«Современные проблемы дифференциальных уравнений и их приложения»

Международная научная конференция

Ташкент, 23-25 ноября 2023 года

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

ЧАСТЬ II

42. **Полякова А.П., Светов И.Е.** Преобразования Радона трехмерных векторных и тензорных полей 170
43. **Сайтова Р.Б., Баенова Г.М.** Роль линейной алгебры в машинном обучении 172
44. **Сапарова Г.Б., Маматкасымова А.Т.** Математическое моделирование динамики занятости и безработицы в г.Ош 175
45. **Светов И.Е., Полякова А.П.** Весовые преобразования Радона трехмерных векторных полей 177
46. **Сыздыкова Айерке** Сравнительный анализ функционала Java и Python для машинного обучения 179
47. **Твердый Д.А.** Восстановление на основе экспериментальных данных порядка дробной производной в задаче моделирования накопления радона в избыточном объеме накопительной камеры 181
48. **Тожиев Т.Х.** Стохастическое методы аппроксимация диффузионных задач 183
49. **Токторбаев А.М., Токтомуратова Ж.Э.** Движение реагирующей смеси газов с контактным разрывом 186
50. **Усмонов Б.Ш., Рахимов К.О., Ахмедов А.А.** Математическое моделирование изгибного-крутильного-элеронного флаттера вязкоупругого крыла 188
51. **Хаётов А.Р., Бойтиллаев Б.А.** Об одной оптимальной формуле приближенного решения интегрального уравнения абеля 191
52. **Ханхасаев В.Н., Муняев С.И.** Численное решение третьей краевой задачи для смешанного оператора теплопроводности с нелинейным источником тепла 193
53. **Ханхасаев В.Н., Пластинина В.М.** Численное решение смешанного уравнения теплопроводности в двухмерном пространственном случае 194
54. **Хусанов К.А.** Криволинейные конечные элементы для решения эллиптических уравнений 196
55. **Шадиметов Х.М, Хаётов А.Р, Ахмадалиев Г.Н.** Построение оптимальных формул интегрирования в Гильбертовом пространстве 197
56. **Шадиметов Х.М., Гуломов О.Х.** Оптимальные квадратурные формулы для вычисления интегралов от быстроосциллирующих функций 199
57. **Шадиметов Х.М., Давлатова Ф.И.** Весовые оптимальные квадратурные формулы в пространстве $W_2^{(m)}(0,1)$ 200
58. **Шадиметов Х.М., Маматова Н.Х.** Оптимальные квадратурные формулы с производными в периодическом пространстве 202
59. **Шадиметов Х.М., Тошбоев О.Н., Хужамкулов Б.Т.** Оптимальные методы приближенного вычисления интеграл Римана-Лиувилля 203
60. **Шадиметов Х.М., Эсанов Ш.Э.** Квадрат нормы функционала погрешности разностных формул 205
61. **Бибердорф Э.А., Абдишерипов К.К.** Использование принципа регуляризации по Годунову для аппроксимации, интерполяции и сглаживания сеточных функций 206
62. **Расулов Х.Р., Музаффарова М.У.** О динамике квадратично стохастического оператора с непрерывным временем 207
63. **Сайидов О.Ж.** Оптимальное управление для системы нелинейных разностных уравнений с запаздывающим аргументом 208

Оптимальные квадратурные формулы с производными в периодическом пространстве

Шадиметов Х. М.[1], Маматова Н. Х.[2]
[1]Ташкентский Государственный Транспортный Университет, Ташкент, Узбекистан; kholmatshadimetov@mail.ru
[2]Бухарский Государственный Университет, Бухара, Узбекистан; nilufar.mamatova.76@mail.ru

Пространство $\widetilde{L_2^{(m)}}(0,1)$, $m \geq 1$— гильбертово пространство 1- периодичских функций $f(x), -\infty < x < \infty$, m—е производные(в обобщенном смысле) квадратично интегрируемы со скалярным произведением

$$(f,g)=\int\limits_0^1 \frac{d^m f}{dx^m}\frac{d^m g}{dx^m}dx.$$

Пусть $\varphi(x)$ из пространства $\widetilde{L_2^{(m)}}(0,1)$. Интеграл по отрезку [0,1] функции $\varphi(x)$ мы будем приближенно заменить линейной комбинацией значений $\varphi(x)$ и ее производных $\varphi^{(\alpha)}(x)$ в узлах $x_k \in [0,1]$, $k=1,2,...,N$; $N \geq m$ — целое.

Всюду в дальнейщем под квадратурной формулой с производной мы будем понимать приближенное равенство

$$\int\limits_0^1 \varphi(x)dx \cong \sum_{k=1}^N \sum_{\alpha=0}^t C_k^{(\alpha)} \varphi^{(\alpha)}(x_k), \tag{1}$$

или

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_{[0,1]}(x)\varphi(x)dx \cong \sum_{k=1}^N \sum_{\alpha=0}^t C_k^{(\alpha)} \varphi^{(\alpha)}(x_k),$$

где $\varepsilon_{[0,1]}(x)$—индикатор (или характеристическая функция) отрезка $[0,1]$, $t \leq m-1$. Точки x_k называют узлами квадратурной формулы, а числа $C_1^{(\alpha)}, C_2^{(\alpha)}, ..., C_N^{(\alpha)}$— ее коэффициентами.

Погрешностью квадратурной формулы называют разность

$$(\ell,\varphi)=\int\limits_0^1 \varphi(x)dx - \sum_{k=1}^N \sum_{\alpha=0}^t C_k^{(\alpha)} \varphi^{(\alpha)}(x_k) =$$

$$=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[\left(\varepsilon_{[0,1]}(x) - \sum_{k=1}^N \sum_{\alpha=0}^t C_k^{(\alpha)} (-1)^\alpha \delta^{(\alpha)}(x-x_k)\right) * \phi_0(x)\right]\varphi(x)dx,$$

где $\delta(x)$— дельта функция Дирака, $\phi_0(x)=\sum\limits_\beta \delta(x-\beta)$,

$$\ell(x)=\left(\varepsilon_{[0,1]}(x) - \sum_{k=1}^N \sum_{\alpha=0}^t C_k^{(\alpha)} (-1)^\alpha \delta^{(\alpha)}(x-x_k)\right) * \phi_0(x). \tag{2}$$

Определение. Функция $\psi_\ell(x)$ *из пространства* $\widetilde{L_2^{(m)}}(0,1)$ *называется экстремальной функцией данного функционала погрешности* $\ell(x)$, *если выполняется равество*

$$(\ell, \psi_\ell) = \int_0^1 \ell(x)\psi_\ell(x)dx = \|\ell|\widetilde{L_2^{(m)*}}\| \cdot \|\psi_\ell|\widetilde{L_2^{(m)}}\|$$

Отсюда сразу следует, что функция $\psi_\ell(x)$ является обобщенным решением уравнения

$$\frac{d^{2m}\psi_\ell(x)}{dx^{2m}} = (-1)^m \ell(x). \tag{3}$$

В настоящей работе доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. *Экстремальная функция функционала погрешности* $\ell(x)$ *определяемая формулой (2) в пространстве* $\widetilde{L_2^{(m)}}(0,1)$, *т.е. все решения уравнения (3) записываются в виде*

$$\psi_\ell(x) = -\sum_{k=1}^{N}\sum_{\alpha=0}^{t} C_k^{(\alpha)} i^\alpha \sum_{\beta\neq 0} \frac{e^{2\pi i\beta(x-x_k)}}{(2\pi\beta)^{2m-\alpha}} + d_0,$$

здесь $C_k^{(\alpha)}$*—коэффициенты квадратурных формул вида (1),* d_0*—некоторая постоянная.*

Теорема 2. *Пусть функционал погрешности* (ℓ, φ) *определен на пространстве Соболева* $\widetilde{L_2^{(m)}}(0,1)$, *т.е. значение его для константы равно нулю, и оптимален, т.е. среди всех функционалов вида (2) в заданной системе узлов* x_k *имеет наименьшую норму в сопряженном пространстве* $\widetilde{L_2^{(m)*}}(0,1)$. *Тогда существует решение* $\psi_\ell(x)$ *уравнения (3) что и ее производные порядка* α *обращаются в нуль в точках* x_k *и принадлежат* $\widetilde{L_2^{(m)}}(0,1)$, *т.е.* $\psi_\ell^{(\alpha)}(x_k) = 0$ *при* $k = 1, 2, ..., N$ *и* $\alpha = 0, 1, 2, ..., t$.

Оптимальные методы приближенного вычисления интеграл Римана-Лиувилля

Шадиметов Х.М. [1,2], Тошбоев О.Н. [3], Хужамкулов Б.Т. [4]

[1] Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан; kholmatshadimetov@mail.ru

[2] Институт математики им. В.И.Романовского АН РУз, Ташкент, Узбекистан; kholmatshadimetov@mail.ru

[3] Ферганский государственный университет, Фергана, Узбекистан; otoshboyev@bk.ru

[4] Термезский государственный университет, Термез, Узбекистан; xojamqulov@mail.ru

Рассмотрим следующие квадратурные формулы для приближенного вычисления дробных интегралов