Buxoro davlat universiteti
BUXORO, 200117, M.IQBOL ko'chasi, 11-uy, 2021

@buxdu_uz @buxdu1 @buxdu1 www.buxdu.uz

«AMALIY MATEMATIKA VA AXBOROT TEXNOLOGIYALARINING ZAMONAVIY MUAMMOLARI» XALQARO ILMIY-AMALIY ANJUMAN

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS
TA'LIM VAZIRLIGI

BUXORO DAVLAT UNIVERSITETI

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
INNOVATSION
RIVOJLANISH VAZIRLIGI

«AMALIY MATEMATIKA VA AXBOROT TEXNOLOGIYALARINING ZAMONAVIY MUAMMOLARI» XALQARO ILMIY-AMALIY ANJUMAN
T E Z I S L A R T O' P L A M I

A B S T R A C T S
INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND PRACTICAL CONFERENCE «MODERN PROBLEMS OF APPLIED MATHEMATICS AND INFORMATION TECHNOLOGIES»

Т Е З И С Ы
МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ «СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»

2021 YIL 15 APREL
BUXORO

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ
БУХОРО ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ
АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ ФАКУЛЬТЕТИ

АМАЛИЙ МАТЕМАТИКА ВА АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИНИНГ ЗАМОНАВИЙ МУАММОЛАРИ

ХАЛҚАРО МИҚЁСИДАГИ ИЛМИЙ-АМАЛИЙ АНЖУМАН

МАТЕРИАЛЛАРИ

2021 йил, 15-апрель

Бухоро – 2021

ТАШКИЛИЙ ҚЎМИТА

Раис: Хамидов О.Х., БухДУ ректори, профессор
Раис ўринбосари: Қаххоров О.С., БухДУ проректори, доцент
Ташкилий қўмита аъзолари:

Жўраев А.Т.	БухДУ, проректори, доцент
Рашидов Ў.У.	БухДУ, проректори
Зарипов Г.Т.	БухДУ, доцент
Эшанкулов Х.И.	БухДУ, декан, т.ф.ф.д., (PhD)
Жалолов О.И.	БухДУ, кафедра мудири, доцент
Сайидова Н.С.	БухДУ, кафедра мудири, доцент
Жумаев Ж.	БухДУ, доцент
Болтаев Т.Б.	БухДУ, доцент
Зарипова Г.К.	БухДУ, доцент
Рустамов Ҳ.Ш.	БухДУ, доцент
Хаятов Х.У.	БухДУ, катта ўқитувчи
Жўраев З.Ш.	БухДУ, катта ўқитувчи
Атаева Г.И.	БухДУ, катта ўқитувчи
Турдиева Г.С.	БухДУ, катта ўқитувчи

ДАСТУРИЙ ҚЎМИТА

Арипов М.М.	ЎзМУ, профессор
Алоев Р.Ж.	ЎзМУ, профессор
Шадиметов Х.М	Тошкент давлат транспорт университети, профессор
Расулов А.С.	Жаҳон иқтисодиёти ва дипломатия университети, профессор
Равшанов Н.	ТАТУ ҳузуридаги АКТ илмий-инновацион марказ, лаборатория мудири, профессор
Солеев А.С.	СамДУ, профессор
Дурдиев Д.Қ.	БухДУ, профессор
Ҳаётов А.Р.	В.И.Романовский номидаги Математика институти, профессор
Мўминов Б.Б.	ТАТУ, профессор
Худойберганов М.У.	ЎзМУ, доцент
Жумаев Ж.	БухДУ, доцент
Болтаев Т.Б.	БухДУ, доцент
Эшанкулов Х.И.	БухДУ, т.ф.ф.д., (PhD)
Жалолов О.И.	БухДУ, доцент
Сайидова Н.С.	БухДУ, доцент
Расулов Т.Ҳ	БухДУ, доцент

КОНФЕРЕНЦИЯ КОТИБЛАРИ

Атамурадов Ж.Ж., Эргашев А.А. Қосимов Ф.Ф., Ҳазратов Ф.Ҳ., Зарипов Н.Н., Ибрагимов С.И., Назаров Ш.Э.

Тўплам Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 2021 йил 2 мартдаги 78-ф-сонли фармоиши билан тасдиқланган Ўзбекистон Республикасида 2021 йилда халқаро ва республика миқёсидаги ўтказиладиган илмий ва илмий-техник тадбирлар режасида белгиланган тадбирларнинг бажарилиши мақсадида 2021 йил 15 апрель куни Бухоро давлат университети Ахборот технологиялари факультетида "Амалий математика ва ахборот технологияларининг замонавий муаммолари" мавзусидаги халқаро илмий-амали анжуман материаллари асосида тузилди.

Масъул муҳаррир:
О.И.Жалолов, доцент
Тақризчилар:
Ж.Жумаев, доцент

МУНДАРИЖА

I-ШЎЪБА. МАТЕМАТИК МОДЕЛЛАШТИРИШ ВА СОНЛИ УСУЛЛАР

3. Исраилов М. И. , Нуриддинов М. Приближенное вычисление интегралов с быстроколеблющимся подынтегральным выражением. Вопросы вычислительной и прикладной математики. – Ташкент: ИК с ВЦ АН УзССР, 1972, вып. 14, с. 103-116.
4. Tuck. E. O. A simple Filon- trapezoidaol rule- Matematics of compution, 1967, 21, p. 239-241.
5. Luke Y. L. On the computation of oscillatory integrals, Part 2 –Proc.combridge Pilos.soc; 1954, 50, p 267-277.
6. Einarsson B. Numerical calculation of Fourier integrals with cubic splines. – BIT, 1968, 8, p. 279-286.
7. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. – М.: Физматгиз, 1961 – 524 с.
8. Валевич Л.Р. и Панеяк Б.П. Некоторые пространства обобщенных функций и теоремы вложения. УМН. XX,1(121),165,3.
9. Шадиметов Х.М.,Жалолов И.И.Об одном алгоритме построения оператора $D_h^m[\beta]$ для определения оптимальных коэффициентов весовых квадратурных формул в пространстве $W_2^m(R)$. –УзМЖ 2010, №3, -с. 178-187.
11. Жалолов О.И. Вычисление нормы функционала погрешности оптимальных интерполяционных формул в пространстве периодических функций С.Л.Собовева $\tilde{W}_2^{(m)}(T_1)$. Проблемы вычислительной и прикладной математики. // Научный журнал. -№2.-2015 декабр.-Ташкент.-53-58ст.
12. Шадиметов Х. М, Жалолов О.И, Шадманова К.У., Шамсиев Ж. Ш. Оптимальные по порядку сходимости весовые кубатурные формулы типа Эрмита в пространстве Соболева // East European Scientific Journal. Wydrukowano w «Aleje Jerozolimskie . 85/21, 02-001 Warszawa, Polska». -2016. -162ст.
13. Шадиметов ХМ., Жалолов О.И. Вычисление нормы функционала погрешности и построение оптимальных по порядку сходимости весовых кубатурных формул типа Эрмита в пространстве Соболева // Проблемы вычислительной и прикладной математики. Научный журнал. -№1.2016 март. -Ташкент. -100-106 ст.
14. Жалолов О.И. Верхная оценка нормы функционала погрешности кубатурной формуы типа Эрмита в пространстве С.Л.Соболева // Проблемы вычислительной и прикладной математики. Научный журнал. -№3.2017. -Ташкент. -70-78 ст.

ЭКСТРЕМАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ СОСТАВНОЙ РЕШЕТЧАТОЙ КУБАТУРНОЙ ФОРМУЛЫ

[1]Шадиметов Х.М., [2]Маматова Н.Х.
[1]Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан
[2]Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан

1. Введение

В работе С.Л.Соболева [1] рассмотрена задача приближенного вычисления интегралов периодических функций из пространства $L_2^{(m)}(H)$. Также рассмотрено построение оптимальных решетчатых кубатурных формул вида

$$\int_{\Omega_0} p(x)\varphi(x)dx \cong \sum_{hH\beta\in\Omega_0} \overset{\circ}{C}[\beta]\varphi[\beta] \tag{1}$$

с функционалом погрешности

$$\ell(x) = p(x)\chi_{\Omega_0}(x) - \sum_{hH\beta\in\Omega_0} \overset{\circ}{C}[\beta]\delta(x - hH\beta).$$

Здесь $\varphi(x)\in L_2^{(m)}(H)$, $p(x)-$весовая функция, $\chi_{\Omega_0}(x)-$ индикатор области Ω_0, $h-$ шаг решетки. Под Ω_0 понимают фундаментальный параллелепипед матрицы H, т.е. образ при линейном преобразовании $x=Hy$ единичного куба
$Q=\left\{y\in R^n: 0\le y_j<1,\ j=1,2,...,n\right\}\subset R^n$.

Там же показано, что на пространстве $L_2^{(m)}(H)$ периодических функций, норма в котором инварианта относительно узлов, есть функционал погрешности с равными коэффициентами:

$$\ell(x)=\chi_{\Omega_0}(x)-h^n\sum_{hH\beta\in\Omega_0}\delta(x-hH\beta).$$

В работах М.Д.Рамазанова [2,3] построены оптимальные кубатурные формулы вида (1). Автор рассматривает пространства функций W_2^{μ}, которые получаются пополнением конечных рядов Фурье $f(x)=\sum_k f_k e^{2\pi ikx}$ в норме:

$$\left\|f\left|W_2^{\mu}\right\|\right.=\left|\sum_k\left|f_k\mu(2\pi ik)\right|^2\right|^{\frac{1}{2}}.$$

В работах М.Д.Рамазанова и Х.М.Шадиметова [3,4] построены весовые оптимальные кубатурные формулы вида (1) на пространстве Соболева $L_2^{(m)}(H)$.

2. Основные результаты

Напомним определения периодического пространства Соболева $L_2^{(m)}(H)$.

Пусть функция $\varphi(x)$ имеет в R^n локально суммируемые производные до порядка m, причем в любой ограниченной области Ω_0 конечен интеграл

$$\int_{\Omega_0}\sum_{|\alpha|=m}\frac{m!}{\alpha!}(D^{\alpha}\varphi(x))^2dx$$

Здесь

$$\alpha=(\alpha_1,\alpha_2,...,\alpha_n),\qquad \alpha!=\alpha_1!\cdot\alpha_2!,...,\alpha_n!$$

$$|\alpha|=\alpha_1+\alpha_2+...+\alpha_n,\qquad D^{\alpha}\varphi=\frac{\partial^{|\alpha|}\varphi}{\partial x_1^{\alpha_1}\partial x_2^{\alpha_2}...\partial x_n^{\alpha_n}}.$$

Предположим, что $2m>n$, а функция φ периодична с матрицей периодов $H\subset detH=1$, т.е.

$$\varphi(x+H\gamma)=\varphi(x),\qquad x=(x_1,x_2,...,x_n),$$

где γ - произвольный целочисленный вектор-столбец, $\gamma_i\in Z, i=1,2,...,n.$

Матрице H сопоставим ее фундаментальный параллелепипед Ω_0 и положим

$$\Omega_0=\{x\in R^n,\quad x=Hy,\ \text{где}\quad 0\le y_i<1, i=1,2,...,n\}.$$

Элементами пространства $L_2^{(m)}(H)$ служат функции, отличающиеся друг от друга на постоянное слагаемое.

Норма функции в $L_2^{(m)}(H)$ имеет вид

$$\|\varphi \mid L_2^{(m)}(H)\|^2=\int_{\Omega_0}\sum_{|\alpha|=m}\frac{m!}{\alpha!}\left(D^{\alpha}\varphi(x)\right)^2 dx.$$

Рассмотрим кубатурную формулу с производными первого порядка вида

$$\int_{\Omega_0}\varphi(x)dx \cong \sum_{k=1}^{N}\left(C_k\varphi(x^{(k)})+C_k^{(')}[\mathcal{D}\varphi](x^{(k)})\right), \tag{2}$$

$$\mathcal{D}=\frac{\partial}{\partial x_1}+\frac{\partial}{\partial x_2}+\ldots+\frac{\partial}{\partial x_n},$$

где точки $x^{(k)}\in\Omega_0$ и параметры $C_k, C_k^{(')}$ называют соответственно узлами и коэффициентами кубатурной формулы.

Разность

$$\int_{\Omega_0}\varphi(x)dx-\sum_{k=1}^{N}\left(C_k\varphi(x^{(k)})+C_k^{(')}[D\varphi](x^{(k)})\right)$$

называется погрешностью кубатурной формулы (2).

С другой стороны,

$$(\ell,\varphi)=\int_{\Omega_0}\varphi(x)dx-\sum_{k=1}^{N}\left(C_k\varphi(x^{(k)})+C_k^{(')}[D\varphi](x^{(k)})\right)$$

$$=\int_{\Omega_0}\left[\left(\mathrm{X}_{\Omega_0}-\sum_{k=1}^{N}\left(C_k\delta(x-x^{(k)})-C_k^{(')}[D\delta](x-x^{(k)})\right)\right)*\Phi_0(H^{-1}x)\right]\varphi(x)dx,$$

где

$$\mathrm{X}_{\Omega_0}(x)=\begin{cases}1 & \text{при} \quad x\in\Omega_0,\\ 0 & \text{при} \quad x\notin\Omega_0,\end{cases}$$

$\delta(x)-$ известная дельта-функция Дирака,

$$\Phi_0(H^{-1}x)=\sum_{\beta}\delta(x-H\beta), \quad \beta=(\beta_1,\beta_2,\ldots,\beta_n),$$

$\beta_i -$ целые числа, т.е. $\beta_i\in Z$;

$$\ell(x)=\left(\mathrm{X}_{\Omega_0}(x)-\sum_{k=1}^{N}\left(C_k\delta(x-x^{(k)})-C_k^{(')}[D\delta](x-x^{(k)})\right)\right)*\Phi_0(H^{-1}x) \tag{3}$$

– функционал погрешности кубатурной формулы.

Пространство $L_2^{(m)*}(H)$ будет состоять из всех периодических функционалов (3), которые ортогональны единице

$$(\ell,1)=0. \tag{4}$$

Неизвестными параметрами кубатурной формулы являются узлы $x^{(k)}$ и коэффициенты $C_k, C_k^{(')}$.

Оптимальной кубатурной формулой называют такую кубатурную формулу, погрешность которой при заданном числе узлов N имеет наименьшую норму в $L_2^{(m)*}(H)$.

Если узлы $x^{(k)}$ являются точками решетки, т.е. расположены в точках вида $x^{(\gamma)}=hH\gamma$, тогда такую кубатурную формулу называют решетчатой. Здесь h- малый положительный параметр, $\gamma=(\gamma_1,\gamma_2,\ldots,\gamma_n)$, $\gamma_i\in Z, i=1,2,\ldots,n.$

3. Экстремальная функция кубатурной формулы типа Эрмита

Для нахождения в явном виде нормы функционала погрешности ℓ в пространстве $L_2^{(m)*}(H)$ будем использовать понятие его экстремальной функции.

Функцию ψ_ℓ из $L_2^{(m)}(H)$ называют экстремальной для данного функционала погрешности ℓ, если выполняется равенство

$$(\ell,\psi_\ell)=\|\ell\,|\,L_2^{(m)*}(H)\|\cdot\|\psi_\ell\,|\,L_2^{(m)}(H)\|.$$

Пространство $L_2^{(m)}(H)$ - гильбертово, скалярное произведение в нем задается формулой

$$(\varphi,\psi)_m=\int_{\Omega_0}\sum_{|\alpha|=m}\frac{m!}{\alpha!}D^\alpha\varphi(x)D^\alpha\psi(x)dx.$$

По теореме Рисса, любой линейный непрерывный функционал ℓ в Гильбертовом пространстве представляется в виде скалярного произведения

$$(\ell,\varphi)=(\psi_\ell,\varphi)_m \tag{5}$$

для любого φ из $L_2^{(m)}(H)$. Здесь ψ_ℓ - функция из $L_2^{(m)}(H)$, определенная однозначно по функционалу ℓ и является экстремальной для него. Кроме того, ψ_ℓ является элементом Рисса и имеет место равенство

$$\|\ell\,|\,L_2^{(m)*}(H)\|=\|\psi_\ell\,|\,L_2^{(m)'}(H)\|. \tag{6}$$

Интегрируя по частям выражение в правой части формулы (5) и пользуясь периодичностью функций φ и ψ_ℓ, получаем

$$(\ell,\varphi)=(-1)^m\int_{\Omega_0}\Delta^m\psi_\ell(x)\varphi(x)dx.$$

Таким образом, функция ψ_ℓ является обобщенным решением уравнения

$$\Delta^m\psi_\ell(x)=(-1)^m\ell(x),$$

где

$$\Delta^m=\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial x_2^2}+\ldots+\frac{\partial^2}{\partial x_n^2}\right)^m.$$

Справедлива следующая теорема.

Теорема 1. *Экстремальная функция функционала погрешности ℓ, определяемая формулой (3) в пространстве $L_2^{(m)}(H)$, имеет вид*

$$\psi_\ell(x)=-\sum_{k=1}^{N}(C_kB_{2m}(x-x^{(k)})-C_k^{(')}B_{2m}'(x-x^{(k)}))-d_0.$$

Здесь

$$B_{2m}(x-x^{(k)})=\sum_{\beta\neq0}\frac{e^{-2\pi iH^{*-1}\beta(x-x^{(k)})}}{|2\pi H^{*-1}\beta|^{2m}},\quad B_{2m}'(x-x^{(k)})=-\sum_{\beta\neq0}\frac{2\pi iH^{*-1}\beta e^{-2\pi iH^{*-1}\beta(x-x^{(k)})}}{|2\pi H^{*-1}\beta|^{2m}},$$

d_0 *- неизвестная.*

ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соболев С.Л., Васкевич В.Л. Кубатурные формулы. - Новосибирск: Изд-во ИМ СО РАН, 1996. - 484 с.

2. Рамазанов М.Д. Задачи теории решетчатых кубатурных формул // Кубатурные формулы и их приложения: Материалы VI Международного семинара-совещания. - Уфа: ИМВЦ УФНЦ РАН, 2001. - С. 103-105.
3. Рамазанов М.Д., Шадиметов Х.М. Весовые оптимальные кубатурные формулы в периодическом пространстве Соболева // Доклады РАН. –Москва, 1999. - Т. 358, № 4. - С. 453 - 455.
4. Шадиметов Х.М. Весовые оптимальные кубатурные формулы в периодическом пространстве Соболева // Сиб. журн. вычисл. математики. – Новосибирск, РАН, Сиб. отделение, 1999. - Т. 2, № 2. - С. 185-196.

СОСТАВНЫЕ КУБАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ

[1,2]Шадиметов Х.М., [2]Гуломов О.Х.
[1]Ташкентский Государственный Транспортный Университет, Ташкент, Узбекистан,
[2]Институт математики им. В.И. Романовского, Ташкент, Узбекистан

Применением функционально-аналитических методов в теории приближенного интегрирования функций многих независимых переменных получены ряд важных результатов [1-4].

Под составной кубатурной формулой мы будем понимать приближенное равенство

$$\int_{\Omega} p(x)\varphi(x) \cong \sum_{k=1}^{N}\sum_{|\alpha|\le\rho} C_{k,\alpha}\left[D^{\alpha}\varphi\right](x^{(k)}) \tag{1}$$

Здесь x -точка ограниченной n -мерной области $\Omega, C_{k,\alpha}$ -коэффициенты, $x^{(k)}$ узлы формулы, $\rho < m$, m - целое, $2m > n, n \ge 1$, $p(x)$ - весовая функция.

Всякой формуле механических кубатур вида (1), пригодной для интегрирования функции $\varphi(x)$ из $L_2^{(m)}(R^n)$, где $L_2^{(m)}(R^n)$ факторизованное пространство функций Соболева, заданных во всем евклидовом n- мерном пространстве R^n, обобщенные производные порядка m которых интегрируемы с квадратом, отвечает линейный функционал погрешности

$$(\ell,\varphi) = \int_{\Omega} p(x)\varphi(x)dx - \sum_{k=1}^{N}\sum_{|\alpha|\le\rho} C_{k,\alpha}D^{\alpha}\varphi\left[D^{\alpha}\varphi\right](x^{(k)}), \tag{2}$$

$$\ell(x) = \chi_{\Omega}(x)p(x) - \sum_{k=1}^{N}\sum_{|\alpha|\le\rho}(-1)^{|\alpha|}C_{k,\alpha}\left[D^{\alpha}\delta\right](x - x^{(k)}) \tag{3}$$

здесь $\chi_{\Omega}(x)$ - характеристическая функция области $\Omega, \delta(x)$ - дельта функция Дирака.

Квадрат нормы таких функций выражаются формулами

$$\left\|\varphi\left|L_2^{(m)}\left(R^n\right)\right.\right\|^2 = \int_{R^n}\sum_{|\alpha|=m}\frac{m!}{\alpha!}\left(D^{\alpha}\varphi(x)\right)^2 dx \tag{4}$$

инвариантные при ортогональных преоброзованиях пространственной пременной $x(x_1, x_2, x_3, ..., x_n)$ из R^n.

В (4), как это сейчас принято, α -вектор с целыми неотрицательными компонентами, $|\alpha| = \sum_{j=1}^{n}\alpha_j$ и $D^{\alpha}\varphi$ обозначает производную

$$\frac{\partial^{|\alpha|}\varphi}{\partial x_1^{\alpha_1}\partial x_2^{\alpha_2}\ldots\partial x_n^{\alpha_n}}.$$

Предметом нашего изучения будет норма этого функционала $\left\|\ell \mid L_2^{(m)*}\right\|$.