\pi n^2)}\right).$$

Заметим, что в классическом случае мы получили бы $\langle x^2\rangle = \frac{a^2}{3}$; это значение, согласно принципу соответствия Бора, можно получить из квантового результата, если квантовые числа велики, т. е. устремив n к бесконечности. Найдем дисперсию:

$\langle \Delta x^2\rangle = \langle x^2\rangle - \langle x^2\rangle = \frac{a^2}{12}\left(1 - \frac{6}{(\pi n)^2}\right).$ (7)

Задание3. Найти среднее значение импульса $\langle \Delta p x\rangle$ и дисперсию импульса $\langle \Delta p^2\rangle = \langle p^2\rangle - \langle p^2\rangle$ частицы в потенциальной яме(см. рисунок), описываемой волновой функцией(6), в n-м стационарном состоянии. Масса частицы m.

Решение. По аналогии с предыдущим найдем среднее значение импульса:

$$\langle \Delta p_x \rangle = \int_0^a \Psi^* \hat{p}_x \Psi dx = \frac{2}{a}\int_0^a \sin\left(\frac{\pi n x}{a}\right)(-i\hbar)\frac{d}{dx}\sin\left(\frac{\pi n x}{a}\right)dx = -i\hbar\frac{1}{a}\sin\left(\frac{\pi n x}{a}\right)\Big|_0^a = 0.$$

Проекция импульса оказалась равной нулю. То же самое мы получили бы и в классиче-ской задаче, но здесь мотивация будет другой. Можно доказать из общих принципов, что импульс не имеет строго определенного значения в состоянии с определенной энергией, или иначе: в любом стационарном состоянии дискретного спектра среднее значение им-пульса равно нулю.

Вычислим среднее значение квадрата импульса и дисперсию:

$$\langle \Delta p^2 \rangle = \langle p_x^2 \rangle \int_0^a \Psi^* \hat{p}_x^{\,2} \Psi dx = \frac{2}{a}\int_0^a \sin\left(\frac{\pi n x}{a}\right)(-i\hbar)\left(\frac{d}{dx}\right)^2 \sin\left(\frac{\pi n x}{a}\right)dx =$$

$$= \frac{2}{a}\hbar^2\left(\frac{\pi n}{a}\right)^2 \int_0^a \sin^2\left(\frac{\pi n x}{a}\right)dx = \left(\frac{\pi n \hbar}{a}\right)^2 = 2mE. \qquad (8)$$

Здесь E – выражение(3). Классический расчет даст тот же результат2mE, согласно принципу соответствия, но энергия понимается как $E = p^2/2m$.

Литературы

1. Садбери А. Квантовая механика и физика элементарных частиц. М.: Мир, 1989. 490 с.

2. Тяжельникова О. Ю. Методика обучения решению задач по квантовой механике студентов педагогических вузов с использованием систем символьных вычислений: дис. ... канд. пед. наук. Нижний Тагил, 2006. 214 с.

3. Азоркина О. Д. Теоретическая физика. Модуль: квантовая механика: учеб. пособие для вузов. Томск: ТГПУ, 2014. 79 с.

4. Азоркина О. Д. Теоретическая физика. Модуль: квантовая механика: сб. задач. Томск: ТГПУ, 2014. 27 с.

5. Nasirova N.K. Bound and ground states of a spin-boson model with at most one photon: non-integer lattice case. Journal of Global Research in Mathematical Archives (JGRMA) 6 (9), 22-24, 2019.

6. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Теоретическая физика: учеб. пособие в 10 т. Т. 3. Квантовая механика(нерелятивистская теория). М.: Физматлит, 2004. 800 с.

7. Давыдов А. С. Квантовая механика: учеб. пособие для вузов. СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 703 с.

8. Насырова Н.К.Ученый XXI века. Международный научный журнал № 5-3 (40), май 2018 г.

9. Кемпфер Ф. Основные положения квантовой механики. УРСС 392 стр. 2007г.

10. Блохинцев Д.И. Основы квантовой механики (3-е изд.) М.: Высш. школа М.: Атомиздат, 1983г.

MAKTABNING YUQORI SINF O'QUVCHILARI O'RTASIDAGI OLIMPIADA TAYYORGARLIGIDA FIZIKA MASALALARINING TAHLILI

Ulug'bek MAVLONOV
Buxoro davlat universiteti fizika
kafedrasi o'qituvchisi

Maktablarda fizika o'qitishning ta'lim texnologiyasi bo'yicha pedagogik amaliyotda fizika darsini o'tganda olimpiada o'quvchilariga fizikaning masalalar yechimini optimallashgan usulini qo'llash, fizikadan amaliy mashg'ulotda o'quvchilarga masalalar yechimining osonroq usullarini qo'llab o'quvchilarning fanga bo'lgan e'tiborini jalb etishga erishishga olib kelinadi.

Kalit so'zlar: *Gravitatsiya. Optimal yechim, grafik usul, analitik usul, matematik usul, jadval usuli.*

Использование оптимизированных методов решения задач по физике для учеников олимпиады по педагогической практике преподавания физики в школах, использование более простых методов решения задач по физике приводит к привлечению внимания к науке.

Ключевые слова: *Гравитация. Оптимальное решение, графический метод, аналитический метод, математический метод, табличный метод.*