МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА ИМЕНИ МИРЗО УЛУГБЕКА

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМЕНИ В.И. РОМАНОВСКОГО

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых «Современные методы математической физики и их приложения»

17-18 ноября 2020 г.

I

Ташкент-2020

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ УЗБЕКИСТАНА ИМЕНИ МИРЗО УЛУГБЕКА

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ ИМЕНИ В.И. РОМАНОВСКОГО

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых «Современные методы математической физики и их приложения»

17-18 ноября 2020 г.

I

Ташкент-2020

Современные методы математической физики и их приложения: Тезисы докладов республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых (17–18 ноября 2020 г., Ташкент) Главный редактор Р.Р. Ашуров. – Ташкент, 2020 г. №1., 466 с.

Тезисы докладов республиканской научной конференции с участием зарубежных ученых по **«Современные методы математической физики и их приложения»** содержит научные доклады по следующем направлениям: спектральная теория дифференциальных операторов, краевые задачи для уравнений математической физики, вырождающиеся уравнения и уравнения смешанного типа, алгебра и анализ, динамические системы, математическое моделирование и вычислительная математика, стохастические методы и их приложения.

Данная конференция организована в соответствии с распоряжением КМ РУз №56 – Ф от 07.02.2020.

Предназначен для специалистов в области физико-математических наук и информационных технологий, преподавателей, докторантов и магистрантов ВУЗов.

Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека, 2020

ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ КОНФЕРЕНЦИИ:

Председатель:
Марахимов А.Р. - ректор НУУз.
Сопредседатель:
Аюпов Ш.А. - директор Института математики АН РУз.
Заместители председателя:
Ашуров Р.Р. - зав. отделом, Институт математики АН РУз,
Зикиров О.С. - декан мат. факультета НУУз.

Члены оргкомитета:

Арипов М.М. (Ташкент),
Бердышев А.С. (Алматы),
Ворисов А.К. (Ташкент),
Карачик В.В. (Челябинск),
Касимов Ш.Г. (Ташкент),
Мирсабуров М. (Термез),
Рахимов А.А. (Ташкент, Куала-Лумпур),
Тахиров Ж.О. (Ташкент),
Тухтасинов М. (Ташкент),
Уринов А.К. (Фергана),
Халмухамедов А.Р. (Ташкент),
Хасанов А.Б. (Самарканд).
Ашыралиев А. (Туркменистан),
Будаев В.Д. (Санкт Петербург),
Исломов Б. (Ташкент),
Каримов Э.Т. (Ташкент),
Лакаев С.Н. (Самарканд),
Пятков С.Г. (Россия),
Садыбеков М.А. (Алматы),
Турметов Б.Х. (Туркестан),
Умаров С.Р. (Ташкент),
Хаджиев Дж. Х. (Ташкент),
Хасанов А. (Ташкент),

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ КОНФЕРЕНЦИИ

Председатель:
Алимов Ш.А. - академик АН РУз (Узбекистан)
Сопредседатель:
Моисеев Е.И. - академик РАН (Россия)

Члены программного комитета:

Азамов А. - академик АН РУз (Узбекистан),
Гольдман М.Л. - профессор (Россия),
Денисов В.Н. - профессор (Россия),
Икромов И.А. - профессор (Узбекистан),
Ишанкулов Т.М. - профессор (Узбекистан),
Кальменов Т.Ш. - академик НАН РК, (Казахстан),
Кожанов А.И. - профессор (Россия),
Кудрявцев В.Б. - академик (Россия),
Ломов И.С. - профессор (Россия),
Маматов М.Ш. - профессор (Узбекистан),
Мирахмедов Ш. - профессор (Узбекистан),
Отелбаев М. - академик НАН РК (Казахстан),
Псху А.В. - профессор (Россия),
Раджабов Н.Р. - академик АН Таджикистана (Таджикистан),
Сабитов К.Б. - профессор (Россия),
Садуллаев А. - академик АН РУз. (Узбекистан),
Солдатов А.П. - профессор (Россия),

ОРГАНИЗАТОРЫ КОНФЕРЕНЦИИ:

Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека,
Институт математики имени В.И.Романовского

КОНФЕРЕНЦИЮ ПОДДЕРЖАЛИ:

Комитет по координации развития науки и технологий при КМ РУз.,
Грант ОТ-Ф-4-(36+32)

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ВЯЗКОУПРУГОСТИ В ОДНОРОДНЫХ АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

Дурдиев У. Д.

Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан;
e-mail: umidjan93@mail.ru

В настоящее время изучение обратных задач для системы уравнений вязкоупругости является предметом исследования многих авторов. Среди исследований, наиболее близких к настоящей работе, отметим [1] - [3]. В работе [1] исследована глобальная разрешимость и устойчивость решения обратной задачи для определения ядра из системы интегро - дифференциальных уравнений Максвелла для однородной анизотропной среды. Основная особенность, присущая к [1, 3] и данной работе, заключается в использовании сосредоточенных источников на границе или в фиксированной точке. Данная работа по методу исследования близка к [1] и, в отличии от вышеперечисленных работ здесь изучается задача определения диагональной матричной функции из системы уравнений вязкоупругости.

Рассмотрим систему интегро – дифференциальных уравнений

$$\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}=\sum_{j=1}^{3}\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j}+f(x,t),\ \ i=1,2,3 \tag{1}$$

для $x=(x_1,\ x_2,\ x_3)\in\mathbb{R}^3,\ t\in\mathbb{R}$ с начальными условиями

$$u_i\mid_{t<0}\equiv 0,\quad i=1,2,3. \tag{2}$$

Здесь $u_i(x,t)$ являются компонентами вектор-функции смещения $u(x,t)=(u_1(x,t),u_2(x,t),\ u_3(x,t))^*$, $*$ – знак транспонирования, через T_{ij} обозначен тензор напряжений, связанный с вязкоупругой средой. Точнее, мы имеем

$$T_{ij}(x,t)=\sum_{k,l=1}^{3}\left\{c_{ijkl}\frac{\partial u_k}{\partial x_l}(x,t)+\int_0^t K_i(\tau)c_{ijkl}\frac{\partial u_k}{\partial x_l}(x,t-\tau)d\tau\right\}, \tag{3}$$

$f(x,t)=(f_1(x,t),f_2(x,t),f_3(x,t))^*$ – внешняя сила; $\rho>0$ – плотность среды.

В равенстве (3) коэффициенты c_{ijkl} являются модулями упругости среды. $K(t)=(K_1,K_2,K_3)(t)$ – функция релаксации среды. Модули упругости удобно описывать в терминах 6×6 матрицы в соответствии со следующими соглашениями, касающимися пары (i,j) индексов $i,j=1,2,3$ к одному индексу $\alpha=1,2,\ldots,6:(11)\to 1,\ (22)\to 2,\ (33)\to 3,\ (23)=(32)\to 4,\ (13)=(31)\to 5,\ (12)=(21)\to 6$. Это соответствие возможно благодаря свойствам симметрии $c_{ijkl}=c_{jikl}=c_{ijlk}$. Дополнительное свойство симметрии $c_{ijkl}=c_{klij}$ подразумевает, что матрица $C=(c_{\alpha\beta})_{6\times 6}$ всех модулей симметрично, где $\alpha=(ij)$, $\beta=(kl)$. Известно, что $\rho>0$, и матрица $C=(c_{\alpha\beta})_{6\times 6}$ – положительно определена.

Мы рассмотрим задачу (1) - (2) для случая, когда источник возмущения сосредаточен в фиксированной точке пространства, но распределен по времени, то есть функция $f(x,t)$ имеет вид

$$f(x,t)=\vec{e}\delta(x)\theta(t)f_0(t), \tag{4}$$

где $\vec{e}=(e_1,e_2,e_3)^*$ – заданный единичный вектор, который определяет направление силы; $\theta(t)$ – функция Хевисайда, $\delta(x)=\delta(x_1)\delta(x_2)\delta(x_3)$ – дельта-функция Дирака, сосредоточенная в точке пространства $x_1=0, x_2=0, x_3=0$, $f_0(t)$ – заданная гладкая скалярная функция.

Пусть $U(\nu,t) = (U_1,U_2,U_3)^*(\nu,t)$ есть образ Фурье функции $u(x,t) = (u_1,u_2,u_3)^*(x,t)$ по $x=(x_1,x_2,x_3)\in\mathbb{R}^3$, т.е.

$$U_j(\nu,t)=\int\limits_{R^3} u_j(x,t)e^{i\langle x,\nu\rangle}dx,\ \nu=(\nu_1,\nu_2,\nu_3)\in\mathbb{R}^3,\ \langle x,\nu\rangle=\sum_{j=1}^{3}x_j\nu_j,\ j=1,2,3,$$

где ν параметр преобразования.

Обратная задача. Найти матричную функцию $K(t)=diag\,(K_1,K_2,K_3)\,(t)$, $t\geq 0$, входящую в равенства (1) посредством формулы (3), если относительно образа Фурье решения прямой задачи (1) – (4) для $\nu=\nu_0,\ t>0$ известна дополнительная информация, т.е. задана вектор-функция:

$$U(\nu_0,t)=g(t),\ g(t)=(g_1,g_2,g_3)^*(t). \tag{5}$$

Основными результатами данной работы являются следующие теоремы:

Теорема 1. Фиксируем произвольное $T,\ T>0$. Предположим, что $g(t)\in C^5[0,T]$, $f_0(t)\in C^2[0,T]$ и выполнены следующие соотношения:

$$g(0)=0,\quad g'(0)=0,\quad f_0(0)\neq 0,\quad g''(0)=\frac{\vec{e}}{\rho}f_0(0),\quad g'''(0)=\frac{\vec{e}}{\rho}f_0'(0),$$

$$g^{(4)}(0)=\frac{Q(\nu_0)\vec{e}}{\rho^2}f_0(0)+\frac{\vec{e}}{\rho}f_0''(0),\quad e_i\neq 0,\ i=1,2,3.$$

Кроме того, $\sum\limits_{j=1}^{3}Q_{ij}(\nu_0)\vec{e}_j =: q_i(c_{kl},\nu_0,e_k)\neq 0,\ \nu_0\neq 0$, где

$$Q(\nu)=\begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13}\\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23}\\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33}\end{pmatrix},$$

$Q_{ij}(\nu), 1\leq i\leq 3, 1\leq j\leq 3$ являются однородными многочленами второго порядка по ν :

$$Q_{11}(\nu)=c_{11}\nu_1^2+2c_{16}\nu_1\nu_2+c_{66}\nu_2^2+2c_{15}\nu_1\nu_3+2c_{56}\nu_2\nu_3+c_{55}\nu_3^2;$$

$$Q_{12}(\nu)=c_{16}\nu_1^2+(c_{12}+c_{66})\nu_1\nu_2+c_{62}\nu_2^2+(c_{14}+c_{56})\nu_1\nu_3+(c_{52}+c_{64})\nu_2\nu_3+c_{54}\nu_3^2;$$

$$Q_{13}(\nu)=c_{15}\nu_1^2+(c_{14}+c_{65})\nu_1\nu_2+c_{64}\nu_2^2+(c_{13}+c_{55})\nu_1\nu_3+(c_{63}+c_{54})\nu_2\nu_3+c_{53}\nu_3^2;$$

$$Q_{21}(\nu)=c_{61}\nu_1^2+(c_{21}+c_{66})\nu_1\nu_2+c_{26}\nu_2^2+(c_{41}+c_{65})\nu_1\nu_3+(c_{25}+c_{46})\nu_2\nu_3+c_{45}\nu_3^2;$$

$$Q_{22}(\nu)=c_{66}\nu_1^2+2c_{26}\nu_1\nu_2+c_{22}\nu_2^2+2c_{64}\nu_1\nu_3+2c_{24}\nu_2\nu_3+c_{44}\nu_3^2;$$

$$Q_{23}(\nu)=c_{65}\nu_1^2+(c_{64}+c_{25})\nu_1\nu_2+c_{24}\nu_2^2+(c_{45}+c_{63})\nu_1\nu_3+(c_{23}+c_{44})\nu_2\nu_3+c_{43}\nu_3^2;$$

$$Q_{31}(\nu)=c_{51}\nu_1^2+(c_{41}+c_{56})\nu_1\nu_2+c_{46}\nu_2^2+(c_{31}+c_{55})\nu_1\nu_3+(c_{36}+c_{45})\nu_2\nu_3+c_{35}\nu_3^2;$$

$$Q_{32}(\nu)=c_{56}\nu_1^2+(c_{46}+c_{52})\nu_1\nu_2+c_{42}\nu_2^2+(c_{54}+c_{36})\nu_1\nu_3+(c_{32}+c_{44})\nu_2\nu_3+c_{34}\nu_3^2;$$

$$Q_{33}(\nu)=c_{55}\nu_1^2+2c_{45}\nu_1\nu_2+c_{44}\nu_2^2+2c_{35}\nu_1\nu_3+2c_{34}\nu_2\nu_3+c_{33}\nu_3^2,$$

Тогда обратная задача (1) – (5) имеет единственное решение $K(t) = diag\,(K_1, K_2, K_3)\,(t) \in C[0,T]$.

Через $G(\gamma)$ обозначим множество функций $g(t), f_0(t)$, удовлетворяющих условиям теоремы 1, и $\max\left\{\max\limits_{1\le i\le 3}\|g_i(t)\|_{C^5[0,T]}, \|f_0(t)\|_{C^2[0,T]}\right\} \le \gamma < \infty$, $t \in [0,T]$, $i = 1,2,3$, γ – заданное число.

Теорема 2. Пусть $K^m(t) = diag\,(K_1^m(t), K_2^m(t), K_3^m(t))$ является решением обратной задачи (1) – (5) с $(g^m(t), f_0^m) \in G(\gamma)$, $m = 1,2$, соответственно. Тогда существует положительная постоянная C_0, зависящая от чисел T, ρ, γ и элементов матрицы $Q(\nu_0)$, такая что справедлива следующая оценка устойчивости:

$$\sum_{i=1}^{3}\left\|K_i^1 - K_i^2\right\|_{C[0,T]} \le C_0\left[\sum_{i=1}^{3}\left\|g_i^1 - g_i^2\right\|_{C^5[0,T]} + \left\|f_0^1 - f_0^2\right\|_{C^3[0,T]}\right].$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Дурдиев Д.К., Дурдиев У.Д. Устойчивость решения обратной задачи для интегро – дифференциального уравнения Максвелла в однородной анизатропной среде // Узбекский Математический Журнал. 2014. №2. С. 25–34.

2. Романов В.Г. Оценки устойчивости решения в задаче об определении ядра уравнения вязкоупругости // Сиб. журн. индустр. матем. 2012. Т.15, №1., С. 86–98.

3. Дурдиев Д.К., Тотиева Ж.Д. Задача об определении многомерного ядра уравнения вязкоупругости // Владикавк. матем. журн. 2015. Т.17, №4. С. 18–43.

О КЛАССИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ ОДНОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНОГО УРАВНЕНИЯ С НЕЛОКАЛЬНЫМИ ЧЛЕНАМИ

ON CLASSICAL SOLUTIONS OF A HYPERBOLIC DIFFERENTIAL-DIFFERENCE EQUATION WITH NONLOCAL TERMS

Зайцева Н. В.

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия; zaitseva@cs.msu.ru

Впервые дифференциально-разностное уравнение было изучено J. Bernoulli [1] в задаче о невесомой натянутой струне конечной длины, вдоль которой распределены равные и равноудаленные массы. Рассмотренное им уравнение привлекло внимание многих других ученых при разработке теории звука (см., напр., [2] и имеющуюся там библиографию). Изучение задач механики сплошных сред привело в дальнейшем к рассмотрению дифференциально-разностных уравнений с частными производными. В настоящее время достаточно полно и глубоко исследованы задачи для указанных уравнений в ограниченных областях (см., напр., [3] и имеющуюся там библиографию). В неограниченных областях изучены задачи для параболических [4] и эллиптических дифференциально-разностных уравнений [5, 6]. Гиперболические